eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Ingeniaritza Goi Eskola Teknikoa
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Bilbao

electrónica general

Introducción a la Electrónica Digital

tema 5

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA ELECTRÓNICA

Índice

Paso del mundo analógico al digital

Paso del mundo analógico al digital

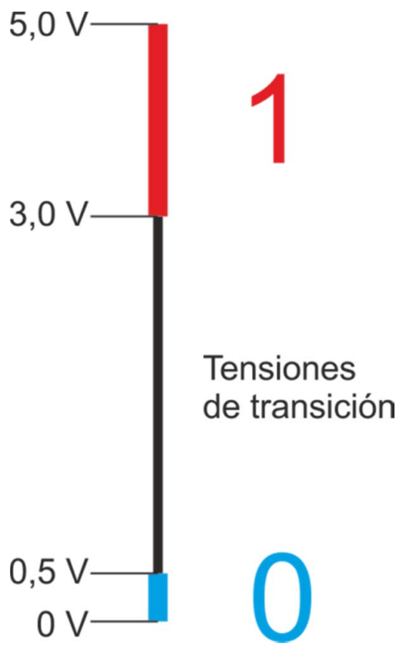
Paso del mundo analógico al digital

Paso del mundo analógico al digital

¿Qué son los 0 y 1?

Representan los dos posibles valores de tensión existentes en electrónica digital

"**1**"	→	Nivel alto	→	Hay tensión
"**0**"	→	Nivel bajo	→	No hay tensión



Los principales sistemas numéricos son:

- Decimal $\emptyset, 1 \dots 9$
- Binario $\emptyset, 1$
- Hexadecimal $\emptyset, 1 \quad 9, A, B, C, D, E, F$
- Octal $\emptyset, 1, \dots, 7$

Numeración decimal

Es un sistema de base 10, es decir, existen 10 números distintos (0-9)

Cualquier número puede expresarse en función de potencias de 10

$$a_{n-1}10^{n-1} + a_{n-2}10^{n-2} + \cdots + a_1 10^1 + a_0 10^0$$

Donde a_i son los números del 0 al 9

Por ejemplo

$$1\,725 \quad \rightarrow \quad n = 4 \qquad 1 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = 1725$$

Con n cifras podemos expresar 10^n combinaciones

Si n = 3 tendremos 1000 combinaciones (0 – 999)

2.- Sistemas Numéricos.

Los distintos sistemas de numeración tienen distintas bases

Sistema numérico	Base	Cifras
Decimal	10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Binario	2	0 1
Octal	8	0 1 2 3 4 5 6 7
Hexadecimal	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Sistema Binario

Es un sistema de base 2, es decir, existen 2 números distintos (0 y 1)

Cualquier número puede expresarse en función de potencias de 2

$$a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \cdots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

Donde a_i son los números 0 ó 1, denominados ***bits***

$$101101_{\underline{|2}} = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 45_{\underline{|10}}$$

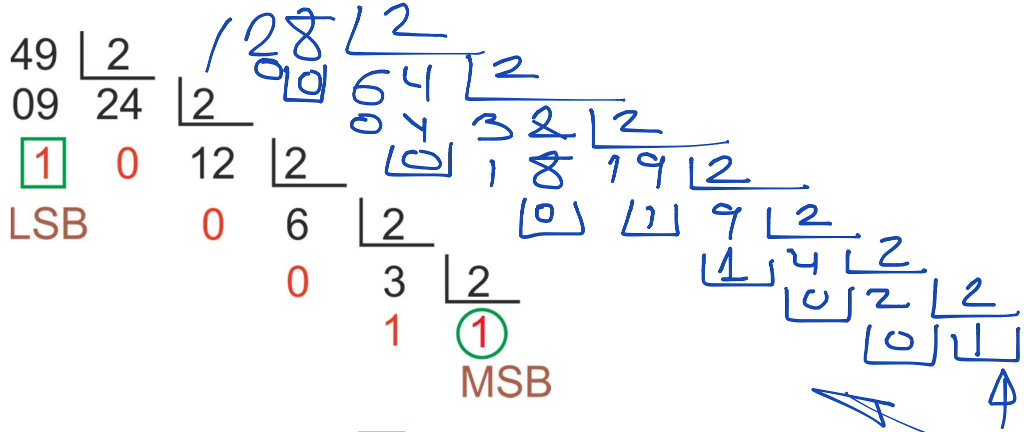
Con n cifras podemos expresar 2^n combinaciones

Si n = 4 tendremos 16 combinaciones (0000 – 1111)

Binario	Decimal	
0000	0	
0001	1	
0010	2	
0011	3	
0100	4	
0101	5	
0110	6	
0111	7	
1000	8	
1001	9	
1010	10	A
1011	11	B
1100	12	C
1101	13	D
1110	14	E
1111	15	F

Paso de decimal a binario

Se divide el número decimal sucesivamente por 2 y se van cogiendo los restos



$$49_{|10} = 110001_{|2}$$

$\boxed{10011000}$

MSB = MOST SIGNIFICANT BIT

LSB = LESS SIGNIFICANT BIT

Códigos numéricos

Código ***BCD*** (***B***inary ***C***oded ***D***ecimal)

Cada dígito decimal se expresa en grupos de 4 bits

BCD	Decimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9

49

$$49_{|10} = \underbrace{1\,1\,0\,0\,0\,1}_{n=6}{}_{|2} = \underbrace{0100}_{n=4}\,1001_{|BCD}$$

3.- Álgebra de Boole.

Se aplica a dos elementos

$$\{\ 0\ ,\ 1\ \}$$

Hay dos operaciones

Suma	+	OR
Producto	.	AND
Y la negación		NOT

Principio de Dualidad

Si una expresión es cierta en el álgebra de Boole también será cierta su expresión dual

Para obtener la expresión dual de una dada

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r, bend left] & 1 \arrow[l, bend left] \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} + \arrow[r, bend left] & \bullet \arrow[l, bend left] \end{tikzcd}$$

Ejemplo

$$A + 0 = A \xrightarrow[\text{Dual}]{\text{Expresión}} A \cdot 1 = A$$

Axiomas del álgebra de Boole

$$A + 0 = A \longrightarrow A \cdot 1 = A$$

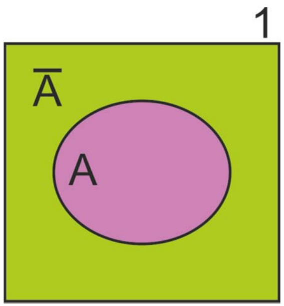
$$A + 1 = 1 \longrightarrow A \cdot 0 = 0$$

$$A + A = A \longrightarrow A \cdot A = A$$

$$A + \overline{A} = 1 \longrightarrow A \cdot \overline{A} = 0$$

$\bullet \rightarrow \cap$ = Intersección

$+ \rightarrow \cup$ = Unión



Teoremas de absorción

$$A + AB = A \longrightarrow A \cdot (A + B) = A$$

$$AB + A\overline{B} = A \longrightarrow (A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A$$

Propiedad distributiva

$$A \cdot (B + C) = AB + AC \longrightarrow A + BC = (A + B) \cdot (A + C)$$

Propiedad asociativa

$$A + (B + C) = (A + B) + C \longrightarrow A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

Teoremas de Morgan

El inverso de la suma es igual al producto de los inversos

$$\overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

Y su expresión dual

$$\overline{A \cdot B \cdot C} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

Formas canónicas (o estándar)

Toda función lógica se puede expresar como ***suma de productos*** donde, en cada uno de los sumandos aparezcan todas las variables de la función.

$$f(A,B,C) = A + B \cdot C$$

minterm

$$f(A,B,C) = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C$$

Cada uno de los términos se denominan ***mimterms*** (minitérminos)

$$f(A,B,C) = \sum_i m_i$$

Formas canónicas (o estándar)

Los ***mimterms*** se numeran asignado un 1 cuando la variable está sin negar y un 0 cuando la variable está negada.

$$A = 1 \qquad B = 1 \qquad C = 1$$

$$\overline{A} = 0 \qquad \overline{B} = 0 \qquad \overline{C} = 0$$

$$f(A,B,C) = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C$$

$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 0 1 1

$$A \cdot B \cdot C = 111 = \text{mimterm } 7 = m_7$$
$$A \cdot B \cdot \overline{C} = 110 = \text{mimterm } 6 = m_6$$
$$A \cdot \overline{B} \cdot C = 101 = \text{mimterm } 5 = m_5$$
$$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} = 100 = \text{mimterm } 4 = m_4$$
$$\overline{A} \cdot B \cdot C = 011 = \text{mimterm } 3 = m_3$$

importante el orden

$$\boxed{f(A,B,C) = \sum m(3,4,5,6,7)}$$

LSB (Loss Significant Bit)

MSB (Most Significant Bit)

Formas canónicas (o estándar)

Toda función lógica se puede expresar como ***producto de sumas*** donde, en cada uno de los factores aparezcan todas las variables de la función.

$$f(A,B,C) = A + B \cdot C$$

$$f(A,B,C) = (A + B + C) \cdot (A + B + \overline{C}) + (A + \overline{B} + C)$$

Cada uno de los términos se denominan ***maxterms*** (maxitérminos)

$$f(A,B,C) = \prod_i (\Sigma)$$

Formas canónicas (o estándar)

Los ***maxterms*** se numeran asignado un 0 cuando la variable está sin negar y un 1 cuando la variable está negada.

$$A = 0 \qquad B = 0 \qquad C = 0 \quad \leftarrow \text{no negada}$$

$$\overline{A} = 1 \qquad \overline{B} = 1 \qquad \overline{C} = 1 \quad \leftarrow \text{negada}$$

$$f(A,B,C) = \underset{0\;0\;0}{(A + B + C)} \cdot \underset{0\;0\;1}{(A + B + \overline{C})} + \underset{0\;1\;0}{(A + \overline{B} + C)}$$

$$\left.\begin{aligned} A + B + C &= 000 = \text{Maxterm } 0 = M_0 \\ A + B + \overline{C} &= 001 = \text{Maxterm } 1 = M_1 \\ A + \overline{B} + C &= 010 = \text{Maxterm } 2 = M_2 \end{aligned}\right\} \qquad f(A,B,C) = \prod M(0,1,2)$$

Diagramas de KARNAUGH

Reglas de utilización de los diagramas de KARNAUGH

Generales

- Todos los mimterms deben estar incluidos, al menos, una vez
- Cada agrupación, por adyacencias, debe incluir el mayor número de compartimentos posibles

1
2
4
8
16

Referente a las agrupaciones

- Las agrupaciones se deben formar con nº de mimterms potencias de 2
- Las agrupaciones son rectangulares de lados potencias de 2

Cómo seleccionar las agrupaciones

- Señalamos los elementos que no pueden combinarse con otros.
- Señalamos elementos que únicamente se pueden agrupar con otro elemento.
- Elegimos elementos que se pueden asociar con otros 3 siempre que no hayan sido seleccionados los 4 elementos del grupo.
- Si algún elemento queda sin agrupar, se puede agrupar con otro arbitrariamente

Diagramas de KARNAUGH

Sólo cambia 1 bit a la vez

C \ AB	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

D. de Karnaugh de 3 variables

1 bit cada vez

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

Valor decimal de $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ 1 0 0 0

$\underbrace{\overline{ABCD}\ 1111}_{\text{Hex } F}$

D. de Karnaugh de 4 variables

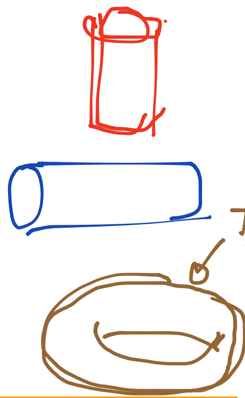
A=0

DE \ BC	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

A=1

DE \ BC	00	01	11	10
00	16	20	28	24
01	17	21	29	25
11	19	23	31	27
10	18	22	30	26

D. de Karnaugh de 5 variables



toro

Diagramas de KARNAUGH

$$f(A,B,C) = A + B \cdot C$$

$$f(A,B,C) = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C$$

$$f(A,B,C) = \sum m(3,4,5,6,7)$$

A   A=1   A=1

B=1

B=0

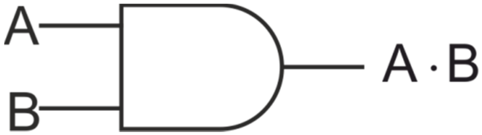
C \ AB	00	01	11	10
0	Ø (0)	Ø (2)	1 (6)	1 (4)
1	Ø (1)	1 (3)	1 (7)	1 (5)

BC

A ← la única variable que no cambia en la agrupación

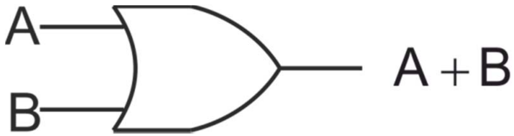
Si la variable vale 1 → sin negar
vale Ø → negada

Puerta AND



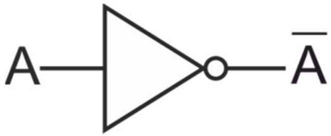
A	B	A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Puerta OR



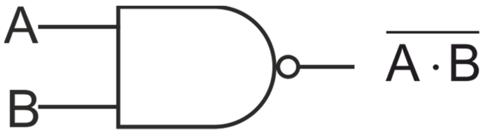
A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Puerta NOT



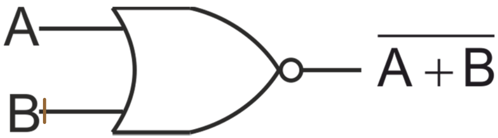
A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Puerta NAND



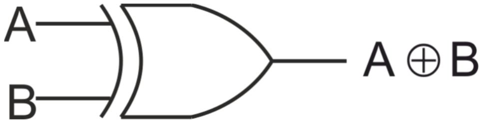
A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Puerta NOR



A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

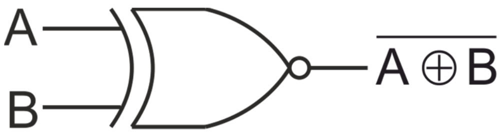
Puerta OR-EXCLUSIVE (XOR)



$$A \oplus B = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

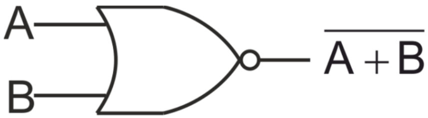
Puerta NOR-EXCLUSIVE (XNOR)

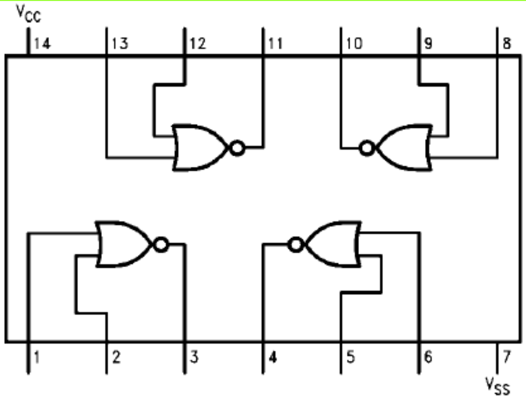


$$\overline{A \oplus B} = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$$

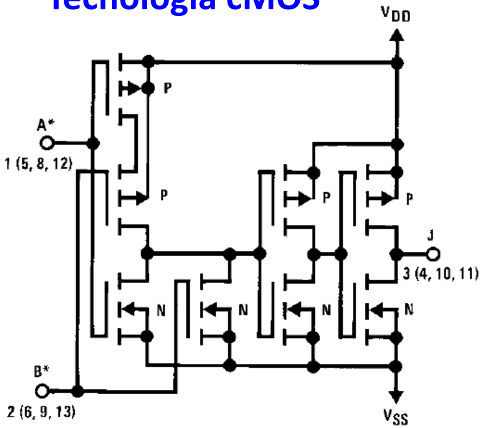
A	B	$\overline{A \oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

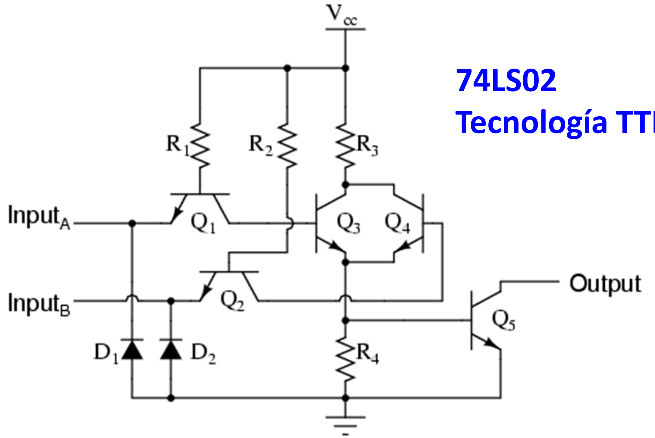
Puerta NOR





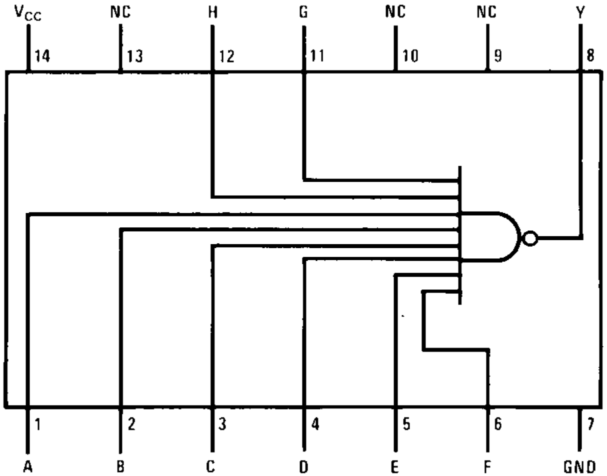
CD4001
Tecnología cMOS

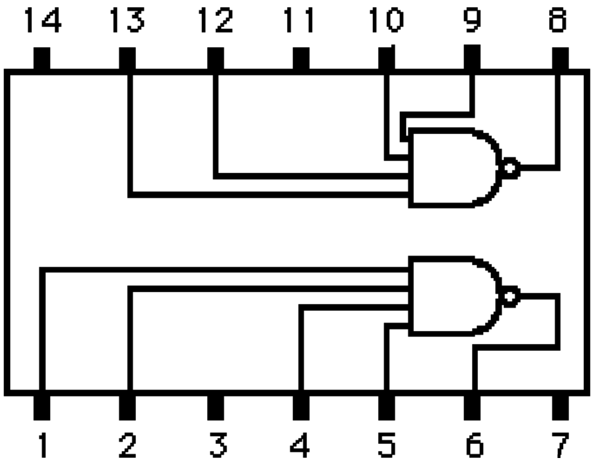




74LS02
Tecnología TTL

También existen puertas de más de dos entradas



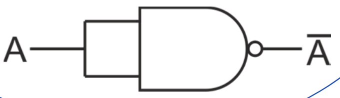


Suficiencia de las puertas NAND y NOR

Cualquier función lógica se puede implementar utilizando únicamente puertas NAND o puertas NOR

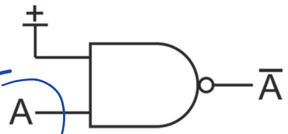
Puertas NOT

$$A \cdot A = A \quad \rightarrow \quad \overline{A \cdot A} = \overline{A}$$

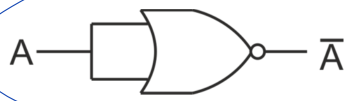


$$\overline{A \cdot 1} = \overline{A}$$

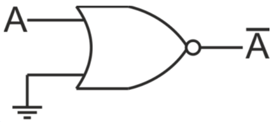
1



$$A + A = A \quad \rightarrow \quad \overline{A + A} = \overline{A}$$

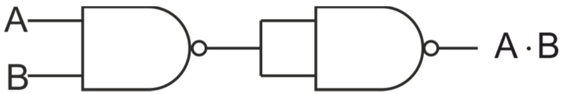


$$\overline{A + 0} = \overline{A}$$



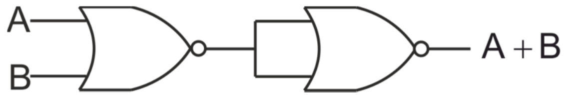
Puerta AND

$$A\cdot B = \overline{\overline{A\cdot B}}$$

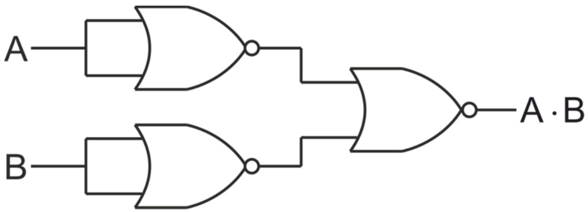


Puerta OR

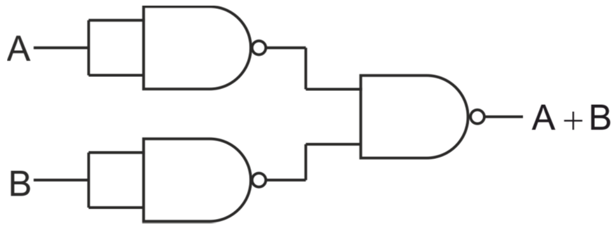
$$A+B = \overline{\overline{A+B}}$$



$$A\cdot B = \overline{\overline{A\cdot B}} = \overline{\overline{A}+\overline{B}}$$

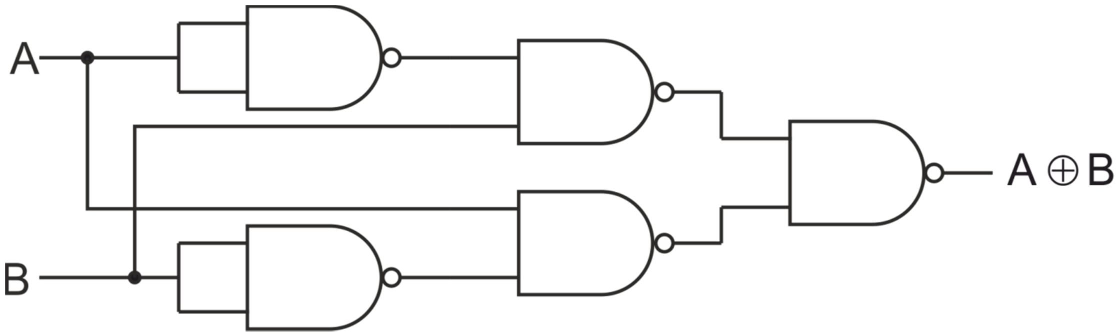


$$A+B = \overline{\overline{A+B}} = \overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}$$



Puerta OR-EXCLUSIVE

$$A \oplus B = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} = \overline{\overline{\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}}} = \overline{\overline{\overline{A} \cdot B} \cdot \overline{A \cdot \overline{B}}}$$



Puerta OR-EXCLUSIVE

$$A \oplus B = \overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B}}} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{A\cdot\overline{B}}} =$$

$$= \overline{\overline{\overline{A}\cdot B}} + \overline{\overline{A\cdot\overline{B}}} = \overline{\overline{\overline{A+\overline{B}}+\overline{\overline{A}+B}}}$$

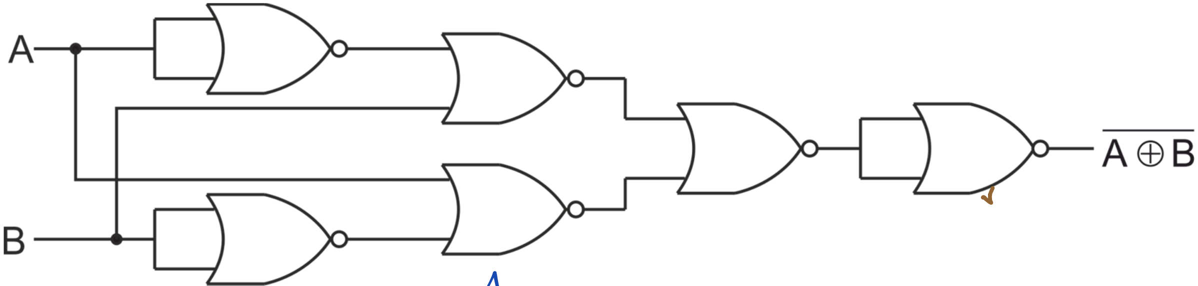


Tabla de verdad

$$Y(A,B,C) = A + B \cdot C$$

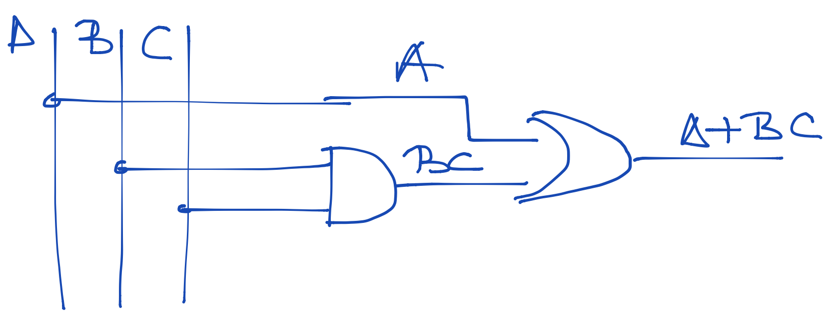
	A	B	C	Y	BC	
0	0	0	0	0	0	$\rightarrow (A+B+C)$
1	0	0	1	0	0	$\rightarrow (A+B+\overline{C})$
2	0	1	0	0	0	$\rightarrow (A+\overline{B}+C)$
3	0	1	1	1	1	$\rightarrow \overline{A}BC$ m_3
4	1	0	0	1	0	$\rightarrow A\overline{B}\,\overline{C}$ m_4
5	1	0	1	1	0	$\rightarrow A\overline{B}C$ m_5
6	1	1	0	1	0	$\rightarrow AB\overline{C}$ m_6
7	1	1	1	1	1	$\rightarrow ABC$ m_7

$Y(A,B,C)$ como suma de productos

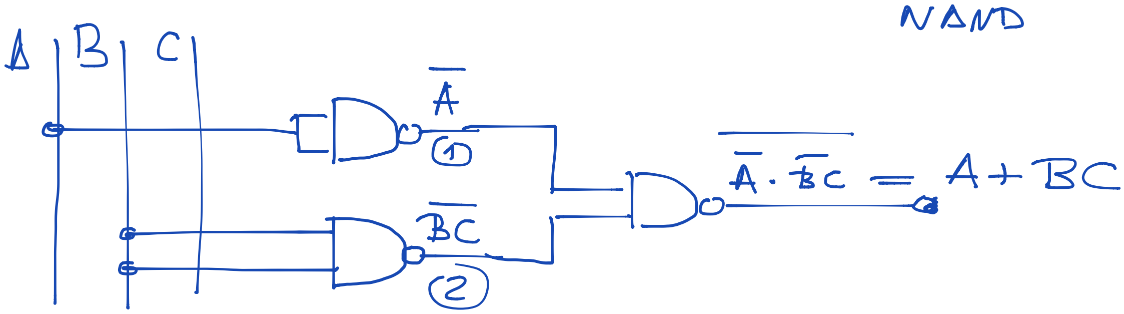
$$Y(A,B,C) = \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$$

$Y(A,B,C)$ como producto de sumas

$$Y(A,B,C) = (A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)$$

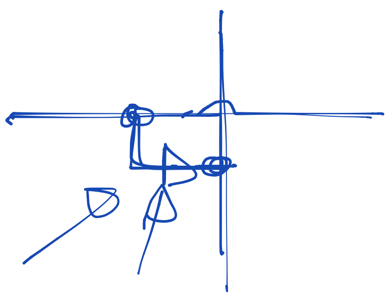


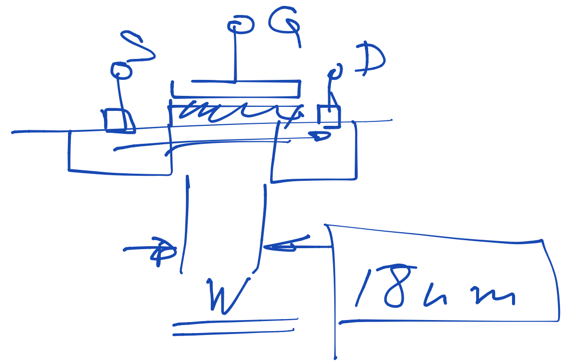
$$y = A+BC = \overline{\overline{A+BC}} = \underbrace{\overline{\underbrace{\bar{A}}_{NAND} \cdot \underbrace{\overline{BC}}_{NAND}}}_{NAND}$$



SoC

System On Chip





1 muestra de sonido 12 bits

20 — 20000 Hz

20 kHz → 44 kHz = frecuencia de muestreo

1 segundo de música 44000 · 12 bits