



electrónica general

Introducción a la Electrónica Digital

Tema 5

Introducción a la Electrónica Digital

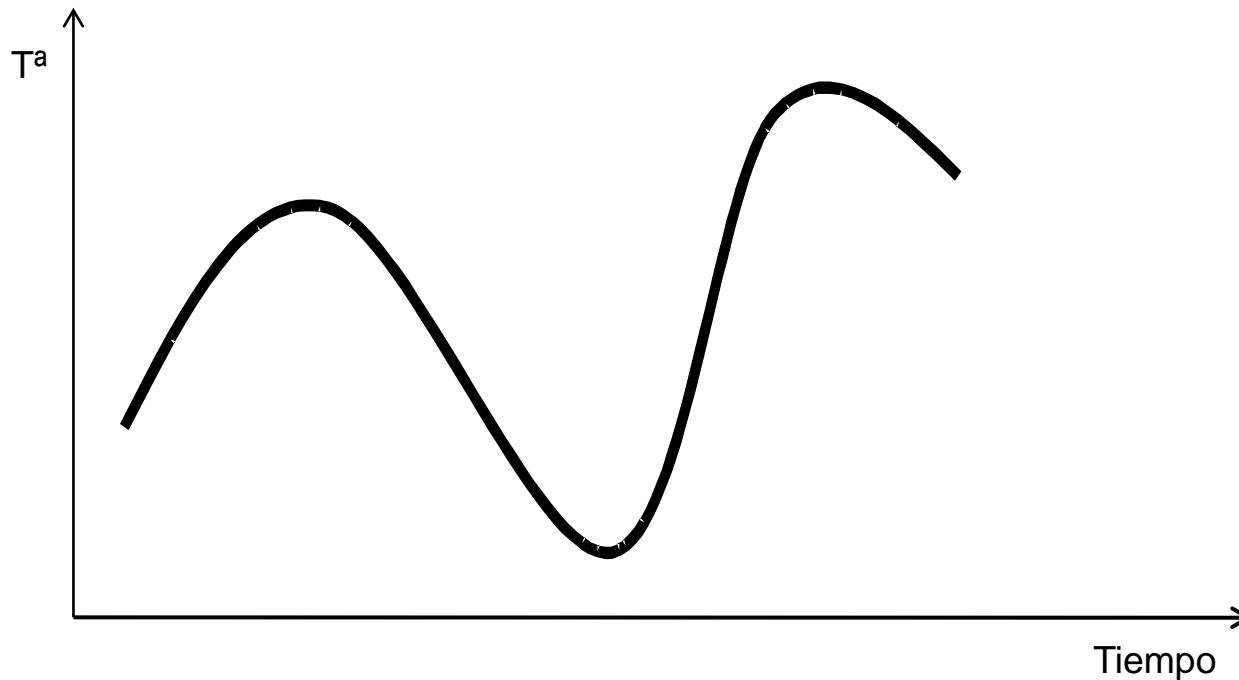
1. Señales analógicas y señales digitales.
2. Sistemas de numeración: Sistema binario.
3. Álgebra de Boole: postulados y teoremas fundamentales.
4. Las funciones lógicas utilizadas en electrónica digital.
5. Implementación electrónica de puertas lógicas

1. Señales analógicas y señales digitales

La **electrónica analógica** utiliza magnitudes con valores continuos

La **electrónica digital** emplea magnitudes con valores discretos.

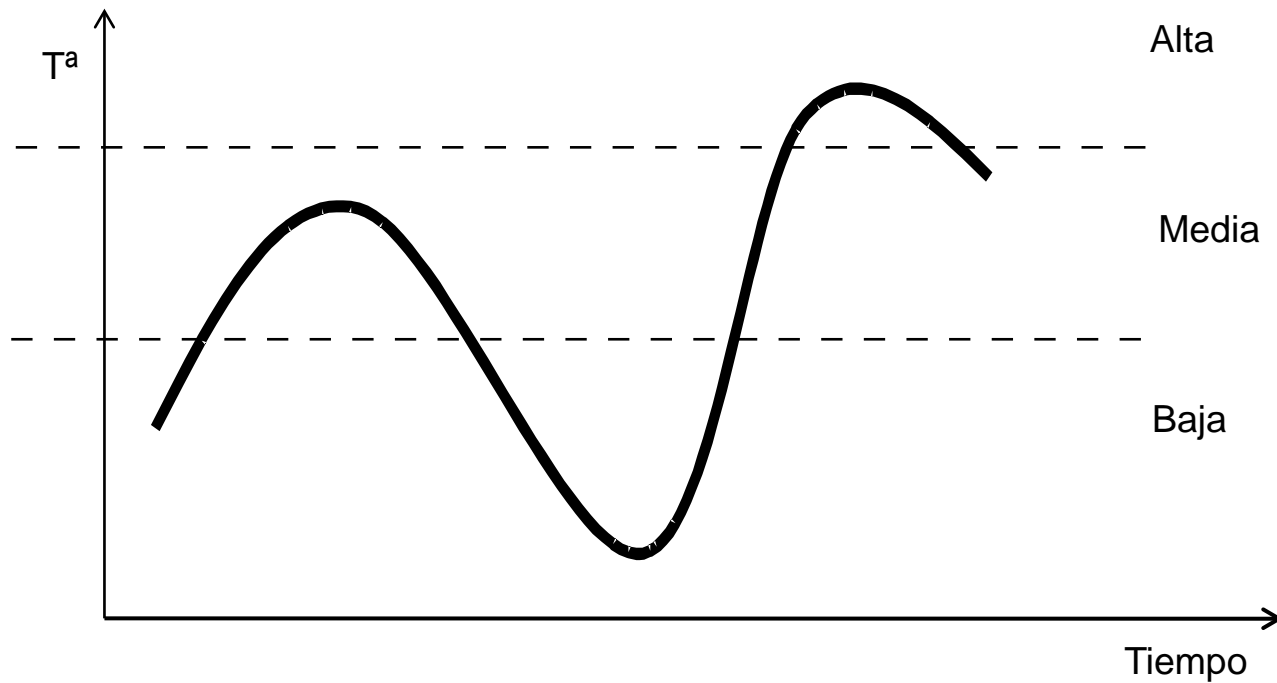
Una **señal analógica** es aquella cuya magnitud, en cada instante de tiempo, puede tomar cualquiera de los valores infinitos del rango dónde esta definida, pudiendo cambiar de valor en cantidades arbitrariamente pequeñas



1. Señales analógicas y señales digitales

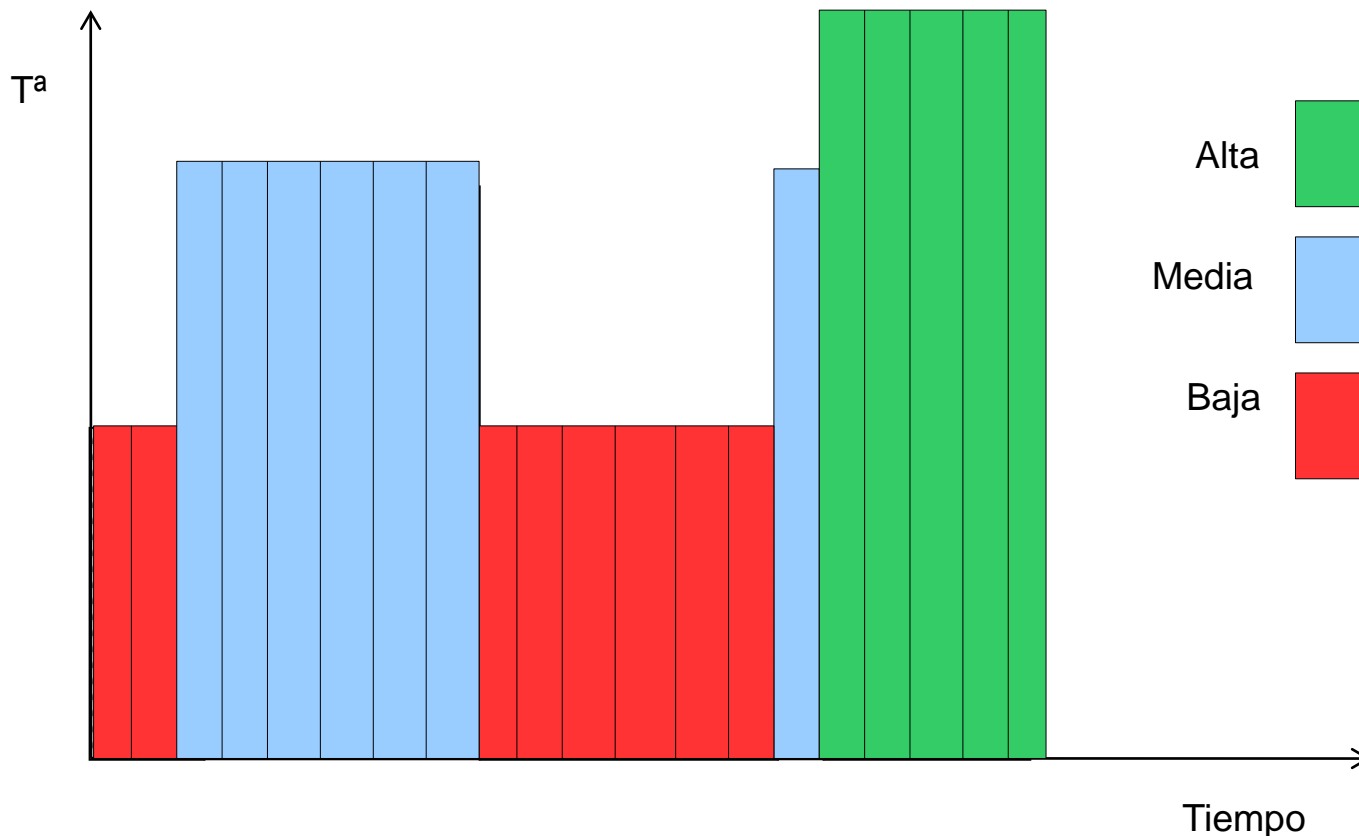
Las **señales digitales** son aquellas cuyas magnitudes, en cada instante de tiempo, solo pueden tomar un valor entre un conjunto finito de q valores o estados. En el paso de un valor a otro se produce una discontinuidad al no existir valores intermedios

Las señales analógicas se pueden digitalizar (muestreo y cuantificación)



1. Señales analógicas y señales digitales

- Información digitalizada, que se puede procesar por un sistema digital.
- Esta información se recoge fácilmente.
- La precisión y la exactitud se mantiene en todo el sistema fácilmente.
- El ruido y las perturbaciones son menos perjudiciales para el sistema digital.



2. Sistemas de numeración: Sistema Binario

Sistema numérico: conjunto de reglas que se aplican a una forma concreta de representar los números.

En el proceso de digitalización, una vez elegido q , tenemos que elegir una serie de “símbolos” que nos permitan representar los valores posibles de la señal digitalizada.

Un número cualquiera, N , tomando una base, b , se puede representar mediante una serie de coeficientes (a_i) o símbolos relativos a la base en que esta representado ($0 \leq a_i < b-1$)

$$N = a_n a_{n-1} \cdots a_i \cdots a_0, a_{-1} \cdots a_{-p}$$

$$N = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \cdots + a_0 b^0 + a_{-1} b^{-1} + \cdots + a_{-p} b^{-p}$$

En el caso del sistema digital:

$$N = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \cdots + a_i 10^i + \cdots + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + \cdots + a_{-p} 10^{-p}$$

$$N = 237,4 \Leftrightarrow N = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1}$$

2. Sistemas de numeración: Sistema Binario

Señales digitales con dos estados : **binarias**

Variable Lógica: representación de los valores discretos de una señal digital binaria.

Condiciones que ha de cumplir:

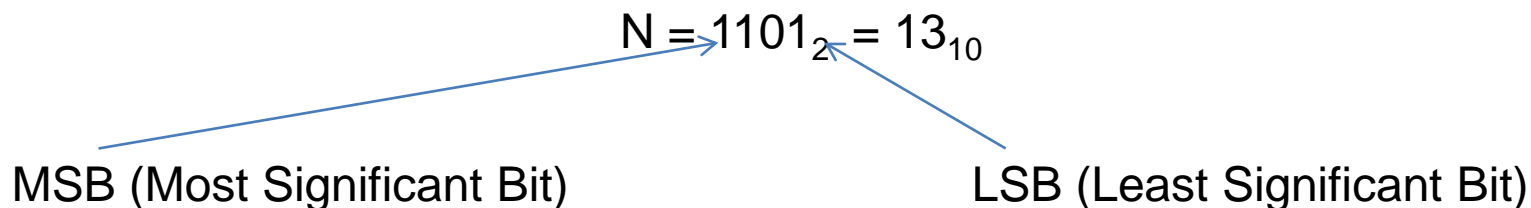
- 1.- La variable lógica puede adoptar uno de los dos valores posibles.
- 2.- Los valores se expresan por sentencias declarativas.
- 3.- Los dos posibles valores expresados por las sentencias declarativas deben ser excluyentes.

Sistema binario $\rightarrow B = 2; a_i = \{0,1\}$

Interruptor	Transistor	Dirección	Sexo	Afirmación	V. lógica
Abierto	Corte	Izquierda	Mujer	Falsa	0
Cerrado	Saturación	Derecha	Hombre	Verdadera	1

2. Sistemas de numeración: Sistema Binario

A cada uno de los coeficientes de un número binario se le denomina **bit**



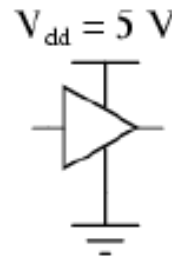
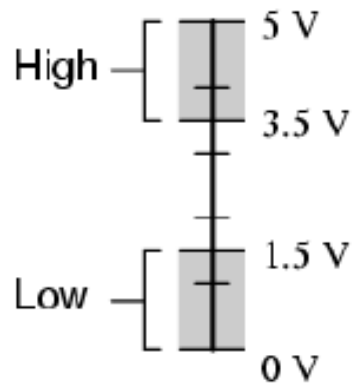
$$N = 43,40625$$

Parte entera				Parte fraccionaria			
División	Cociente	Resto	Coeficiente	Producto	Fracción	Entera	Coefic.
43:2	21	1	a_0	0.40625×2	0.8125	0	a_{-1}
21:2	10	1	a_1	0.8125×2	0.625	1	a_{-2}
10:2	5	0	a_2	0.625×2	0.25	1	a_{-3}
5:2	2	1	a_3	0.25×2	0.5	0	a_{-4}
2:2	1	0	a_4	0.5×2	0	1	a_{-5}
1:2	0	1	a_5				

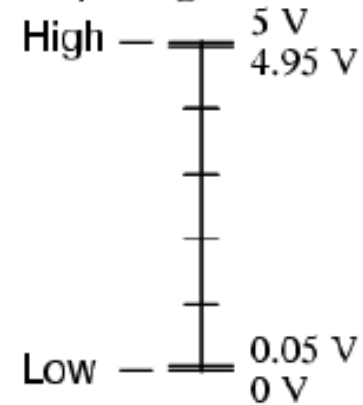
$$43,40625 = 101011,01101_2$$

2. Sistemas de numeración: Sistema Binario

*Acceptable CMOS gate
input signal levels*



*Acceptable CMOS gate
output signal levels*



2. Sistemas de numeración: Sistema Binario

En electrónica son utilizados otros sistemas de numeración para acotar la notación binaria:

SISTEMA OCTAL

$B = 8 = 2^3$; $a_i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ Equivale a 3 cifras en binario

SISTEMA HEXADECIMAL:

$B = 16 = 2^4$; $a_i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$ Equivale a 4 cifras en binario

Es muy fácil pasar de un sistema binario, y viceversa :

$$N = 10100111_2 = A7_{16} = 247_8 = 167_{10}$$

3. Álgebra de Boole: postulados y teoremas fundamentales

La base matemática de las operaciones entre variables lógicas es el álgebra de Boole.

El álgebra de Boole es todo conjunto (\mathbf{B}) de variables lógicas relacionadas por dos operaciones denominadas **suma y producto lógico**, que cumplen los siguientes postulados:

1. Ambas operaciones son conmutativas:

$$a + b = b + a; \quad a \cdot b = b \cdot a; \quad \forall a, b \in \mathbf{B}$$

2. Existe un elemento neutro para cada operación, el 0 para la suma y el 1 para el producto

$$a + 0 = 0 + a = a; \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad \forall a, b \in \mathbf{B}$$

3. Cada operación es distributiva con respecto a la otra:

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c); \quad \forall a, b, c \in \mathbf{B}$$

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c); \quad \forall a, b, c \in \mathbf{B}$$

3. Álgebra de Boole: postulados y teoremas fundamentales

4. Para cada elemento, existe un elemento, y solo uno, tal que:

$$a + \bar{a} = 1; \quad a \cdot \bar{a} = 0 \quad \forall a \in \mathbf{B}$$

Siendo \bar{a} el complemento de a

+	0	1
0	0	1
1	1	1

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Operaciones del álgebra de Boole

3. Álgebra de Boole: postulados y teoremas fundamentales

A los anteriores postulados, hemos de añadir los siguientes teoremas:

$$(1) \quad a + a = a; \quad a \cdot a = a$$

$$(2) \quad a + 1 = 1; \quad a \cdot 0 = 0$$

$$(3) \quad a = \overline{\overline{a}}$$

$$(4) \quad a + a \cdot b = a; \quad a \cdot (a + b) = a$$

$$(5) \quad a + (b + c) = (a + b) + c; \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

$$(6) \quad \overline{(a + b)} = \overline{a} \cdot \overline{b}; \quad \overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b} \quad \text{Teorema De Morgan}$$

$$(7) \quad \overline{f(a, b, \dots, n, +, \cdot)} = f(\overline{a}, \overline{b}, \dots, \overline{n}, \cdot, +) \quad \text{Teorema de Shannon}$$

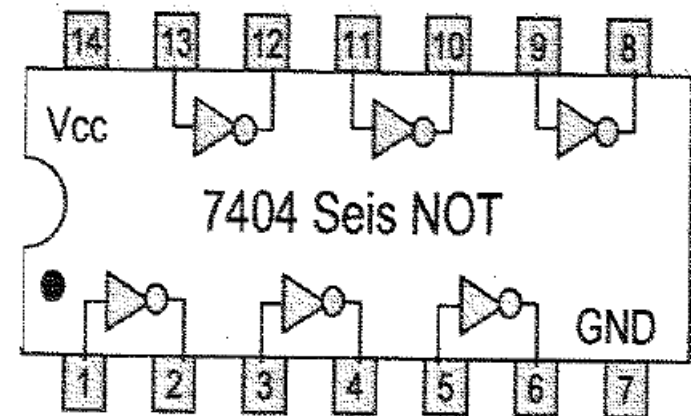
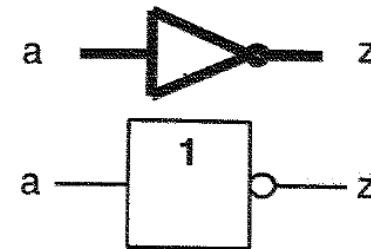
Función inversión o NOT (-)

La función NOT corresponde a la operación complemento lógico:

$$z = \bar{a}$$

En electrónica digital se utiliza un círculo para indicar que la entrada o la salida esta complementada

a	z
0	1
1	0

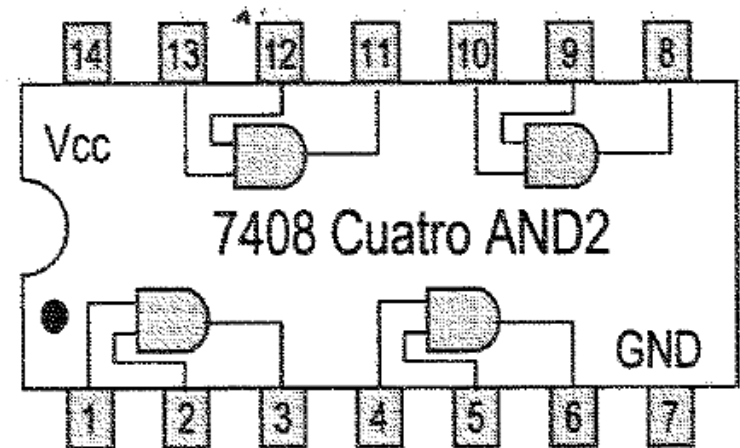
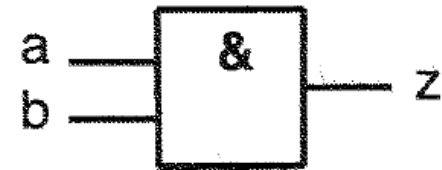


Función AND (·)

La función AND corresponde a la operación producto lógico:

$$z = a \cdot b$$

a	b	z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

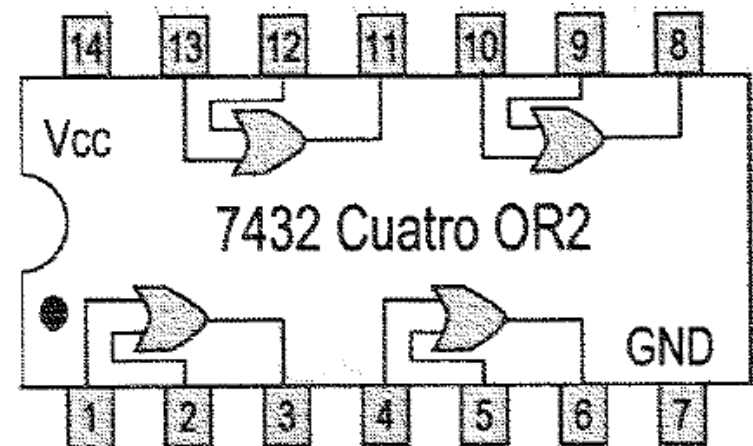
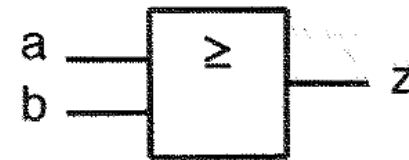


Función OR (+)

La función OR corresponde a la operación suma lógica:

$$z = a + b$$

a	b	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Las funciones anteriores son básicas, de tal forma que se puede obtener cualquier otra función como combinación de ellas.

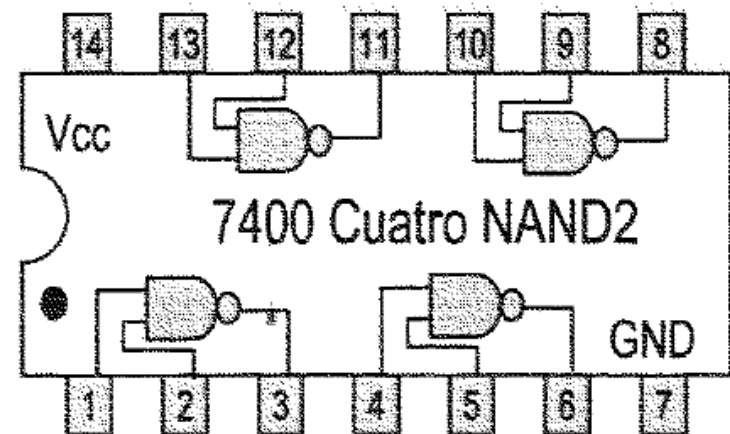
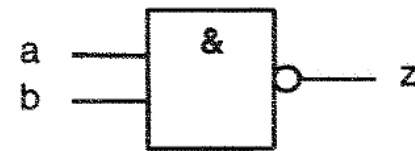
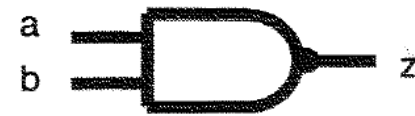
A continuación se presentan una serie de funciones muy habituales en electrónica digital que combinan las funciones AND, OR y NOT

Función NAND

La función NAND corresponde a la operación producto lógico complementado:

$$z = \overline{a \cdot b}$$

a	b	z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

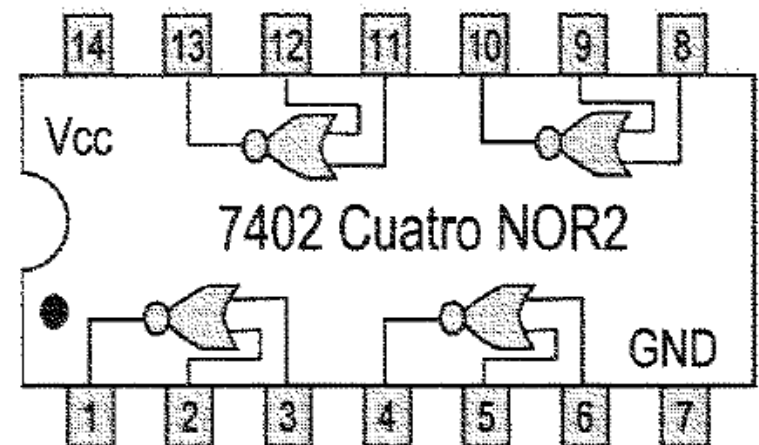
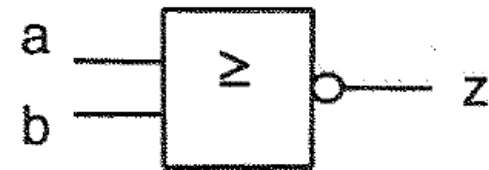


Función NOR

La función NOR corresponde a la operación suma lógica complementada:

$$z = \overline{a + b}$$

a	b	z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



4. Funciones Lógicas utilizadas en Electrónica Digital

Tanto la función NAND como NOR se denominan puertas universales ya que son ellas las que pueden realizar cualquiera de las puertas básicas ya comentadas aplicando los teoremas de De Morgan,:

Función	NOR	NAND
	$z = \overline{a + b}$	$z = \overline{a \cdot b}$
NOT $z = \overline{a}$	Si $a = b$ $z = \overline{a}$	Si $a = b$ $z = \overline{a}$
AND $z = a \cdot b$	$z = \overline{\overline{a \cdot b}} = \overline{\overline{a + b}}$	
OR $z = a + b$	$z = \overline{\overline{a + b}} = \overline{\overline{a \cdot b}}$	

Función OR exclusiva XOR (\oplus)

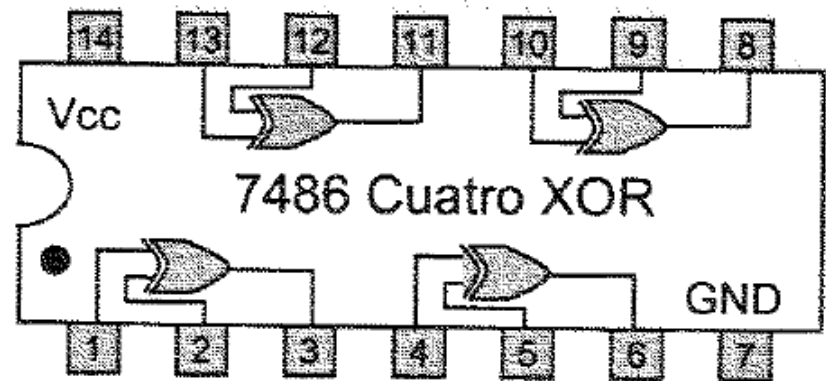
La puerta XOR realiza una función de solo dos variables:

$$z = \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b}$$

$$z = (a + b) \cdot (\bar{a} + \bar{b})$$

$$z = a \oplus b$$

a	b	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



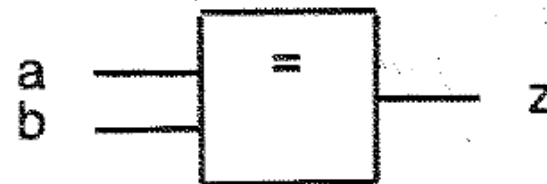
Función NOR exclusiva XNOR

La función XNOR corresponde a la operación XOR complementada:

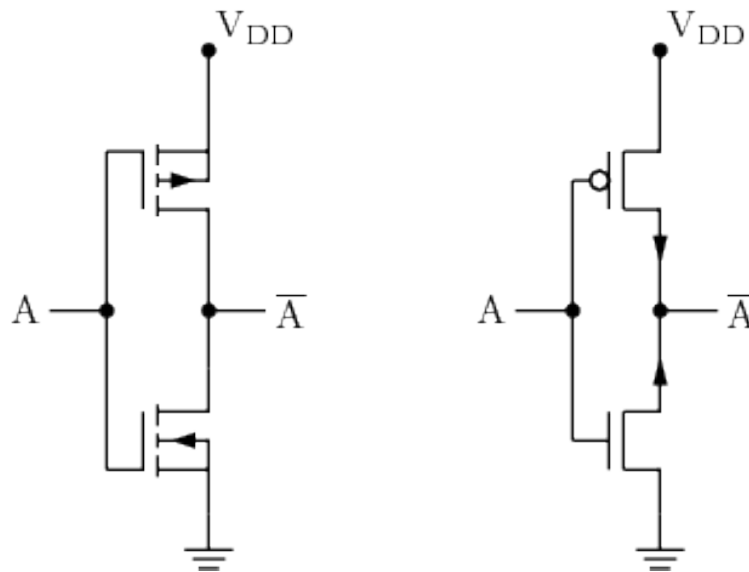
$$z = \overline{\overline{a} \cdot b + a \cdot \overline{b}}$$

$$z = \overline{a \oplus b}$$

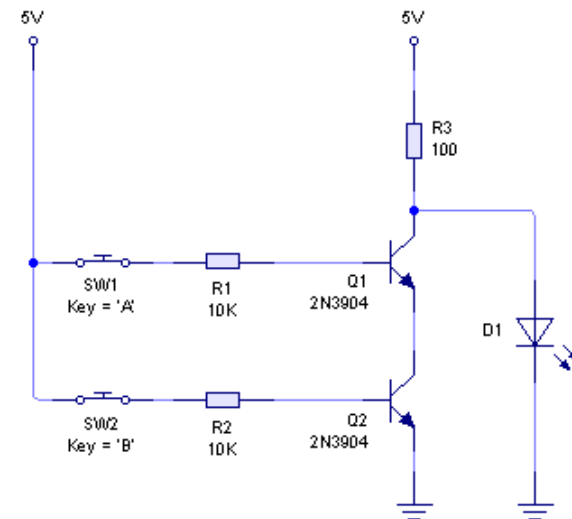
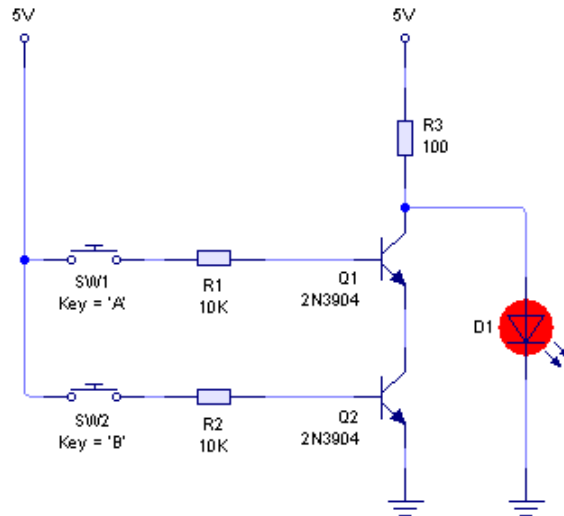
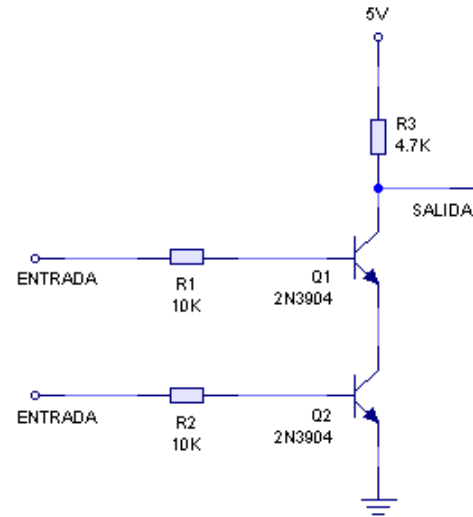
a	b	z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



NOT

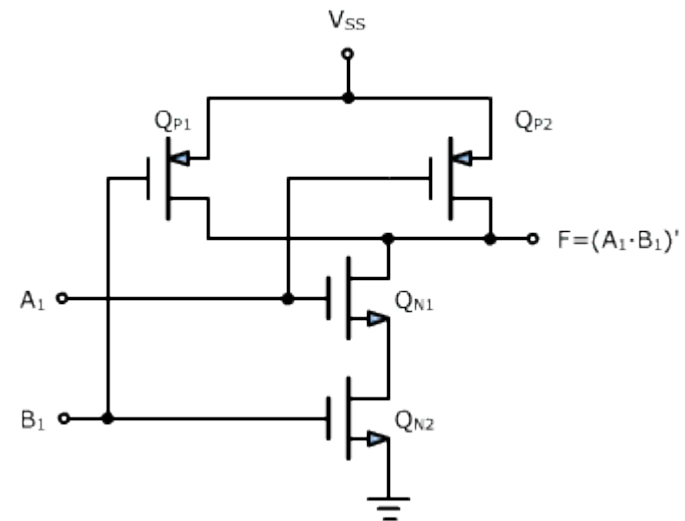


NAND



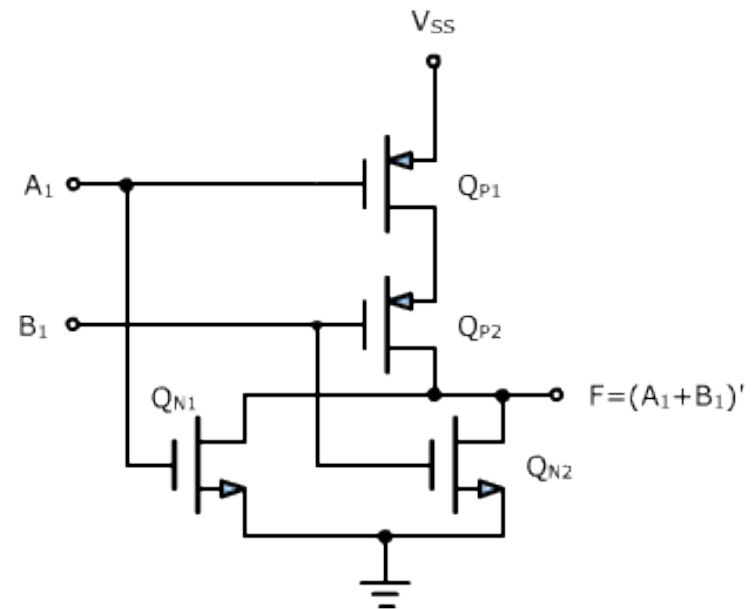
NAND con transistores MOS

A_1	B_1	Q_{P1}	Q_{P2}	Q_{N1}	Q_{N2}	F
0	0	ON	ON	OFF	OFF	1
0	1	ON	OFF	OFF	ON	1
1	0	OFF	ON	ON	OFF	1
1	1	OFF	OFF	ON	ON	0

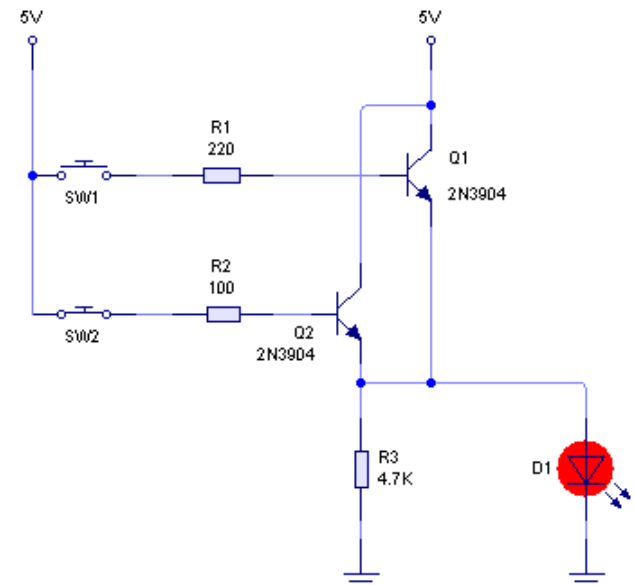
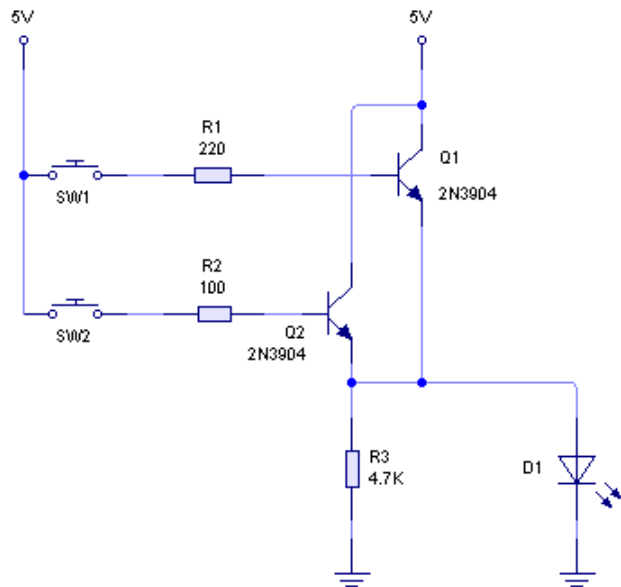
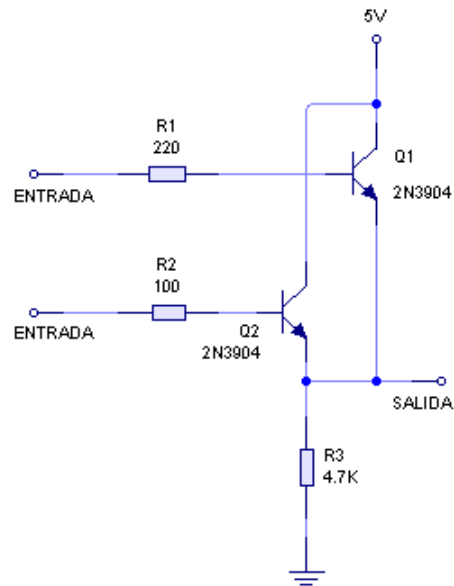


NOR con transistores MOS

A_1	B_1	Q_{P1}	Q_{P2}	Q_{N1}	Q_{N2}	F
0	0	ON	ON	OFF	OFF	1
0	1	ON	OFF	OFF	ON	0
1	0	OFF	ON	ON	OFF	0
1	1	OFF	OFF	ON	ON	0

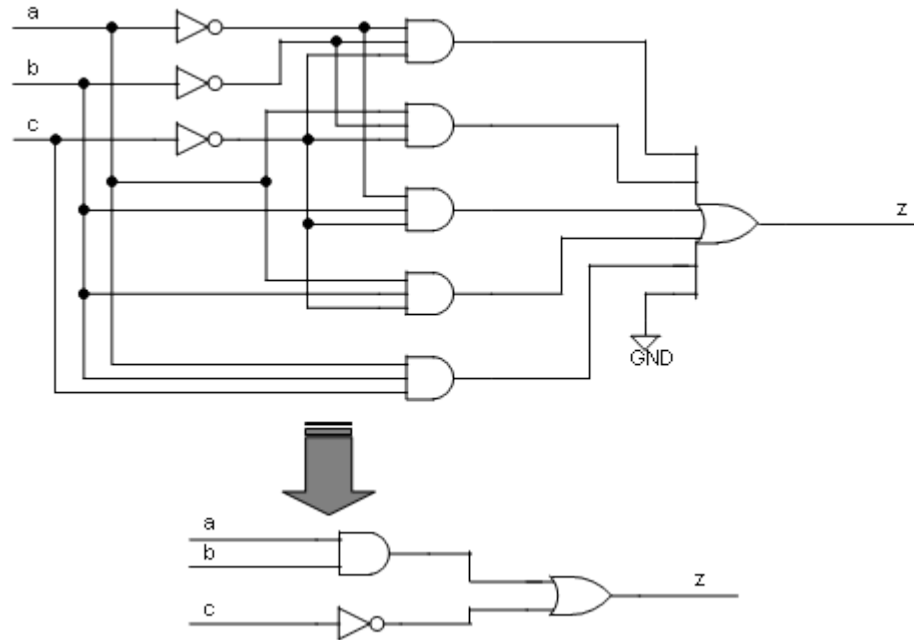


OR



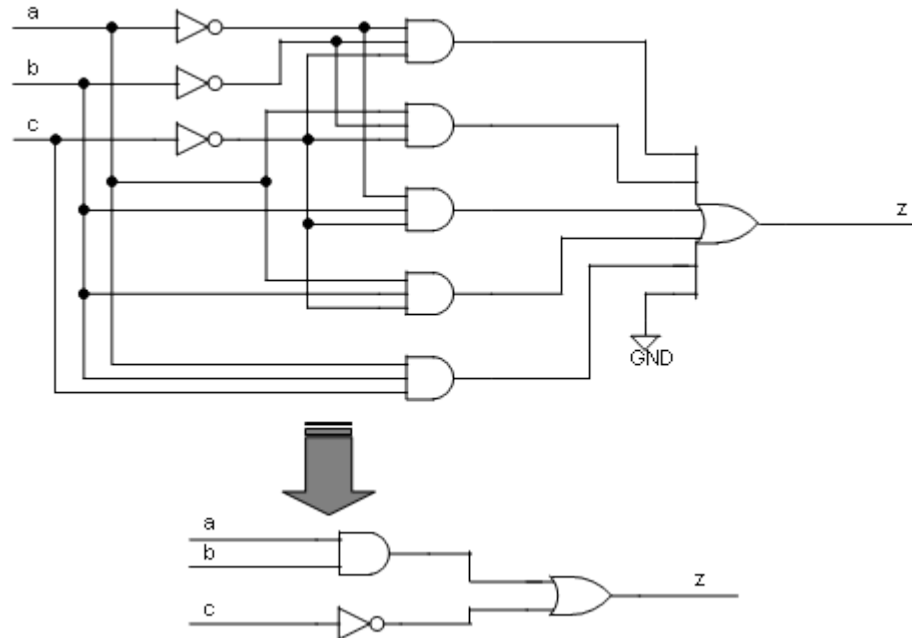
6. Simplificación de funciones lógicas

A menudo es posible realizar una simplificación de las funciones lógicas



6. Simplificación de funciones lógicas

A menudo es posible realizar una simplificación de las funciones lógicas



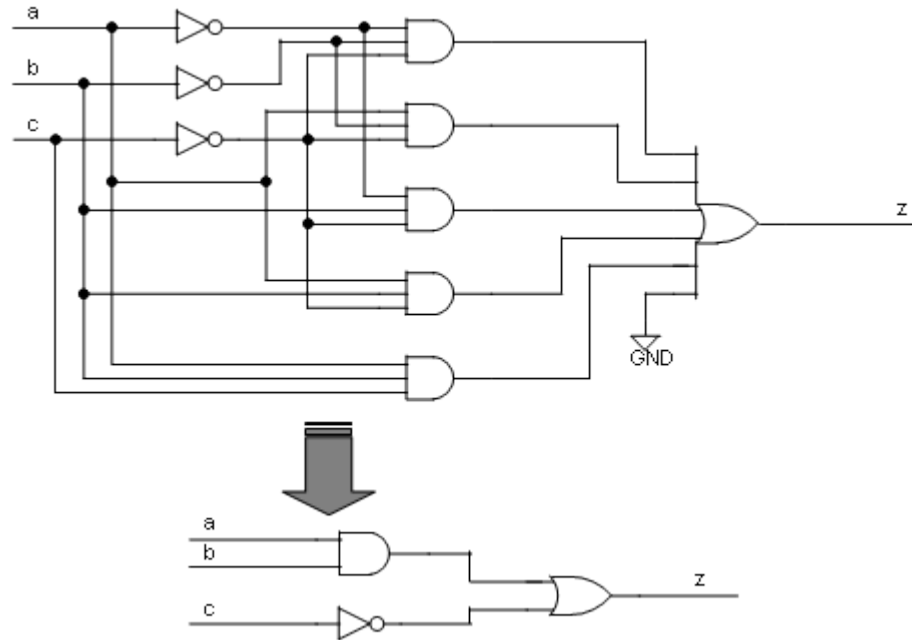
Hay dos opciones:

1.- Simplificación algebraica: utilizando los postulados y teoremas del álgebra de Boole.

$$abc\dots + \bar{a}bc\dots = (a + \bar{a})bc\dots = bc\dots$$
$$(a + b + c + \dots)(\bar{a} + b + c + \dots) = a\bar{a} + b + c + \dots = b + c + \dots$$

6. Simplificación de funciones lógicas

A menudo es posible realizar una simplificación de las funciones lógicas



Hay dos opciones:

- 1.- Simplificación algebraica: utilizando los postulados y teoremas del álgebra de Boole.
- 2.- Utilizando las tablas de Karnaugh.

6. Simplificación de funciones lógicas

Las tablas o mapas de Karnaugh es una herramienta gráfica para la representación de la tabla de la verdad de una función.

The image displays three Karnaugh maps. The top-left map is for two variables, 'a' and 'b', with columns for 'b' (0, 1) and rows for 'a' (0, 1). The top-right map is for three variables, 'a', 'b', and 'c', with columns for 'bc' (00, 01, 11, 10) and rows for 'a' (0, 1). The bottom map is for four variables, 'a', 'b', 'c', and 'd', with columns for 'cd' (00, 01, 11, 10) and rows for 'ab' (00, 01, 11, 10). Each cell in the maps contains a decimal number representing the minterm index.

b	0	1
a	0	1
0	0	1
1	2	3

bc	00	01	11	10
a	0	1	3	2
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

cd	00	01	11	10
ab	0	1	3	2
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Son rectángulos formados por celdas que corresponden a cada combinación de las variables de la función.

Sus celdas están dispuesta de forma que dos celdas adyacentes únicamente difieren en el estado de una variable lógica.

6. Simplificación de funciones lógicas

Proceso de simplificación utilizando las tablas de Karnaugh:

1.- Tabla de la verdad de la función a simplificar.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

6. Simplificación de funciones lógicas

Proceso de simplificación utilizando las tablas de Karnaugh:

- 1.- Tabla de la verdad de la función a simplificar.
- 2.- Rellenamos la tabla de Karnaugh.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

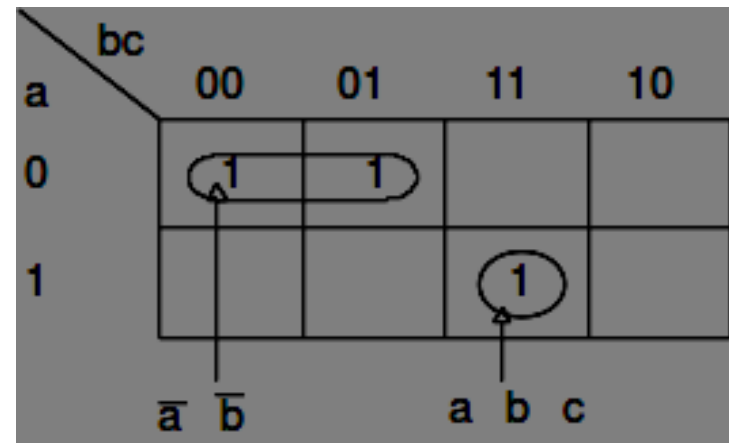
		<i>bc</i>			
		00	01	11	10
<i>a</i>	0	1	1		
	1			1	

6. Simplificación de funciones lógicas

Proceso de simplificación utilizando las tablas de Karnaugh:

- 1.- Tabla de la verdad de la función a simplificar.
- 2.- Rellenamos la tabla de Karnaugh.
- 3.- Agrupamos según celdas de 2^n (0,1,2,4,8..... 2^n).
- 4.- Se obtiene la expresión para cada grupo.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



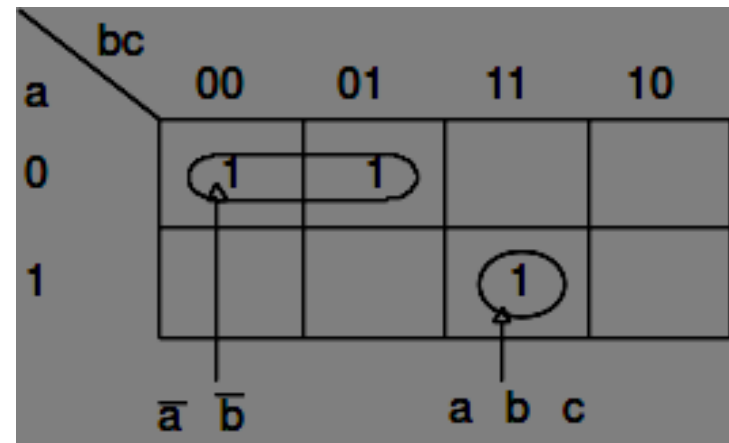
6. Simplificación de funciones lógicas

Proceso de simplificación utilizando las tablas de Karnaugh:

- 1.- Tabla de la verdad de la función a simplificar.
- 2.- Rellenamos la tabla de Karnaugh.
- 3.- Agrupamos según celdas de 2^n (0,1,2,4,8..... 2^n).
- 4.- Se obtiene la expresión para cada grupo.
- 5.- Crear la función lógica.

$$f(a, b, c) = \bar{a}\bar{b} + abc$$

a	b	c	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



6. Simplificación de funciones lógicas

La expresión anterior se expresará:

1.- En agrupaciones de “1”: ***minterms***

$$f(a, b, c) = \bar{a}\bar{b} + abc = \bar{a}\bar{b}(c + \bar{c}) + abc = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + abc$$

$$f(a, b, c) = \sum (0, 1, 7)$$

6. Simplificación de funciones lógicas

La expresión anterior se expresar:

- 1.- En agrupaciones de "1": ***minterms***
- 2.- En agrupaciones de "0": ***maxterms***

		bc			
		00	01	11	10
a	0	1	1	0	0
	1	0	0	1	0

$$f(a, b, c) = (\bar{a} + b + c)(\bar{a} + b + \bar{c})(a + \bar{b} + \bar{c})(a + \bar{b} + c)(\bar{a} + \bar{b} + c)$$

$$f(a, b, c) = \prod (2,3,4,5,6)$$

6. Simplificación de funciones lógicas

Ejemplo: $z = ab + bc$

Núm.	a	b	c	z		
0	0	0	0	0		
1	0	0	1	0		
2	0	1	0	0		
3	0	1	1	1		
4	1	0	0	0		
5	1	0	1	0		
6	1	1	0	1		
7	1	1	1	1		

6. Simplificación de funciones lógicas

Ejemplo: $z = ab + bc$

Núm.	a	b	c	z	Minterm	Maxterm
0	0	0	0	0	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$	$a + b + c$
1	0	0	1	0	$\bar{a}\bar{b}c$	$a + b + \bar{c}$
2	0	1	0	0	$\bar{a}b\bar{c}$	$a + \bar{b} + c$
3	0	1	1	1	$\bar{a}bc$	$a + \bar{b} + \bar{c}$
4	1	0	0	0	$a\bar{b}\bar{c}$	$\bar{a} + b + c$
5	1	0	1	0	$a\bar{b}c$	$\bar{a} + b + \bar{c}$
6	1	1	0	1	$ab\bar{c}$	$\bar{a} + \bar{b} + c$
7	1	1	1	1	abc	$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$

6. Simplificación de funciones lógicas

Ejemplo: $z = ab + bc$

Núm.	a	b	c	z	Minterm	Maxterm
0	0	0	0	0	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$	$a + b + c$
1	0	0	1	0	$\bar{a}\bar{b}c$	$a + b + \bar{c}$
2	0	1	0	0	$\bar{a}b\bar{c}$	$a + \bar{b} + c$
3	0	1	1	1	$\bar{a}bc$	$a + \bar{b} + \bar{c}$
4	1	0	0	0	$a\bar{b}\bar{c}$	$\bar{a} + b + c$
5	1	0	1	0	$a\bar{b}c$	$\bar{a} + b + \bar{c}$
6	1	1	0	1	$ab\bar{c}$	$\bar{a} + \bar{b} + c$
7	1	1	1	1	abc	$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$

$$z = f(a, b, c) = \sum (3, 6, 7)$$

$$z = f(a, b, c) = \prod (0, 1, 2, 4, 5)$$

6. Simplificación de funciones lógicas

