

TEMAS 5 y 6 ANÁLISIS DE SISTEMAS REALIMENTADOS Y DISEÑO DE CONTROLADORES

1. Sea la ecuación característica de un sistema realimentado con control proporcional:

$$1 + G_c(s)G_p(s) = s^3 + 3s^2 + 3s + 1 + \frac{K_c}{8}.$$

Encontrar la ganancia crítica (última), K_u que hace al sistema críticamente estable, así como el periodo de la oscilación.

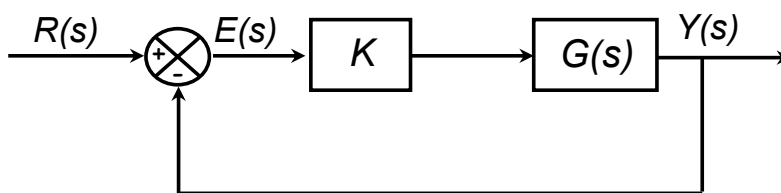
2. Sean $G_a(s)$, $G_p(s)$ y $G_T(s)$ las funciones de transferencia de un actuador, del proceso y del sensor-transmisor:

$$G_a(s) = K_v = 1, \quad G_p(s) = \frac{2,5}{1+2s} \quad \text{y} \quad G_T(s) = \frac{K_T}{1+\tau_T s}$$

El controlador que se utiliza en el bucle de realimentación es proporcional de ganancia $K_c=2$. Se pide:

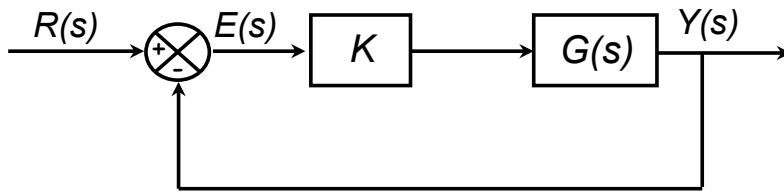
- Dibujar el diagrama de bloques del bucle de realimentación.
- Analizar el efecto de K_T sobre la respuesta en bucle cerrado a un cambio en el punto de consigna (calculando δ y ω_n para varios valores de K_T manteniendo $\tau_T=1$).

3. Sea el siguiente sistema realimentado con $G(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$:



- ¿De qué tipo es este sistema?
- ¿Cuál es la ganancia en bucle cerrado?
- Hallar e_{ss} a entradas escalón y rampa unitarios.

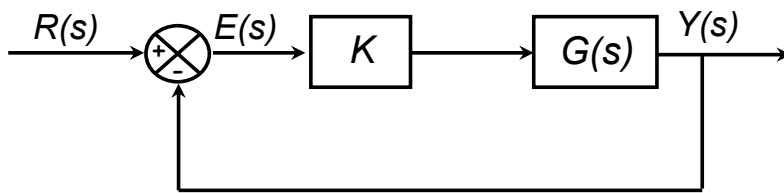
4. Sea el siguiente sistema realimentado con $G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+10)}$:



Examinar el efecto de la realimentación:

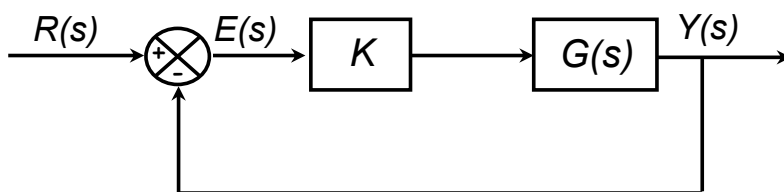
- Calculando la respuesta escalón unitario para $K=7$ y $K=20$.
- Hallando e_{ss} en ambos casos a partir de los coeficientes estáticos de error.
- Comparando ambas respuestas en cuanto al tiempo de establecimiento y la naturaleza de la respuesta.

5. Sea el siguiente sistema realimentado con $G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+4)}$:



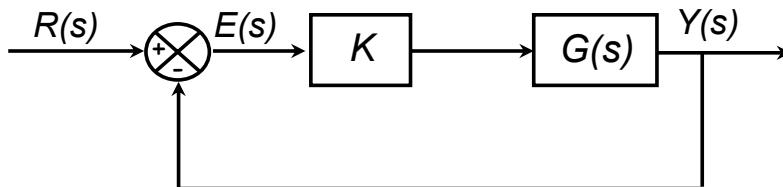
- ¿Cuál es la constante de tiempo dominante de la planta?
- ¿Para qué valor de K , la constante de tiempo dominante es la mitad de la del apartado a)?
- Para el valor de K calculado en el apartado b), calcular la respuesta escalón unitario y el error en estado estacionario.
- El error estacionario disminuye con la ganancia. ¿Qué limitará el valor de la ganancia?
- Hallar el valor de K y el error en estado estacionario correspondiente para que el coeficiente de amortiguamiento del sistema en lazo cerrado sea aproximadamente 0,7.

6. Sea el siguiente sistema realimentado con $G(s) = \frac{s+1}{s(s+3)}$:



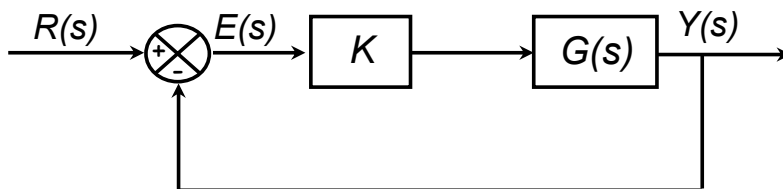
- a) Encontrar el valor de K que hace que la constante de tiempo dominante del sistema sea de 2 segundos. Encontrar asimismo la ubicación del segundo polo.
- b) Calcular el error en estado estacionario a entradas escalón y rampa unitarios.
- c) Calcular la respuesta $y(t)$ a entrada escalón unitario.

7. Sea el siguiente sistema realimentado con $G(s) = \frac{1}{s-2} \therefore$



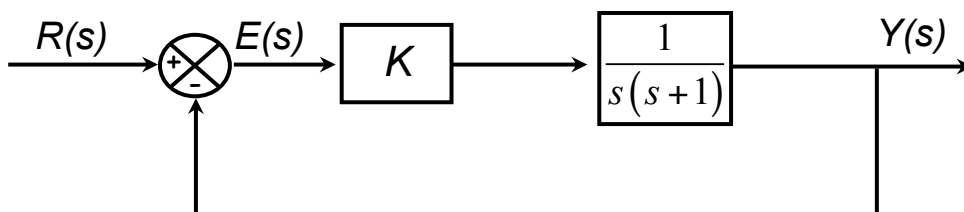
- a) ¿Es un sistema estable?
- b) Demostrar que su comportamiento dinámico varía al introducir una realimentación con ganancia proporcional K.
- c) Encontrar el valor de K que estabiliza el sistema con constante de tiempo $T=0,1$ segundos.
- d) ¿Cuál es el error en estado estacionario a entrada escalón unitario?

8. Sea el siguiente sistema a realimentado con $G(s) = \frac{s+2}{(s-2)(s+4)}$:



- a) Este sistema sería inestable sin realimentación. ¿Por qué?
- b) Calcular el valor de K para que la constante de tiempo dominante del sistema en lazo cerrado sea 1 segundo.

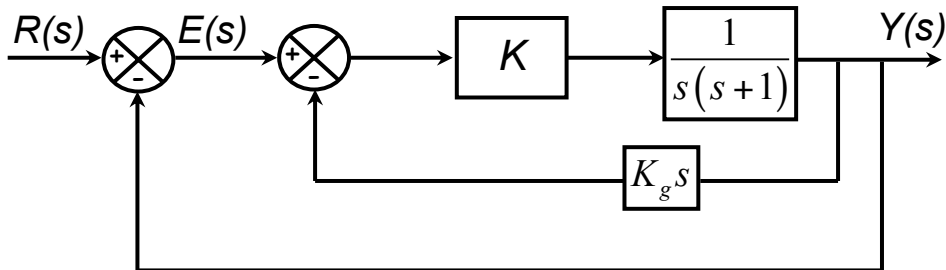
9. Sea el sistema realimentado de la figura:



- a) Encontrar el valor de K que hace que el sistema en lazo cerrado tenga un coeficiente de amortiguamiento $\delta = 0,5$.
- b) Calcular el error en estado estacionario a entrada rampa unitaria.

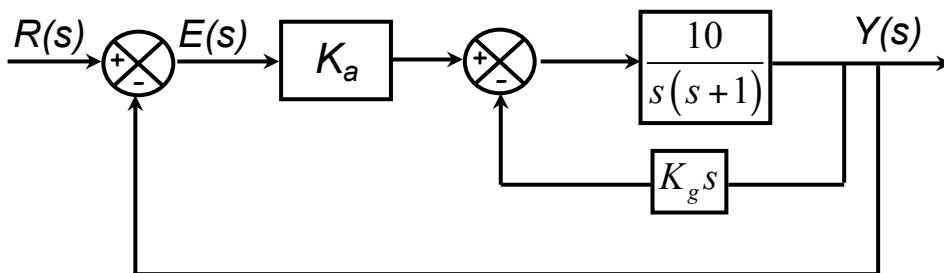
- c) Calcular el valor de K para que el error en estado estacionario a rampa unitaria sea de 0,1. ¿Cuál es el valor del coeficiente de amortiguamiento en este caso?

Dar a K el valor obtenido en el apartado c), e introducir realimentación de velocidad como se muestra en la figura siguiente:



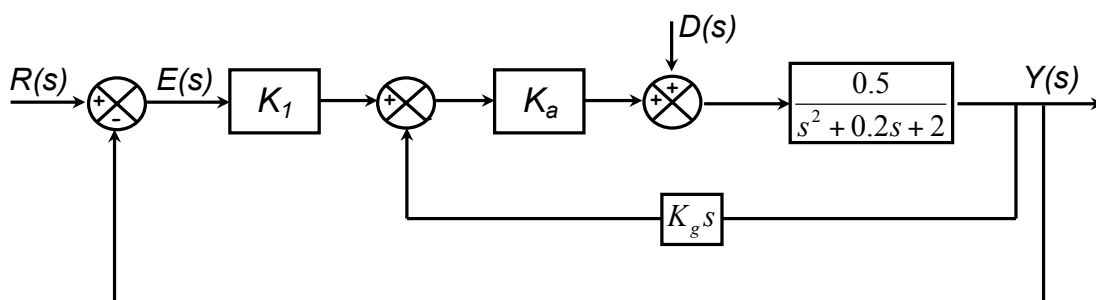
- d) ¿Qué valor hay que dar a K_g para obtener un amortiguamiento de valor 0,5?
 e) ¿Cómo es el error en comparación con el del apartado b)?

10. En la figura se representa un sistema como el del ejercicio anterior para $K=10$ y añadiéndole un amplificador de ganancia K_a .



- a) Calcular el error en estado estacionario a rampa unitaria y coeficiente de amortiguamiento 0,5.
 b) ¿Qué valores de K , si es que existen, lo hacen posible?

11. El diagrama de bloques de un estabilizador de balanceo de un barco es el representado en la figura. Dado que la dinámica del barco se caracteriza por tener un amortiguamiento bajo, se incluye realimentación de velocidad.



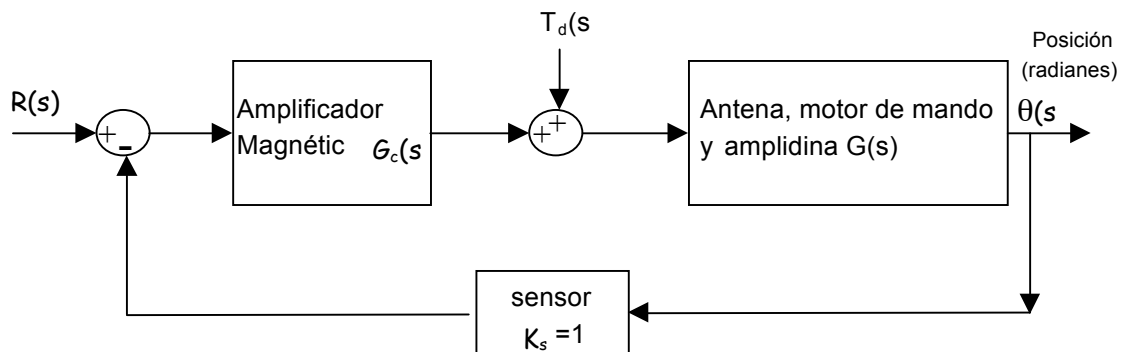
- a) Expresar la función de transferencia que asocia el efecto de perturbación $D(s)$ producida por las olas con el ángulo de balanceo del barco $Y(s)$.
- b) Encontrar las ecuaciones que deben satisfacer K_a , K_1 y K_g para asegurar un valor de la salida en estado estacionario no mayor de 0,1 y un coeficiente de amortiguamiento de 0,5, en respuesta a un escalón unitario en $D(s)$,

12. Últimamente han adquirido gran importancia las grandes antenas para microondas tanto en radioastronomía como en el rastreo de satélites. Estas antenas están expuestas a momentos de torsión muy grandes debido a las ráfagas de viento. Concretamente, para una antena de 20 m. de diámetro, los experimentos muestran que un viento de 56 Km/h ejerce una perturbación máxima de 2 voltios a la entrada T_d de la amplidina. Se conoce la función de transferencia del conjunto antena–motor de mando–amplidina:

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 8s + 100}$$

La siguiente figura muestra un sistema de control de la antena, en el que como controlador se utiliza un amplificador magnético cuya función de transferencia es:

$$G_c(s) = \frac{K_a}{0,2s + 1}$$



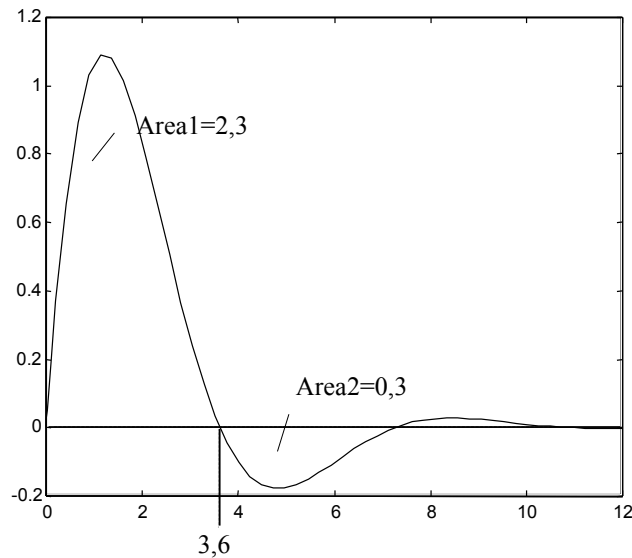
- a) Determinar la estabilidad del sistema en función de la ganancia K_a del amplificador.

Sean la referencia $R(s) = 0$ y un viento constante de 56 Km/h en $T_d(s)$:

- b) Determinar la salida en estado estacionario del sistema en bucle abierto ($K_s=0$).
- c) ¿Existe un valor de K_a que asegure que el sistema en bucle cerrado en las mismas condiciones del apartado presenta un error en estado estacionario por debajo de 2° ? Si existe, calcular su valor. Si no existe, calcular el mínimo error que puede obtenerse y el correspondiente valor de K_a .

13. Para controlar la salida $y(t)$ de un sistema $G(s)$ se diseña un bucle simple de realimentación. La gráfica de la figura representa la salida $y(t)$ de $G(s)$ ante un escalón de amplitud 2 en su entrada. Para medir $y(t)$ se utiliza un captador $H(s)$, que ante una variación escalón en su entrada, su salida $z(t)$ responde según la

ecuación $z(t) = (3 - 3e^{-t})$. La señal de error se calcula como la diferencia entre la señal $r(t)$ de referencia y la señal $z(t)$ medida por el captador. El controlador, un integrador de ganancia K variable, tiene como entrada el error, en función del cuál calcula la salida $u(t)$ de actuación sobre el sistema $G(s)$.

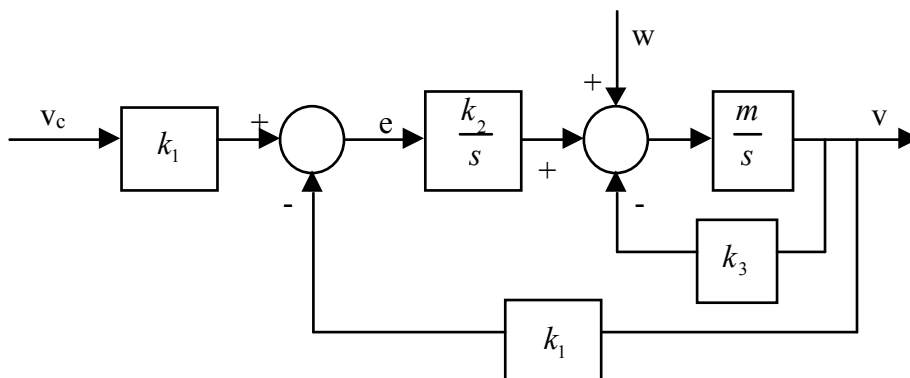


- Dibujar el diagrama de bloques del sistema realimentado,
- Calcular las funciones de transferencia de todos los bloques del diagrama.

Para una entrada escalón unitario en $r(t)$, se pide:

- Estudiar la estabilidad del sistema en función de la ganancia del controlador.
- Calcular el error en régimen permanente.

14. En la figura se muestra una posible representación de un sistema de control de velocidad de un automóvil con control integral.



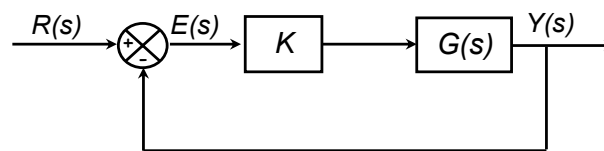
- Encontrar la función de transferencia entre la velocidad $V(s)$ y la señal de referencia $V_c(s)$.
- Encontrar la función de transferencia entre la velocidad $V(s)$ y la señal de perturbación $W(s)$.

- c) Si la entrada $V_c(s)=0$, encontrar la función de transferencia que relaciona la salida $V(s)$ con la perturbación del viento $W(s)$.
- d) ¿Cuál es la respuesta en estado estacionario de $v(t)$ si $w(t)$ es una función rampa y la entrada $V_c(s)=0$?
- e) ¿De qué tipo es este sistema en relación a cada una de las entradas?

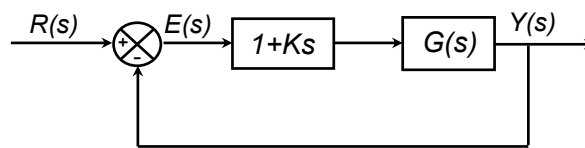
15. Un sistema tiene una función de transferencia en bucle abierto dada por:

$$G(s) = \frac{25}{s(s+2)}$$

Para controlar este sistema se han propuesto dos diseños alternativos en bucle cerrado. El diseño A es un simple controlador proporcional y el diseño B es un controlador PD. La ganancia k en ambos casos debe calcularse para que el amortiguamiento del sistema en bucle cerrado sea 0,5.



DISEÑO A



DISEÑO B

Para ambos diseños determinar:

- a) El tiempo de subida (tiempo en que el sistema alcanza por primera vez el 100% de su valor final)
- b) El tiempo de pico
- c) El tiempo de establecimiento (utilizando el criterio del 5%)
- d) El máximo sobreimpulso
- e) Comentar los dos diseños y explicar las diferencias y las similitudes entre los dos diseños.

16. (cuestión 5, 6 y 7 del examen de Enero de 2013). Sean 3 sistemas de los que se conoce su comportamiento dinámico en forma de función de transferencia. Se realimentan todos ellos con realimentación unitaria y se quiere diseñar para cada uno el controlador más simple que consiga ciertas especificaciones de respuesta. Los modelos de cada sistema y las especificaciones que tiene que cumplir cada bucle de control aparecen en las siguientes tablas.

Se pide:

- Dibuje la zona del plano s donde podrían situarse los polos del sistema en bucle cerrado que cumplen dichas especificaciones.
- Razone cuál es el controlador más simple que 'a priori' puede cumplir las

especificaciones.

- Diseñe el controlador elegido para cada caso.

a) Planta: $G_1(s) = \frac{1}{s(s+10)}$

Especificaciones:

- $ess = 0$ a entrada escalón unitario
- $ts(2\%) \leq 4/10$ s

b) Planta: $G_2(s) = \frac{(s+2)(s+5)}{4s(s^2+7s+10)}$

Especificaciones:

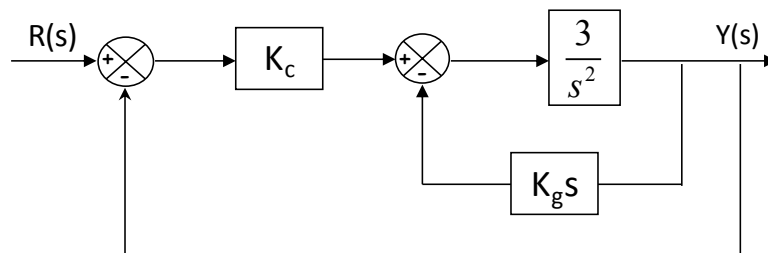
- $ess = 0$ a entrada escalón unitario
- $ts(5\%) = 1$ s

c) Planta: $G_3(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$

Especificaciones:

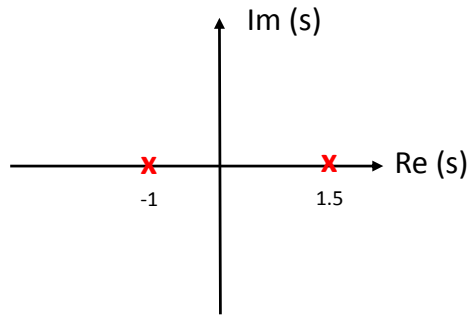
- $ess = 0$ a entrada escalón unitario
- $12.25\% < Mp < 25\%$
- $ts(5\%) \leq 6$ s

17. (cuestión 3 del examen de Junio de 2013). Sea el sistema realimentado de la figura cuyo objetivo es controlar la salida de un sistema de función de transferencia: $G(s) = \frac{3}{s^2}$



- a) Calcule los valores de K_c y K_g que hacen que la respuesta escalón del sistema en bucle cerrado presente un sobreimpulso $M_p \leq 10\%$ y un tiempo de establecimiento $t_s \leq 1$ s (5%).
- b) Realice el análisis de estabilidad relativa (márgenes de ganancia y fase) del sistema realimentado para los valores obtenidos de K_c y K_g .

18. (problema 1 del examen de Enero de 2014) Se dispone de un sistema realimentado cuya función de transferencia en lazo abierto presenta los polos y ceros indicados a continuación.



Indique y justifique adecuadamente si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:

- Es posible estabilizar el sistema y es suficiente con un control proporcional
- Es posible estabilizarlo con un control PI
- Es posible estabilizar el sistema y puede conseguirse con un control PD

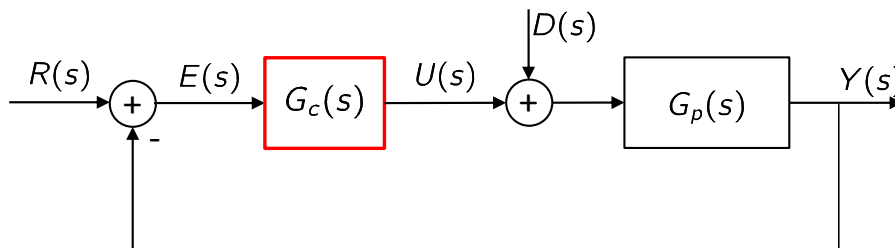
19. Dado el sistema $G(s) = \frac{0,5}{(s+1)(s+5)}$, **diseñar un controlador** que cumpla las siguientes **especificaciones**:

- Tiempo de establecimiento (con el criterio del 98%) menor o igual a 2 segundos.
- Máximo sobre impulso menor o igual a 4,3%.
- Error a entrada escalón (error de posición) menor o igual al 35%.

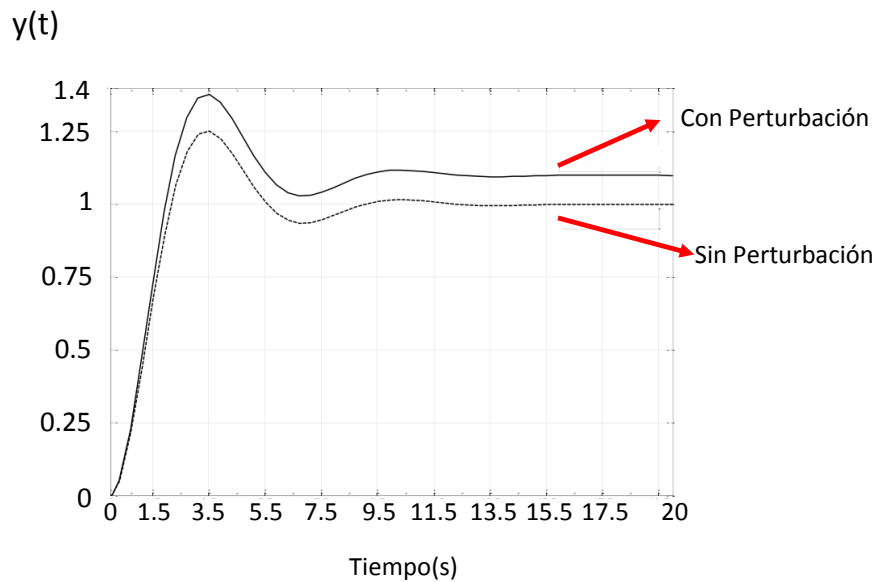
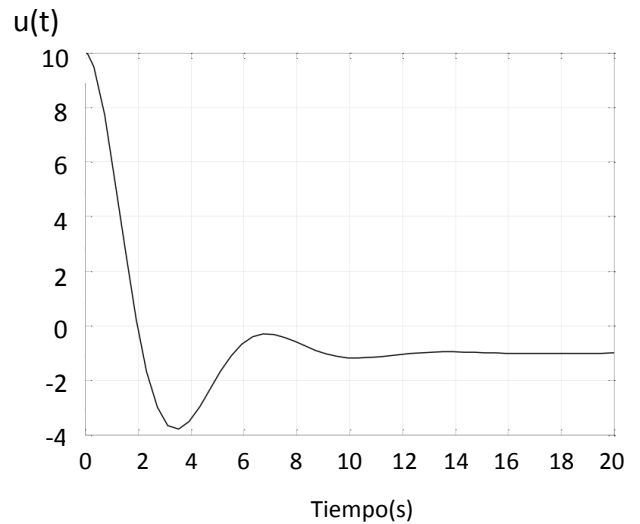
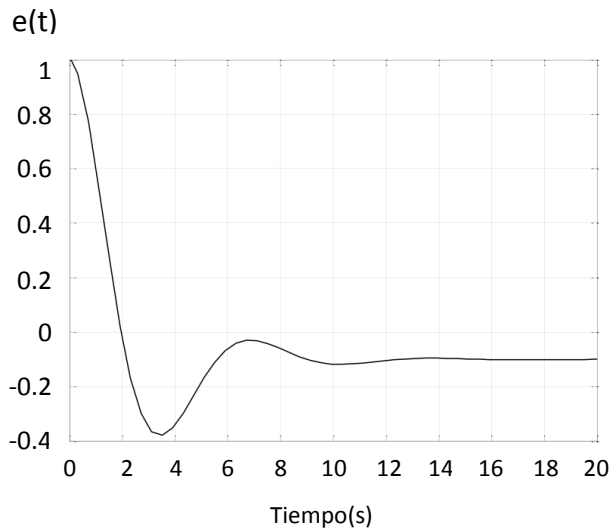
20. Dado el mismo sistema $G(s) = \frac{0,5}{(s+1)(s+5)}$, obtener el regulador que cumple las siguientes **especificaciones**:

- Tiempo de establecimiento (con el criterio del 98%) menor o igual a 2 segundos.
- Máximo sobre impulso menor o igual a 4,3%.
- Error a entrada escalón (error de posición) nulo.

21. (problema 2 del examen de Enero de 2014) Sea un sistema de control con realimentación unitaria tal como se muestra en la figura:



Ante una entrada escalón unitario tanto en la referencia $r(t)$ como en la entrada de perturbación $d(t)$, se obtienen las siguientes señales:



NOTA: en la figura correspondiente a la salida $y(t)$, se muestra también la respuesta en ausencia de perturbación.

Se pide:

- Justifique el tipo de sistema (0, 1 o 2)
- Obtenga las funciones de transferencia $G_c(s)$ y $G_p(s)$
- Obtenga analíticamente el error en régimen permanente debido a la entrada de referencia y el correspondiente a la perturbación.
- Si la entrada de referencia pasa a ser una rampa unitaria y la perturbación sigue siendo un escalón unitario, justifique adecuadamente si las siguientes afirmaciones son correctas:
 - El sistema se volvería inestable y no tendría sentido hablar de error en régimen permanente
 - El error en régimen permanente aumentaría en el tiempo

d3- K_v sería infinito

d4-La salida en régimen permanente también sería una rampa

22. (problema 3 del examen de Junio de 2014) Sea un sistema del que se conoce su función de transferencia:

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s+5)}$$

Se pide:

- Se desea diseñar el control por realimentación más simple de forma que el sistema en bucle cerrado sea estable. Justifique la elección del controlador y encuentre el rango de valores posibles de sus parámetros.
- Si además se desea que el tiempo de establecimiento de la salida del sistema realimentado sea menor o igual que 3 segundos (criterio del 5%), compruebe si el controlador sigue siendo válido. En caso contrario, seleccione el controlador más simple que cumpla las dos y calcule el rango de valores de sus parámetros que las satisfacen.

23. Sea un sistema del que se conoce su función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+4)}$$

Se pide:

- Se desea diseñar el control más simple por realimentación unitaria de forma que el sistema en bucle cerrado sea estable. Justifique la elección del controlador y encuentre el rango de valores posibles de sus parámetros.
- Si además se desea que el tiempo de establecimiento de la salida del sistema realimentado sea menor o igual que 8 segundos (criterio del 2%), compruebe si el controlador sigue siendo válido. En caso contrario, seleccione el controlador más simple que cumpla las dos y calcule el rango de valores de sus parámetros que las satisfacen.