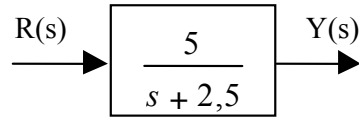


TEMA 4 ANÁLISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

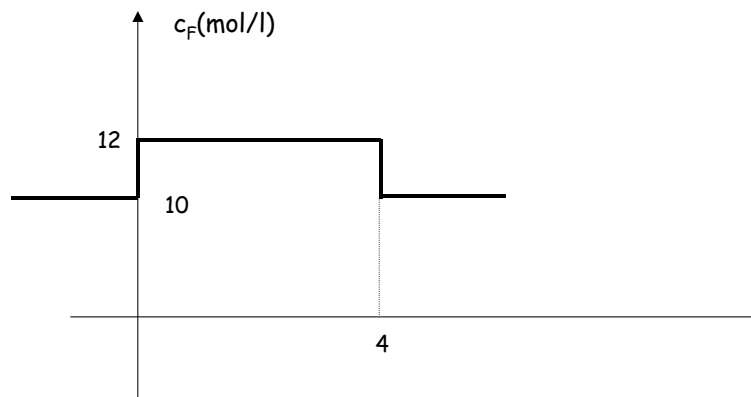
1. Dibujar la respuesta escalón unitario del sistema de la figura calculando los valores más significativos de ambas.



2. El comportamiento dinámico de un reactor tipo tanque agitado puede ser representado por la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{C'(s)}{C'_F(s)} = \frac{0,3}{4s + 1}$$

donde $C'(s)$ representa la concentración de salida (mol/l) y C'_F la de alimentación (mol/l). Obtener $c'(t)$ para una entrada en C_F como la representada en la figura.

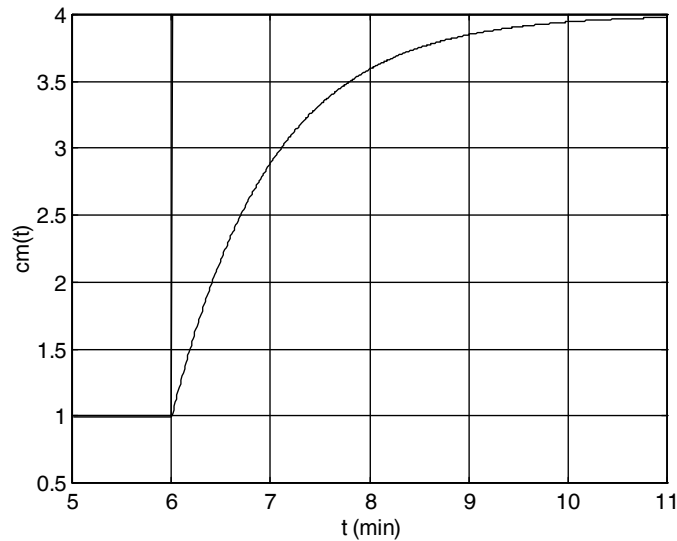


3. (cuestión 2 del examen de Enero 2013). Un termómetro se encuentra a temperatura ambiente a 20°C y se introduce bruscamente en un recipiente cuya temperatura interior es de 10°C . Se ha recogido en la siguiente tabla las medidas marcadas por el termómetro y tomadas cada segundo.

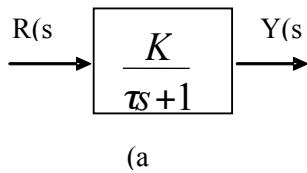
t(s)	0	1	2	3	4	5	6	...	20	21
T($^\circ\text{C}$)	20	17,8	16,1	14,7	13,7	12,9	12,3	...	10	10

- a) ¿Cuál es la variable de entrada? ¿y la de salida?
- b) Identificar la función de transferencia más simple que represente de forma aceptable la dinámica del termómetro.

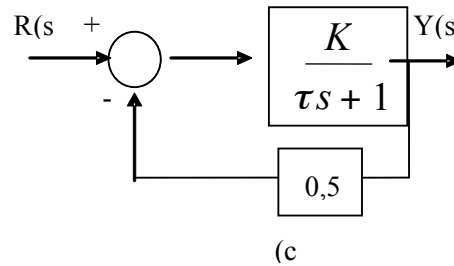
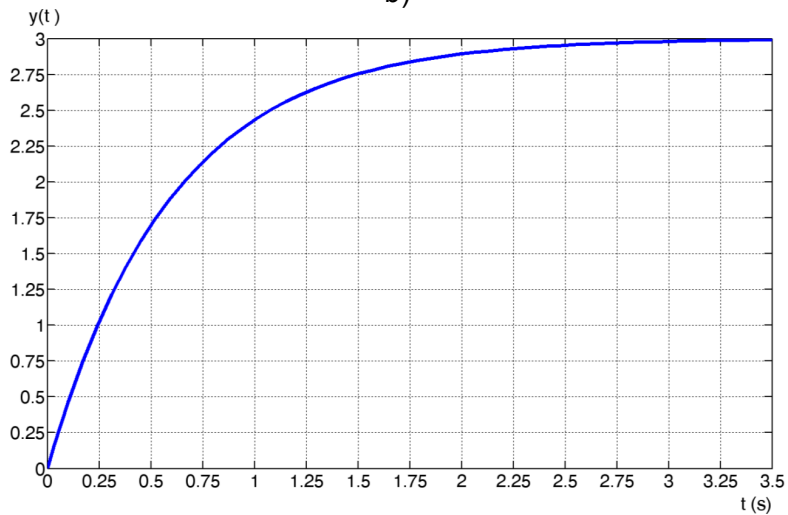
4. La concentración cáustica de una corriente de proceso se mide mediante una célula de conductividad. Para determinar las características del proceso se provoca en $t=6$ un cambio escalón de valor 3 Kg/m^3 en la concentración cáustica que pasa a través de la célula, $c(t)$. La concentración medida $c_m(t)$ es la representada en la figura. Determinar la función de transferencia entre c_m y c .



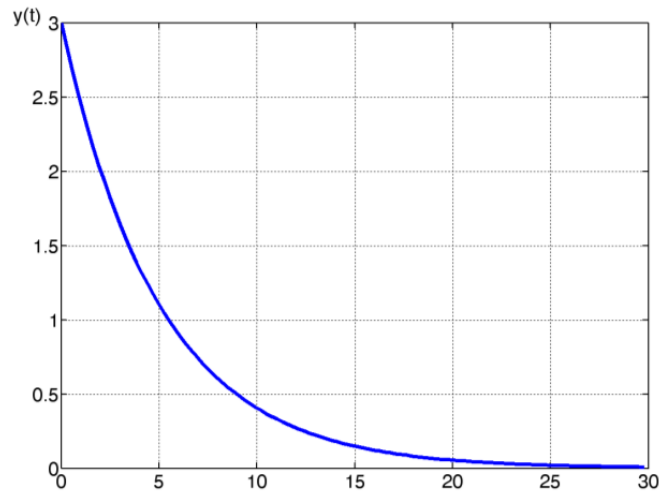
5. El sistema de primer orden de la figura a) tiene como respuesta a entrada escalón unitario la gráfica de la figura b). Obtener a partir de dicha respuesta los parámetros del sistema. Se realimenta el sistema tal y como se indica en la figura c). Calcular analíticamente los parámetros que definen la respuesta escalón unitario del sistema en bucle cerrado y dibujar la forma de respuesta.



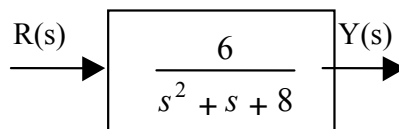
b)



6. La respuesta de la figura corresponde a un sistema de primer orden cuando se le excita con un escalón de amplitud 2. Encontrar la función de transferencia de dicho sistema.



7. Dibujar la respuesta escalón unitario del sistema de la figura calculando los valores más significativos.



8. Dibujar la respuesta escalón unitario de los siguientes sistemas:

a) $G_1(s) = \frac{-s}{s+2}$

b) $G_2(s) = \frac{s-2}{s+4}$

c) $G_3(s) = \frac{1,25}{s^2 + s + 2,5}$

d) $G_4(s) = \frac{1}{s^2 + 2s - 1}$

9. (cuestión 5 del examen de junio 2013). Sea el sistema $G_p(s) = \frac{10(s+2)}{(s+3)(s+4)}$

A. La salida del sistema a una entrada escalón unitario tendrá los siguientes términos (justifique la respuesta):

a) $y(t) = K_1 + K_2 e^{-3t} + K_3 e^{-4t}$

b) $y(t) = K_1 + K_2 e^{-2t} + K_3 e^{-3t} + K_4 e^{-4t}$

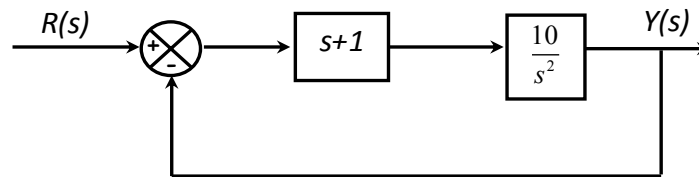
c) $y(t) = K_1 e^{-3t} + K_2 e^{-4t}$

d) $y(t) = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-3t} + K_3 e^{-4t}$

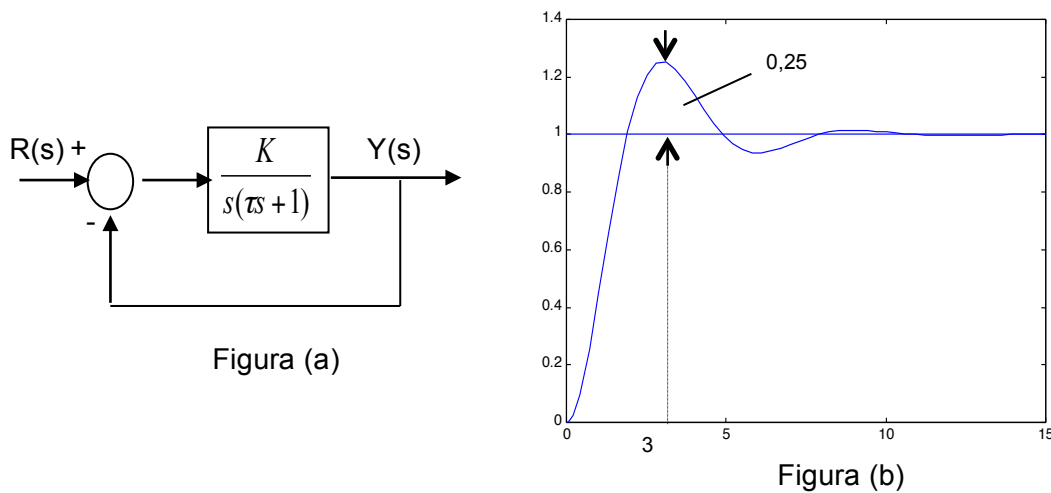
B. ¿La respuesta a entrada escalón tendrá sobreimpulso? Justifique la respuesta

C. Diseñe un controlador para que el sistema con realimentación unitaria presente un error del 16,6% ante una entrada escalón. Razone la respuesta.

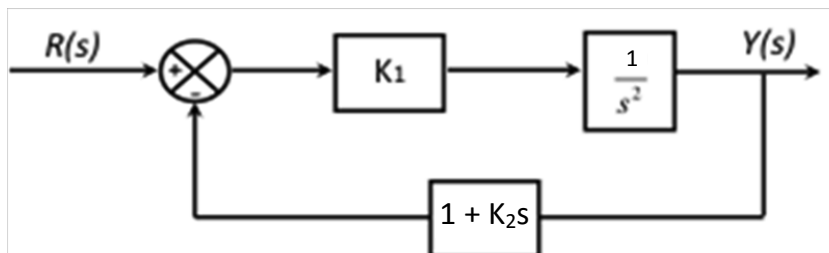
10. Calcular analíticamente los valores significativos y dibujar la respuesta del sistema de la figura a escalón unitario.



11. La figura (a) representa la respuesta del sistema de la figura (b) a entrada escalón unitario. Determinar los valores de K y τ a partir de la curva de respuesta.



12. Determinar los valores de las constantes K_1 y K_2 del sistema de la figura de forma que el sobre-impulso máximo en la respuesta a escalón unitario sea del 25% y el tiempo de pico 2 segundos.



13. Para la ecuación:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + K \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = x(t)$$

- a) Encontrar la función de transferencia y ponerla en la forma

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{as^2 + bs + 1}$$

- b) Analizar cómo será la respuesta del sistema (independientemente de la entrada de excitación) para valores de K comprendidos en el rango $-10 \leq K \leq 10$.

14. El comportamiento dinámico de un proceso físico puede ser representado por la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{18}{s^2 + 3s + 9}$$

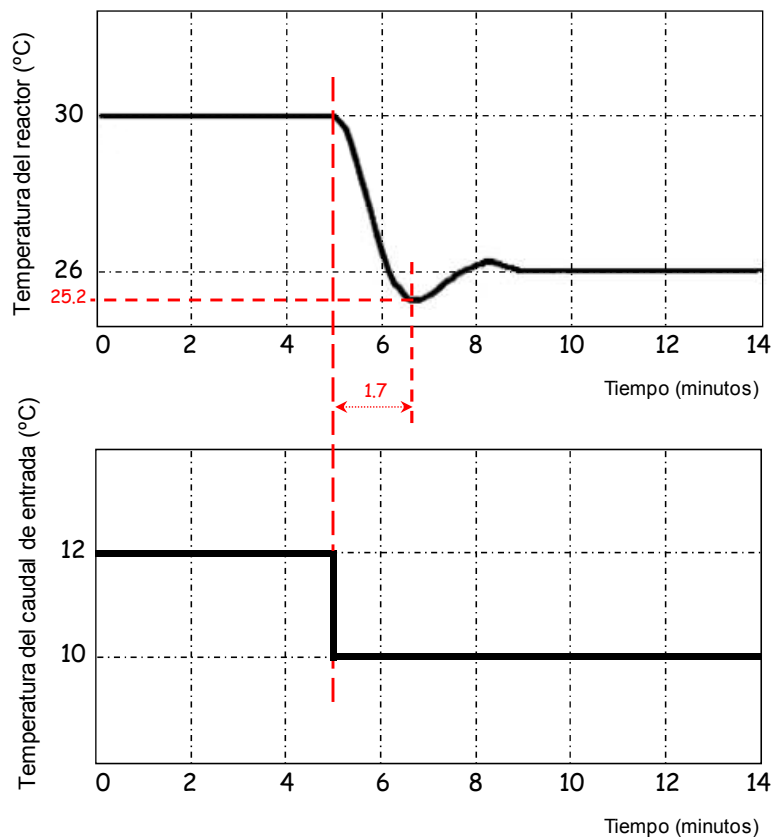
- a) Ante un cambio escalón de amplitud 3 en $x(t)$, ¿cuál será el nuevo valor en estado estacionario de la salida $y(t)$?
- b) Por razones físicas, se requiere que $y(t) \leq 10$. ¿Cuál es el mayor cambio escalón en $x(t)$ que el proceso puede tolerar sin exceder sus límites?

15. Se conoce la expresión temporal de la respuesta de un sistema cuando se le aplica una entrada impulso unitario:

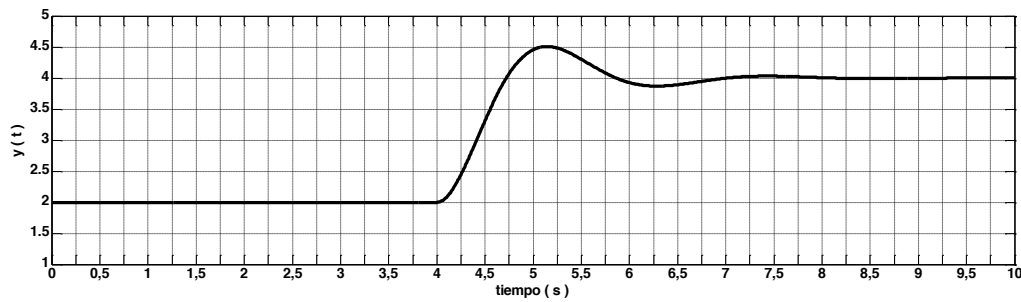
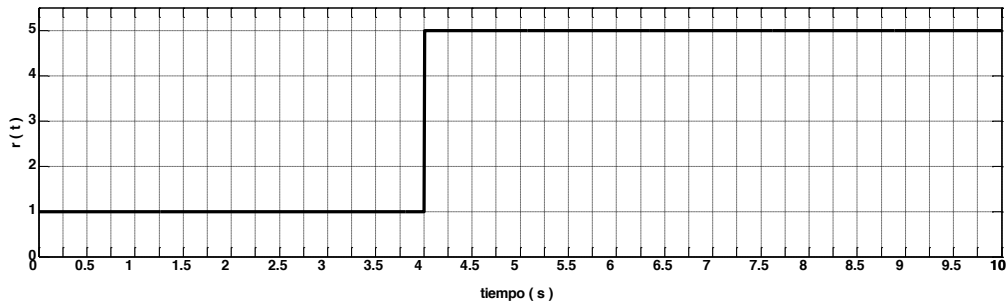
$$y(t) = 5 - 5e^{-t}$$

Hallar su función de transferencia.

16. Se quiere obtener un modelo para describir la relación entre la temperatura de un reactor químico (variable de salida) y la temperatura del caudal de entrada al reactor (variable de entrada). Para ello se dispone de los datos de un ensayo ante un escalón que se muestran en la siguiente figura:



17. (cuestión 7 del examen de Junio 2013). La siguiente figura muestra la respuesta $y(t)$ de un sistema $G(s)$, ante una referencia $r(t)$.



Determine cuál es la $G(s)$ del sistema, justificando la respuesta.

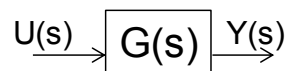
a) $G(s) = \frac{4.5}{s^2 + 2.4s + 9}$

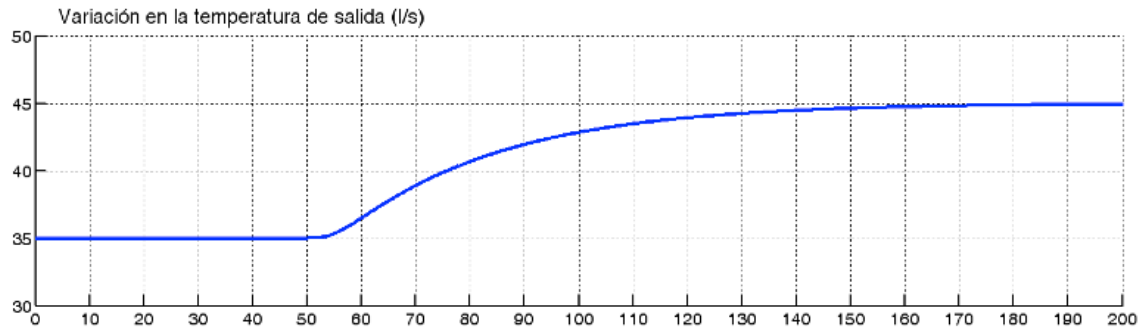
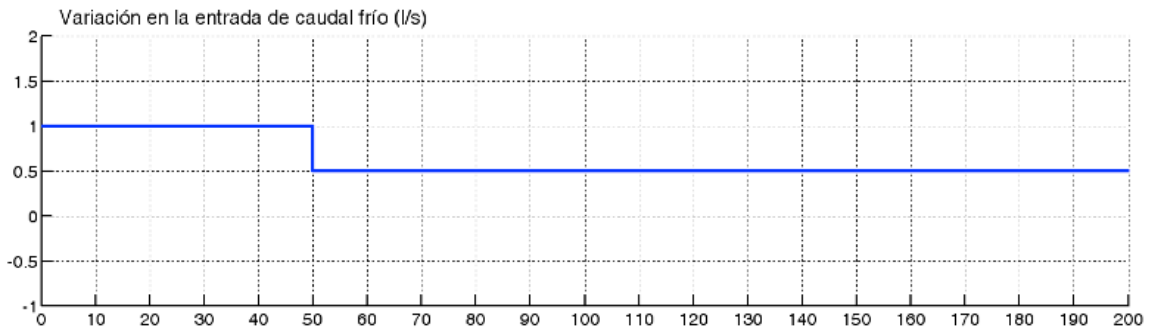
b) $G(s) = \frac{2}{s^2 + 2.4s + 9}$

c) $G(s) = \frac{0.5}{2.75s + 1} \cdot e^{-4s}$

d) $G(s) = \frac{4.5}{s^2 + 2.4s + 9} \cdot e^{-4s}$

18. (cuestión 9 del examen parcial de Noviembre 2013). ¿Cuál es la función de transferencia de un sistema $G(s)$ que ante una variación escalón en su entrada responde como se muestra en la figura? Justificar la respuesta.





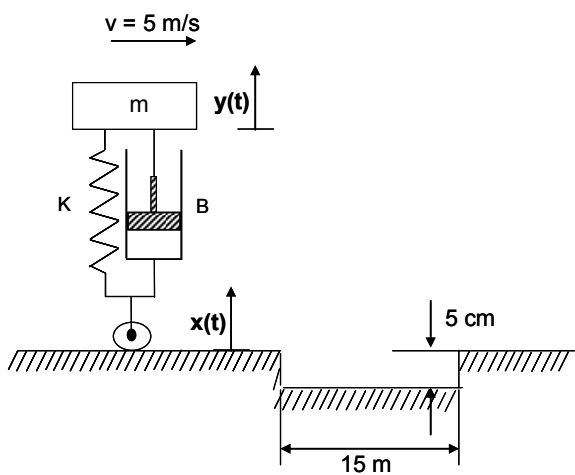
$$a) G(s) = \frac{-20}{1+85s} e^{-50s}$$

$$b) G(s) = \frac{20}{1+35s}$$

$$c) G(s) = \frac{-20}{1+35s} e^{-5s}$$

$$d) G(s) = \frac{4}{s+2}$$

19. Un modelo simplificado de un sistema de suspensión se puede representar de la siguiente forma:



$$M = 100 \text{ Kg}$$

$$K = 50000 \text{ N/m}$$

$$B = 1000 \text{ Ns/m}$$

$x(t)$: punto de contacto del suelo

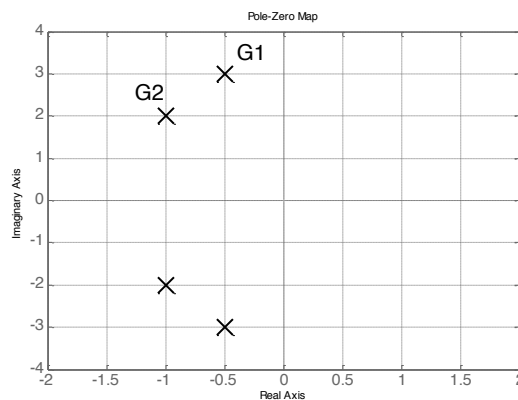
$y(t)$: desplazamiento vertical de la masa

Se pide:

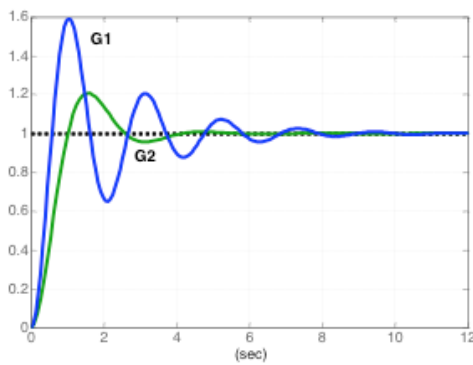
- Determinar el modelo matemático que describe el sistema de suspensión, considerando condiciones iniciales de equilibrio.
- Obtener la función de transferencia del sistema, $G(s) = Y(s)/X(s)$.
- Calcular y representar en el *plano s* sus polos y ceros.

- d) Obtener la expresión matemática de la entrada y representarla gráficamente en el tiempo.
- e) Representar gráficamente la respuesta $y(t)$ (evolución en el tiempo del desplazamiento vertical de la masa) ante la entrada $x(t)$ propuesta. Esta el cálculo de las transformadas y anti-transformadas de Laplace.
- f) ¿Qué modificaciones (aumentar o disminuir) se podría hacer en los parámetros K (constante elástica del muelle) y/o B (coeficiente de rozamiento viscoso del amortiguador) para disminuir la amplitud de las oscilaciones de la masa ante entradas como la representada en este ejercicio?

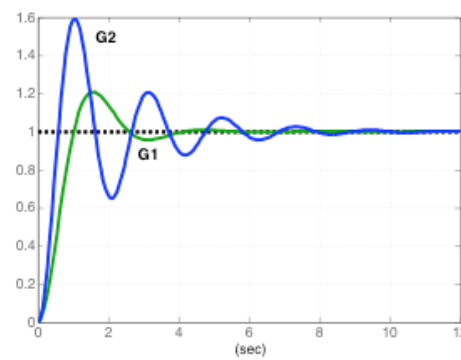
20. (cuestión 6 y 7 del examen de Noviembre 2012). Sean dos sistemas de funciones de transferencia $G_1(s)$ y $G_2(s)$, cuyos diagramas de polos y ceros son los representados en la figura.



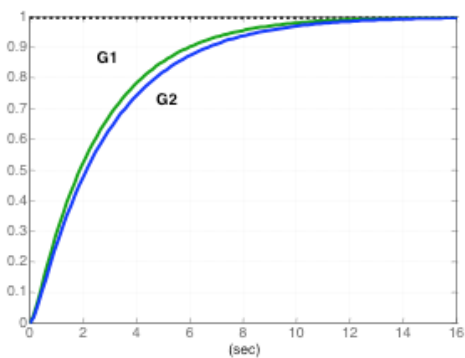
a) La respuesta a escalón de amplitud 2 es:



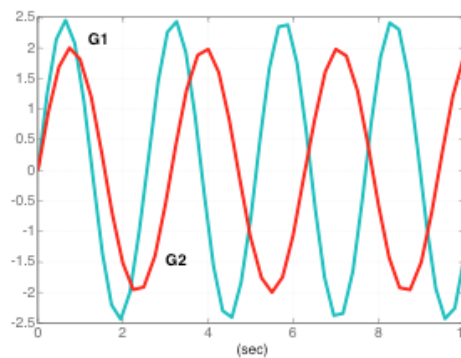
a)



b)



c)



d)

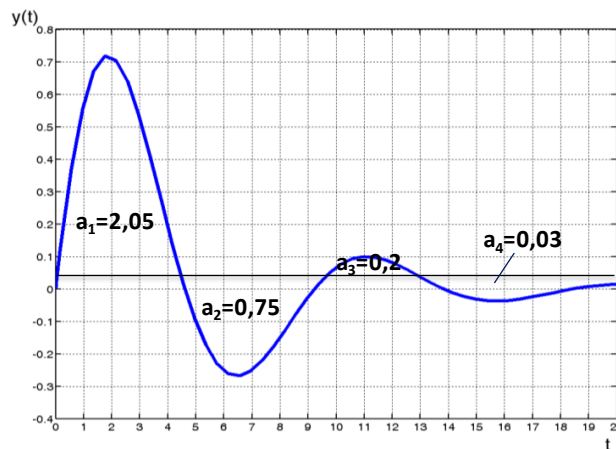
b) La ganancia es:

- a) 0,5 b) 1 c) 2 d) Ninguna de las anteriores

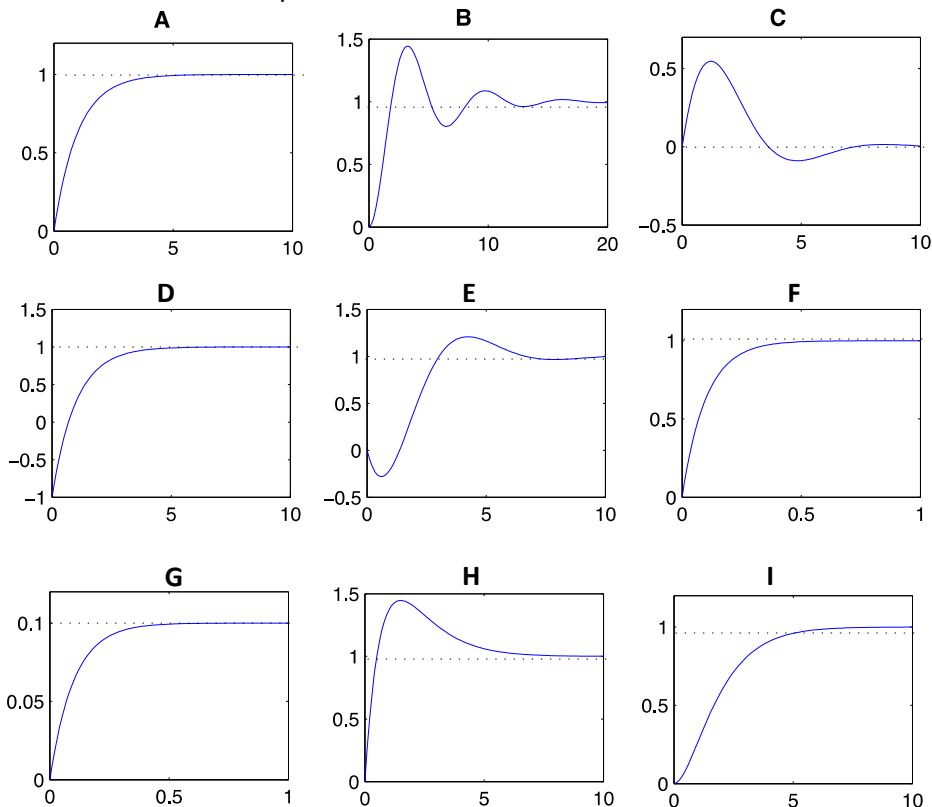
c) El tiempo de establecimiento es (criterio del 2%):

- a) $t_{s1} = 6 s$ y $t_{s2} = 3 s$ b) $t_{s1} = 8 s$ y $t_{s2} = 4 s$
 c) $t_{s1} = 3 s$ y $t_{s2} = 1,5 s$ d) $t_{s1} = 4 s$ y $t_{s2} = 2 s$

21. La respuesta de la figura corresponde a un sistema de segundo orden cuando se le excita con un impulso de amplitud 2. Encontrar la función de transferencia de dicho sistema.



22. Asociar las siguientes funciones de transferencia con las respuestas a entrada escalón. Justificar la respuesta.



$$G_1(s) = \frac{s}{(s^2 + s + 1)}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s + 1}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

$$G_4(s) = \frac{1}{s + 10}$$

$$G_5(s) = \frac{10}{s + 10}$$

$$G_6(s) = \frac{-s + 1}{s^2 + s + 1}$$

$$G_7(s) = \frac{1}{s^2 + 0,5s + 1}$$

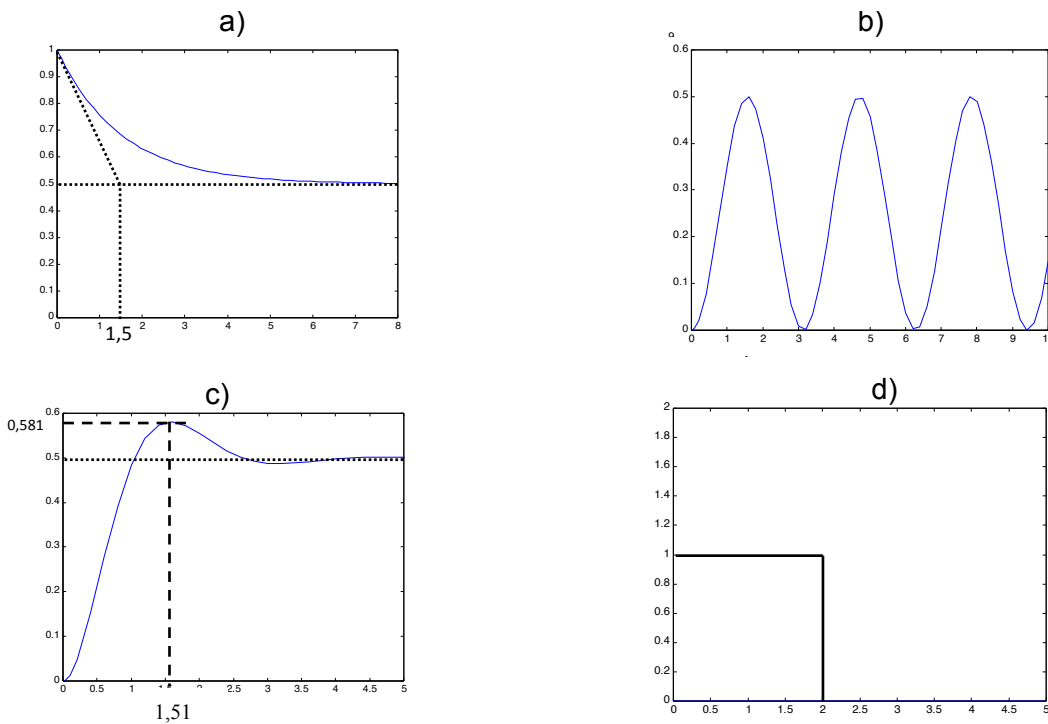
$$G_8(s) = \frac{-s + 1}{s + 1}$$

$$G_9(s) = \frac{3s + 1}{s^2 + 2s + 1}$$

23. Dada la función de transferencia sombrear la zona del plano s en la que el tiempo de establecimiento es menor de 2 segundos y el sobre-impulso menor del 10%.
¿Cuáles son los valores de δ y ω_n ?

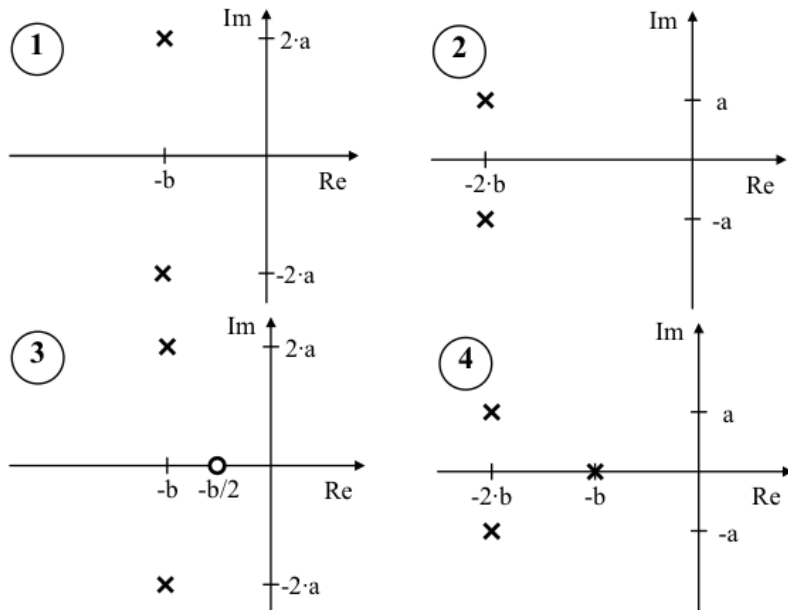
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$$

24. Obtener las funciones de transferencia de los sistemas cuya respuesta escalón unitario es la que aparece en la figura.



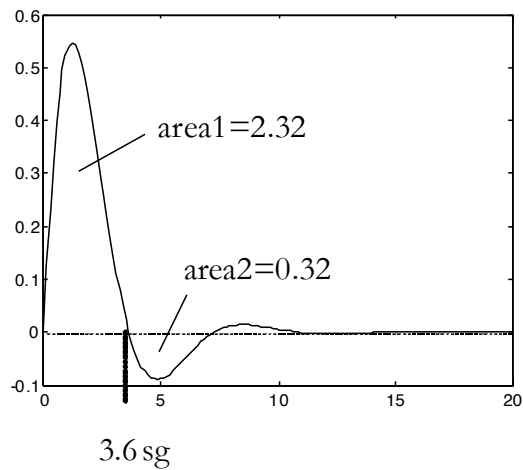
25. Dados los cuatro sistemas representados por sus mapas de polos y ceros, ordenarlos en función de:

- Mayor a menor sobreimpulso.
- Mayor a menor tiempo de pico.

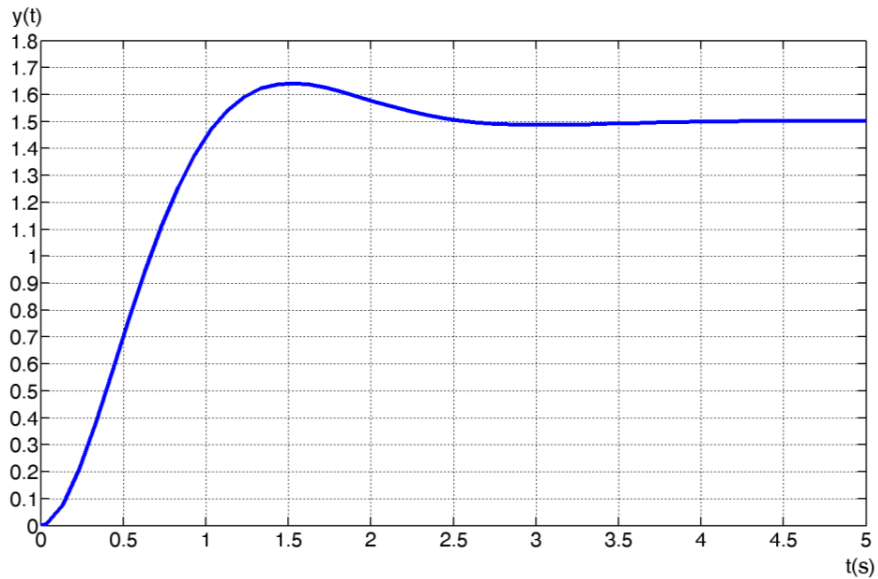


26. La respuesta de la figura corresponde a un sistema de segundo orden cuando se le excita con un escalón de amplitud 2. Encontrar la función de transferencia de dicho sistema.

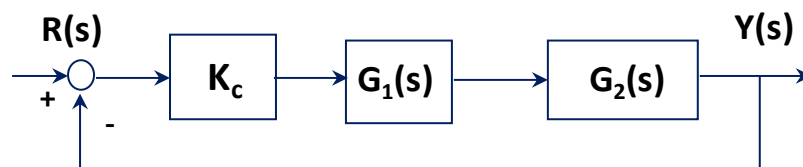
Respuesta escalón amplitud 2



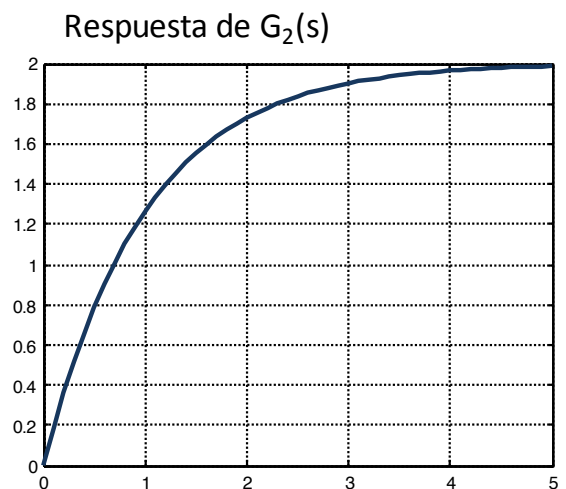
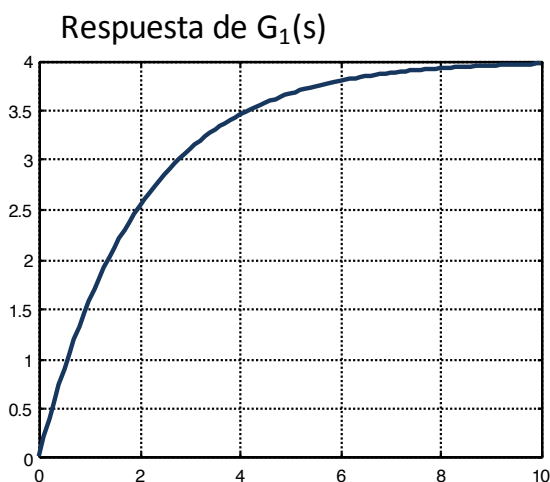
27. La respuesta de la figura corresponde a un sistema de segundo orden cuando se le excita con una rampa unitaria. Encontrar la función de transferencia de dicho sistema.



28. Sea el sistema realimentado de la figura.



Se conocen las respuestas de $G_1(s)$ y $G_2(s)$ cuando se produce un incremento en escalón unitario en sus respectivas entradas, que pueden verse en las gráficas siguientes.

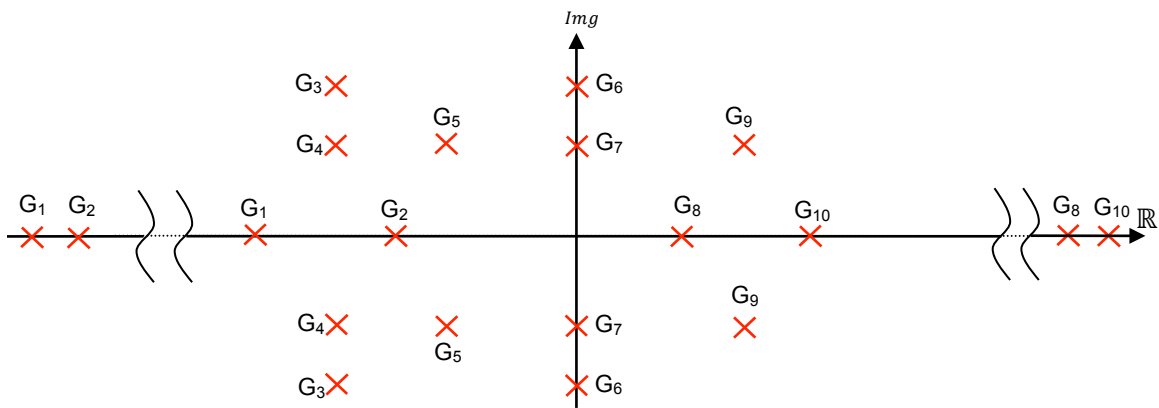


- Obtener la función de transferencia del sistema en bucle cerrado para $K_c=2$, indicando el valor de los parámetros K , δ y ω_n .
- Dibujar la respuesta $Y(s)$ del sistema en bucle cerrado para $K_c=2$. Indicar sobre la gráfica los valores significativos de la respuesta (M_p , t_p , t_s , y_{ss})

29. (cuestión 1 del examen de Enero 2013). En la figura se han representado los polos de un conjunto de sistemas de segundo orden sin ceros.

Dibuje de forma aproximada la respuesta temporal a entrada escalón, superponiendo en la misma la respuesta de los pares de sistemas que se indican.

Razone en cada apartado en qué se diferencian las respuestas.



- a) G_1-G_2
- b) G_3-G_4
- c) G_4-G_5
- d) G_6-G_7
- e) G_7-G_9
- f) G_8-G_{10}

30. Obtener el sistema de orden reducido, equivalente al dado en la figura, razonando la simplificación. ¿Qué diferencia cabría esperar entre la respuesta de ambos a entrada escalón unitario?. Comprobarlo mediante simulación.

