TEMA 3 DESCRIPCIÓN EXTERNA DE SISTEMAS DINÁMICOS

1. Resolver, mediante la aplicación de la Transformada de Laplace, la siguiente ecuación diferencial:

$$\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 6x = 6$$

siendo las condiciones iniciales:

$$x(0) = 0; \dot{x}(0) = 3$$

2. Resolver mediante la aplicación de la Transformada de Laplace las siguientes ecuaciones diferenciales lineales:

a) $\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 3\frac{d}{dt}x(t) + 8\,x(t) = 0 \quad ; \quad x(0) = 1\ ;\ x'(0) = 3$

b) $\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 3\frac{d}{dt}x(t) + 2\,x(t) = 0 \quad ; \quad x(0) = 3\ ;\ x'(0) = 0$

c) $\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 2\frac{d}{dt}x(t) + 5\,x(t) = 3 \quad ; \quad x(0) = 0\ ;\ x'(0) = 0$

3. Hallar x(t) si su transformada de Laplace toma las siguientes expresiones:

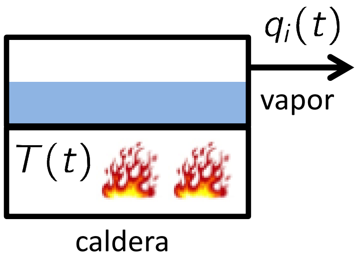
a) $X(s) = \frac{5(s+2)}{s^2(s+1)(s+3)}$

b) $X(s) = \frac{1}{s(s^2+2s+2)}$

c) $X(s) = \frac{2}{s(s^2+\omega^2)}$

4. Sea la Función de transferencia $G(s) = \frac{10}{s+1}$ que define la dinámica de un proceso en variables de desviación. Calcular la salida del sistema cuando la entrada es: x(t)=(1+t) y las condiciones iniciales: y(0)=2 x(0)=1.

5. (cuestión 3 del parcial de Noviembre 2013). Se dispone de una caldera de producción de vapor de la que se conoce la relación que existe entre la temperatura en el interior de la caldera (entrada) y el caudal de vapor producido (salida) que viene dado por la siguiente ecuación diferencial:



$$-45q_i(t)\frac{dT(t)}{dt}+400q_i(t)=-\frac{d^2q_i(t)}{dt^2}+\frac{T^2(t)}{20}-2q_i(t)\frac{dq_i(t)}{dt}$$

Suponiendo que el caudal de vapor en el punto de operación es q_{i0}= 1.25 l/min ¿Cuál de las siguientes funciones de transferencia es la correcta es un modelo aproximado del sistema? Realizar los cálculos más relevantes que justifiquen la elección.

a) $G(s)=\frac{45s+6.32}{s^2+58.75s+353}$

b) $G(s)=\frac{45s+6.32}{s^2+2.5s+400}$

c) $G(s)=\frac{56.25s+10}{s^2+2.5s+400}$

d) $G(s)=\frac{56.25s+10}{s^2+58.75s+353}$

6. (cuestión 3 del parcial de Noviembre 2013). Aplicando las leyes fundamentales del movimiento a un sistema mecánico se ha hallado un modelo matemático en forma de ecuación diferencial que relaciona la fuerza ejercida en el sistema, f(t) (N), y el desplazamiento del mismo, x(t) (m),

$$20\frac{d^2f(t)}{dt^2}+80\frac{df(t)}{dt}-6\frac{dx(t)}{dt}+20f(t)=\frac{2d^3x(t)}{dt^3}+10\frac{d^2x(t)}{dt^2}+6\frac{dx(t)}{dt}-40f(t)$$

¿Cuál es la función de transferencia del sistema?. Realizar los cálculos más relevantes que justifiquen la elección.

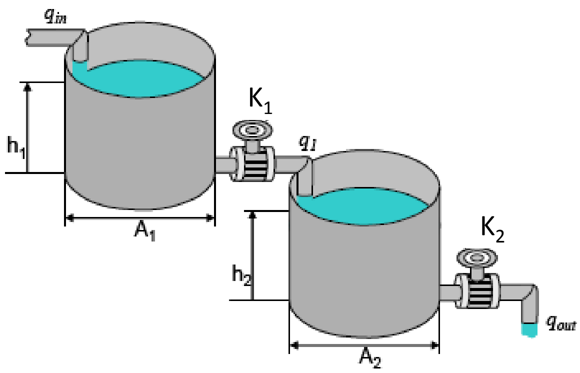
a) $G(s)=10\frac{s^2+4s+3}{s^3+5s^2+6s}$

b) $G(s)=\frac{20(s+1)}{2s(s+3)}$

c) $G(s)=\frac{20(s+1)(s+2)}{2s^3+10s^2+12s}$

d) $G(s)=\frac{20s^2+80s+20}{2s(s+2)(s+3)}$

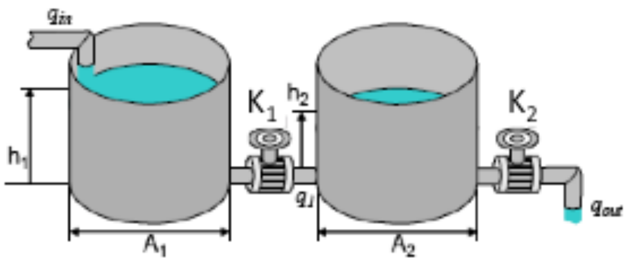
7. En la figura se representan dos depósitos cilíndricos de sección transversal constante situados verticalmente en serie, que descargan por gravedad. Al depósito superior entra un caudal $q_{in}(t)$, éste depósito superior descarga un caudal $q_1(t)$ sobre el inferior y éste a su vez descarga un caudal $q_{out}(t)$ en un depósito colector. El caudal de descarga depende del nivel alcanzado por el líquido en el depósito.



En el problema 3.2, se ha obtenido el modelado el modelado matemático de este sistema. Para el punto de operación (q_{in0}, q_{10}, q_{out0}, h_{10}, h_{20}), obtener las siguientes funciones de transferencia:

$$G_1(s) = \frac{H_1(s)}{Q_{in}(s)} \text{ y } G_2(s) = \frac{H_2(s)}{Q_{in}(s)}$$

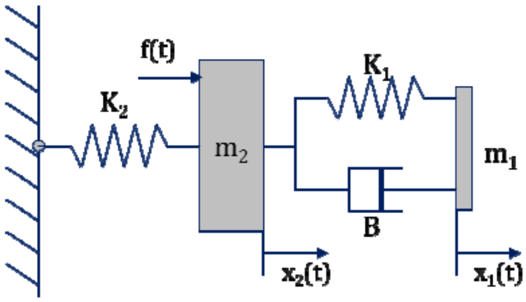
8. Sea el sistema de la figura, constituido por dos tanques conectados en serie.



En el problema 3.3 se obtuvo el modelo matemático del comportamiento dinámico del proceso. Obtener la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{H_2(s)}{Q_{in}(s)}$$

9. El sistema de la figura representa un absorbedor de energía. La masa m_1 es relativamente pequeña y está unida a la masa principal m_2 a través de un muelle de constante k_1 y un amortiguador de constante B, con objeto de reducir vibraciones en el desplazamiento x(t) de la masa m por acción de la fuerza f(t).



En el problema 3.8 se obtuvo el modelo matemático que relaciona el desplazamiento x(t) de la masa m_2 con la fuerza externa f(t) aplicada. Obtener la función de transferencia que relaciona x_1(t) y x_2(t) con la fuerza f(t):

$$G_1(s)=\frac{X_1(s)}{F(s)} \text{ y } G_2(s)=\frac{X_2(s)}{F(s)}$$

10. (Cuestion 1 del Examen de Junio de 2013) Sea el tanque agitado de la Figura, al que llegan dos corrientes de agua, una fría y otra templada que procede de otra parte de la planta industrial. Se desea controlar el nivel de líquido en el tanque así como su temperatura a la salida. Para calentar el fluido se hace circular vapor de agua por un serpentín sumergido en el tanque. Las variables que pueden manipularse son el caudal de agua fría y el caudal de vapor de entrada al serpentín. El caudal de agua templada no es manipulable y puede variar.

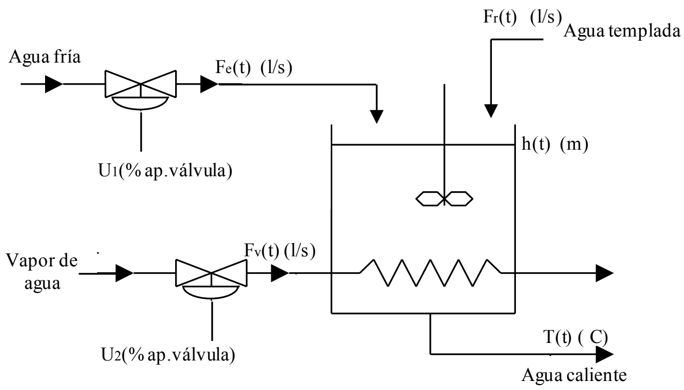
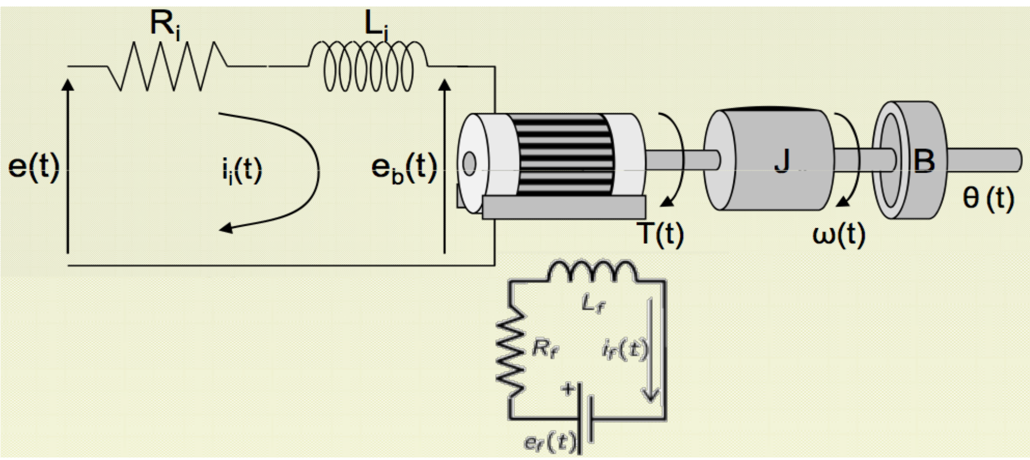


Figura: Tanque con agitador

A. Identifique las variables significativas para cada objetivo de control y dibuje el diagrama de bloques en bucle abierto correspondiente.
B. Dibuje el diagrama de bloques del bucle de temperatura con controlador Gc(s), indicando claramente las variables, sus unidades y bloques representados en el mismo.

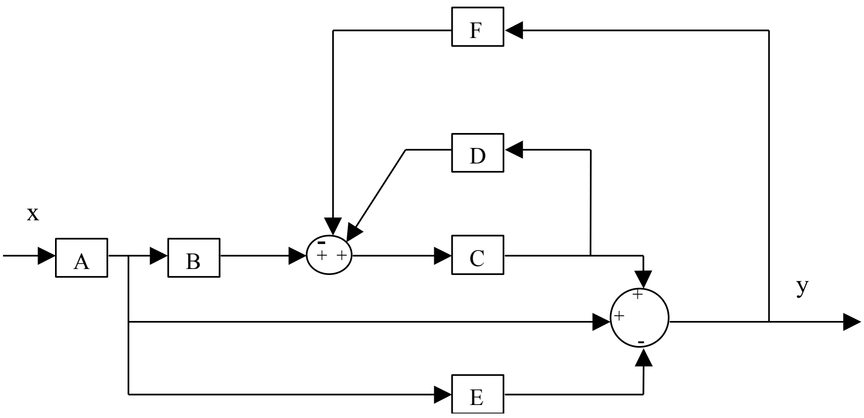
11. Sea el motor de corriente continua de la figura.



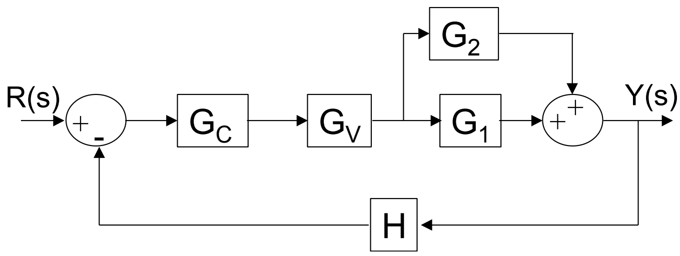
En el problema 3.16 se obtuvo el modelo matemático del comportamiento dinámico del motor tanto controlado por inducido (apartado A) como por campo (apartado B). En este caso se pide:

a) Obtener la función de transferencia que relaciona la posición del eje de salida $\theta(t)$ con la tensión de entrada e(t).
b) Obtener la función de transferencia que relaciona la velocidad del eje de salida w(t) con la tensión de entrada e(t).
c) Dibujar el diagrama de bloques, identificando cada uno de los bloques con las unidades correspondientes.

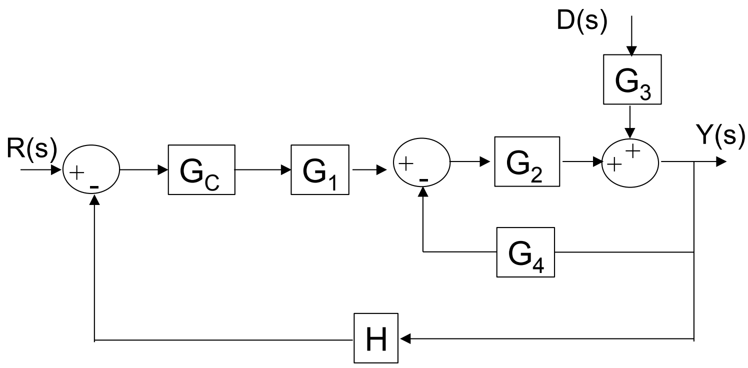
12. Encontrar la función de transferencia de la entrada X(s) a las salida Y(s) en el diagrama de bloques de la figura:



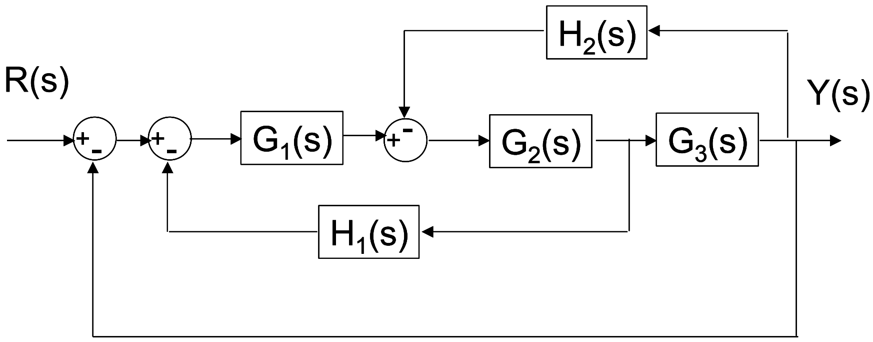
13. Encontrar la función de transferencia entre R(s) e Y(s) en el diagrama de bloques de la figura:



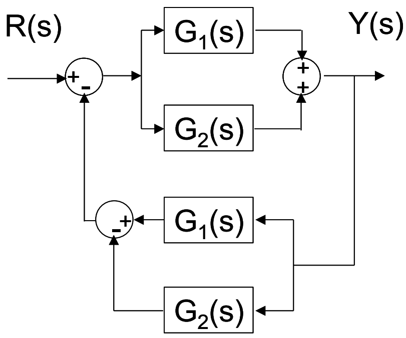
14. Encontrar la función de transferencia Y(s)/R(s) en el diagrama de bloques de la figura:



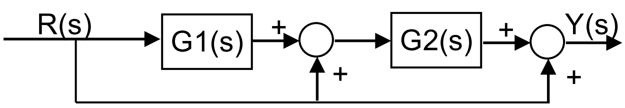
15. Encontrar la función de transferencia Y(s)/R(s) en el diagrama de bloques de la figura:



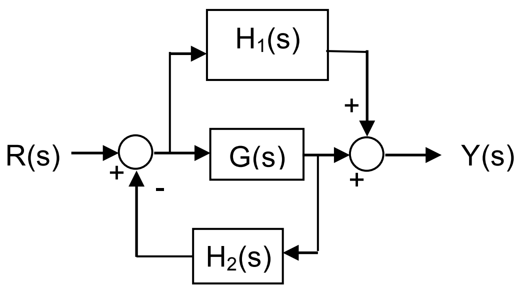
16. Simplificar el diagrama de bloques de la figura y encontrar la función de transferencia entre R(s) e Y(s):



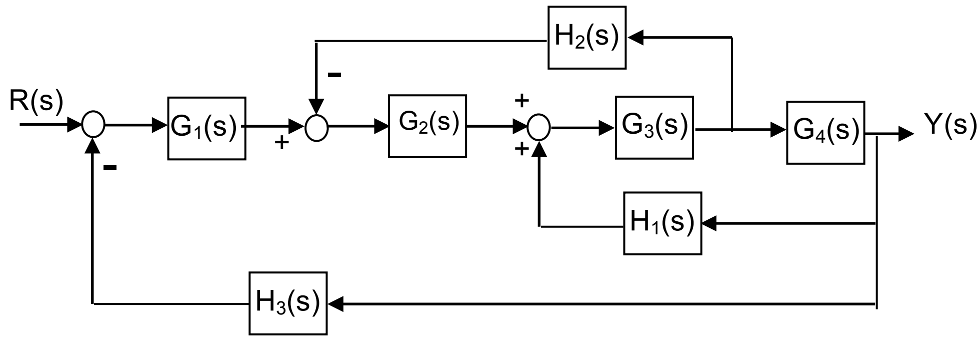
17. Simplificar el siguiente diagrama de bloques.



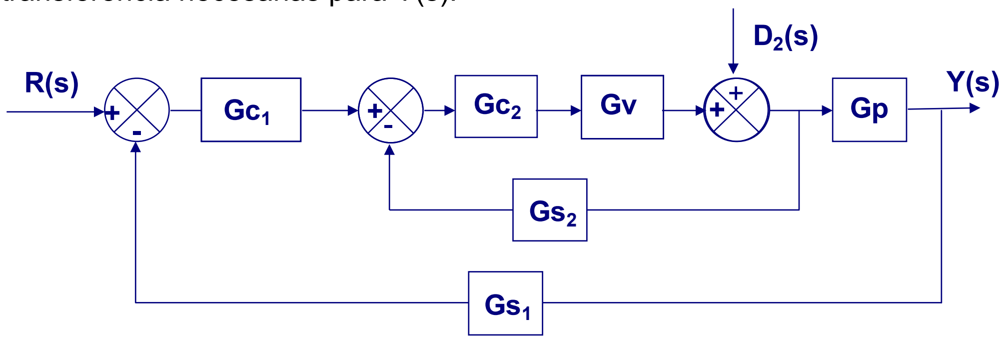
18. Simplificar el siguiente diagrama de bloques.



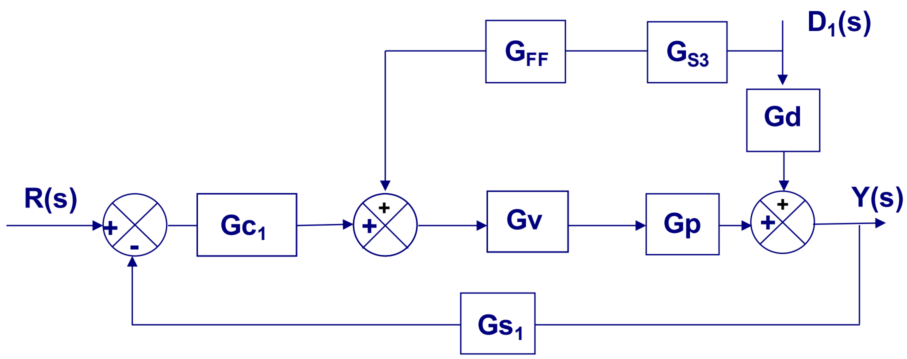
19. Reducir el siguiente diagrama de bloques a un solo bloque Y(s)/R(s).



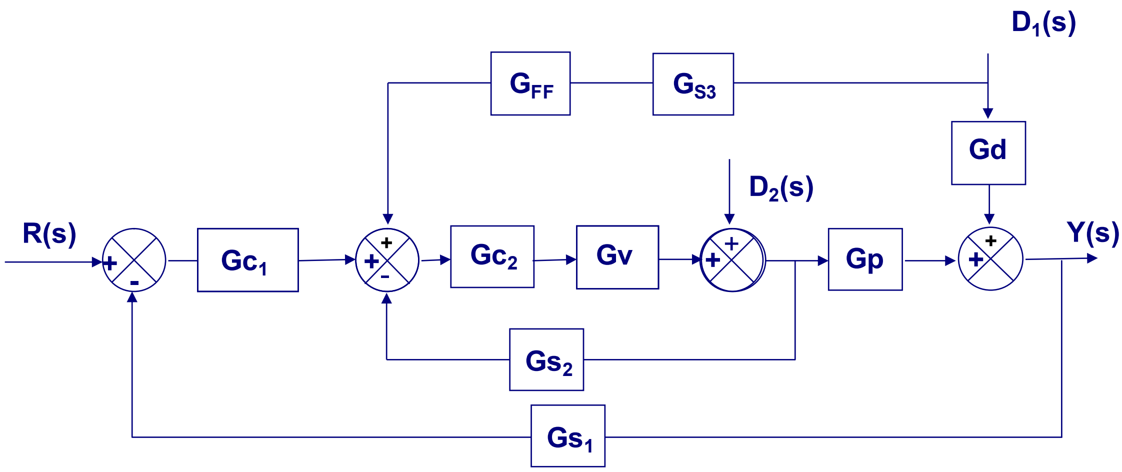
20. Reducir el siguiente diagrama de bloques calculando las funciones de transferencia necesarias para Y(s):



21. Reducir el siguiente diagrama de bloques calculando las funciones de transferencia necesarias para Y(s):

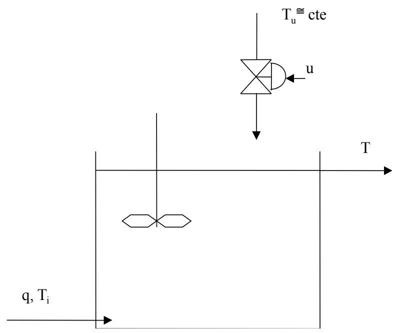


22. Reducir el siguiente diagrama de bloques calculando las funciones de transferencia necesarias para Y(s):



23. (cuestión 8 de examen de enero de 2013) Sea el proceso de la figura, en el que se introduce un caudal de líquido *q* a una temperatura *Ti* en un tanque perfectamente agitado. Dicho líquido se mezcla con otro cuyo caudal se manipula mediante una válvula automática que recibe una señal u. Este líquido entra a una temperatura Tu más elevada y se emplea para calentar la mezcla. La mezcla de líquido sale del tanque, por rebose, a una temperatura T.

Se sabe que la temperatura Ti sufre variaciones importantes a lo largo del tiempo. Sin embargo, el caudal q y la temperatura Tu se mantienen sensiblemente constantes.



En el punto de operación, la temperatura T es de 100 ºC, y la señal a la válvula es del 20%. La relación matemática que existe entre la temperatura del líquido a la entrada (T_i), la temperatura a la salida (T) y la señal a la válvula (u) es conocida y se puede representar por la siguiente expresión:

$$\frac{dT}{dt} = -20\log T + T_i + 0.75u$$

Se pide:

a) Identifique cuáles son las variables significativas del sistema.
b) Dibuje el diagrama de bloques en bucle abierto.
c) Obtener las funciones de transferencia identificadas.