ERREGULAZIO AUTOMATIKOA eta KONTROLA

PRAKTIKEN TXOSTENA

Energia Berriztagarrien Ingeniaritzako Gradua

3. maila

2016 Abendua

Xabier Albizua eta Laura Ruiz

GIE (Eibar) – UPV/EHU

AURKIBIDEA

1. PRAKTIKA: MATLAB-EN INGURUNERAKO SARRERA

1.praktika hau MatLab programa erabiltzeko sarrera da. Geroago egingo diren praktiketan erabili behar izango den hizkuntza ezagutzeko, beraz, oinarrizko komando eta funtzioak erabili dira.

1.1.ARIKETA:

Idatzi `lehena.m` programa bat, non *a* eta *b* aldagai bi sortzen diren, non beraien balioak erabitzaileari eskatzen zaizkion eta azkenean bien batuketa *c* aldagaian gordetzen den.

Erabiltzaileari parametro bat eskatzeko *input()* komandoa erabili da (parentesien artean eskatu nahi dena idatzi da komatxoen artean).
Ariketa hau aurrera eramateko jarraian ikusi daitekeen script-a burutu behar da, script honi *lehena.m* izena eman zaio.

```
a=input('Eman a-rentzat balio bat:');
b=input('Eman beste balio bat b-rentzat:');
c=a+b
```

Script honek funtzioatzen duela ikusteko adibide bat egin da.

```
>> lehena
Eman a-rentzat balio bat:5
Eman beste balio bat b-rentzat:7

c =

   12
```

1.2.ARIKETA:

Idatzi `bigarrena.m` programa bat, non bigarren ordenako ekuazio baten *a*, *b* eta *c* koefizienteen balioak erabiltzaileak hasieratuz, ekuazioaren erro edo soluzio biak ematen dituen, x_1 eta x_2 . Erabili horretarako behar den formula, eta ondoren `roots()` agindua.

Ariketa honetan erabiltzaileari eskatutako *a, b* eta *c* parametroekin polinomio bat eraiki da. *Input()* komandoaz parametro batzuk eskatu zaizkio erabiltzaileari. Poloak lortzeko bi bide desberdin erabili dira: lehenik eta behin bigarren mailako ekuazioak ebazteko formula erabili da. Bestalde, *p* polinomioa definitu da, eta *roots()* komandoarekin polinomio horren poloak lortu dira.

Hurrengo script-a ariketa ebazteko erabili dena da, *bigarrena.m*:

```
a=input('Eman a-rentzat balio bat:');
b=input('Eman beste balio bat b-rentzat:');
c=input('Eman beste balio bat c-rentzat:');

x1=(-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a)
x2=(-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a)

p=[a b c];
r=roots(p)
```

Kasu honetan ere, script-a ondo dabilela konprobatzeko adibide bat jarri da. Lehenengoz eskuz ebatzi da:

$$y = ax^2 + bx + c = 3x^2 - 2x - 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$\begin{cases} x1 = \dfrac{2+4}{6} = 1 \\ x2 = \dfrac{2-4}{6} = \dfrac{-1}{3} = -0.33 \end{cases}$$

```
>> bigarrena
Eman a-rentzat balio bat:3
Eman beste balio bat b-rentzat:-2
Eman beste balio bat c-rentzat:-1

x1 =

     1


x2 =

   -0.3333


r =

    1.0000
   -0.3333
```

Modu honetan. Konprobatu ahal izan da script-a egokia dela.

1.3.ARIKETA:

Aurkitu $(s+2)^4$ eta zatitu s^2+3s polinomioarengatik.

Ariketa honen lehenengo atala burutu ahal izateko *conv()* komandoa erabili da. Komando honek bakarrik bi polinomio onartzen ditu. Ariketa honek, ordea, lau polinomio ematen ditu; beraz, garatu ahal izateko *conv()* bat beste baten barruan sartu behar da.

```
Ze=conv([1 2],conv([1 2],conv([1 2],[1 2])))
```

Ariketaren bigarren atala garatzeko, lehenengoz izendatzailea (Iz) definitu da eta jarraian *deconv()* erabiliz bi polinomioen arteko zatiketa egin da.

```
Iz=[1 3 0];
[zatidura,hondarra]=deconv([Ze],[Iz])
```

Aurretik aipatutako script-a (*hirugarrena.m*) erabiliz hauxe da lortu den emaitza:

```
>> hirugarrena

Ze =

    1    8   24   32   16


zatidura =

    1    5    9


hondarra =

    0    0    0    5   16
```

1.4.ARIKETA:

Aurkitu ondorengo funtzioen Laplaceren antitransformatuak `residue()`-ren bidez eta konprobatu apunteetan eskuz egindako emaitzekin.

Lehenengoz zenbakitzailea (Ze) eta izendatzailea (Iz) definitu dira. Jarraian *residue()* komandoa erabili da Ze eta Iz-ren arteko zatiketaren hondarrak, poloak eta zatidurak lortzeko.

a) $F(s)=\dfrac{s+1}{s^2+5s+6}$

```
Ze=[1 1];
Iz=[1 5 6];
[r,p,k]=residue(Ze,Iz)
```

LaugarrenaA.m script-a exekutatuz:

```
>> laugarrenaA

r =

    2.0000
   -1.0000


p =

   -3.0000
   -2.0000


k =

     []
```

Beraz, script horrekin lortu den emaitza $f(t) = -e^{-2t} + 2e^{-3t}$ da.

b) $F(s) = \dfrac{s^2 + 2s + 3}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$

```
Ze=[1 2 3];
Iz=[1 3 3 1];
[r,p,k]=residue(Ze,Iz)
```

LaugarrenaB.m script-a exekutatuz:

```
>> laugarrenaB

r =

    1.0000
   -0.0000
    2.0000


p =

   -1.0000
   -1.0000
   -1.0000


k =

     []
```

c) $F(s) = \dfrac{2 \cdot s + 1}{s^2 + 4}$

```
Ze=[2 1];
Iz=[1 0 4];
[r,p,k]=residue(Ze,Iz)
```

LaugarrenaC.m script-a exekutatuz:

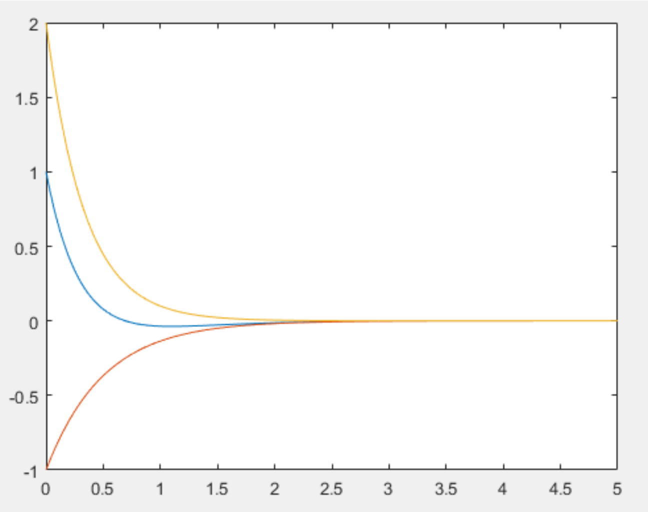
```
>> laugarrenaC

r =

   1.0000 - 0.2500i
   1.0000 + 0.2500i


p =

   0.0000 + 2.0000i
   0.0000 - 2.0000i


k =

    []
```

1.5.ARIKETA:

Adierazi grafikoki 4. a)-ko *f(t)=-e$^{-2 \cdot t}$·+ 2·e$^{-3 \cdot t}$·+..* non bere partaide biak ere banan-banan agertzen diren grafiko berdinean.

f(t) funtzioa grafikoki adierazteko lehenik eta behin *t* parametroa definitu behar da. Horretarako, *linspace()* komandoa erabili da eta kasu honetan 300 puntu eskatu dira 0 eta 5 artean. Ondoren, *f(t), f1(t)* eta *f2(t)* funtzioak definitu dira. Grafikoak egiteko *plot()* komandoa erabili da, non x adartzean *t* dagoen eta y ardatzean *f, f1* edo *f2.*
Jarraian erakusten da erabili den script-a (*bostgarrena.m*):

```
t=linspace(0,5,300);
f1=-exp(-2*t);
f2=2*exp(-3*t);
f=f1+f2;
plot(t,f) %urdina
hold on
plot(t,f1) %gorria
plot(t,f2) %horia
```



Irudia 1-1. Bostgarrena.m script-a erabiliz lortutako emaitza.

1.6.ARIKETA:

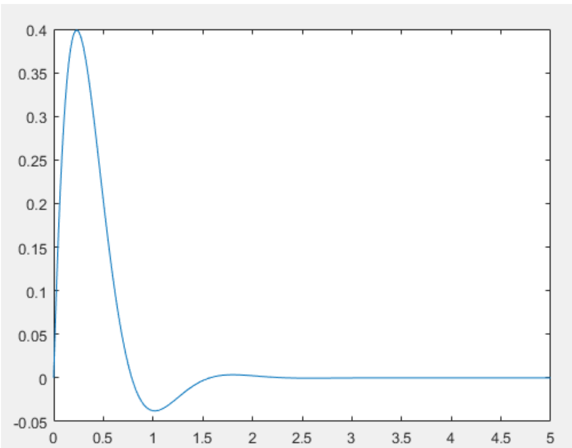
Adierazi grafikoki $f(t)=e^{-3\cdot t}\cdot \sin(4\cdot t)$.

Hasteko *t* parametroa definitu behar da, horretarako *linspace()* komandoa erabili da. Hau 0-tik 5-era 300 punturen bidez definitu da. Jarraian, *f* funtzioa definitzea beharrezkoa da. Azkenik, *plot()* komandoa erabiliz grafikoa sortu da, x ardatzean *t* izanda eta y ardatzean *f*. Erabili beharreko script-a *seigarrena.m* da:

```
t=linspace(0,5,300);
f=exp(-3*t).*sin(4*t);
plot(t,f)
```

Kasu honetan biderkadura egiterakoan *.** jarri da matriziala delako.

Grafikoa 5.puntura arte egitea eskatu da bertatik aurrera funtzioa egonkortzen delako.



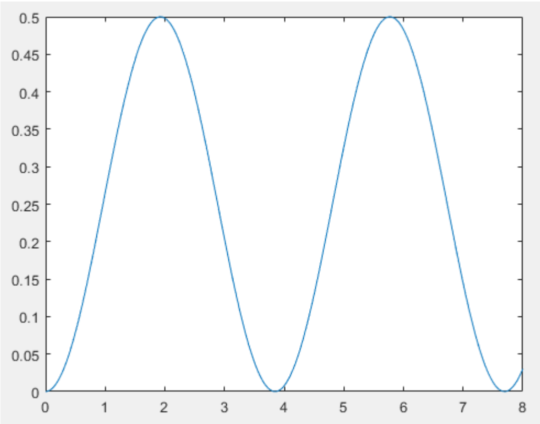
Irudia 1-2. Aurreko script-a erabilita lortzen den grafikoa.

1.7.ARIKETA:

Adierazi grafikoki $x(t)=\frac{1}{k}\left(1-\cos\left(\sqrt{k/m}\ t\right)\right)$ **bi oszilazio oso agertzen direlarik, non k=4 eta m=1.5 diren.**

Ariketa hau garatzeko *m, k* eta *t* parametroak eta *x* funtzioa definitu dira. *m* eta *k*-ren balioak ezagunak dira, beraz, zuzenean definitzea posiblea izan da. *t* parametroa definitzeko *linspace()* komandoa erabili da berriz, bi oszilazio oso agertu behar direnez 300 puntu eskatu dira 1 eta 9 artean. Grafikoa lortzeko *plot()* komandoa erabili da. *Zazpigarrena.m* programa exekutatu behar da:

```
t=linspace(0,8,300);
m=1.5;
k=4;
x=1/k*(1-cos(sqrt(k/m)*t));
plot(t,x)
```



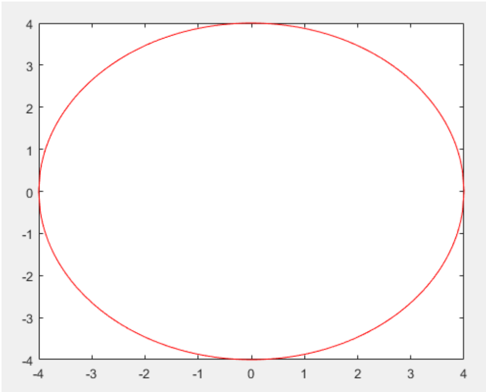
Irudia 1-3. Aurreko script-a erabiliz lotutako grafikoa.

1.8.ARIKETA:

Marraztu paperean eta ordenagailuan 4-ko erradioa duen zirkunferentzia $x^2+y^2=r^2 \rightarrow y=\sqrt{r^2-x^2}$ **.**

Ariketa hau garatzeko lehenengo eta behin ariketak esaten duen bezala erradioa 4 bezala definitu da. Jarraitzeko *linspace()* komandoa erabili da x ardatzak hartuko dituen balioak definitzeko, hau -4 eta 4 artean mugatu da erradioa 4 baita. y funtzioa definitzerako orduan bi zatitan egin da, alde positiboa eta negatiboa. Eta azkenik horren adierazpen grafikoa lortu da *plot()* komandoa erabiliz. Erabili den *script*-a hurrengoa da:

```
r=4;
x=linspace(-4,4,300);
y1=sqrt(r.^2-x.^2);
y2=-y1;
plot(x,y1,'r')
hold on
plot(x,y2,'r')
```



Irudia 1-4. Aurreko script-a erabiliz lortutako emaitza.

1.9.ARIKETA:

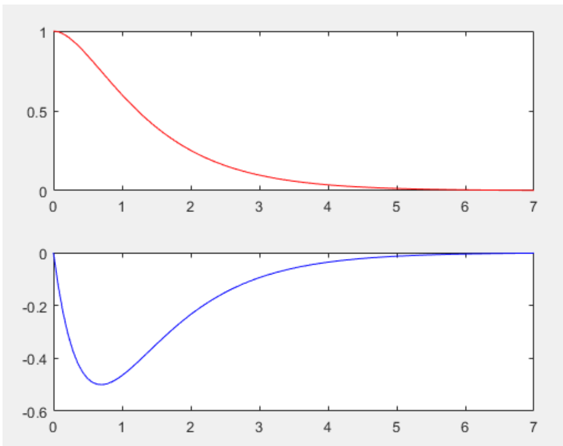
Ekuazio diferentzial bat eta bere soluzioa emanik, konprobatu grafikoki bete egiten duela.

$$\frac{d^2x(t)}{dt}+3\frac{dx(t)}{dt}+2x(t)=0 \quad \begin{cases} x(0)=1 \\ x'(0)=0 \end{cases}$$

$$x(t)=2e^{-t}-e^{-2t}$$

Azkeneko ariketa honetan konprobatu behar izan da datu horiek betetzen dituela. Horretarako *script* hau erabili da:

```
t=linspace(0,7,100);
x=2*exp(-t)-exp(-2*t);
subplot(2,1,1)
plot(t,x,'r')
xD=-2*exp(-t)+2*exp(-2*t);
subplot(2,1,2)
plot(t,xD,'b')
```



Irudia 1-5. Aurreko script-ak bueltatzen duen emaitza.

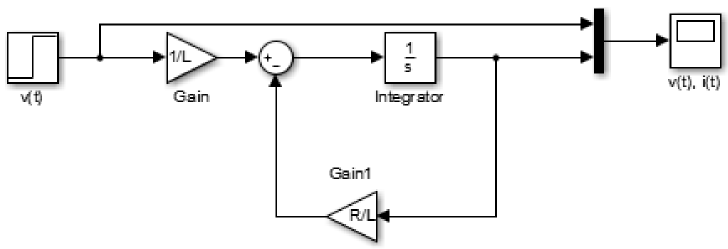
1-5 irudian grafiko gorria funtzioa izango da eta grafiko urdina horren deribatua. Hortaz, ikus daiteke t=0 denean x=1 dela eta x’=0.

2.PRAKTIKA: SIMULINK INGURUNE GRAFIKOA

2.1.ARIKETA:

Kontuan izanda RL zirkuituaren ekuazio diferentziala ezagutzen dela, eratu edo inplementatu ezazu ekuazio hau Simulink-eko fitxategi batetan, non hasierako baldintzak ere kontuan hartzen dituen. Sortu ere `RLinit.m` programa Vcc=5 v, R=10 Ω, L=0.5 H, I0=0 (eta I0=(Vcc/R)/2) simulatu aurretik parametroen balioak hasieratzeko. Simulatu sistema segundo batean sarrera *v(t)=Vcc* delarik, hasierako baldintza bientzako eta grafikatu *i(t)* irteera kasu bakoitzarentzako.

Hau garatzeko lehenik eta behin *Simulink*-en hurrengo zirkuitoa definitu da:

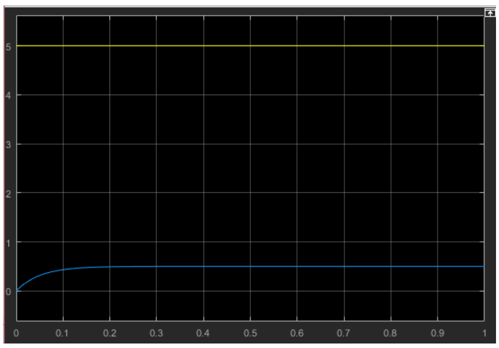


Irudia 2-1. Simulink-eko sistema.

Aipatu behar da v(t)-n, *step* elementuan, *final value* delakoa Vcc moduan definitu dela. Ariketa honetan bi saiakuntza egingo dira, lehenengoa IO=0 denean eta bigarrena IO=(Vcc/R)/2 denean.

1)

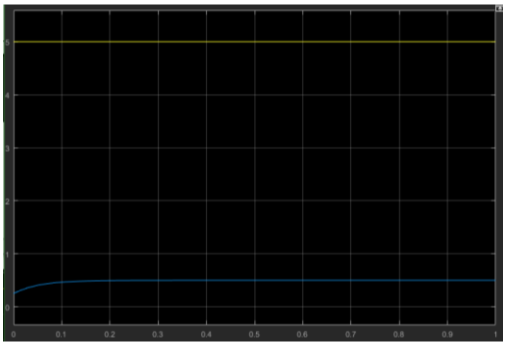
Hasteko *MatLab*-en parametro batzuk definitu dira:
>> Vcc=5; R=10;L=0.5;I0=0;



Irudia 2-2. 1 ataleko erantzuna.

2)

Kasu honetan aldatzen den parametroa IO da, hortaz, *MatLab*-en definitutako parametroak honakoak izan dira:
>> Vcc=5; R=10;L=0.5;I0=(Vcc/R)/2;

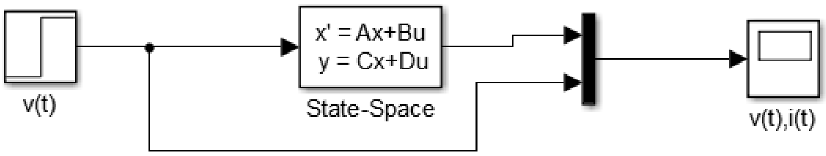


Irudia 2-3. 2 atalaren erantzuna.

2.2.ARIKETA:

Eratu RL zirkuituaren ekuazio diferentziala barne adierazpeneko Simulink-eko blokearen bidez (State-Space), non hasierako baldintzak ere kontuan hartzen dituen. Simulatu orain ere sistema sarrera *v(t)=Vcc* delarik segundo batean, hasierako baldintza bientzako eta grafikatu *i(t)* irteera kasu bakoitzarentzako. Konparatu aurreko ataleko emaitzekin eta eman zure iritzia.

Ariketa garatu ahal izateko lehenik eta behin *Simulink*-eko zirkuitoa egin behar izan da:

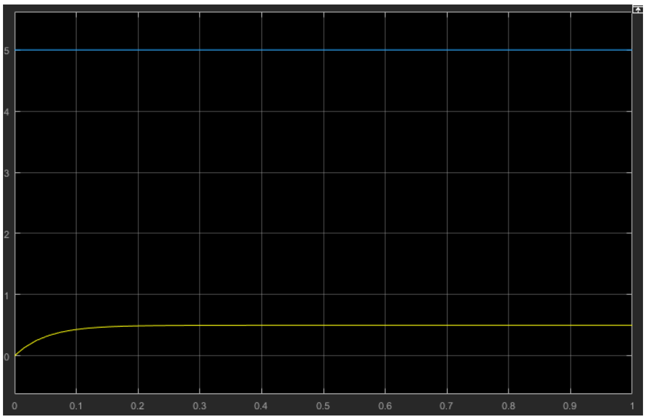


Irudia 2-4. Simulink-eko zirkuitoa.

Aurreko ariketan erabili diren datu berdinak erabili dira honakoan ere, eta bi saiakuntza egin dira:

1)

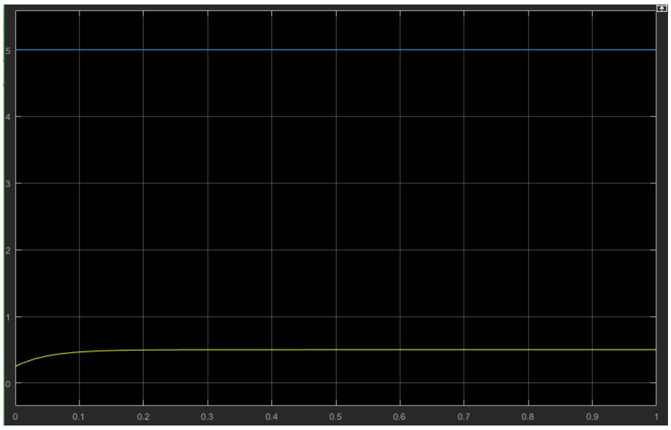
I0=0 izan da kasu honetan:



Irudia 2-5. 1 atalaren erantzuna.

2)

I0=(Vcc/R)/2 deneko kasua:

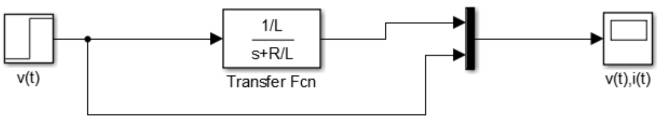


Irudia 2-6. 2 atalaren erantzuna.

2.3.ARIKETA:

Eratu RL zirkuituaren G(s)=I(s)/V(s) transferentzia funtzioa eta simulatu sistema segundo batean sarrera *v(t)=Vcc* delarik eta grafikatu *i(t)* irteera. Konparatu aurreko ataletako emaitzekin eta eman zure iritzia.

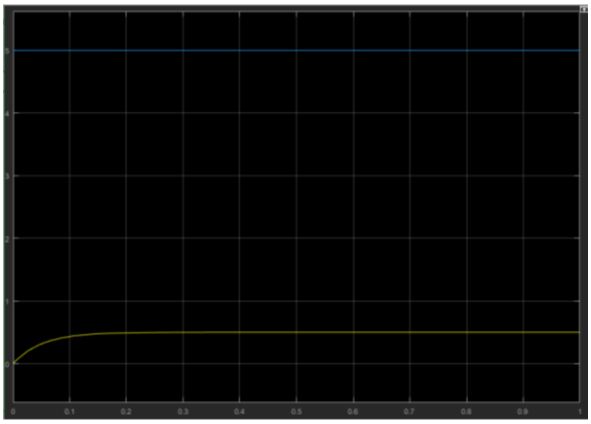
Ariketarekin hasteko *Simulink*-eko zirkuitoa definitu da:



Irudia 2-7. Simulink-eko zirkuitoa.

1)

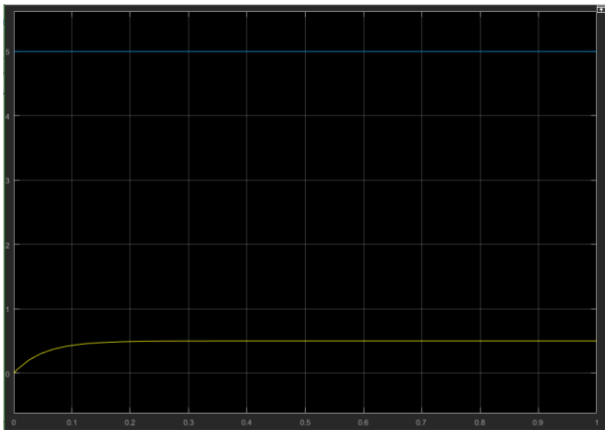
IO=0 izan da kasu honetan:



Irudia 2-8. 1 atalaren erantzuna.

2)

IO=(Vcc/R)/2 deneko kasua:

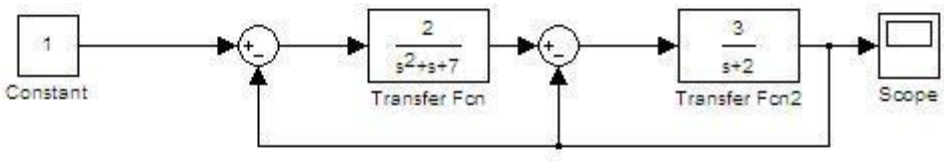


Irudia 2-9. 2 atalaren erantzuna.

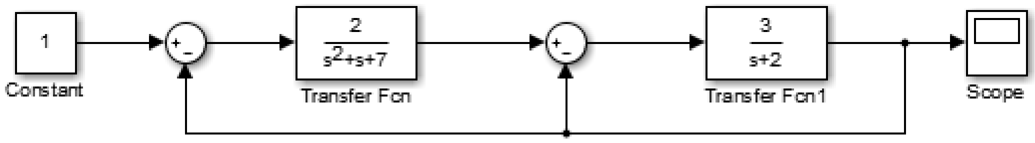
Ariketa honetan 1 eta 2 ataletako erantzunak berdinak dira, 2-8 eta 2-9 irudietan ikus daitekeen moduan. Hau honela ematen da I0-k ez dituelako hasierako baldintzak kontutan hartzen.

2.4.ARIKETA:

Aurkitu irteeraren maximoa eta zein unetan ematen den.

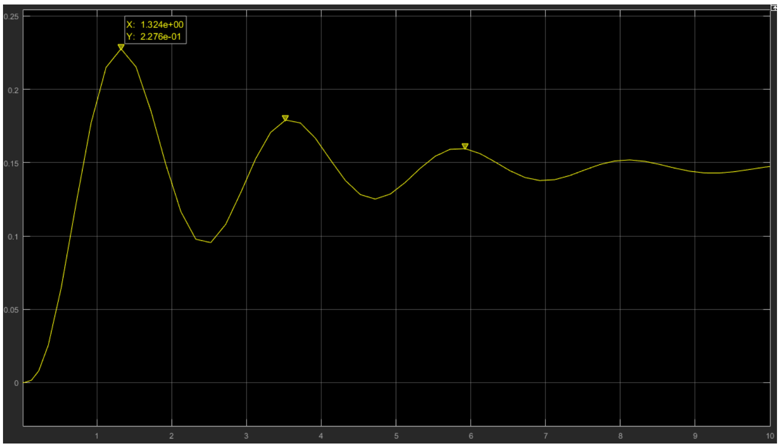


Aurreko irudian dagoen zirkuitoa *Simulink*-en bidez definitu da. *Simulink*-en hartutako *Transfer Fcn*-ak aldatu behar izan dira. Lehenengoan *Numerator coefficients* jartzen duen tokian 2 jarri da kortxete artean, eta *Denominator coefficients* jartzen duen tokian ordea, [1 1 7]. Bigarrenaren kasuan, [3] izan da *Numerator coefficients* eta [1 2] *Denominator coefficients.* Hori horrela eginda honelako sistema lortu da:



Irudia 2-10. Simulink-eko zirkuitoa.

Hau behin eginda, *scope*-a ireki eta honetan agertzen den *Peak Finder* botoiaz baliatuz irteera maximoa (0.2276) eta horren denbora (1.324s) lortu dira.

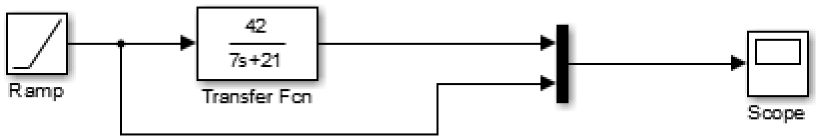


Irudia 2-11. Aurreko zirkuitoaren erantzuna.

2.5.ARIKETA:

Simulatu 2. mintegiko 1. ariketako b) kasua:
Aurkitu eta marraztu gutxi gorabehera sistema hauen irteera adierazten diren sarreren aurrean:

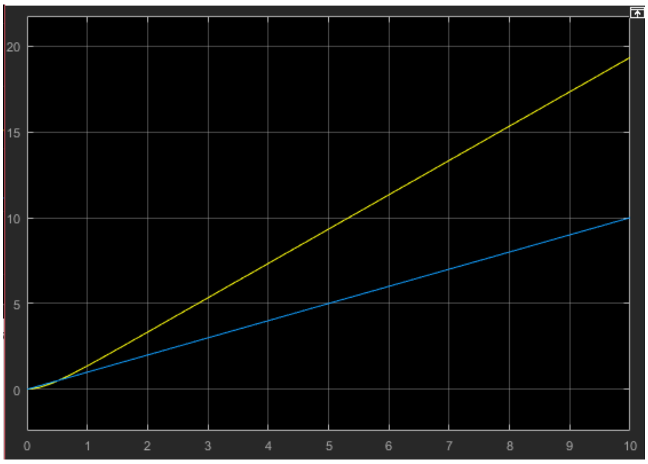
$$G(s) = \frac{42}{7s+21}$$ **, arrapala unitario delarik sarreran**



Irudia 2-12. Simulink-eko zirkuitoa.

Zirkuitoan ariketak eskatzen duen funtzioa definitu ahal izateko *Numerator coefficients* [42] jarri da eta *Denominator coefficients* [7 21].

Honen *scope*-a irekiz gero hurengo emaitza lortu da:



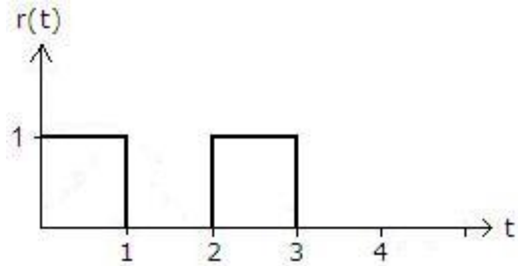
Irudia 2-13. Aurreko zirkuitoaren erantzuna.

2.6.ARIKETA:

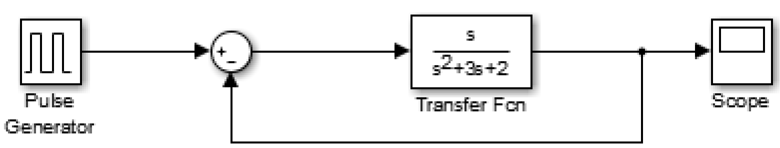
Simulatu eta aurkitu, sistema hau izanik, $G(s)=\dfrac{s}{s^2+3s+2}$**, begizta itxian berrelikadura unitario negatiboarekin izango duen irteera sarrera hauek aplikatzean:**

a)

Aurkitu c(2) eta c(4)-ren balioak sarrera honen aurrean:

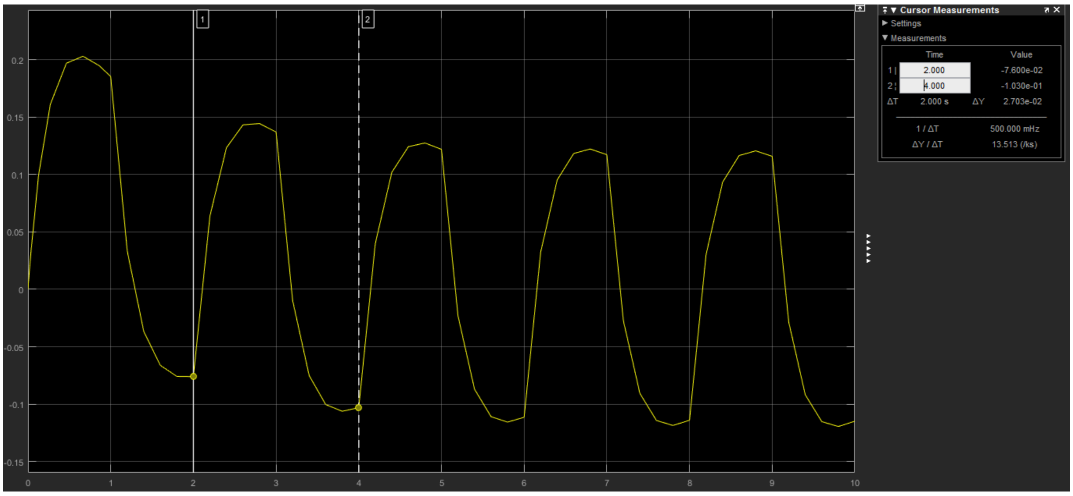


Lehenik eta behin *Simulink*-eko zirkuitoa zehaztu da.



Irudia 2-14. Simulink-eko zirkuitoa.

Sarrera era egokian ezartzeko *Pulse Generator* elementuan aldaketak egin behar izan dira: anplitudea 1, periodoa 2s eta *Pulse width* delakoa %50 da, gainontzeko elementuak aurretik zehaztuta dauden moduan geratu dira. Hau behin eginda *scope*-a ireki da eta erregelaren botoia sakatuz (2s eta 4s-an finkatuko dira lerroak) hurrengo lortu da:

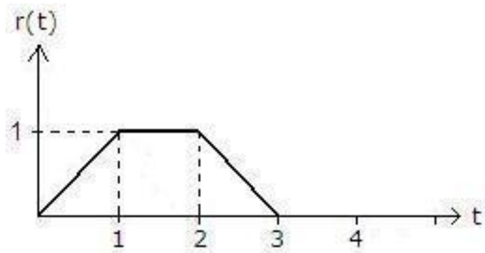


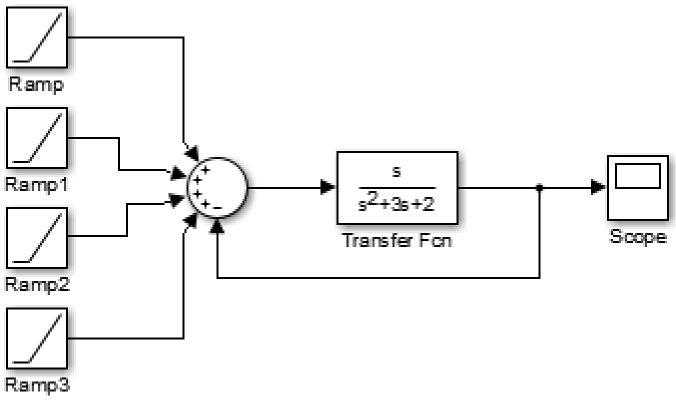
Irudia 2-15. a) atalaren erantzuna.

Grafiko honen bidez ikusi ahal izan da c(2)=-0.076 dela eta c(4)=-0.103.

b)

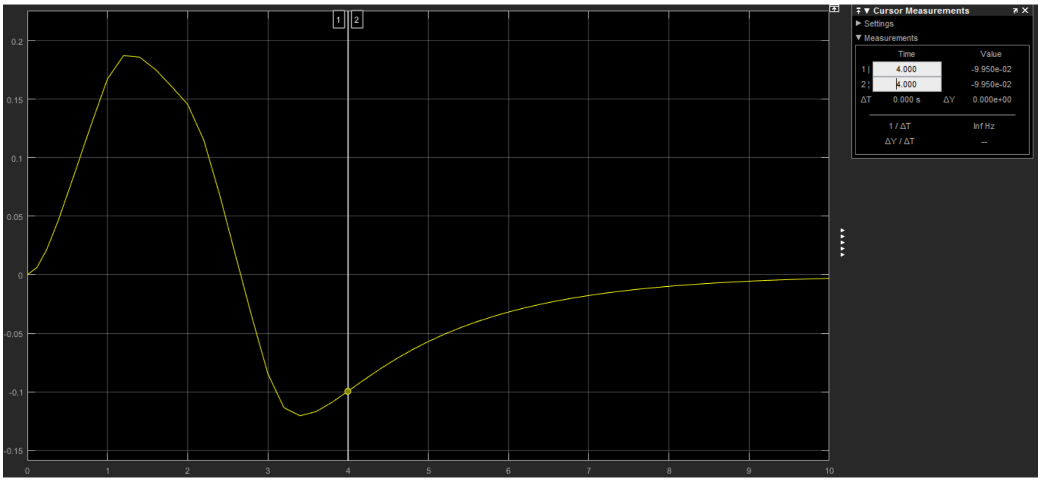
Aurkitu c(4)-ren balioa sarrera honen aurrean:





Irudia 2-16. b) ataleko zirkuitoa.

b) atal honetan sarrera da aldatu behar izan den partea, beraz, zirkuitoa ondo egiteko lau arrapalen arteko batura egin da: lehenengo arrapala unitarioa izan da, bigarrena lehenengo segundoan hasi da eta minus bateko maldako (aurrekoa indargabetzeko), hirugarrena 2s-an hasi da eta malda berriro ere -1ekoa izan da, eta azkena 3s-an hasi da eta malda 1ekoa izan da (aurrekoa indargabetzeko). *Scope*-a ireki eta erregelaren botoia sakatzerakoan (4s-an finkatuko da lerroa) honako emaitza lortu da:



Irudia 2-17. b) atalaren erantzuna.

Hortaz, 2-17 irudia begiratuz esan daiteke c(4)=-0.0995 dela.

2.7.ARIKETA:

Aurkitu eskuz (matematikoki) eta Simulink-en bidez, $G(s)=\dfrac{1}{s^2+5s+5}$ **sistema begizta itxian berrelikadura negatiboarekin duen c(2), 6. ariketako b) ataleko sarrera aplikatzean.**

Lehenik eta behin ariketa eskuz ebatzi da:

$$G(s)=\frac{1}{s^2+5s+5}\rightarrow BItxTF=\frac{\frac{1}{s^2+5s+5}}{1+\frac{1}{s^2+5s+5}}=\frac{1}{s^2+5s+6}$$

$$C(s)=BItxTF\cdot R(s)=\frac{1}{s^2+5s+6}\cdot\frac{1}{s^2}=\frac{a}{s+2}+\frac{b}{s+3}+\frac{c}{s}+\frac{d}{s^2}=$$
$$=\frac{a\cdot s^2(s+3)+b\cdot s^2(s+2)+c\cdot s(s+2)(s+3)+d(s+2)(s+3)}{s^2(s+2)(s+3)}=$$
$$=\frac{s^3(a+b+c)+s^2(3a+2b+5c+d)+s(6c+5d)+6d}{s^2(s+2)(s+3)}$$

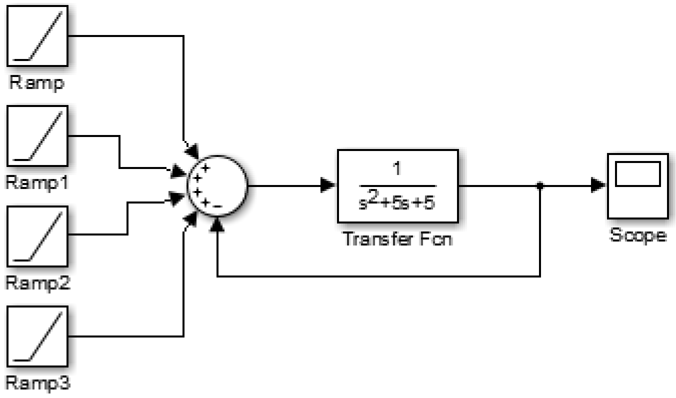
$$\left.\begin{array}{l} s^3\rightarrow a+b+c=0\\ s^2\rightarrow 3a+2b+5c+d=0\\ s\rightarrow 6c+5d=0\\ s^0\rightarrow 6d=1\end{array}\right\}\quad a=\frac{1}{4}\qquad b=\frac{-1}{9}\qquad c=\frac{-5}{36}\qquad d=\frac{1}{6}$$

$$c_{arr_{un}}(t) = \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{9}e^{-3t} - \frac{5}{36} + \frac{1}{6}t$$

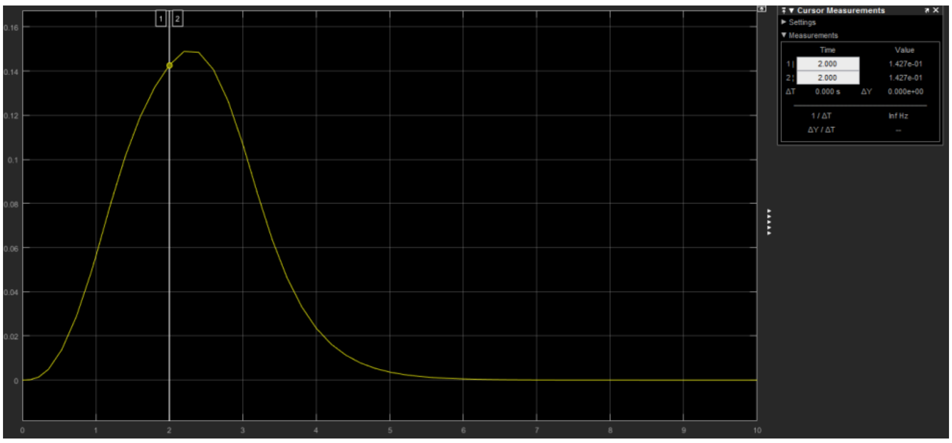
$$c(t) = c_{arr_{un}}(t) - c_{arr_{un}}(t-1) - c_{arr_{un}}(t-2) + c_{arr_{un}}(t-3)$$

$$c(2) = 0.1427$$

Jarraian, ondo egin dela ziurtatzeko, *Simulink*-en bidez egin da:



Irudia 2-18. Simulink-eko zirkuitoa.



Irudia 2-19. Zirkuito horrek bueltatuko erantzuna.

Honetan ikus daiteke c(2)=0.1427 dela.

3.PRAKTIKA: POLO MENDERATZAILEAK eta SISTEMA ALDAGAIAK

Praktika honetan polo menderatzaileen eragina aztertu da. Polo menderatzaileak ardatz irudikaritik gertuen dauden poloak dira eta, hortaz, sistemaren erantzunean eragin handiena dutenak.

3.1.ARIKETA:

Ondorengo sistema emanda: $G(s)=\dfrac{40}{s^2+22s+40}$

a)

Kalkulatu eskuz sistema honen irteera sarrera maila unitarioarentzako.

$$G(s)=\frac{40}{s^2+22s+40} \quad ; \qquad r(t)=1 \rightarrow R(s)=\frac{1}{s}$$

$$s^2+22s+40=0 \rightarrow s=\frac{-22\pm\sqrt{22^2-4\cdot 40}}{2}=\begin{cases} p1=-2 \\ p2=-20 \end{cases} \longrightarrow G(s)=\frac{40}{(s+2)\cdot(s+20)}$$

$$C(s)=R(s)\cdot G(s)=\frac{40}{(s+2)(s+20)}\cdot\frac{1}{s}=\frac{a}{s+2}+\frac{b}{s+20}+\frac{c}{s}=$$

$$=\frac{a\cdot s(s+20)+b\cdot s(s+2)+c(s+2)(s+20)}{s(s+2)(s+20)}=$$

$$=\frac{s^2(a+b+c)+s(20a+2b+22c)+40c}{s(s+2)(s+20)}$$

$$\begin{cases} s^2 \rightarrow 0=a+b+c \rightarrow a={}^{-10}/_{9} \\ s \rightarrow 0=20a+2b+22c \rightarrow b={}^{1}/_{9} \\ s^{\emptyset} \rightarrow 40=40c \rightarrow c=1 \end{cases}$$

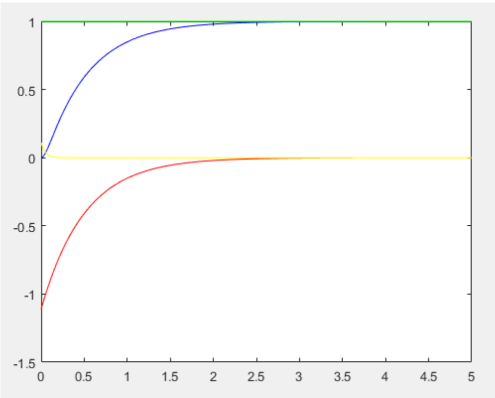
$$\boxed{c(t)=\frac{-10}{9}e^{-2t}+\frac{1}{9}e^{20t}+1}$$

b)

Marraztu irteeraren partaide bakoitza eta orokorra plot berean.

Ariketaren atal hau aurrera eramateko lehenengoz *t* parametroa definitu da *linspace()* komandoaren bidez. Jarraian, *a)* atalean lortu diren emaitzak banan-banan definitu dira *c1,c2* eta *c3* moduan; baita *c* aldagaia ere, aurreko hiruren batura dena. Amaitzeko *plot()* komandoaren bidez grafikoak egin dira. *lehenengoaB.m* script-a erabili da.

```
t=linspace(0,5,300);
c1=-10/9*exp(-2*t);
c2=1/9*exp(-20*t);
c3=1*ones(1,300);
c=c1+c2+c3;
plot(t,c,'b') %urdina
hold on
plot(t,c1,'r') %gorria
plot(t,c2,'y') %horia
plot(t,c3,'g') %berdea
```



Irudia 3-1. a) atalean lortutako emaitzaren grafikoa.

c)

Konprobatu polo menderatzailearen eragina urrunago dagoenarekiko.

Ikusi daiteke nola lerro horia ez den 0-tik hasten, balio txiki batekin baizik, hau polo menderatzailearen eraginagatik ematen da. Hala ere, polo menderatzailearen eragina azkar desagertzen da eta x ardatzaren balioak haztean ez da nabaritzen.

d)

Sinplifikatu ahal bada, sinplifikatu eta egin berriz a) eta b) atalak sistema sinplifikatuarekin.

$$G'(s) = \frac{40}{(s+2)\cdot 20} = \frac{2}{s+2}$$

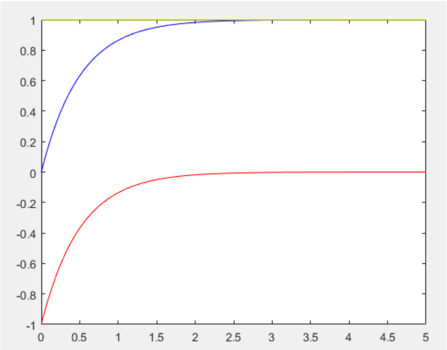
$$C'(s) = R(s)\cdot G'(s) = \frac{2}{s+2}\cdot\frac{1}{s} = \frac{a}{s+2} + \frac{b}{s} = \frac{as + b(s+2)}{s(s+2)} = \frac{s(a+b)+2b}{s(s+2)}$$

$$\begin{cases} s \to 0 = a + b \to a = -1 \\ s^{\emptyset} \to 2 = 2b \to b = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{c'(t) = -e^{-2t} + 1}$$

Atal hau garatzeko *b)* atala garatzeko jarraitu diren pausu berak jarraitu dira, baina kasu honetan eskuz lortu berri den *c'(t)* funtzioa definitu da. Horretarako *lehenengoaD.m* programa erabili da.

```
t=linspace(0,5,300);
c1=-exp(-2*t);
c2=1*ones(1,300);
c=c1+c2;
plot(t,c,'b') %urdina
```



Irudia 3-2. d) atalean lortutako emaitzaren grafikoa.

e)

Komentatu ondorioak.

Polo menderatzailea desagertzean grafiko orokorra ez da zehazki 0 puntutik hasten.

3.2.ARIKETA:

Poloen eta azken balioaren arabera sistemak eraikitzen:

a)

Marraztu azken balioa 1 (maila unitarioaren aurrean) duten eta sistema hauen irteera, jakinik bakoitzaren poloak hauek direla: $\begin{cases} 1.) s = -2 \\ 2.) s = -2 \;\; y \;\; s = -3 \\ 3.) s = -2 \;\; y \;\; s = -10 \\ 4.) s = -2 \;\; y \;\; s = -20 \end{cases}$

Enuntziatuak r(t)=1 dela esaten duenez, R(s)=1/s izango da. Modu berean, balio azkena 1 da; hortaz, k_{est}-a kalkulatzeko $B_{azk}=1*k_{est}$ dela kontuan hartuko da.

Lehenengoa eskuz ebatziko da, jarraian MatLab-en egindako script-a erakutzi eta honekin ebatziko da. Gainontzekoak era berean ebazten direnez, bakarrik script-a erabiliko da:

1.) s=-2

$$G(s) = \frac{x}{s+2}\ ;\ k_{est} = \lim_{s\to 0} G(s) = \frac{x}{0+2} = 1 \to x = 2 \quad \to \quad G(s) = \frac{2}{s+2}$$

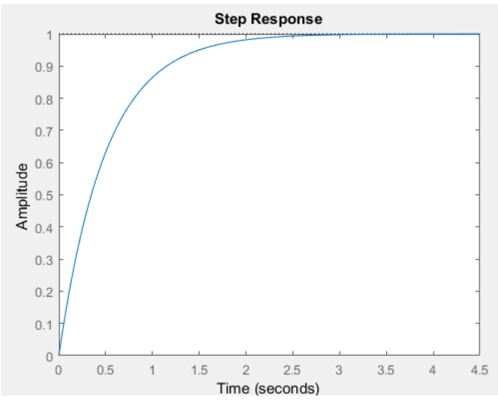
$$(s) = G(s)\cdot R(s) = \frac{2}{s+2}\cdot\frac{1}{s} = \frac{a}{s+2} + \frac{b}{s} = \frac{as + b\cdot(s+2)}{s(s+2)} = \frac{s\cdot(a+b)+2b}{s(s+2)}$$

$$\begin{cases} s \to 0 = a + b \to a = -1 \\ s^{\emptyset} \to 2 = 2b \to b = 1 \end{cases}$$

Hurrengoa da erabili den programa:

```
Bazk=1;
kest=Bazk/1;
s=0;
n=Bazk/kest*(s+2)

G=tf(n,[1 2])
step(G)
```

Hau exekutatzean *n=2* da erakusten den emaitza, hortaz, $G(s) = \frac{2}{s+2}$ da eta honakoa bueltatutako grafikoa:

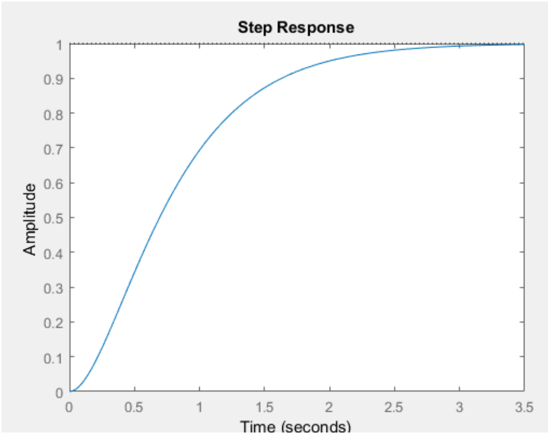


Irudia 3-3. Poloa -2 izanda lortutako emaitza.

2.) s=-2 eta s=-3

```
Bazk=1;
kest=Bazk/1;
s=0;
n=Bazk/kest*((s+2)*(s+3))

G=tf(n,[1 5 6])
step(G)
```

Kasu honetan, hau exekutatuz lortzen da *n=6.* Beraz, $G(s) = \frac{6}{s^2+5s+6}$ da eta honakoa funtzio horren grafikoa:

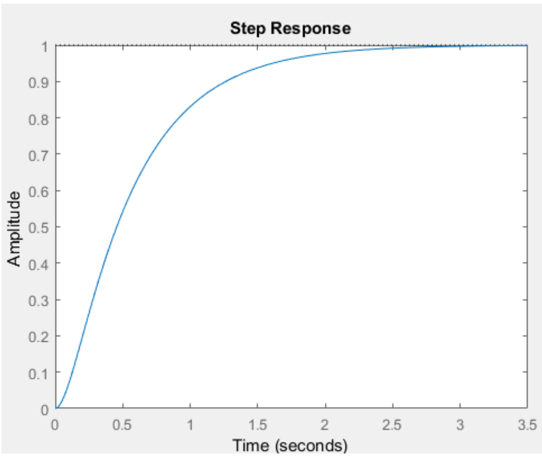


Irudia 3-4. Poloak -2 eta -3 direnean lortu den emaitza.

3.) s=-2 eta s=-10

```
Bazk=1;
kest=Bazk/1;
s=0;
n=Bazk/kest*((s+2)*(s+10))

G=tf(n,[1 12 20])
step(G)
```

Script hau exekutatu denean *n=20* lortu da, $G(s) = \frac{20}{s^2+12s+20}$ da eta grafikoa honakoa:

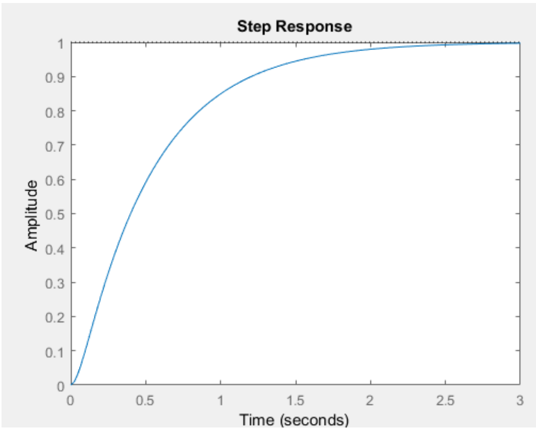


Irudia 3-5. Poloak -2 eta -10 izanda lortu den emaitza.

4.) s=-2 eta s=-20

```
Bazk=1;
kest=Bazk/1;
s=0;
n=Bazk/kest*((s+2)*(s+20))

G=tf(n,[1 22 40])
step(G)
```

Script hau exekutatuz *n=40* dela lortu da, $G(s) = \frac{40}{s^2+22s+40}$ da eta grafikoa:



Irudia 3-6. Poloak -2 eta -20 badira lortutako emaitza.

b)

Adierazi zeintzuk diren beraien artean berdintsuen diren sistemak:

Ikus daitekeen moduan berdintsuen diren sistemak lehenengoa eta azkena dira; hau da, poloa -2 denean eta -2 eta -20 direnean. Hau horrela ematen da poloak ardatz irudikaritik urrundu ahala haien eragina desagertzen doalako eta, beraz, grafikoak antzekoak dira.

3.3.ARIKETA:

Poloen eta azken balioaren arabera sistemak eraikitzen:

a)

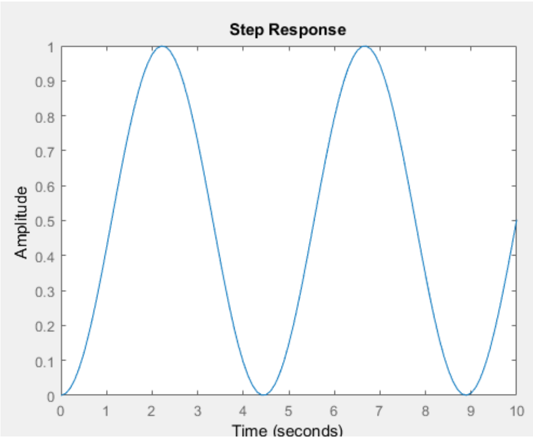
Marraztu azken balioa 1 duten sistema hauen irteera, jakinik bakoitzak honako poloak dituela: $\begin{cases} 1.)s=+j \quad s=-j \\ 2.)s=+j \quad s=-j \quad s=-2 \\ 3.)s=+j \quad s=-j \quad s=-15 \end{cases}$

Ariketa honen ebazpena egiteko aurreko ariketa ebazteko jarraitu diren pausu berdinak jarraitu dira, baina kasu honetan $\pm j$ diren poloak adierazteko s^2+1 moduan adierazi dira.

1.) s=+j eta s=-j

```
Bazk=1;
kest=Bazk/1;
s=0;
n=Bazk/kest*(s^2+1)

G=tf(n,[1 0 2])
step(G,10)
```

Script hau exekutatzen bada *n=1* lortzen da, $G(s) = \frac{1}{s^2+1}$ eta jarraian agertzen den grafikoa:

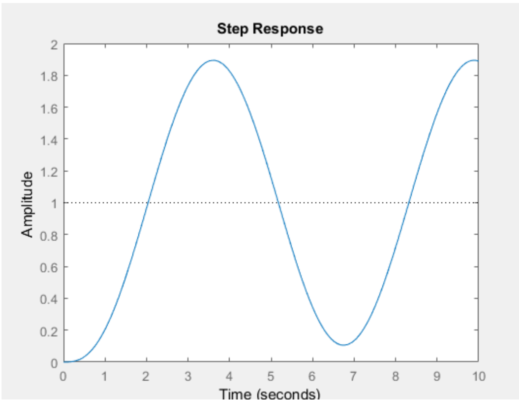


Irudia 3-7. Poloak +j eta –j direnean lortu den emaitza.

2.) s=+j, s=-j eta s=-2

```
Bazk=1;
kest=Bazk/1;
s=0;
n=Bazk/kest*((s^2+1)*(s+2))

G=tf(n,[1 2 1 2])
step(G,10)
```

Honekin *n=2*, $G(s) = \frac{2}{s^3+2s^2+s+2}$ eta honako grafikoa lortu dira:

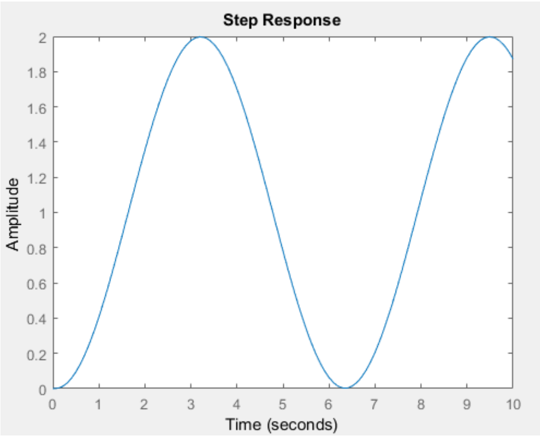


Irudia 3-8. Poloak +j, -j eta -2 izanda lortutako grafikoa.

3.) s=+j, s=-j eta s=-15

```
Bazk=1;
kest=Bazk/1;
s=0;
n=Bazk/kest*((s^2+1)*(s+15))

G=tf(n,[1 15 1 15])
step(G,10)
```

Script honekin hurrengo emaitzak lortu dira: *n=15*, $G(s) = \frac{15}{s^3+15s^2+s+15}$ eta honako grafikoa:



Irudia 3-9. Poloak +j, -j eta -15 direla lortutako emaitzak.

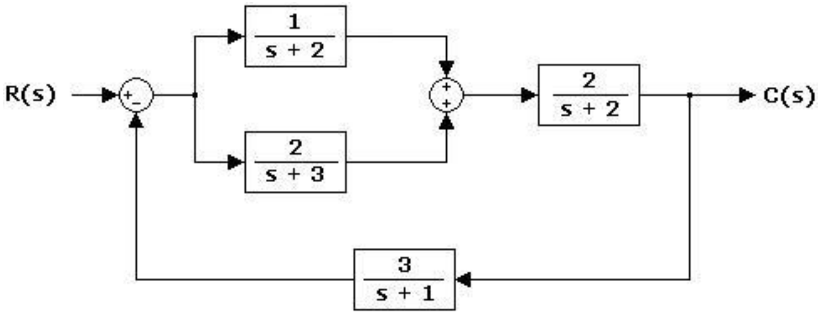
b)

Adierazi zeintzuk diren beraien artean berdintsuen diren sistemak:

Ikus daiteke berdintsuen diren sistemak lehenengoa eta azkena direla; hau da, s=+j eta s=-j, eta s=+j, s=-j eta s=-15 direnean. Bigarren kasuan, poloa ardatz irudikaritik gertuago dagoenez eragin handiagoa du eta, hortaz, grafikoa desberdinagoa da.

3.4.ARIKETA:

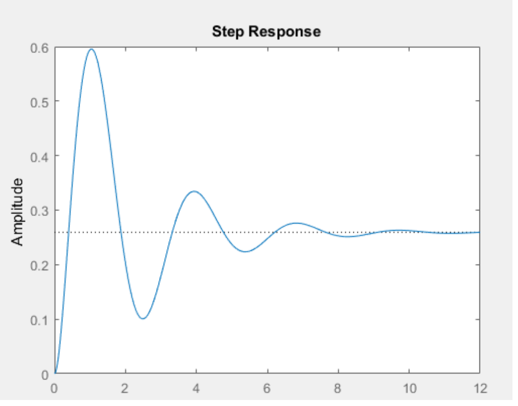
Beheko sistema izanik eta sistema aldagaiak erabiliz, aurkitu MatLab-en sarrera maila unitarioarentzako, irteeraren balio maximoa eta puntako denbora, t_p **. Alderatu emaitza sistema horren Simulink-eko simulazioarekin.**



Ariketa hau bi era desberdinetan ebatzi da. Lehenik eta behin jarraian ikus daitekeen script-a garatu da:

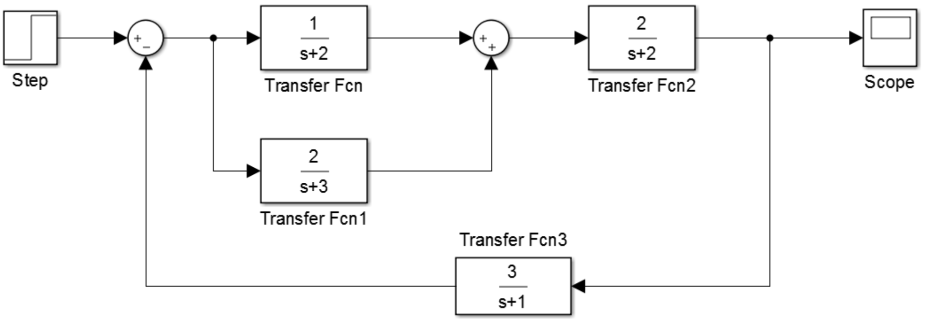
```
G1=tf(1,[1 2]);
G2=tf(2,[1 3]);
G3=tf(2,[1 2]);
G4=tf(3,[1 1]);

Gp=parallel(G1,G2);
Gs=series(Gp,G3);
G=feedback(Gs,G4);
[c,t]=step(G);
step(G)

[cmax,imax]=max(c)
tp=t(imax,1)
```

Modu honetan, irteeraren balio maximoa lortu da: $c_{max}=0{,}5955$ eta balio hori $t_p=1{,}0326$ segundoan eman dela. Honekin batera script-ak balio maximo horren posizio eman du ($i_{max}=53$). Honako grafikoa bueltatu du:



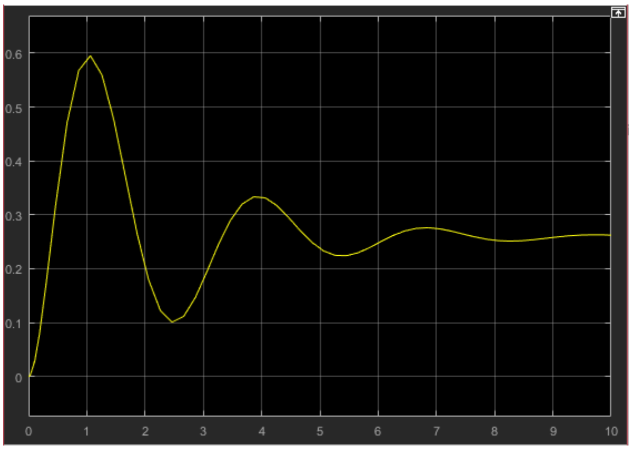
Irudia 3-10. 4.ariketarako garatutako programak emandako erantzuna.

Bigarren bidea sistema *Simulink*-ekin garatzea izan da:



Irudia 3-11. Simulink-en bidez garatutako sistema.

Sistema hori exekutatu eta bere *scope*-a irekiz honako erantzuna lortu da:



Irudia 3-12. Scope-ak bueltatutako erantzuna.

Grafiko biak aztertuz ikus daiteke bi moduetan erantzun bera lortu dela.

3.5.ARIKETA:

Aurkitu K parametroak izan behar duen balioa A sistemarekin begizta itxian berrelikadura negatibo unitarioarekin, B-k berrelikadurarik gabe duen puntako denbora berdina izan dezan, biak maila unitarioaren aurrean.

$$A(s) = \frac{2}{s^2 + 0.9s + 2}$$

$$B(s) = \frac{3}{s^2 + 0.7s + K}$$

Ariketa hau ebatzi ahal izateko $G(s) = \frac{K \cdot Wn^2}{s^2 + 2 \cdot \delta \cdot Wn \cdot s + Wn^2}$ formula erabili da. Horrela *A(s)* transferentzia sistemaren balioak berdinduz puntako denbora lortu da. Enuntziatuak esaten duen moduan bi funtzioetan puntako denbora berdina da, beraz, bertatik abiatuta posiblea izan da gainontzeko ezezagun guztiak askatzea bilatzen zen *k*-ren balioa aurkitzeko.

```
Wn1=2;
delta1=0.9/(2*Wn);
s=0;
kest1=2/(s^2+0.9*s+4);
Bazk1=1*kest;
Wd1=Wn1*sqrt(1-delta^2);
tp1=pi/Wd;

tp2=tp1; %tp biak berdinak badira Wd biak ere berdinak
Wd2=Wd1;
k=(4*Wd2^2+0.7^2)/4
```

Beraz, script honekin k-ren balioa lortu da: **k=3,92**.

3.6.ARIKETA:

Aurkitu K parametroak izan behar duen balioa A sistemarekin begizta itxian berrelikadura negatibo unitarioarekin, B-k berrelikadurarik gabe duen gehienezko gaindiketa berdina izan dezan, biak maila unitarioaren aurrean.

$$A(s) = \frac{2}{s^2 + 0.9s + 2}$$

$$B(s) = \frac{3}{s^2 + 0.7s + K}$$

Ariketa hau ebazteko ere $G(s) = \frac{K \cdot Wn^2}{s^2 + 2 \cdot \delta \cdot Wn \cdot s + Wn^2}$ formula erabili da. Kasu *A(s)* transferentzia funtzioaren balioak berdinduz honen gehienezko gaindiketa lortu da. Enuntziatuak esaten bi funtzioetan gehienezko gaindiketa berdina dela, beraz, bertatik abiatuta posiblea izan da gainontzeko ezezagun guztiak askatzea bilatzen zen *k*-ren balioa aurkitu ahal izateko.

```
Wn1=2;
delta1=0.9/(2*Wn);
s=0;
kest1=2/(s^2+0.9*s+4);
Bazk1=1*kest;
Wd1=Wn1*sqrt(1-delta^2);
tp1=pi/Wd;
Mp1=exp(-delta1*pi/sqrt(1-delta1^2));

Mp2=Mp1; %Mp-ak berdinak badira delta2=delta1
delta2=delta1;
Wn2=0.7/(2*delta2);
k=Wn2^2
```

Script honek bueltatzen duen emaitza **k=2,4198** da.

4. PRAKTIKA: EGOERA EGONKORREKO ERROREA (ESS) ETA SISTEMEN EGONKORTASUNA DENBORA-EREMUAN (ROUTH-HURWITZEN IRIZPIDEA)

Laugarren praktika honetan sistemen egonkortasuna aztertu egingo da.

4.1.ARIKETA:

Aurkitu sistema hauen errore-koefiziente estatikoak eta egoera egonkorreko errorea, hiru sarrera estandarren aurrean begizta itxian berrelikadura unitario negatiboarekin jartzen badira (egin lehenengo paperean eta ondoren Simulinken):

Ariketa honetan lehenengo eta behin sistemaren egonkortasuna aztertu da, sistema egonkorra izango da poloak R ardatzaren alde negatiboan daudenean. Sistema egonkorra bada egoera egonkorreko errorea (*ess*) kalkulatu da hiru sarrera estandarren aurrean (maila, arrapala eta parabola). Behin azterketa hau eskuz eginda *Simulink*-en bidez konprobatu da.

a)

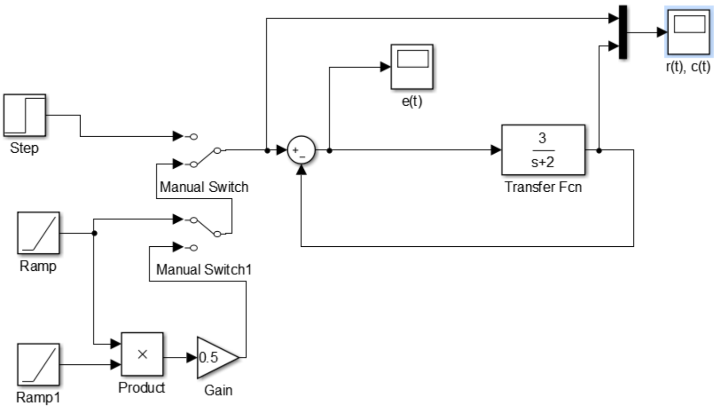
$$G(s) = \frac{3}{(s+2)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)} = \frac{\frac{3}{s+2}}{1+\frac{3}{s+2}} = \frac{3}{s+5} \rightarrow p = -5 \rightarrow EGONKORRA$$

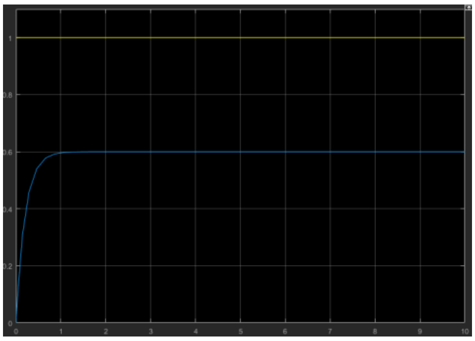
$$a.\, k_p = \lim_{s\to 0} G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0}\frac{3}{s+2}\cdot 1 = \frac{3}{2} \rightarrow ess = \frac{1}{1+k_p} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$b.\, k_v = \lim_{s\to 0} s\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{3}{s+2}\cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{0} = \infty$$

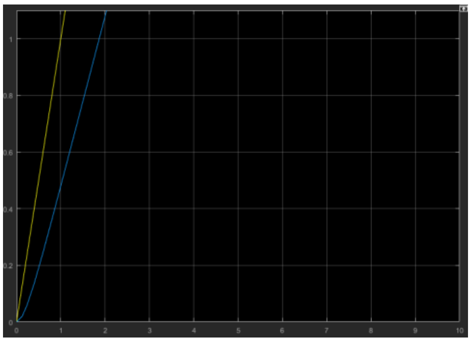
$$c.\, k_a = \lim_{s\to 0} s^2\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s^2\cdot\frac{3}{s+2}\cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{0} = \infty$$



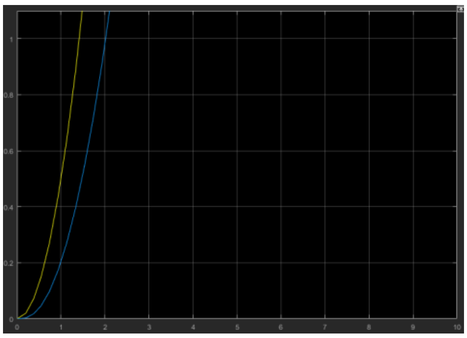
Irudia 4-1. a) ataleko Simulink-eko sistema.



Irudia 4-2. Sarrera maila deneko errorea.



Irudia 4-3. Sarrera arrapala deneko errorea.



Irudia 4-4. Sarrera parabola deneko errorea.

b)

$$G(s) = \frac{3}{(s-2)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)} = \frac{\frac{3}{s-2}}{1+\frac{3}{s-2}} = \frac{3}{s-1} \rightarrow p = 1 \rightarrow EZEGONKORRA$$

Kasu honetan, poloa R ardatzaren alde positiboan dagoenez gure sistema ez da egonkorra izango. Beraz, ez dugu hau aztertu behar.

c)

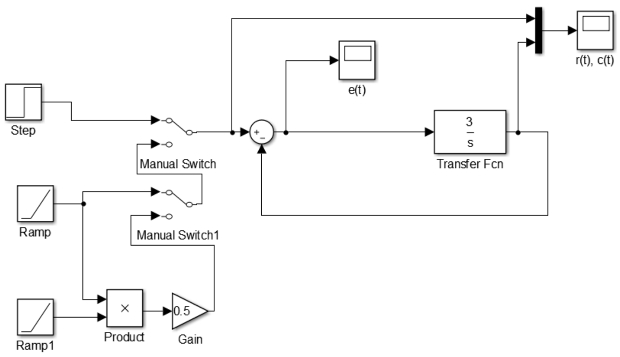
$$G(s) = \frac{3}{s}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)} = \frac{\frac{3}{s}}{1+\frac{3}{s}} = \frac{3}{s+3} \rightarrow p = -3 \rightarrow EGONKORRA$$

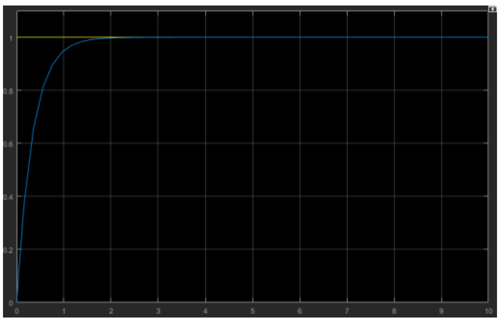
$$a. k_p = \lim_{s\to 0} G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{3}{s}\cdot 1 = \frac{3}{0} = \infty \rightarrow ess = \frac{1}{1+k_p} = \frac{1}{1+\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$b. k_v = \lim_{s\to 0} s\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{3}{s}\cdot 1 = 3 \rightarrow ess = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{3}$$

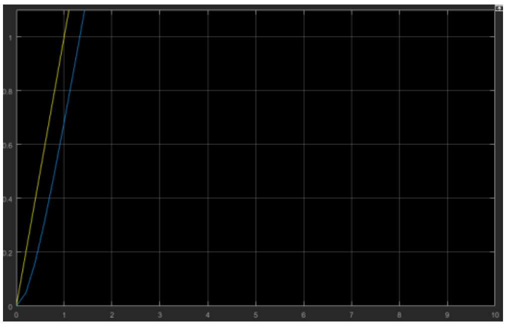
$$c. k_a = \lim_{s\to 0} s^2\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s^2\cdot\frac{3}{s}\cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{0} = \infty$$



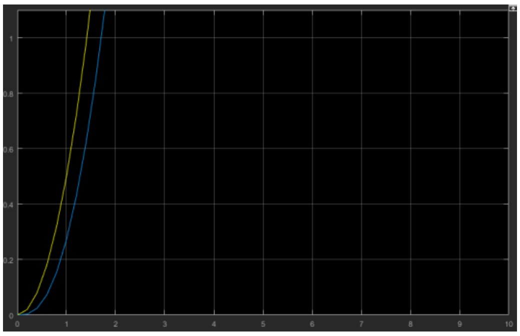
Irudia 4-5. c) ataleko Simulink-eko sistema.



Irudia 4-6. Sarrara maila deneko errorea.



Irudia 4-7. Sarrera arrapala deneko errorea.



Irudia 4-8. Sarrera parabola deneko errorea.

d)

$$G(s) = \frac{3}{s(s+2)}$$

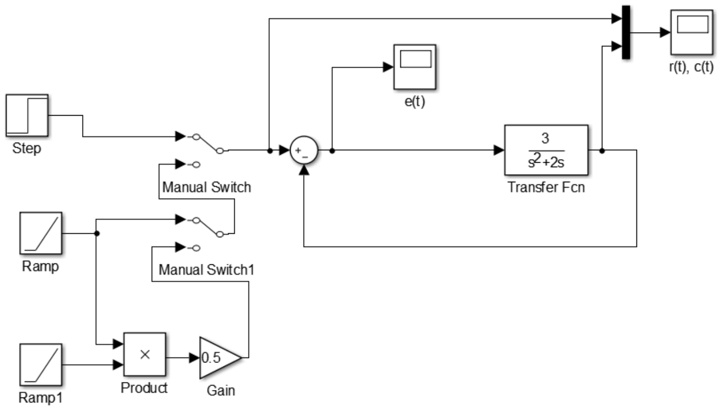
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)} = \frac{\frac{3}{s \cdot (s+2)}}{1 + \frac{3}{s \cdot (s+2)}} = \frac{3}{s^2 + 2s + 3} \rightarrow p = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3}}{2} == -1 \pm \sqrt{2}j$$

$$\rightarrow EGONKORRA$$

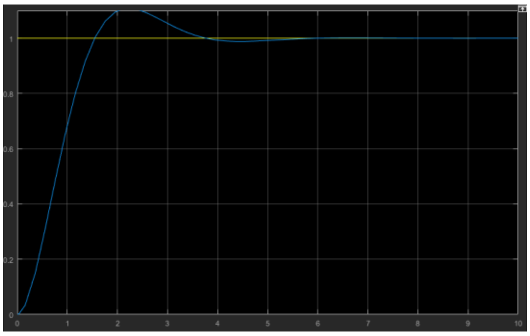
$$a. k_p = \lim_{s \to 0} G(s) \cdot H(s) = \lim_{s \to 0} \frac{3}{s \cdot (s+2)} \cdot 1 = \frac{3}{0} = \infty \rightarrow ess = \frac{1}{1 + k_p} = \frac{1}{1 + \infty} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$b. k_v = \lim_{s \to 0} s \cdot G(s) \cdot H(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{3}{s \cdot (s+2)} \cdot 1 = \frac{3}{2} \rightarrow ess = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{3/2} = \frac{2}{3}$$

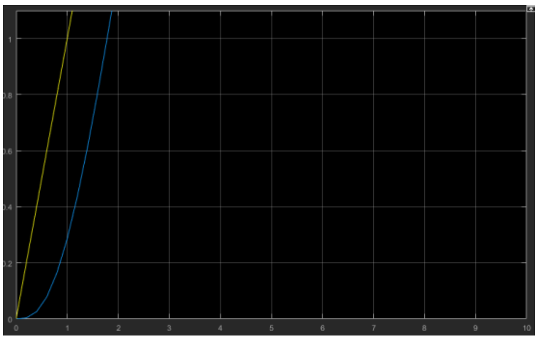
$$c. k_a = \lim_{s \to 0} s^2 \cdot G(s) \cdot H(s) = \lim_{s \to 0} s^2 \cdot \frac{3}{s \cdot (s+2)} \cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{0} = \infty$$



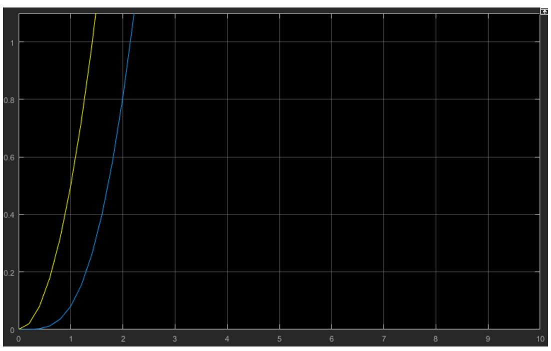
Irudia 4-9. d) ataleko Simulink-eko sistema.



Irudia 4-10. Sarrera maila deneko errorea.



Irudia 4-11. Sarrera arrapala deneko errorea.



Irudia 4-12. Sarrera parabola deneko errorea.

e)

$$G(s) = \frac{3}{s^2(s+2)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)} = \frac{\frac{3}{s^2\cdot(s+2)}}{1+\frac{3}{s^2\cdot(s+2)}} = \frac{3}{s^3+2s^2+3}$$

Sistemaren egonkortasuna aztertzeko: Routh-Hurwitz:

s^3	**1**	**0**
s^2	**2**	**3**
s	$-{}^{2}/_{3}$	**0**
s^0	**3**	

$$b_1 = \frac{2\cdot 0 - 1\cdot 3}{2} = \frac{-3}{2}\ ;\ b_2 = 0$$

$$c_1 = \frac{-{}^{2}/_{3}\cdot 3 - 2\cdot 0}{-{}^{2}/_{3}} = 3$$

Bi zeinu aldaketa daude, beraz, sistema EZEGONKORRA da eta ez dugu aztertu behar.

f)

$$G(s) = \frac{6}{(s-3)(s+2)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)} = \frac{\frac{6}{(s-3)\cdot(s+2)}}{1+\frac{6}{(s-3)\cdot(s+2)}} = \frac{6}{s^2-s} = \frac{6}{s\cdot(s-1)} \rightarrow p = 0\ eta\ 1 \rightarrow EZEGONKORRA$$

Kasu honetan, poloetako bat R ardatzaren alde positiboan dagoenez gure sistema ez da egonkorra izango. Beraz, ez dugu hau aztertu behar.

g)

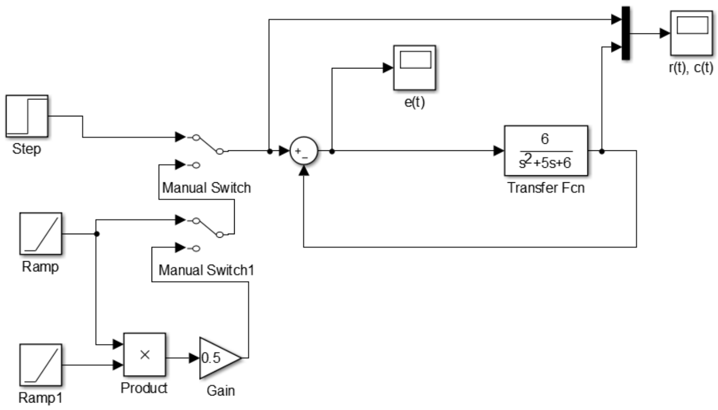
$$G(s) = \frac{6}{(s+3)(s+2)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)} = \frac{\frac{6}{(s+3)\cdot(s+2)}}{1+\frac{6}{(s+3)\cdot(s+2)}} = \frac{6}{s^2+5s+12} \rightarrow p = \frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 12}}{2} = -\frac{5}{2}\pm\frac{\sqrt{23}}{2}j$$
$$\rightarrow EGONKORRA$$

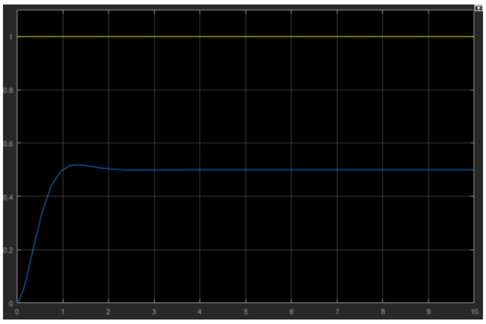
$$a.\ k_p = \lim_{s\to 0} G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0}\frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1 = \frac{6}{6} = 1 \rightarrow ess = \frac{1}{1+k_p} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$b.\ k_v = \lim_{s\to 0} s\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{6}{(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{0} = \infty$$

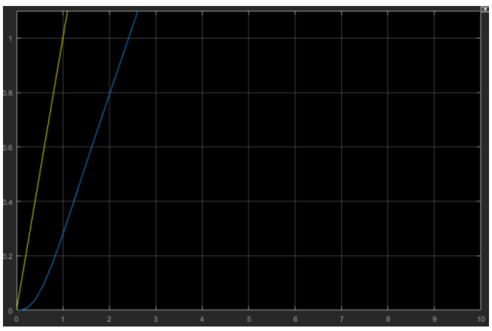
$$c.\ k_a = \lim_{s\to 0} s^2\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s^2\cdot\frac{6}{(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{0} = \infty$$



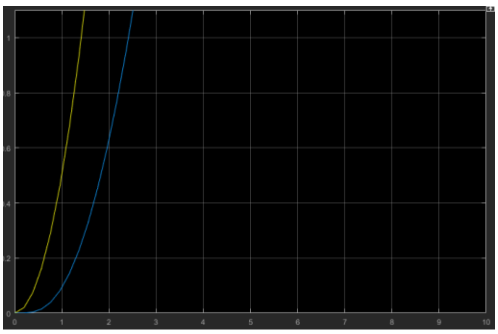
Irudia 4-13. g) ataleko Simulink-eko sistema.



Irudia 4-14. Sarrera maila deneko errorea.



Irudia 4-15. Sarrera arrapala deneko errorea.



Irudia 4-16. Sarrera parabola deneko errorea.

h)

$$G(s) = \frac{6(s+1)}{(s+3)(s+2)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)} = \frac{\frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)}}{1+\frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)}} = \frac{6s+6}{s^2+11s+12}$$

Sistemaren egonkortasuna aztertzeko: Routh-Hurwitz:

s^2	**1**	**12**
s	**11**	**0**
s^0	**12**	

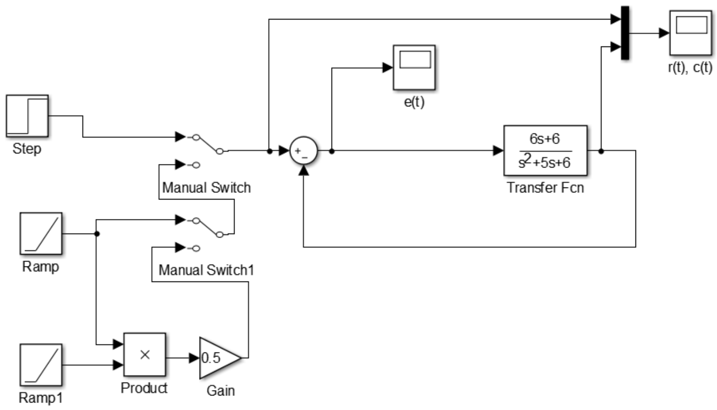
$$b_1 = \frac{11\cdot 12 - 1\cdot 0}{11} = 12\,;\; b_2 = 0$$

$EGONKORRA$

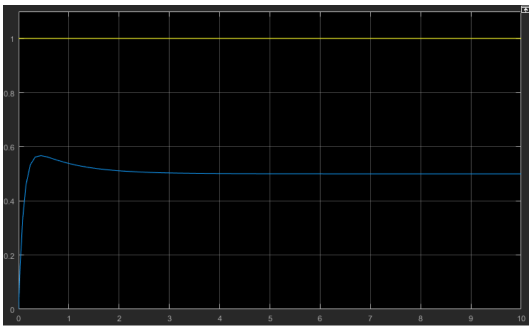
$$a.\, k_p = \lim_{s\to 0} G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1 = \frac{6}{6} = 1 \rightarrow ess = \frac{1}{1+k_p} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$b.\, k_v = \lim_{s\to 0} s\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{0} = \infty$$

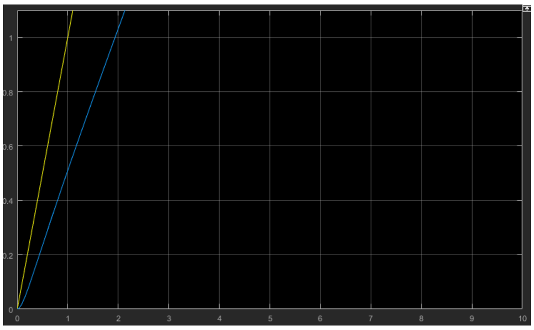
$$c.\, k_a = \lim_{s\to 0} s^2\cdot G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} s^2\cdot\frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1 = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{0} = \infty$$



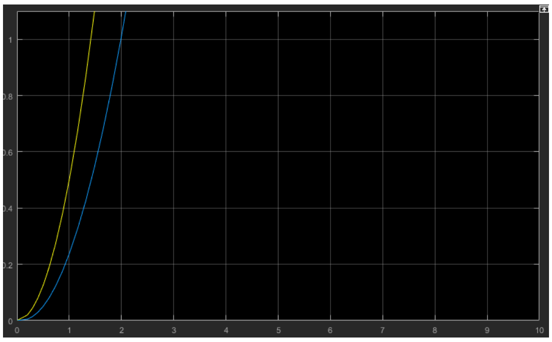
Irudia 4-17. h) ataleko Simulink-eko sistema.



Irudia 4-18. Sarrera maila deneko errorea.



Irudia 4-19. Sarrera arrapala deneko errorea.



Irudia 4-20. Sarrera parabola deneko errorea.

i)

$$G(s)=\frac{6(s+1)}{s(s+3)(s+2)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)}=\frac{\frac{6\cdot(s+1)}{s\cdot(s+3)\cdot(s+2)}}{1+\frac{6\cdot(s+1)}{s\cdot(s+3)\cdot(s+2)}}=\frac{6s+6}{s^3+5s^2+12s+6}$$

Sistemaren egonkortasuna aztertzeko: Routh-Hurwitz:

S^3	**1**	**12**
s^2	**5**	**6**
s	**$^{54}/_{5}$**	**0**
s^0	**6**	

$$b_1=\frac{5\cdot 12-1\cdot 6}{5}=\frac{54}{5}\ ;\ b_2=0$$

$$c_1=\frac{^{54}/_{5}\cdot 6-5\cdot 0}{^{54}/_{5}}=6$$

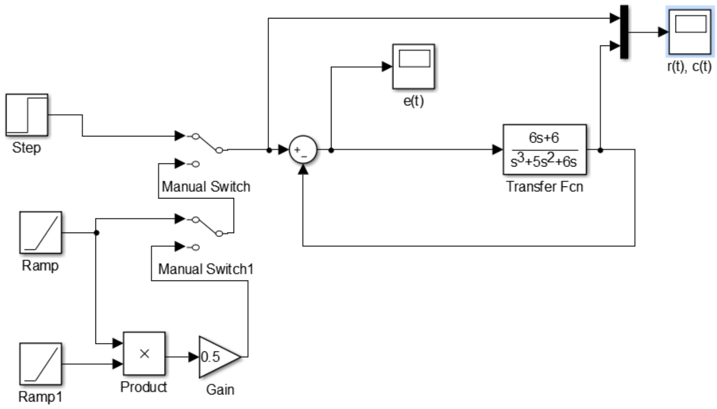
$$EGONKORRA$$

$$a.\,k_p=\lim_{s\to 0}G(s)\cdot H(s)=\lim_{s\to 0}\frac{6\cdot(s+1)}{s\cdot(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1=\frac{6}{0}=\infty\to ess=\frac{1}{1+k_p}=\frac{1}{1+\infty}=\frac{1}{\infty}=0$$

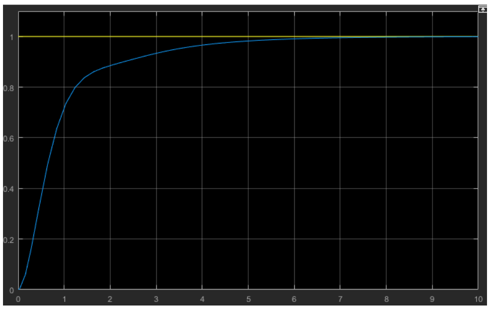
$$b.\,k_v=\lim_{s\to 0}s\cdot G(s)\cdot H(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{6\cdot(s+1)}{s\cdot(s+3)\cdot(s+2)}\cdot 1=\lim_{s\to 0}\frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)}=\frac{6}{6}=\to ess=\frac{1}{k_v}=\frac{1}{1}=1$$

$$c.k_a = \lim_{s\to 0} s^2 \cdot G(s) \cdot H(s) =$$

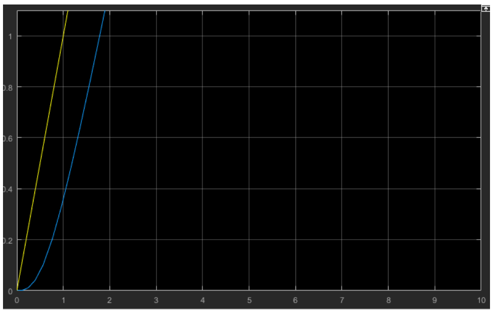
$$= \lim_{s\to 0} s^2 \cdot \frac{6\cdot(s+1)}{s\cdot(s+3)\cdot(s+2)} \cdot 1 = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{6\cdot(s+1)}{(s+3)\cdot(s+2)} = 0 \rightarrow ess = \frac{1}{k_a} = \frac{1}{0} = \infty$$



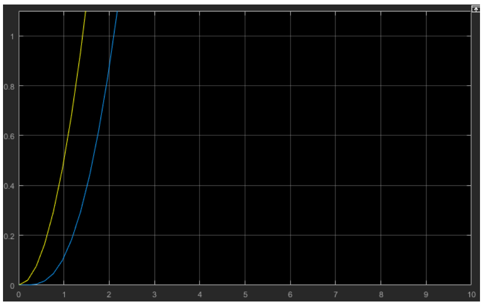
Irudia 4-21. i) ataleko Simulink-eko sistema.



Irudia 4-22. Sarrera maila deneko errorea.



Irudia 4-23. Sarrera arrapala deneko errorea.



Irudia 4-24. Sarrera parabola deneko errorea.

4.2.ARIKETA:

Sistemen egonkortasuna denbora-eremuan. Routh-Hurwitzen irizpidea. Suposatuz ondorengo polinomioak sistema jakin batzuen izendatzaileak direla (Iz(s)), demostratu/aztertu Routh-Hurwitzen irizpidearen bidez sistema horien egonkortasuna. Konprobatu emaitzak MatLab-en bidez.

a)

- $2s^4 + 8s^3 + 10s^2 + 10s + 20 \rightarrow EZEGONKORRA$

S^4	2	10	20
S^3	8	10	
S^2	7,5	20	
S	-11.3		
S^0	20		

$$b_1 = \frac{8 \cdot 10 - 2 \cdot 10}{8} = 7.5 \qquad b_2 = \frac{8 \cdot 20 - 2 \cdot 0}{8} = 20$$

$$c_1 = \frac{7.5 \cdot 10 - 8 \cdot 20}{7.5} = -11.3 \qquad d_1 = \frac{-11.3 \cdot 20 - 7.5 \cdot 0}{-11.3} = 20$$

Hau *MatLab*-en bidez egiaztatzeko *roots()* komandoa erabili da, honen barruan polinomio horren elementuak sartu behar izan dira kortxete artean eta horrela polinomioen poloak lortu dira. Poloak aztertuz sistemaren egonkortasuna ezagutzea posible izan da, hau da, polo guztiak alde erreal negatiboan egotekotan sistema egonkorra izango zen. Prozedura berdina jarraituko da gainerako polinomioen egonkortasun azterketa egiteko. Hurrengoa izan da emaitza:

```
>> roots([2 8 10 10 20])

ans =

  -2.2671 + 0.7167i
  -2.2671 - 0.7167i
   0.2671 + 1.3029i
   0.2671 - 1.3029i
```

Poloetako bi alde erreal positiboan daudenez sistema ezegonkorra da.

- $s^3 + 7s^2 + 7s + 46 \rightarrow EGONKORRA$

S^3	1	7
S^2	7	46
S	3/7	0
S^0	46	

$$b_1 = \frac{7 \cdot 7 - 1 \cdot 46}{7} = \frac{3}{7} \ ; \ b_2 = 0 \qquad c_1 = \frac{\frac{3}{7} \cdot 46 - 7 \cdot 0}{\frac{3}{7}} = 46$$

```
>> roots([1 7 7 46])

ans =

  -6.9457 + 0.0000i
  -0.0272 + 2.5733i
  -0.0272 - 2.5733i
```

Polo guztiak alde erreal negatibodun poloak direnez sistema egonkorra da.

- $s^5 + 6s^4 + 10s^2 + 5s + 24 \rightarrow EZEGONKORRA\ (1. baldintza\ ez\ da\ betetzen: a_3 = 0)$

S^5	1	0	5
S^4	6	10	24
S^3	-10/6	1	
S^2	68/5	24	
S	67/17		
S^0	24		

$$b_1 = \frac{6 \cdot 0 - 1 \cdot 10}{6} = -\frac{10}{6} \qquad b_2 = \frac{6 \cdot 5 - 1 \cdot 24}{6} = 1$$

$$d_1 = \frac{\frac{68}{5} \cdot 11 + \frac{10}{6} \cdot 24}{\frac{68}{5}} = \frac{67}{17} \qquad e_1 = \frac{\frac{67}{17} \cdot 24 - \frac{68}{5} \cdot 0}{\frac{67}{17}} = 24$$

$$c_1 = \frac{-\frac{10}{6} \cdot 10 - 6 \cdot 1}{-\frac{10}{6}} = \frac{68}{5} \qquad c_2 = \frac{-\frac{10}{6} \cdot 24 - 6 \cdot 0}{-\frac{10}{6}} = 24$$

```
>> roots([1 6 0 10 5 24])

ans =

  -6.2512 + 0.0000i
   0.8357 + 1.2222i
   0.8357 - 1.2222i
  -0.7101 + 1.1168i
  -0.7101 - 1.1168i
```

Poloetako bi alde erreal positiboan daudenez sistema ezegonkorra da.

- $s^3 - 2s^2 + 4s + 6 \rightarrow EZEGONKORRA\ (1. baldintza\ ez\ du\ betetzen: a_1 < 0)$

S^3	1	4
S^2	-2	6
S	7	0
S^0	6	

$$b_1 = \frac{-2 \cdot 4 - 6 \cdot 1}{-2} = 7 \ ; \ b_2 = 0 \qquad c_1 = \frac{7 \cdot 6 + 2 \cdot 0}{7} = 6$$

```
>> roots([1 -2 4 6])

ans =

   1.4525 + 2.1259i
   1.4525 - 2.1259i
  -0.9051 + 0.0000i
```

Poloetako bi alde erreal positiboan daudenez sistema ezegonkorra da.

- $s^4 + 8s^3 + 24s^2 + 32s + 16 \rightarrow EGONKORRA$

S^4	1	24	16
S^3	8	32	0
S^2	20	16	
S	128/5	0	
S^0	16		

$$b_1 = \frac{8 \cdot 24 - 1 \cdot 32}{8} = 20 \qquad b_2 = \frac{8 \cdot 16 - 1 \cdot 0}{8} = 16$$

$$c_1 = \frac{20 \cdot 32 - 8 \cdot 16}{20} = \frac{128}{5} \ ; \ c_2 = 0 \qquad d_1 = \frac{\frac{128}{5} \cdot 16 - 20 \cdot 0}{\frac{128}{5}} = 16$$

```
>> roots([1 8 24 32 16])

ans =

  -2.0004 + 0.0000i
  -2.0000 + 0.0004i
  -2.0000 - 0.0004i
  -1.9996 + 0.0000i
```

Polo guztiak alde erreal negatibodun poloak direnez sistema egonkorra da.

- $s^6 + 4s^4 + 8s^2 + 16 \rightarrow EZEGONKORRA$

S^6	1	4	8	16
S^5	6	16	16	
S^4	4/3	16/3	16	
S^3	-8	-56		
S^2	-4	16		
S	-88			
S^0	16			

$$\frac{d(s^6 + 4s^4 + 8s^2 + 16)}{ds} = 6s^5 + 16s^3 + 16s$$

$$b_1 = \frac{6 \cdot 4 - 1 \cdot 16}{6} = \frac{4}{3} \qquad b_2 = \frac{6 \cdot 8 - 1 \cdot 16}{6} = \frac{16}{3}$$

$$b_3 = \frac{6 \cdot 16 - 1 \cdot 0}{6} = 16 \qquad c_1 = \frac{\frac{4}{3} \cdot 16 - 6 \cdot \frac{16}{3}}{\frac{4}{3}} = -8 \qquad c_2 = \frac{\frac{4}{3} \cdot 16 - 6 \cdot 16}{\frac{4}{3}} = -56$$

$$d_1 = \frac{-8 \cdot \frac{16}{3} - \frac{4}{3} \cdot (-56)}{-8} = -4 \qquad d_2 = \frac{-8 \cdot 16 - \frac{4}{3} \cdot 0}{-8} = 16$$

$$e_1 = \frac{-4 \cdot (-56) - (-8) \cdot 16}{-4} = -88 \qquad f_1 = \frac{-88 \cdot 16 - (-4) \cdot 0}{-88} = 16$$

```
>> roots([1 0 4 0 8 0 16])

ans =

  -0.9540 + 1.1689i
  -0.9540 - 1.1689i
   0.0000 + 1.7571i
   0.0000 - 1.7571i
   0.9540 + 1.1689i
   0.9540 - 1.1689i
```

Polo guztiak ez daudenez alde erreal negatiboan sistema ezegonkorra da.

b)

K-ren zein balioentzako du $s^3+(4+K)s^2+6s+12$ polinomioak alde erreal negatibodun poloak?

S^3	1	6
S^2	4+k	12
S	$\frac{\mathbf{12+6k}}{\mathbf{4+k}}$	0
S^0	12	

$$b_1 = \frac{(4+k)\cdot 6 - 1\cdot 12}{4+k} = \frac{12+6k}{4+k} \ ; \ b_2 = 0$$

$$c_1 = \frac{\frac{12+6k}{4+k}\cdot 12 - (4+k)\cdot 0}{\frac{12+6k}{4+k}} = 12$$

Polinomioak alde erreal negatibodun poloak izateko $b_1>0$ izan behar da.

$$\frac{12+6k}{4+k} > 0 \begin{cases} 4+k>0 \rightarrow k>-4 \\ 12+6k>0 \rightarrow k>-2 \end{cases}$$

Hortaz, <u>**k>-2**</u> izan beharko da, modu horretan bi baldintzak beteko direlako.

c)

K-ren zein balio positiborentzako du $s^4+ 8s^3+24s^2+32s+K$ polinomioak alde erreal gabeko edo baliogabedun poloak? Zein da balio hori?

S^4	1	24	K
S^3	8	32	
S^2	20	K	
S	$\mathbf{32-\frac{2k}{5}}$	0	
S^0	k		

$$b_1 = \frac{8\cdot 24 - 32\cdot 1}{8} = 20 \qquad b_2 = \frac{8\cdot k - 1\cdot 0}{8} = k$$

$$c_1 = \frac{20\cdot 32 - 8\cdot k}{20} = 32 - \frac{2k}{5} \ ; \ c_2 = 0$$

$$d_1 = \frac{\left(32-\frac{2k}{5}\right)\cdot k - 20\cdot 0}{\left(32-\frac{2k}{5}\right)} = k$$

Alde erreal gabeko poloak izateko $c_1=0$ izan behar da:

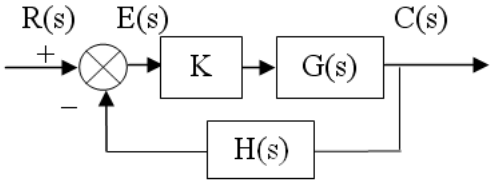
$$c_1 = 0 \rightarrow 32 - \frac{2k}{5} = 0 \rightarrow \frac{2k}{5} = 32 \rightarrow 2k = 160 \rightarrow k = \frac{160}{2} = 80$$

Hortaz, <u>**k=80**</u> denean, sistema honek alde erreal gabeko edo baliogabedun poloak izango ditu.

d)

Zein izan behar da ondorengo eskeman, kontroladore proportzionalaren K koefizientearen balioa, sistemak begizta itxian arrapala unitarioaren aurrean 0.1-eko egoera egonkorreko errorea izan dezan, edo ahal denik txikiena. Konprobatu emaitzak Simulink-en bidez.

$$G(s) = \frac{1}{s(s+3)(s+5)} \quad ; \; H(s)=1$$



$$BItxTF = \frac{k \cdot G(s)}{1 + k \cdot G(s) \cdot H(s)} = \frac{k \cdot \frac{1}{s(s+3)(s+5)}}{1 + k \cdot \frac{1}{s(s+3)(s+5)}} = \frac{k}{s(s+3)(s+5) + k} = \frac{k}{s^3 + 8s^2 + 15s + k}$$

Izendatzailea: $s^3+8s^2+15s+k$

Polo erreal negatiboak diren jakiteko, Routh-Hurwitz-en irizpidea erabili da:

S^3	1	15
S^2	8	k
S	$15 - \frac{k}{8}$	0
S^0	k	

$$b_1 = \frac{8 \cdot 15 - 1 \cdot k}{8} = 15 - \frac{k}{8} \quad ; \; b_2 = 0$$

$$c_1 = \frac{b_1 \cdot k - 8 \cdot 0}{b_1} = k$$

Sistema egonkorra izateko, $b_1>0$ eta $c_1>0$ izan behar dute.

$$b_1 > 0 \rightarrow \; 15 - \frac{k}{8} > 0 \rightarrow \frac{k}{8} < 15 \rightarrow k < 120$$

$$c_1 > 0 \rightarrow k > 0$$

Hortaz, 0<k<120 denean izango da sistema hori egonkorra. Erroreari dagokionez, enuntziatuak esaten duenez sarrera arrapala unitarioa dela, hurrengoa egin da:

$$ess = 0{,}1 = \frac{1}{k_v} \; \rightarrow k_v = 10$$

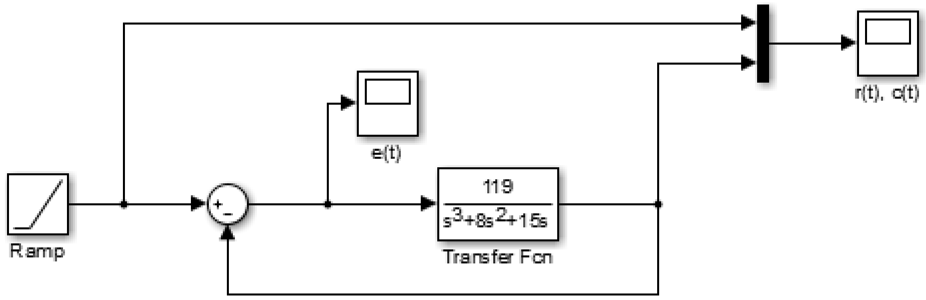
$$k_v = \lim_{s\to 0} s \cdot k \cdot G(s) \cdot H(s) = \lim_{s\to} s \cdot \frac{k}{s(s+3)(s+5)} = 10 \rightarrow \frac{k}{15} = 10 \rightarrow \boldsymbol{k = 150}$$

Ikus daiteke, <u>**k=150**</u> denean sistema ez dela egonkorra, aurreko baldintzak ez baititu betetzen (k 120 baino handiagoa da). Beraz, lor daitekeen errorerik txikiena k=120 denena lortuko da.

$$k_v = \frac{120}{15} = 8 \rightarrow \boldsymbol{ess} = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{8} = \boldsymbol{0{,}125}$$

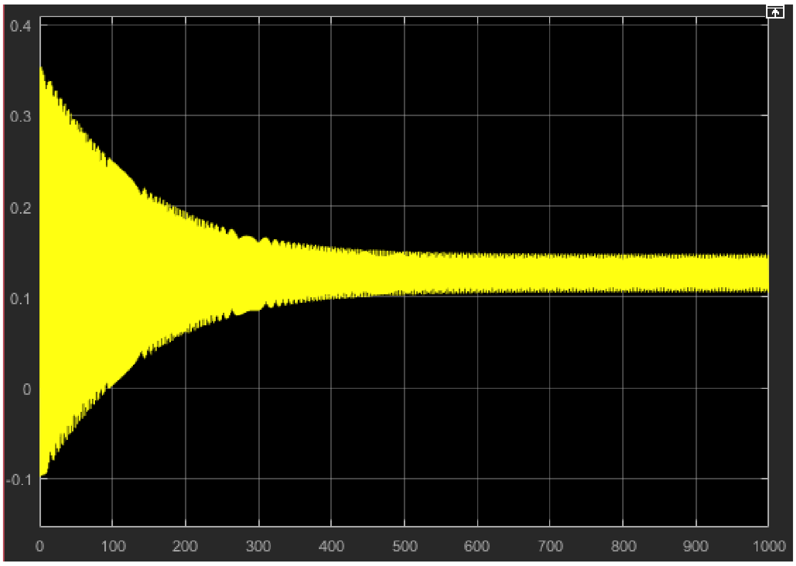
ess=0,125 izango da lor daitekeen errorerik txikiena.

Hau *MatLab*-en bidez frogatzeko hurrengo sistema garatu da *Simulink*-en laguntzaz:



Irudia 4-25. Frogapena egiteko zirkuitoa.

Sistema egonkorra izateko k 0 baino handiago eta 120 baino txikiagoa izan behar denez, k=119 moduan ezarri da justu baliorik handiena izango delako oraindik egonkor mantentzeko (k=120 denean sistema kritikoki egonkorra da eta denbora asko behar du egonkortzeko).



Irudia 4-26. K=119 deneko errorea.

Grafiko honetan ikus daiteke nola errorea 0,125 inguruan egonkortzen den.

5. PRAKTIKA: ERROEN LEKU GEOMETRIKOA ETA MAIZTASUN ERANTZUNA

5.1.ARIKETA:

Konproba itzazu ariketa hauen egonkortasuna erroen leku geometrikoa erabiliz: MatLab-en laguntzarekin eta eskuz.

5.praktikaren lehenengo ariketa honetan sistemen egonkortasuna aztertu da erroen leku geometrikoaren metodoa erabiliz. Horretarako metodo horren 10 pausoak jarraitu dira eskuz eta ondoren, konprobaketak egiteko, *rlocus()* komandoa erabili da. Komando hori erabili ahal izateko lehenengoz tranferentzia funtzioa definitu da (transferentzia funtzioa definitzeko *KGH=tf([],[])* erabitzen da) eta ondoren hori izan da *rlocus()* komandoaren parentesien artean sartu dena.

a)

$$K \cdot G(s) \cdot H(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+4)}$$

1. Adar kopurua: 3polo 3adar
2. Adarren irteera-puntuak: poloen balioak: $s_1=0$; $s_2=-2$; $s_3=-4$ (n=3)
3. Adarren bukaera-puntuak: $z_1=z_2=z_3=\pm\infty$ (m=0)
4. Ardatz errealeko erroen lekua: (-∞,-4) U (-2,0)
5. Erroen lekuaren simetria: ELG-a simetrikoa da ardatz errealarekiko.
6. Erroen lekuaren asintotak: n-m=3 asintota; K=0;1;2

$$\theta_0 = \frac{(2\cdot 0+1)\cdot\pi}{3} = \frac{\pi}{3} = 60º$$
$$\theta_1 = \frac{(2\cdot 1+1)\cdot\pi}{3} = \pi = 180º$$
$$\theta_2 = \frac{(2\cdot 2+1)\cdot\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} = 300º$$

7. Zentroidea:

$$\sigma = \frac{\sum poloak - \sum zeroak}{n-m} = \frac{0-2-4-0}{3} = -2$$

8. Poloen irteera-angelua eta zeroen bukaera-angelua:

   $[\arg(s-z_1)-\arg(s-p_1) - \arg(s-p_2) - \arg(s-p_3)] = (2\cdot K+1)\cdot\pi$

   $S_1=0$; n=0 ; $-\varphi-0-0=\pi$ → $\boldsymbol{\varphi = -\pi = \pi}$

$S_2=-2$; $n=0$; $-(-\pi)-\varphi-0=\pi$ → $\boldsymbol{\varphi = 0}$
$S_3=-4$; $n=0$; $-(-\pi)-(-\pi)-\varphi=\pi$ → $\boldsymbol{\varphi = -3\cdot\pi = 3\cdot\pi = \pi}$

9. Erroen lekuak ardatz irudikariarekin duen elkargunea:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k\cdot G(s)}{1+k\cdot G(s)\cdot H(s)} = \frac{k\cdot G(s)}{1+\dfrac{k}{s(s+2)(s+4)}} = \frac{k\cdot G(s)}{s(s+2)(s+4)+k} = \frac{k\cdot G(s)}{s^3+6s^2+8s+k}$$

Izendatzailea: s^3+6s^2+8s+K

S^3	1	8
S^2	6	K
S	b_1	0
S^0	c_1	

$$b_1 = \frac{6\cdot 8 - 1\cdot k}{6} = 8 - \frac{k}{6}$$

$$c_1 = \frac{b_1\cdot k - 6\cdot 0}{b_1} = k$$

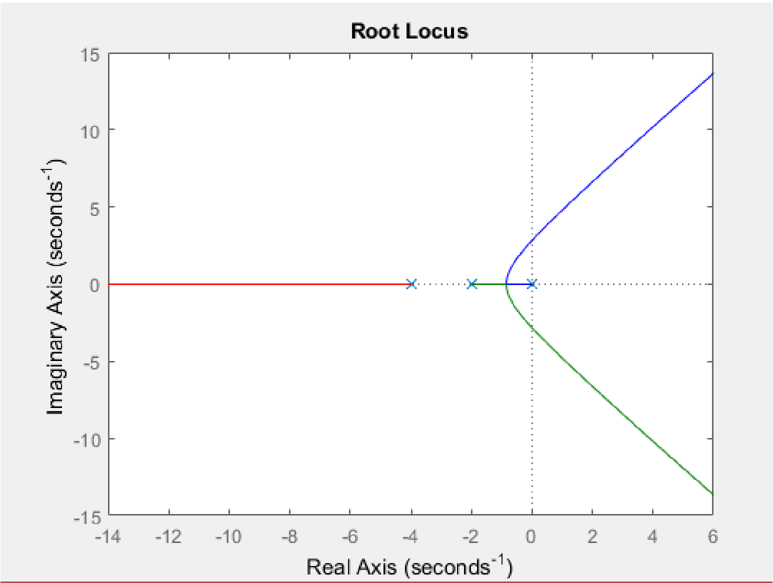
$$b_1 = 0 \rightarrow 8 - \frac{k}{6} = 0 \rightarrow 8 = \frac{k}{6} \rightarrow k = 48$$

$$6s^2 + 48 = 0 \rightarrow s^2 = -\frac{48}{6} = -8 \rightarrow s = \pm\sqrt{8}j$$

10. Erroaren haustura puntuak:

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{48}{s(s+2)(s+4)}\right) = 0 \rightarrow \frac{-48(3s^2+12s+8)}{s^2(s+2)^2(s+4)^2} = 0 \rightarrow 3s^2+12s+8=0$$

$$s = \frac{-12\pm\sqrt{12^2-4\cdot 3\cdot 8}}{2\cdot 3} = \begin{cases} s_1 = -0{,}845 \\ s_2 = -3{,}155 \end{cases}$$



Irudia 5-1. a) atalaren erantzuna.

b)

$$K\cdot G(s)\cdot H(s)=\frac{K(s+3)}{s(s+2)(s+4)}$$

1. Adar kopurua: 3polo 3adar
2. Adarren irteera-puntuak: poloen balioak: s_1=0; s_2=-2; s_3=-4 (n=3)
3. Adarren bukaera-puntuak: z_1=-3 (m=1)
4. Ardatz errealeko erroen lekua: (-4,-3) U (-2,0)
5. Erroen lekuaren simetria: ELG-a simetrikoa da ardatz errealarekiko.
6. Erroen lekuaren asintotak: n-m=2 asintota; K=0;1

$$\theta_0=\frac{(2\cdot 0+1)\cdot\pi}{2}=\frac{\pi}{2}=90º$$
$$\theta_1=\frac{(2\cdot 1+1)\cdot\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}=270º$$

7. Zentroidea:

$$\sigma=\frac{\sum poloak-\sum zeroak}{n-m}=\frac{0-2-4-(-3)}{3-1}=\frac{-3}{2}$$

8. Poloen irteera-angelua eta zeroen bukaera-angelua:

[arg(s-z_1)-arg(s-p_1) –arg(s-p_2) –arg(s-p_3)] = (2·K+1)·π

S_1=0 ; n=0 ; -φ-0-0= π → **φ = -π = π**
S_2=-2 ; n=0 ; -(-π)-φ-0= π → **φ = 0**
S_3=-4 ; n=0 ; -(-π)-(-π)-φ= π → **φ = -3·π = 3·π= π**

9. Erroen lekuak ardatz irudikariarekin duen elkargunea:

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{k\cdot G(s)}{1+k\cdot G(s)\cdot H(s)}=\frac{k\cdot G(s)}{1+\dfrac{k(s+3)}{s(s+2)(s+4)}}=\frac{k\cdot G(s)}{s(s+2)(s+4)+k(s+3)}$$

Izendatzailea: $s^3+6s^2+(8+k)s+3k$

S^3	1	8+k
S^2	6	3k
S	b_1	b_2
S^0	c_1	

$$b_1=\frac{6\cdot(8+k)-1\cdot 3k}{6}=8+\frac{k}{2}\ \ ;\ b_2=0$$

$$c_1=\frac{b_1\cdot 3k-6\cdot 0}{b_1}=3k$$

$$b_1=0\rightarrow 8+\frac{k}{2}=0\rightarrow 8=-\frac{k}{2}\rightarrow k=-16$$

K negatiboa denez ez du balio. Beraz, poloa izan ezik ez du elkargunerik.

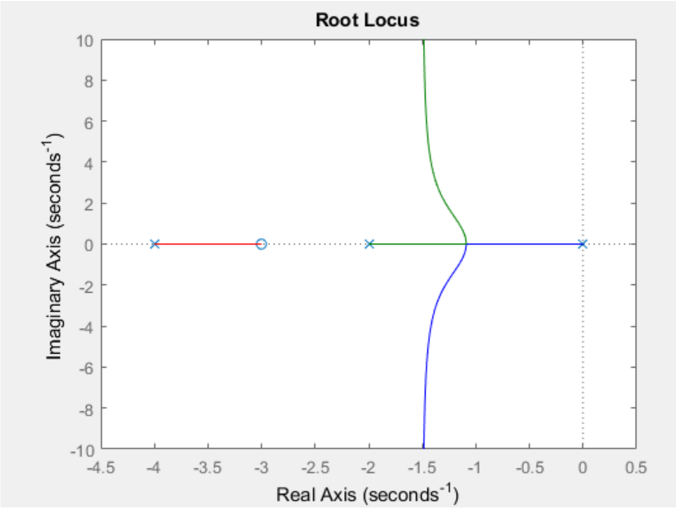
10. Erroen lekuaren haustura puntuak:

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{-16(s+3)}{s(s+2)(s+4)}\right)=0\rightarrow\ \frac{16(2s^3+15s^2+36s+24)}{s^2(s+2)^2(s+4)^2}=0\rightarrow\ 2s^3+15s^2+36s+24=0$$

MatLab-en *roots()* komandoari esker poloak lortu dira:

```
>> roots([2 15 36 24])

ans =

  -3.2054 + 0.8619i
  -3.2054 - 0.8619i
  -1.0892 + 0.0000i
```

Poloak ez dira ∈ R, hortaz, ez dira haustura puntuak.



Irudia 5-2. b) atalaren erantzuna.

c)

$$K\cdot G(s)\cdot H(s)=\frac{K}{(s+1)(s^2+4s+5)}$$

1. Adar kopurua: 3polo 3adar
2. Adarren irteera-puntuak: poloen balioak: s_1= -1; s_2=-2+j; s_3=-2-j (n=3)
3. Adarren bukaera-puntuak: z_1=z_2=z_3= ±∞ (m=0)
4. Ardatz errealeko erroen lekua: (-∞,-1)
5. Erroen lekuaren simetria: ELG-a simetrikoa da ardatz errealarekiko.
6. Erroen lekuaren asintotak: n-m=3 asintota; K=0;1;2

$$\theta_0=\frac{(2\cdot 0+1)\cdot\pi}{3}=\frac{\pi}{3}=60º$$
$$\theta_1=\frac{(2\cdot 1+1)\cdot\pi}{3}=\frac{3\pi}{3}=\pi=180º$$
$$\theta_2=\frac{(2\cdot 2+1)\cdot\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}=300º$$

7. Zentroidea:

$$\sigma = \frac{\sum poloak - \sum zeroak}{n-m} = \frac{-1+(-2+j)+(-2-j)}{3} = \frac{-5}{3}$$

8. Poloen irteera-angelua eta zeroen bukaera-angelua:

[arg(s-z_1)-arg(s-p_1) –arg(s-p_2) –arg(s-p_3)] = (2·K+1)·π

S_1=-1 ; n=0 ; -φ-(-π/4)-(π/4)= π → **φ = -π = π**
S_2=-2+j ; n=0 ; -3π/4-φ-π/2= π → **φ = -π/4**
S_3=-2-j ; n=0 ; -(-3π/4)-(-π/2)-φ= π → **φ = π/4**

9. Erroen lekuak ardatz irudikariarekin duen elkargunea:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k\cdot G(s)}{1+k\cdot G(s)\cdot H(s)} = \frac{k\cdot G(s)}{1+\frac{k}{(s+1)(s^2+4s+5)}} = \frac{k\cdot G(s)}{(s+1)(s^2+4s+5)+k}$$

Izendatzailea: $s^3+5s^2+9s+(5+K)$

S^3	1	9
S^2	5	5+K
S	b_1	b_2
S^0	c_1	

$$b_1 = \frac{5\cdot 9 - 1\cdot(5+k)}{5} = \frac{40-k}{5}\ ;\ b_2 = 0$$

$$c_1 = \frac{b_1\cdot(5+k) - 5\cdot 0}{b_1} = 5+k$$

$$b_1 = 0 \rightarrow \frac{40-k}{5} = 0 \rightarrow 40-k = 0 \rightarrow k = 40$$

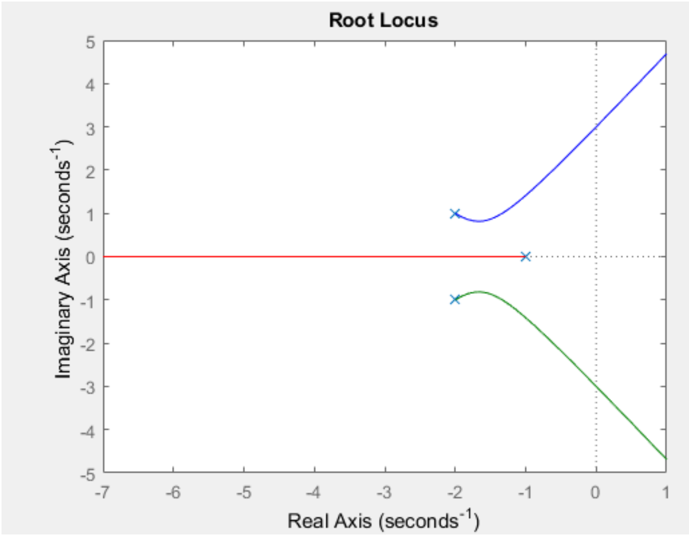
$$5s^2 + (5+40) = 0 \rightarrow 5s^2 = -45 \rightarrow s^2 = -\frac{45}{5} = -9 \rightarrow s = \pm\sqrt{9}j = \pm 3j$$

10. Erroen lekuaren haustura puntuak:

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{40}{(s+1)(s^2+4s+5)}\right) = 0 \rightarrow \frac{40\,(3s^2+10s+9)}{(s+1)^2(s^2+4s+5)^2} = 0 \rightarrow 3s^2+10s+9 = 0$$

$$s = \frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 3\cdot 9}}{2\cdot 3} = \frac{-10\pm\sqrt{-8}}{6} = \begin{cases} s_1 = -1{,}667+0{,}471j \\ s_2 = -1{,}667-0{,}471j \end{cases}$$

Poloak ez dira ∈ R, hortaz, ez dira haustura puntuak.



Irudia 5-3. c) atalaren erantzuna.

d)

$$K\cdot G(s)\cdot H(s)=\frac{K(s-1)}{(s+1)(s^2+4s+5)}$$

1. Adar kopurua: 3polo 3adar
2. Adarren irteera-puntuak: poloen balioak: s_1=-1; s_2=-2+j; s_3=-2-j (n=3)
3. Adarren bukaera-puntuak: z_1=1 (m=1)
4. Ardatz errealeko erroen lekua: (-1,1)
5. Erroen lekuaren simetria: ELG-a simetrikoa da ardatz errealarekiko.
6. Erroen lekuaren asintotak: n-m=2 asintota; K=0;1

$$\theta_0 = \frac{(2\cdot 0+1)\cdot\pi}{2} = \frac{\pi}{2} = 90º$$
$$\theta_1 = \frac{(2\cdot 1+1)\cdot\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} = 270º$$

7. Zentroidea:

$$\sigma = \frac{\sum poloak - \sum zeroak}{n-m} = \frac{-1+(-2+j)+(-2-j)-1}{3-1} = \frac{-6}{2} = -3$$

8. Poloen irteera-angelua eta zeroen bukaera-angelua:

[arg(s-z_1)-arg(s-p_1) –arg(s-p_2) –arg(s-p_3)] = (2·K+1)·π

α=arctg(1)=π/4
β=arctg(1/3)=0.32175rad

Zeroa: φ-0-(-β)-β=π → **φ= π**

S_1=-1 ; n=0 ; π-φ-(-α)-(α)= π → **φ = 0**
S_2=-2+i ; n=0 ; (π-β)-(π-α)-φ-π/2= π → **φ = 2.034rad**
S_3=-2-i ; n=0 ; (π+β)-(π+α)-φ+π/2= π → **φ = 4.2487rad**

9. Erroen lekuak ardatz irudikariarekin duen elkargunea:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k\cdot G(s)}{1+k\cdot G(s)\cdot H(s)} = \frac{k\cdot G(s)}{1+\frac{k(s-1)}{(s+1)(s^2+4s+5)}} = \frac{k\cdot G(s)}{(s+1)(s^2+4s+5)+k(s-1)} =$$
$$= \frac{k\cdot G(s)}{s^3+5s^2+(9+k)s+(5-k)}$$

Izendatzailea: $s^3+5s^2+(9+k)s+(5-k)$

S^3	1	9+k
S^2	5	5-k
S	$\frac{40+6k}{5}$	0
S^0	5-k	

$$b_1 = \frac{5\cdot(9+k)-1\cdot(5-k)}{5} = \frac{40+6k}{5}\ ;\ b_2 = 0$$
$$c_1 = \frac{b_1\cdot(5-k)-5\cdot 0}{b_1} = 5-k$$

$$b_1 = 0 \to \frac{40+6k}{5} = 0 \to 40+6k = 0 \to 6k = -40 \to k = -\frac{40}{6} = -\frac{20}{3}$$

K negatiboa denez ez du balio. Beraz, ez du elkargunerik.

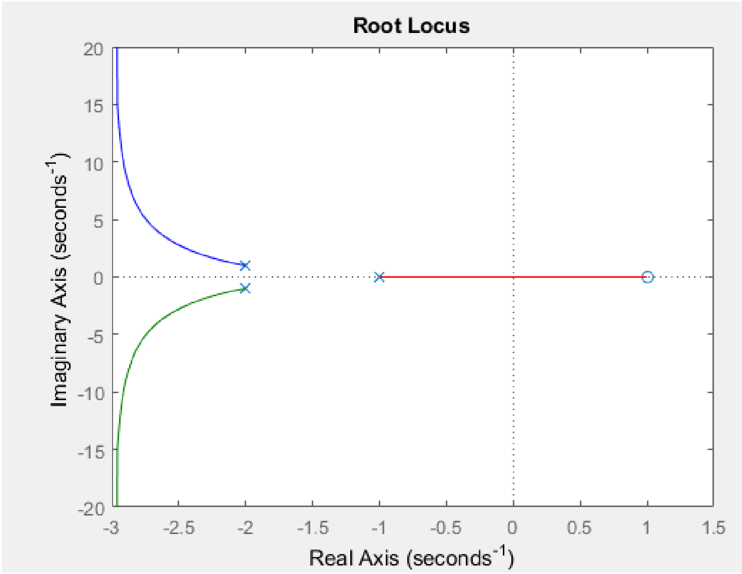
10. Erroen lekuaren haustura puntuak:

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{-\frac{20}{3}(s-1)}{(s+1)(s^2+4s+5)}\right) = 0 \to \frac{\frac{40}{3}(s^3+s^2-5s-7)}{(s+1)^2(s^2+4s+5)^2} = 0 \to s^3+s^2-5s-7=0$$

Erroak ateratzeko *MatLab*-en *roots()* komandoa erabili da:

```
>> roots([1 1 -5 -7])

ans =

   2.3652 + 0.0000i
  -1.6826 + 0.3583i
  -1.6826 - 0.3583i
```

Poloetako bi ez dira ∈ R, hortaz, ez dira haustura puntuak. Hirugarrena ∈ R baina ez daude ELG-aren barnean.

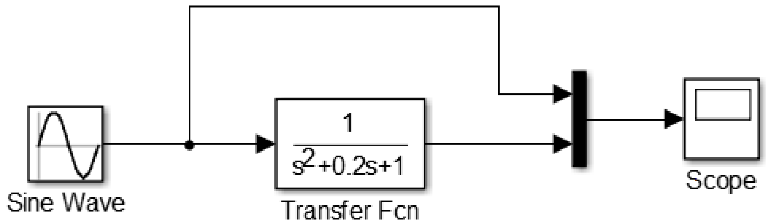


Irudia 5-4. d) atalaren erantzuna.

5.2.ARIKETA:

Simulatu Simulink erabiliz sistema honen erantzuna balio desberdinetako maiztasuna duten sarrera sinusoidalentzako, eta bete ondorengo taula.

Ariketa hau garatu ahal izateko 5-1 irudiko sistema egin da Simulink-en. ω desberdinetarako saiakuntzak egin dira, ω aldatzeko *Sine Wave*-n klikatu eta bertan *Frequency* jartzen duen tokian beheko taulan agertzen diren balioak aldatuz joan dira. Behin hori eginda, *Scope*-a exekutatu eta honek bueltatzen duen grafikotik behar diren datuak atera dira. Kontuan hartu behar da hasiera-hasierako uhina ez dela egonkorra, beraz, horiek baztertu behar dira. Modu horretan *A, GdB,* t_1, t_2, ΔT *eta* $\Delta T \cdot \omega$ lortu dira.
Modulua eta angelua lortzeko MatLab-eko *abs()* eta *angle()* erabili dira hurrenez hurren. Bi komando horiek erabili ahal izateko lehenengo eta behin ω definitu da `G=1/((w*j)^2+0.2*w*j+1)` funtzioan ordezkatu ahal izateko. Ondoren, *G* hori izan da aurreko bi komandoen parentesietan sartu dena.



Irudia 5-5. Simulink-eko sistema.

Maiztasuna, ω (rad/s)	A	GdB=20*logA	t_1 (r)	t_2 (r)	ΔT	ΔT·ω (*180º/π)º
0.1	**1.01**	**0.0864**	**62.83**	**63.03**	**0.2**	**1.14592**
0.1668	**1.03**	**0.2567**	**37.67**	**37.88**	**0.21**	**2.00695**
0.2783	**1.08**	**0.6685**	**45.16**	**22.74**	**0.23**	**3.66745**
0.4642	**1.3**	**2.0761**	**54.14**	**54.38**	**0.24**	**6.38321**
0.7743	**2.3**	**7.2346**	**48.68**	**49.13**	**045**	**19.96385**
1	**5**	**13.9794**	**56.55**	**58.1**	**1.55**	**88.80845**
1.2915	**1.5**	**3.5218**	**24.25**	**26.4**	**2.15**	**159.09462**
2.1544	**0.3**	**-10.4576**	**26.25**	**27.6**	**1.35**	**166.64134**
3.5938	**0.09**	**-20.9151**	**31.48**	**32.29**	**0.81**	**166.78675**
5.9948	**0.03**	**-30.4576**	**40.88**	**41.4**	**0.52**	**178.60790**
10	**0.01**	**-40**	**37.075**	**37.39**	**0.315**	**180.48171**

Maiztasuna, ω (rad/s)	Modulua	Argumentua
0.1	**1.0099**	**-1.157**
0.1668	**1.0280**	**-1.965**
0.2783	**1.0820**	**-3.4526**
0.4642	**1.2658**	**-6.7490**
0.7743	**2.3291**	**-21.1418**
1	**5**	**-90**
1.2915	**1.396**	**-158.8589**
2.1544	**0.2727**	**-173.2517**
3.5938	**0.0838**	**-176.5480**
5.9948	**0.0286**	**-178.0345**
10	**0.0101**	**-17.8427**

6. PRAKTIKA: MAIZTASUN-ERANTZUNAREN ADIERAZPEN GRAFIKOAK.

6.1.ARIKETA:

Marraztu ondorengo sistemen Boderen diagramak eta Black-Nichols-en diagrama. Aukeratu ustez behar dituzun maiztasunak eta osatu dagokion taula, eta behar ezkero asintoten laguntzarekin, ondoren paperean marraztu. Konprobatu emaitzak MatLab-en `bode()` eta `nichols()` funtzioak erabiliz.

Ariketa hau garatzeko hurrengo kontzeptua gogoratu behar da:

$$G(s) = \frac{k \cdot {\omega_n}^2}{s^2 + 2\delta\,\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

Horrela, δ eta ω_n-ren balioak lortzen dira. Honekin esan daiteke:

$$(s^2 + 2\delta\omega_n s + {\omega_n}^2) \cdot \frac{{\omega_n}^2}{{\omega_n}^2} = \frac{s^2}{{\omega_n}^2} + \frac{2\delta s}{\omega_n} + 1 = \left(1 + \frac{s^2}{{\omega_n}^2}\right) + \frac{2\delta s}{\omega_n} \rightarrow s = \omega j \rightarrow \left(1 - \frac{\omega^2}{{\omega_n}^2}\right) + \frac{2\delta\omega}{\omega_n} \cdot j$$

$$\rightarrow \begin{cases} \left(1 - \frac{\omega^2}{{\omega_n}^2}\right) \; atal\ erreala\ izango\ da. \\ \frac{2\delta\omega}{\omega_n} \cdot j \; atal\ irudikaria\ izango\ da. \end{cases}$$

Ariketa honetan taulak egin ahal izateko 5.2. ariketan jarraitu den prozedura jarraitu da. Modulua eta angelua lortzeko MatLab-eko *abs()* eta *angle()* erabili dira hurrenez hurren. Bi komando horiek erabili ahal izateko lehenengo eta behin ω definitu da `G=1/((w*j)^2+0.2*w*j+1)` funtzioan ordezkatu ahal izateko. Ondoren, *G* hori izan da aurreko bi komandoen parentesietan sartu dena. MatLab-en lortu diren emaitzak dB eta gradutara pasatu behar izan dira: dB-tara pasatzeko *20*log10(modulua)* egin da eta gradutara pasatzeko *argumentua(rad)*180/∏.*
Boderen diagrama eskuz egiteko, tauletan lortutako balioen bidez puntuak irudikatuko dira eta ondoren horiek lotu.

a)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

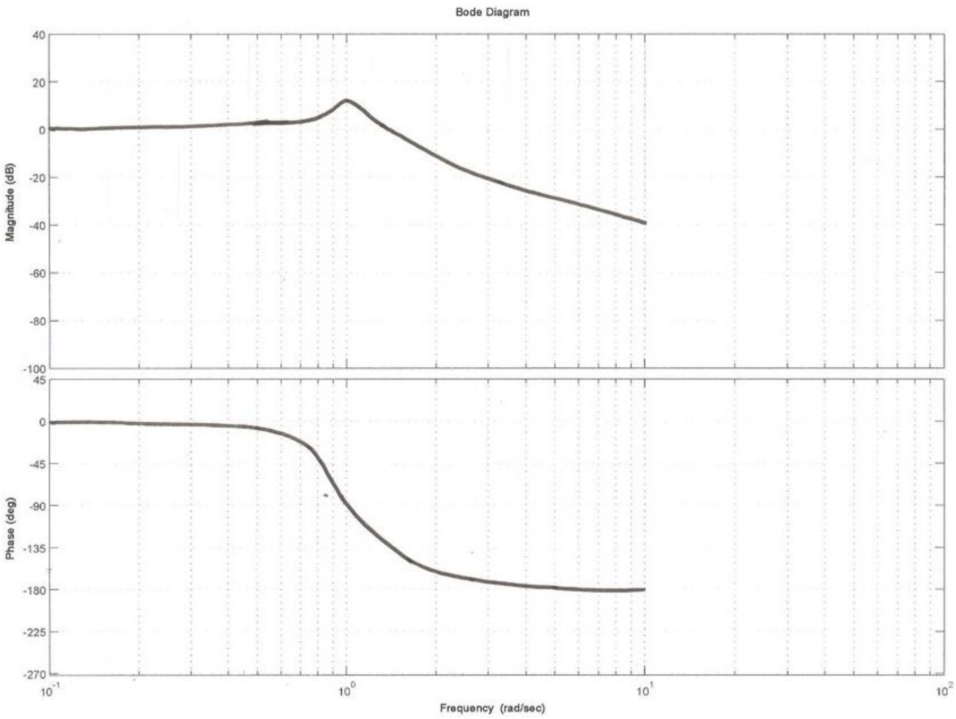
$$s^2 + 0{,}2s + 1 = 0 \rightarrow s = \frac{-0{,}2 \pm \sqrt{0{,}2^2 - 4 \cdot 1}}{2} = -0{,}1 \pm 1{,}99j$$

$$Iz = s^2 + 0{,}2s + 1 \begin{cases} {\omega_n}^2 = 1 \rightarrow \omega_n = 1 \\ 2\delta\omega_n = 0{,}2 \rightarrow \delta = 0{,}1 \end{cases}$$

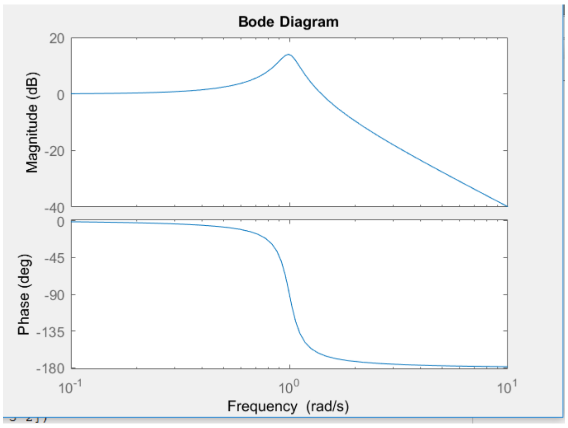
$(1+s^2)+0{,}2s \rightarrow s=\omega j \rightarrow (1-\omega^2)+0{,}2\,\omega j$

- $|G(\omega j)|dB = 20log\,|1-\omega^2+0{,}2\omega j|$
- $\lfloor G(\omega j) = -actg\left(\frac{0{,}2\omega}{1-\omega^2}\right)$

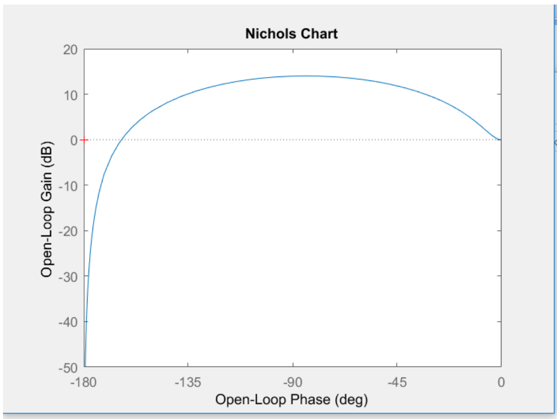
Maiztasuna, ω (rad/s)	Modulua	Modulua (dB)	Argumentua (rad)	Argumentua (º)
0,1	**1,0099**	**0,0856**	**-0,0202**	**-1,1574**
0,1668	**1,028**	**0,2399**	**-0,0343**	**-1,9652**
0,2783	**1,082**	**0,6845**	**-0,0603**	**-3,4549**
0,4642	**1,2658**	**2,0473**	**-0,1178**	**-6,7494**
0,7743	**2,3291**	**7,3438**	**-0,369**	**-21,1421**
1	**5**	**13,9794**	**-1,5708**	**-90**
1,2915	**1,3963**	**2,8996**	**-2,7726**	**-158,8583**
2,1544	**0,2727**	**0,0838**	**-3,0238**	**-173,251**
3,5938	**0,0838**	**-21,5351**	**-3,0813**	**-176,5455**
5,9948	**0,0286**	**-30,8727**	**-3,1073**	**-178,0352**
10	**0,0101**	**-39,9136**	**-3,1214**	**-178,8430**



Irudia 6-1. Eskuz eginiko a) atalaren Boderen diagrama.



Irudia 6-2. a) atalaren Bode-ren diagrama.



Irudia 6-3. a) atalaren Black-Nichols-en diagrama.

b)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

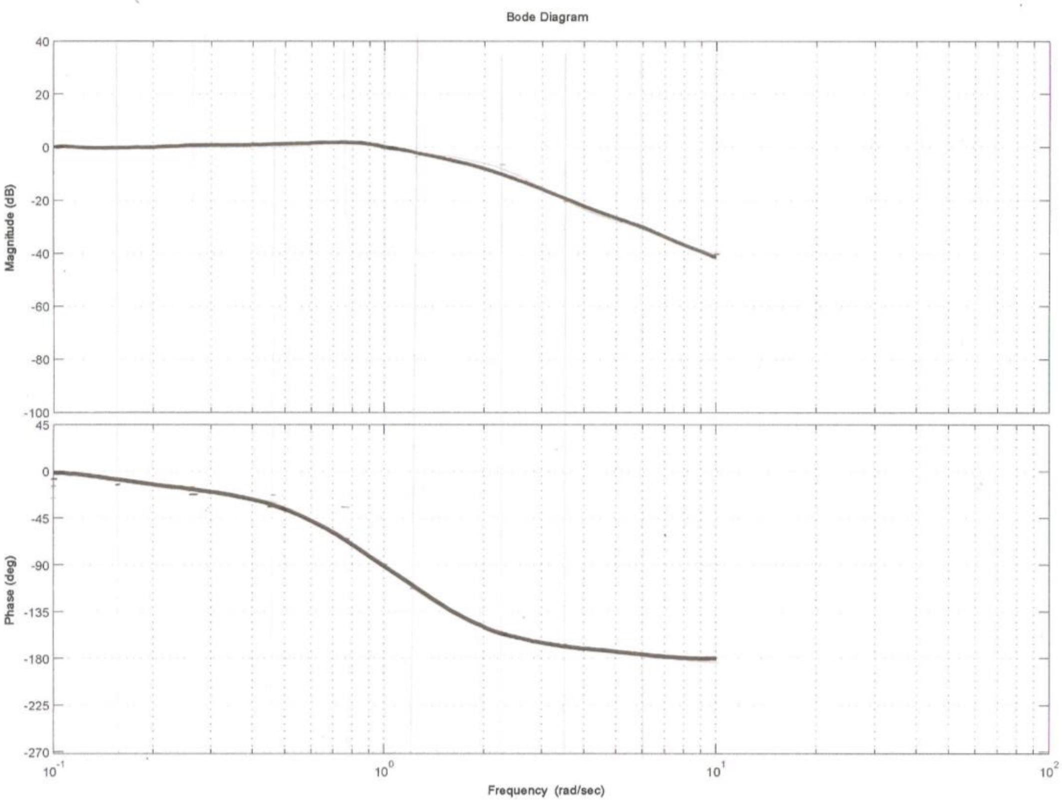
$$s^2 + s + 1 = 0 \rightarrow s = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1}}{2} = -0{,}5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2} j$$

$$Iz = s^2 + s + 1 \begin{cases} \omega_n{}^2 = 1 \rightarrow \ \omega_n = 1 \\ 2\delta\omega_n = 1 \rightarrow \ \delta = 0{,}5 \end{cases}$$

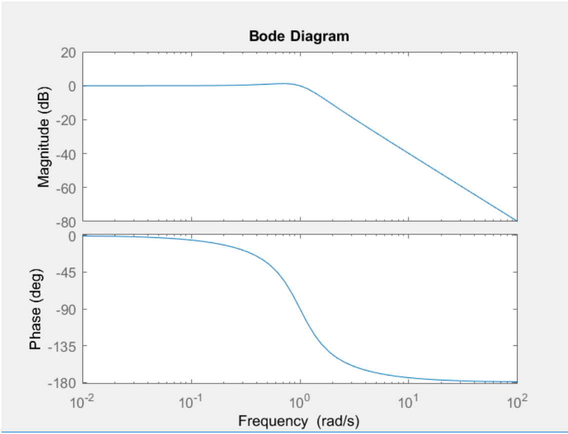
$$(1 + s^2) + 0{,}2s \rightarrow s = \omega j \rightarrow (1 - \omega^2) + 0{,}2\,\omega j$$

- $|G(\omega j)|dB = 20log\,|1 - \omega^2 + \omega j|$
- $\lfloor G(\omega j) = actg\left(\frac{\omega}{1-\omega^2}\right)$

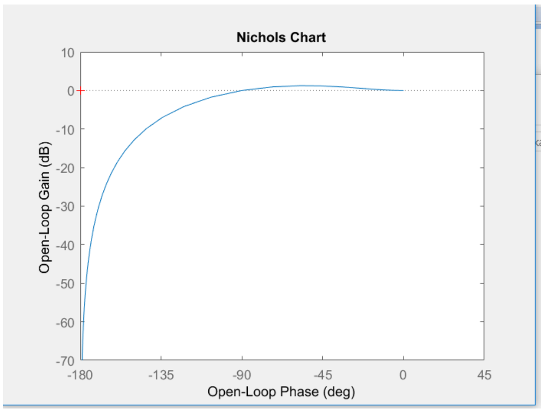
Maiztasuna, ω (rad/s)	Modulua	Modulua (dB)	Argumentua (rad)	Argumentua (º)
0,1	**1,005**	**0,0433**	**-0,1007**	**-5,7697**
0,1668	**1,0138**	**0,119**	**-0,1699**	**-9,7346**
0,2783	**1,0378**	**0,3223**	**-0,293**	**-16,7877**
0,4642	**1,097**	**0,8041**	**-0,5343**	**-30,6131**
0,7743	**1,1471**	**1,192**	**-1,0935**	**-62,6529**
1	**1**	**0**	**-1,5708**	**-90**
1,2915	**0,6878**	**-3,2508**	**-2,0481**	**-117,3475**
2,1544	**0,5363**	**-5,4118**	**-2,6073**	**-149,3873**
3,5938	**0,0803**	**-21,9057**	**-2,8487**	**-163,2185**
5,9948	**0,0282**	**-30,995**	**-2,9717**	**-170,2659**
10	**0,01**	**-40**	**-3,049**	**-174,6948**



Irudia 6-4. Eskuz eginiko b) atalaren Boderen diagrama.



Irudia 6-5. b) atalaren Bode-ren diagrama.



Irudia 6-6. b) atalaren Black-Nichols-en diagrama.

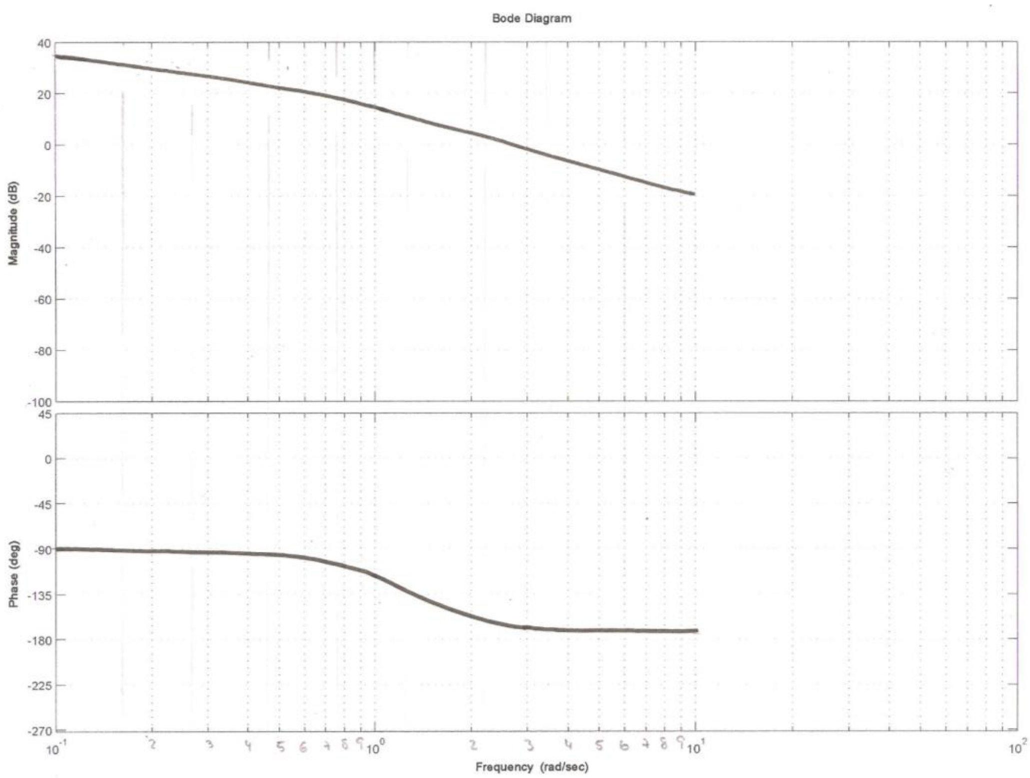
c)

$$G(s) = \frac{14}{s^2 + 2s}$$

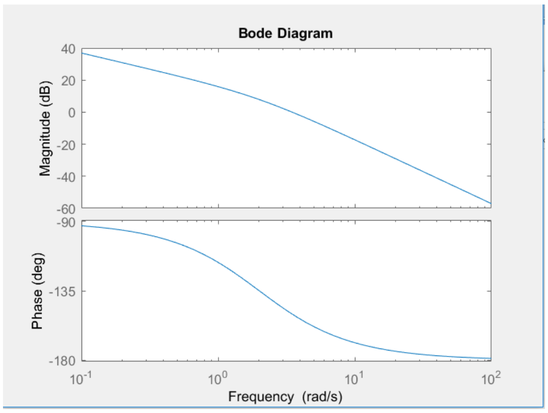
$$G(s) = \frac{14}{s^2+2s} = \frac{14}{s(s+2)} \cdot \frac{2}{2} = \frac{14/2}{s\left(\frac{1}{2s}+1\right)} = \frac{7}{s\left(1+\frac{1}{2s}\right)} \rightarrow G(\omega j) = \frac{7}{\omega j\left(1+\frac{\omega j}{2}\right)}$$

- $|G(\omega j)|dB = 20\left[\log|7| - log|\omega j| - log\left|1+\frac{\omega j}{2}\right|\right] = 20\left[log7 - \log(\omega) - \log\left(\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2\omega}\right)^2}\right)\right]$
- $\angle G(\omega j) = \arg(7) - \arg(\omega j) - \arg\left(1+\frac{\omega j}{2}\right) = 0 - arctg\left(\frac{\omega}{0}\right) - arct\left(\frac{\omega/2}{1}\right) = -90º - actg\left(\frac{\omega}{2}\right)$

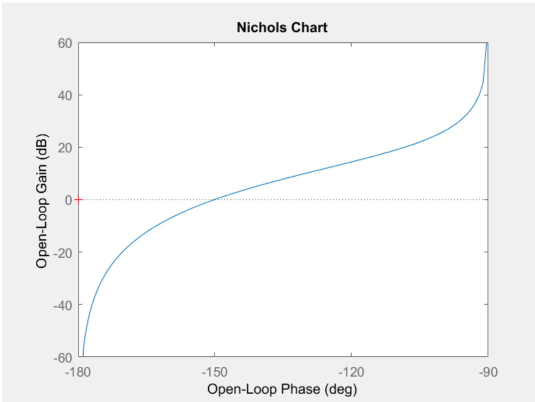
Maiztasuna, ω (rad/s)	Modulua	Modulua (dB)	Argumentua (rad)	Argumentua (º)
0,1	**69,9127**	**36,8911**	**-1,6208**	**-92,865**
0,1668	**41,8212**	**32,4279**	**-1,654**	**-94,7672**
0,2783	**24,9127**	**27,9284**	**-1,7091**	**-97,9242**
0,4642	**14,6892**	**23,34**	**-1,7989**	**-103,0694**
0,7743	**8,4307**	**18,5173**	**-1,9402**	**-111,1653**
1	**6,261**	**15,9329**	**-2,0344**	**-116,5625**
1,2915	**4,5532**	**13,1663**	**-2,1442**	**-122,8536**
2,1544	**2,2106**	**6,8902**	**-2,3933**	**-137,126**
3,5938	**0,9472**	**-0,4712**	**-2,6338**	**-150,9056**
5,9948	**0,3695**	**-8,6477**	**-2,8196**	**-161,5512**
10	**0,1373**	**-17,2466**	**-2,9442**	**-168,6902**



Irudia 6-7. Eskuz eginiko c) atalaren Boderen diagrama.



Irudia 6-8. c) atalaren Bode-ren diagrama.



Irudia 6-9. c) atalaren Black-Nichols-en diagrama.

d)

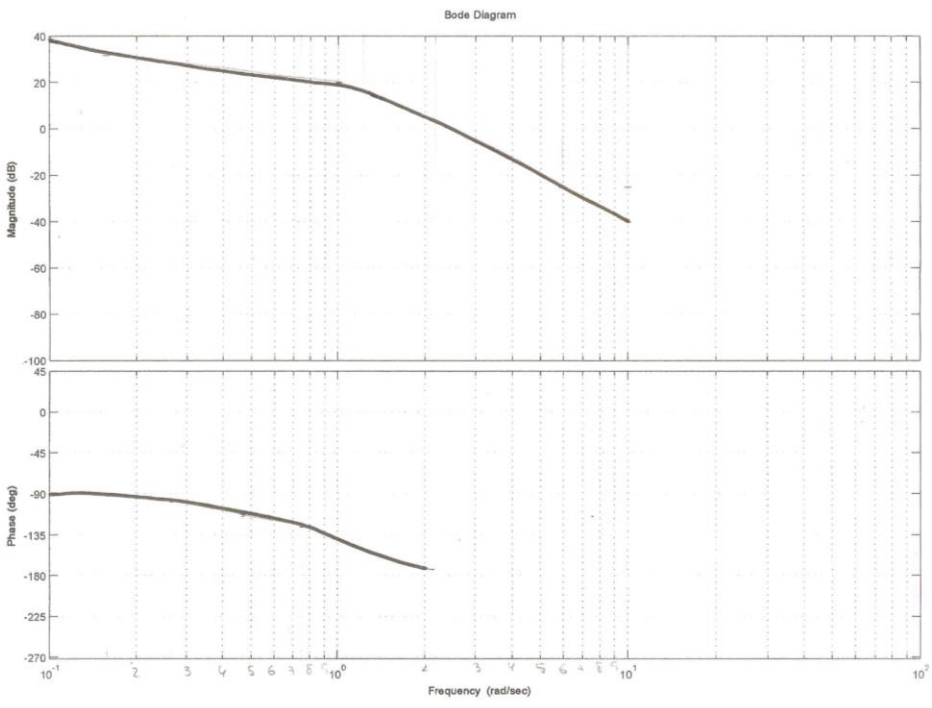
$$G(s) = \frac{10(s+3)}{s(s+2)(s^2+s+2)}$$

$$G(s) = \frac{10(s+3)}{s(s+2)(s^2+s+2)} = \frac{10(s+3)}{s(s+2)(s^2+s+2)} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{10 \cdot 3}{4} \cdot \frac{(1+s/3)}{s(1+s/2)(s^2/2+s/2+1)}$$

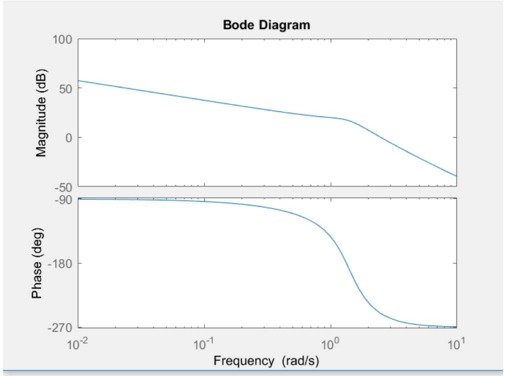
$$G(\omega j) = \frac{7{,}5(1+\frac{1}{3} \cdot \omega j)}{\omega j \left(1+\frac{\omega j}{2}\right)(-\frac{1}{2}\omega^2 + \frac{1}{2}\omega j + 1)}$$

Maiztasuna, ω (rad/s)	Modulua	Modulua (dB)	Argumentua (rad)	Argumentua (º)
0,1	**75,2297**	**37,5278**	**-1,6376**	**-93,8276**
0,1668	**45,3489**	**33,1313**	**-1,6828**	**-96,4173**
0,2783	**27,599**	**28,8179**	**-1,7603**	**-100,8578**
0,4642	**17,2739**	**24,7478**	**-1,8998**	**-108,8505**
0,7743	**11,6592**	**21,3334**	**-2,1926**	**-125,6267**
1	**10**	**20**	**-2,4981**	**-143,1306**
1,2915	**7,966**	**18,0248**	**-3,0568**	**-175,1417**
2,1544	**1,7109**	**4,6645**	**2,0552**	**117,7543**
3,5938	**0,2753**	**-11,2039**	**1,7011**	**97,4659**
5,9948	**0,0513**	**-25,7977**	**1,6037**	**91,8852**
10	**0,0104**	**-39,6593**	**1,5784**	**90,4357**

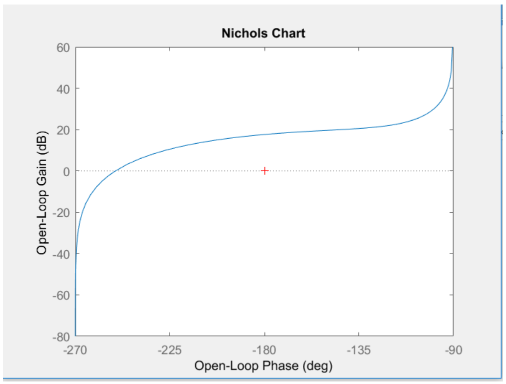
Taula honetan ikus daiteke nola 2,1544-ko maiztasunetik behera argumentua ez den era egokian lortzen, hortaz, ezin izan da Boderen diagraman era egokian adierazi. MatLab-en bidez lortutako Boderen diagraman ikusten den moduan eta taula eta eskuz egindakotik igarri daitekeen moduan zentzua izango luke beheranzko joera jarraitzeak.



Irudia 6-10. Eskuz eginiko d) atalaren Boderen diagrama.



Irudia 6-11. d) atalaren Bode-ren diagrama.



Irudia 6-12. d) atalaren Black-Nichols-en diagrama.

6.2.ARIKETA:

Aurkitu edo/eta kalkulatu 1. ataleko sistema bakoitzaren maiztasun-eremuko zehaztapenak (ω_C, BW, etab).

Sistema bakoitzaren parametro garrantzitsuenak aurkitzeko aurreko ariketan lortu diren *Bode*-ren diagramak erabiliko dira.

a)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

- Ebaki-maiztasuna:
  $\omega_{c1} = 0{,}88 rad/s$; $\omega_{c2} = 1{,}1 rad/s$
- Erresonantzia-faktorea eta erresonantzia-maiztasuna:
  $M_r = 14dB$
  $\omega_r = 0{,}99 rad/s$
- Banda zabalera: $BW = \omega_{c2} - \omega_{c1} = 1{,}1 - 0{,}88 = 0{,}22$

b)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

- Ebaki-maiztasuna:
  $\omega_c = 1{,}17 rad/s$
- Erresonantzia-faktorea eta erresonantzia-maiztasuna:
  $M_r = 1{,}24 dB$
  $\omega_r = 0{,}731 rad/s$
- Banda zabalera: $BW = \omega_c = 1{,}17$

c)

$$G(s) = \frac{14}{s^2 + 2s}$$

- Ebaki-maiztasuna:
  $\omega_c = 0{,}14 rad/s$
- Erresonantzia-faktorea eta erresonantzia-maiztasuna:
  $M_r = 36{,}7 dB$
  $\omega_r = 0{,}102 rad/s$
- Banda zabalera: $BW = \omega_c = 0{,}14$

d)

$$G(s) = \frac{10(s+3)}{s(s+2)(s^2 + s + 2)}$$

- Ebaki-maiztasuna:
  $\omega_c = 0{,}0257 rad/s$
- Erresonantzia-faktorea eta erresonantzia-maiztasuna:
  $M_r = 53{,}5 dB$
  $\omega_r = 0{,}0219 rad/s$
- Banda zabalera: $BW = \omega_c = 0{,}0257$

7. PRAKTIKA: ENERGIA BERRIZTAGARRIETAKO SISTEMEN KONTROLA.

7.1.ARIKETA:

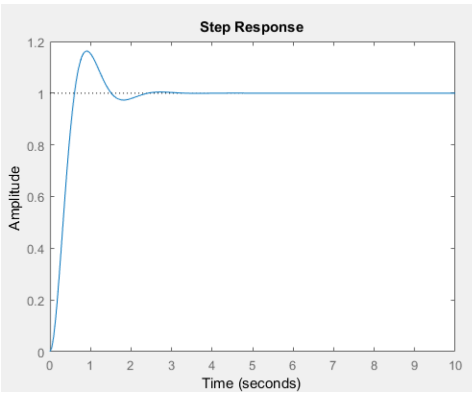
Aerosorgailuaren palaren pitch angelua erregulatzeko eragingailu elektrikoaren PI kontroladorearen diseinua, haize boladei (perturbazioak) dagozkien efektuak konpentsatuz maiztasun-eremuaren bidez (AEROSORGAILUAREN PALAREN PITCH ANGELUAREN KONTROLA.pdf dokumentuan oinarritua)

a)

Zabaldu `pitch.m` script-a eta begizta irekiko sistemaren `pitch_openloop.mdl` diagrama eta konprobatu $\theta_p^*(t)$ 1 rad sarrera mailarentzako erantzuna egokia dela (10 s). Atera ondorioak.

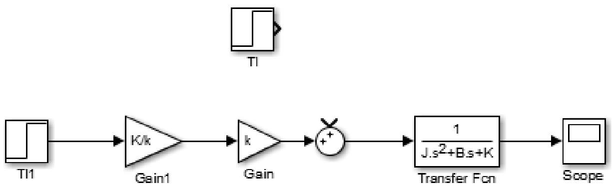
Lehenengo ariketaren a) atal hau garatu ahal izateko lehenengo eta behin *script* hau erabili da:

```
>> J=1/16;B=1/4;K=1;k=1;
>> Gtl_ol=tf(1,[J B K])

Gtl_ol =

          1
  -----------------------
  0.0625 s^2 + 0.25 s + 1

Continuous-time transfer function.

>> step(Gtl_ol,10)
```



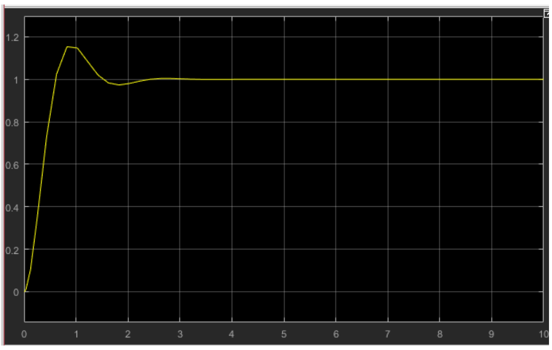
Irudia 7-1. Aurreko script-a erabilita lortzen den grafikoa.

Modu berean, *script* hori exekutatzean ondorengo *Simulink*-eko sistema erabiltzeko beharrezko parametro guztiak definituta geratu dira.



Irudia 7-2. a) atala garatzeko Simulink-eko sistema.

7-2 irudian ikus daitekeen moduan, kasu honetan zama konektatu barik utzi da eta, hortaz, honek ez du eraginik.



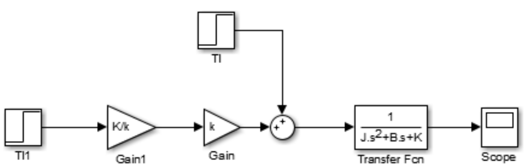
Irudia 7-3. Simulink-eko sistema exekutatuz lortutako grafikoa.

7-1 eta 7-3 irudiak begiratuz ikus daiteke erantzun berdina lortu dela bi modu derberdin horiek erabilita. 3.segundu aldera sistema egonkorturik geratzen da.

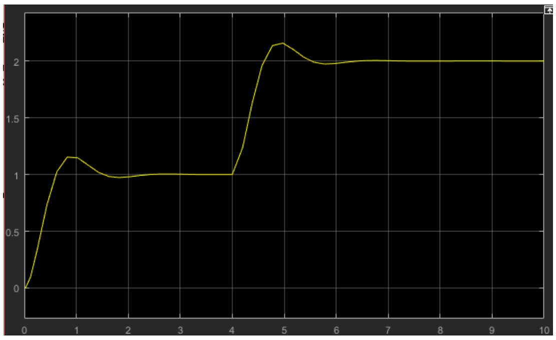
b)

Lehengo entseguari gehitu zamaren eragina, non T_L 1 Nm-ko maila den 4 s-tik aurrera. Atera ondorioak.

b) atala aurrera eraman ahal izateko a) atalean erabili den *Simulink*-eko sistema bera erabili da baina kasu honetan karga konektatu da:



Irudia 7-4. b) atala garatzeko Simulink-eko sistema.



Irudia 7-5. Simulink-eko sistema exekutatuz lortutako grafikoa.

Sistemari zama hau gehitzean honen erantzuna gehiegi aldatzen da; beraz, ez da sistema egokia.

c)

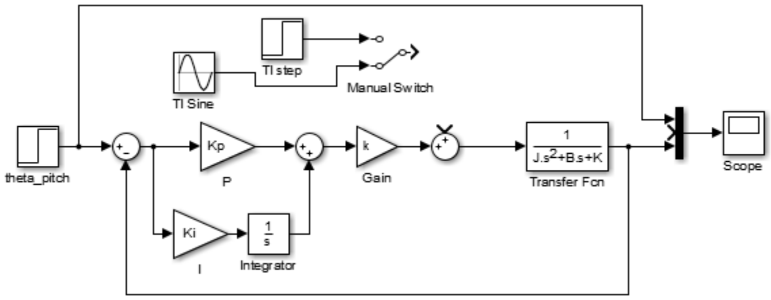
Zabaldu begizta itxiko sistemaren `pitch_closedloop.mdl` non Kp=2 eta Ki=2 diren, eta konprobatu sistemaren erantzuna $\theta_p^*(t)$ π/4 rad sarrera mailarentzako erantzuna egokia dela (10 s). Ondoren, egin beste entsegu bat, berdina baina b. ataleko perturbazioa erantsiz (T_L). Komentatu emaitzak eta ondorioak begizta irekiko b. kasuarekiko.

c) atala aurrera eraman ahal izateko eman beharreko lehengo pausoa hurrengo *script*-a exekutatzea da:

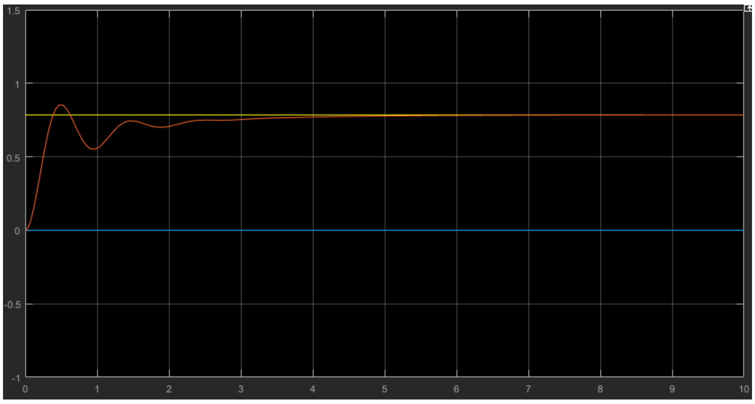
```
>> J=1/16;B=1/4;K=1;k=1;Kp=2;Ki=2;
>> Gc=tf([Kp Ki],[1 0]) %PI kontroladorea

Gc =

  2 s + 2
  -------
     s

Continuous-time transfer function.

>> Gtl_cl=feedback(Gtl_ol,Gc*k)
%theta_p(s)/Tl(s), begizta itxian suposatuz theta_p(s)*=0



Gtl_cl =

               s
  ------------------------------
  0.0625 s^3 + 0.25 s^2 + 3 s + 2

Continuous-time transfer function.
```

Aurreko kasuetan gertatu den moduan, *script* hau exekutatuta beharrezko parametroak definituta geratu dira *Simulink*-eko sistema erabili ahal izateko.

Atal honetan bi saiakuntza egingo dira. Lehenengoan zama ez da konektatuko. Bigarrenean, ordea, bai.



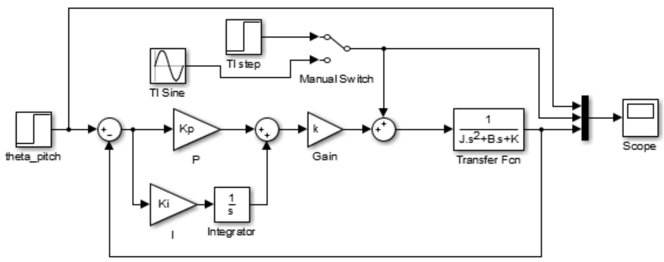
Irudia 7-6. c) atala garatzeko Simulink-eko sistema (zamarik gabe).



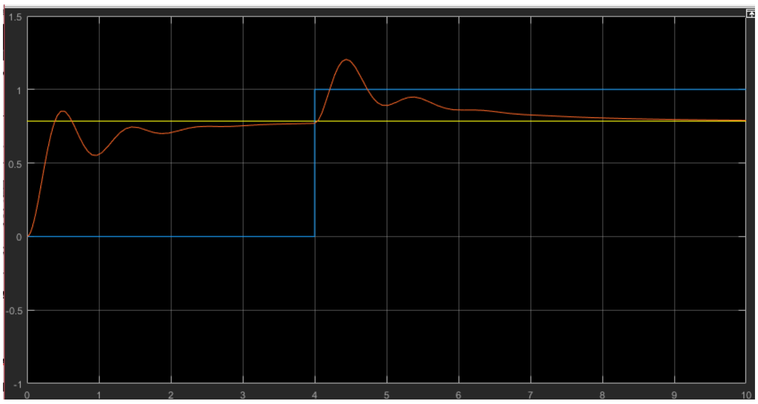
Irudia 7-7. Zamarik gabeko Simulink-eko sistema.

7-7 irudia begiratuz esan daiteke begizta itxian funtzionamendua egokia dela, espero zen moduan, egonkortu egiten da (3.-4.s bitartean).

Bigarren saiakuntza egiteko b) atala garatzeko erabili den zama konektatuko da.



Irudia 7-8. c) atala garatzeko Simulink-eko sistema (b ataleko zamarekin).



Irudia 7-9. b) ataleko zama duen Simulink-eko sistema.

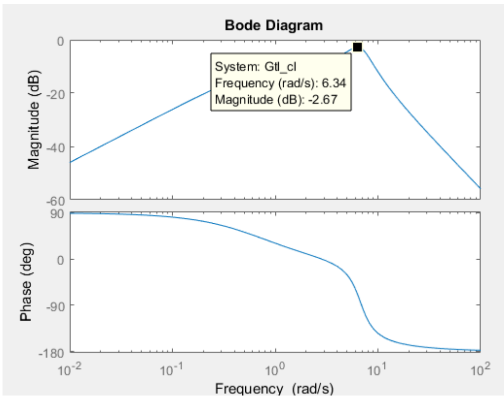
Zama gehitzerakoan sistema honek egonkortzeko denbora gehiago behar duen arren, sistema egokitzat har daiteke. Kasu honetan, 9.s-an gutxi gorabehera egonkortzen da.

d)

Kalkulatu eta konprobatu ω_r erresonantzia-maiztasunaren balioa, Boderen diagraman ploteatuz, T_L sarrrerarentzako begizta itxiko sistemaren transferentzia funtzioarentzako. Aplikatu ondoren maiztasun horren inguruko eta 1 Nm-ko aplitudea duen T_L sinusoidal bat, eta behatu erantzuna. Probatu maiztasunetik dexente urrutiago geratzen den maiztasunarekin, eta atera guzti honen ondorioak.

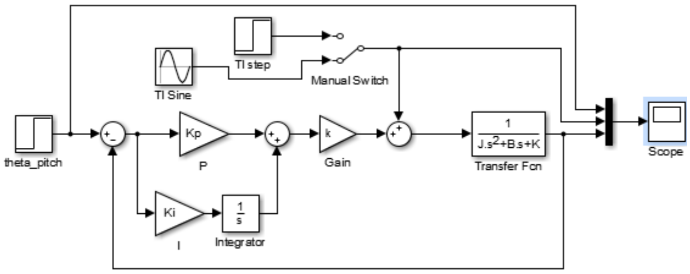
Boderen diagrama lortzeko hurrengo komandoa erabili da:

```
>> bode(Gtl_cl)
%theta_p(s)/Tl(s), begizta itxian suposatuz theta_p(s)*=0
```

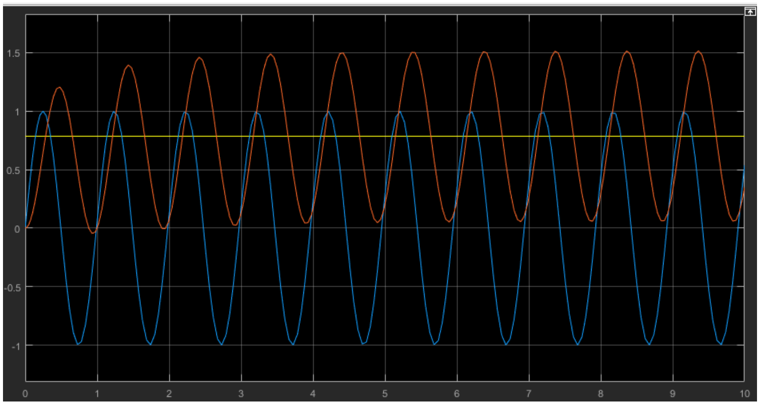


Irudia 7-10. Boderen diagrama.

Boderen diagraman (*MatLab*-en funtzioez baliatuz) ikusi da erresonantzia maiztasuna (ω_r) 6.34rad/s-koa dela. Hortaz, hori izan da zama sinusoidala aplikatu ahal izateko erabili den maiztasuna.



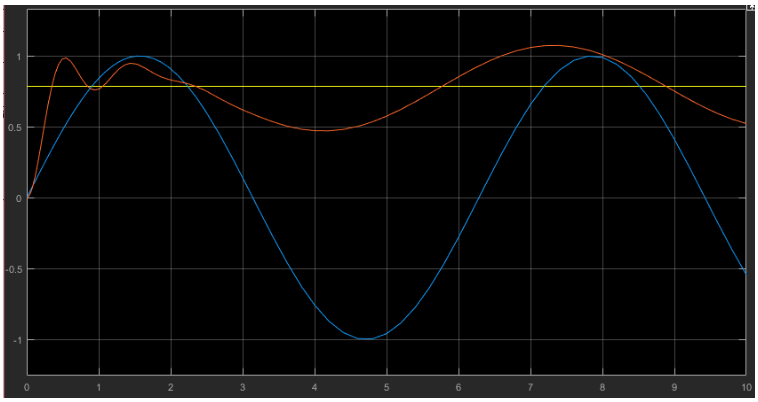
Irudia 7-11. d) atala garatzeko Simulink-eko sistema (zama sinusoidalarekin).



Irudia 7-12. Karga sinusoidala duen Simulink-eko sistema (ω= ω_r izanda).

Zama sinusoidala sartzerakoan begizta irekian duen portaera hartzen du eta, hortaz, emaitza eskasa izango da. Begizta itxian aurkitzen den arren ez da egonkortuko. Funtzionamendua egokia izan dadin (maiztasuna erresonantzian sar ez dadin), berriro ere diseinatu beharko litzateke zonaldeko haize boladak aztertuz.

Orain maiztasuna erresonantzia maiztasunetik urrundu da. Horretarako ω=1rad/s erabili da.



Irudia 7-13. Karga sinusoidala duen Simulink-eko sistema (ω=1rad/s izanda).

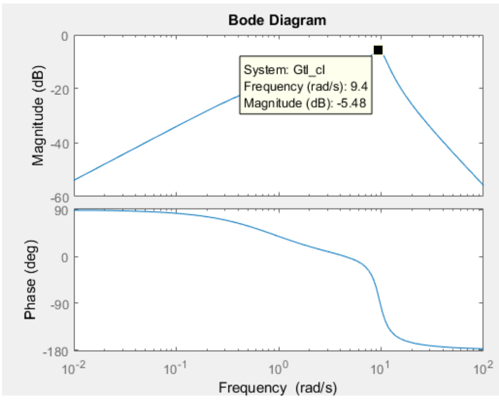
Kasu honetan, ikus dezakegu nola erresonantzia maiztasunetik urruntzean (maiztasuna txikitzean), uhinaren anplitudea txikitzen den. Horrela, kontrol sistemaren erantzun ia egonkorra lortzen da.

e)

Saiatu, Kp eta Ki aldatuz (handituz), sistemaren ω_r maiztasuna aldatzen edo urruntzen haizeak duen maiztasunetik (adibidez 6.3 rad/s), ea erantzuna hobetzea lortzen duzun.

Azken atal hau garatzeko Kp=5 eta Ki=5 erabili dira, eta c) atalean erabili den *script* berdina erabili da.

```
>> J=1/16;B=1/4;K=1;k=1;Kp=5;Ki=5;
>> Gc=tf([Kp Ki],[1 0])

Gc =

  5 s + 5
  -------
     s

Continuous-time transfer function.

>> Gtl_cl=feedback(Gtl_ol,Gc*k)

Gtl_cl =

              s
  ------------------------------
  0.0625 s^3 + 0.25 s^2 + 6 s + 5

Continuous-time transfer function.

>> bode(Gtl_cl)
```



Irudia 7-14. Boderen diagrama.

Kp eta Ki handitzean ω_r handitu egiten da, hau da, eskumarantz mugitzen da. Honek erresonantzia arazoak deuseztatzen ditu eta aldi berean, erroaren balioa txikituz doa.