

# **Kifis: 3. Gaiko aukerako 7. Ariketa**

Ioritz Arburua  
Asier De Santos  
Oihana Diaz

### 3. Gaiko Aukerako 7. Ariketa

Gas ideal baten 2.25 mol 300 K-ean eta 1.5 atm-ko presiopean daude. Honako prozesu hauek gertatu dira:

i) **Prozesua:** Konprimitu egiten dira adiabatikoki eta itzulgarriki bukaerako tenperatura 500 K izanik.

### 3. Gaiko Aukerako 7. Ariketa

Gas ideal baten 2.25 mol 300 K-ean eta 1.5 atm-ko presiopean daude. Honako prozesu hauek gertatu dira:

ii) **Prozesua:** Konprimatu egiten dira adiabatikoki 5.25 atm-ko presio konstante baten kontra.

### 3. Gaiko Aukerako 7. Ariketa

Gas ideal baten 2.25 mol 300 K-ean eta 1.5 atm-ko presiopean daude. Honako prozesu hauek gertatu dira:

iii) **Prozesua:** Berotu egiten dira konprimatuz bukaerako presioa eta temperatura 5 atm eta 550 K izan arte.

## Galderak:

- a) Kalkula ezazu prozesu bakoitza burutu ondoren  $p$ ,  $T$  eta  $V$  ezezagunen balioak. Datua:  $C_p = 2.5 R$ .
- b) Arrazoitu zergatik ii) prozesuan lortuko den temperatura i)-n lortutakoa baino handiago izan behar duen.
- c) Kalkula itzazu:
- i) prozesuan  $\Delta H$
  - ii)-an  $w$  eta  $\Delta S_{unib.}$
  - iii)-an  $q$  eta  $\Delta S_{Sis.}$
- Baten bat ezin bada, esan zergatik.
- d) Ze espresioaren bidez kalkulatu zenuke  $\Delta G$  i) prozesuan? Ekuazio horretan magnitude baten balioa aldezturik jakin behar da, zein da? Behar izanez gero, nola kalkulatu zenuke?

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

### Hasierako egoera:

$p_0$  eta  $T_0$ -ren balioa ezagutzen dugunez, Gas Idealen ekuazioaren laguntzaz  $V_0$  kalkulatzeko ahalko dugu:

$$pV = nRT \rightarrow V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = V_0 = 36,9 \text{ L}$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

### i) Prozesua:

Mayer-en legea erabiliz,  $C_V$ -ren balioa lortzen ahalko dugu eta horrekin batera  $\gamma$  jakin ahalko da:

$$C_p - C_V = R$$

$$\rightarrow C_V = 2,5 R - R \rightarrow C_V = 1,5 R$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{2,5 R}{1,5 R} = 1,666$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

Prozesu adiabatikoa, itzulgarria eta gasa ideala denez, honako ekuazio hauek erabil daitezke:

$$(pV)^\gamma = kte$$

$$TV^{\gamma-1} = kte$$

$$p^\gamma T^{1-\gamma} = kte$$

Gure kasuan, bigarren ekuazioa erabiliko dugu  $V_1$  kalkulatzeko eta ondoren gas idealen ekuazioaz baliatuz  $p_1$  lortuko dugu.

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

$$300 \times 36,9^{1,666-1} = 500 \times V_1^{1,666-1}$$

$$\rightarrow 3317,117 = 500 \times V_1^{0,666}$$

$$V_1 = \sqrt[0,666]{\frac{3317,117}{500}} \rightarrow V_1 = 22,14 \text{ L}$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

Bukatzeko, Gas Idealen ekuazioaz baliatuz  $p_1$  kalkula dezakegu:

$$pV = nRT$$

$$\rightarrow p_1 = \frac{nRT}{V_1} = \frac{2,25 \times 0,082 \times 500}{22,14}$$

$$\rightarrow p_1 = 4,66 \text{ atm}$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

### ii) Prozesua:

Prozesua adiabatikoki gertatzen denez,  $q = 0$  da. Ondorioz, Termodinamikaren Lehenengo Printzipioa jarraituz,

$$\Delta U = w + q \rightarrow \Delta U = w$$

Gainera, gasa ideala denez,  $\Delta U$  soilik  $T$ -ren menpekoa izango da,

$$\Delta U = nC_V \times \Delta T$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

Prozesua itzulezina da, kanpoko presio konstante baten aurka aurkitzen delako,

$$w = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

Bi ekuazioak berdinduz,

$$nC_V \times (T_2 - T_0) = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

$V_2$   $p$ -ren funtzioan jartzen badugu Gas Idealen ekuazioa erabiliz,

$$nC_V \times (T_2 - T_0) = -p_2 \times \left( \frac{nRT_2}{p_2} - V_0 \right)$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

$$nC_V \times (T_2 - T_0) = -p_2 \times \left( \frac{nRT_2}{p_2} - V_0 \right)$$
$$2,25 \times 1,5 \times 0,082 \times (T_2 - 300) = -5,25 \times \left( \frac{2,25 \times 0,082 \times T_2}{5,25} - 36,9 \right)$$

$$\rightarrow 2796,75 = 00,46125T_2$$

$$T_2 = \frac{2796,75}{00,46125} \rightarrow T_2 = 600 \text{ K}$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

Orain, espresio berdina erabiliz  $V_2$  lortzen ahalko dugu:

$$nC_v \times (T_2 - T_0) = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

$$2,25 \times 1,5 \times 0,082 \times (600 - 300) = -5,25 \times (V_2 - 36,9)$$

$$83,025 = -5,25V_2 + 193,725$$

$$\rightarrow V_2 = 21,085 \text{ L}$$

## A. Kalkulatu prozesu guztietako $p$ , $V$ eta $T$

### iii) Prozesua:

$T_3$ , eta  $p_3$ -ren balioak ezagutzen ditugunez, soilik Gas idealen ekuazioa erabiliz  $V_3$  lortzen ahalko dugu

$$pV = nRT \rightarrow V_3 = \frac{nRT_3}{p_3}$$
$$V_3 = \frac{2,25 \times 0,082 \times 500}{5} \rightarrow V_3 = 18,45 \text{ L}$$

## B. Zergatik da $T_2 > T_1$ ?

ii prozesuan lortzen den temperatura altuagoa da prozesu itzulezin bat delako. Hain bortizki konprimitzen da gasa non temperatura asko igotzen den. Aldiz, i prozesua itzulgarria denez, temperatura ez da hainbeste handituko.

**C. Kalkulatu:  $\Delta H_1$ ,  $w_2$ ,  $\Delta S_{unib.2}$ ,  $q_3$  eta  $\Delta S_{sist.3}$**

**i) Prozesua:**

Gas ideala denez,  $\Delta H$  soilik  $T$ -ren menpekoa izango da:

$$dH = n \times C_p dT \rightarrow \Delta H = n \times C_p \times (T_1 - T_0)$$

$$\Delta H = 2,25 \times 2,5 \times 2 \times (500 - 300)$$

$$\rightarrow \Delta H = 2250 \text{ cal}$$

**C. Kalkulatu:  $\Delta H_1$ ,  $w_2$ ,  $\Delta S_{unib.2}$ ,  $q_3$  eta  $\Delta S_{sist.3}$**

**ii) Prozesua:**

$$dw = -p \times dV \rightarrow w = -p_2 \times \int_{V_0}^{V_2} dV$$

$$\rightarrow w = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

$$w = -2,5 \times (21,085 - 39,9) \times 101,325$$

$$\rightarrow w = 957,48 \text{ cal}$$

## C. Kalkulatu: $\Delta H_1$ , $w_2$ , $\Delta S_{unib.2}$ , $q_3$ eta $\Delta S_{sist.3}$

Prozesu adiabatiko itzulezina denez, sistemaren entropia aldaketa eta unibertsoarena berdina izango dira ( $\Delta S_{Sist.} = \Delta S_{Unib.}$ )

Entropiaren diferentziaz baliatuko gara kalkulatzeko:

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T dp$$

Prozesu osoa kanpoko presio konstante baten aurka ematen denez  $dP = 0$  da.

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \frac{C_p}{T}$$

### C. Kalkulatu: $\Delta H_1$ , $w_2$ , $\Delta S_{unib.2}$ , $q_3$ eta $\Delta S_{sist.3}$

Modu intentsiboan kalkulatuko dugunez, mol kopuruarekin biderkatuko dugu:

$$dS = \frac{nC_p}{T} dT \rightarrow \Delta S = \int_{T_0}^{T_2} \frac{nC_p}{T} dT$$

$$\rightarrow \Delta S = 2,25 \times 2,5 \times 2 \times \ln \frac{600}{300}$$

$$\Delta S_{Unib.2} = 7,79 \text{ cal} \times \text{K}^{-1}$$

**C. Kalkulatu:  $\Delta H_1$ ,  $w_2$ ,  $\Delta S_{unib.2}$ ,  $q_3$  eta  $\Delta S_{sist.3}$**

iii) Prozesua:

$q$  zuzenean kalkulatzeko, ez  $p$  ezta  $V$  ere ez dira konstanteak. Hori dela medio, beroa ezin da zuzenean kalkulatu (ez  $q_v$  ezta  $q_p$  ere).

Hala eta guztiz ere, termodinamikaren lehen printzipioa erabil genezake.

$$\Delta U_3 = w_3 + q_3$$

Gas ideal baten aurrean gaudenez, barne-energia soilik tenperaturaren menpekoa da,

$$\Delta U = nC_V \Delta T$$

## C. Kalkulatu: $\Delta H_1$ , $w_2$ , $\Delta S_{unib.2}$ , $q_3$ eta $\Delta S_{sist.3}$

Era berean, lana kalkulatzeko saiatzen ahalegintzeko,

$$w_3 = - \int_{V_0}^{V_3} p dV$$

Baina, presioa aldakorra denez Gas Idealen ekuazioaz baliatuz,  $p$   $V$ -ren menpeko jarri beharko genuke.

$$w_3 = - \int_{V_0}^{V_3} \frac{nRT}{V} dV$$

**C. Kalkulatu:  $\Delta H_1$ ,  $w_2$ ,  $\Delta S_{unib.2}$ ,  $q_3$  eta  $\Delta S_{sist.3}$**

$$w_3 = - \int_{V_0}^{V_3} \frac{nRT}{V} dV$$

Puntu honetan arazo bat ikusten da: ordezkapen honetan  $T$  ere agertzen da eta konstantea ez denez espresioa ezingo da integratu.

Ondorioz, ez dago modurik  $q_3$  kalkulatzeko.

## C. Kalkulatu: $\Delta H_1$ , $w_2$ , $\Delta S_{unib.2}$ , $q_3$ eta $\Delta S_{sist.3}$

Sistemaren entropia aldaketa kalkulatzeko, entropiaren diferentziaziaz baliatuko gara,

$$dS_{sist.} = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T dp$$
$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = \frac{C_p}{T}; \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = \alpha V = \frac{nR}{p}$$

Deribatu partzialei begira, bata modu estentsiboan eta bestea modu intentsiboan dagoela ikus dezakegu. Konponbide bezala biek modu intentsiboan jarriko ditugu.

**C. Kalkulatu:  $\Delta H_1$ ,  $w_2$ ,  $\Delta S_{unib.2}$ ,  $q_3$  eta  $\Delta S_{sist.3}$**

$$dS_{Sist.} = \int_{T_0}^{T_3} \frac{nC_p}{T} dT + \int_{p_0}^{p_3} \frac{nR}{p} dp \rightarrow$$

$$\Delta S = 2,5 \times 2,5 \times 2 \times \ln \frac{500}{300} + 2,25 \times 2 \times \ln \frac{5}{3}$$

$$\Delta S_{Sist.3} = 8,045 \text{ cal} \times K^{-1}$$

## D. Nola kalkulatu $\Delta G_1$ ?

### Zerbait jakin behar da lehenagotik?

$\Delta G$  kalkulatzeko entropia absolutuaren balioa ezagutu behariko genduke honako ekuazio hau erabiliko baikenukeelako:

$$\Delta G = \Delta H - S\Delta T$$

Entropia absolutua kalkulatzeko ordea honako espresio hau erabiliko genduke:

$$S(T_3) = S(0) + \int_0^{T_{fus.}} \frac{C_{p_{sol.}}}{T} dT + \frac{\Delta_{fus.}H}{T_{fus}} + \\ + \int_{T_{fus}}^{T_{irak}} \frac{C_{p_{lik.}}}{T} dT + \frac{\Delta_{irak.}H}{T_{irak}} + \int_{T_{irak}}^{T_3} \frac{C_{p_{gas.}}}{T} dT$$