



Data:

Taldea:

Abizenak:

Izena:

(2 puntu) 1. ARIKETA (A)

x_i	1	2	3	4
y_i	0.8	0.85	0.9	0.9

$$\sum_{i=1}^n x_i = 10$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = 3.45$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 30$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 8.8$$

$$\sum_{i=1}^n \ln x_i = 3.1781$$

$$\sum_{i=1}^n \ln y_i = -0.5964$$

$$\sum_{i=1}^n \ln^2 x_i = 3.6092$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \ln x_i = 2.8256$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \ln y_i = -1.2857$$

$$\sum_{i=1}^n \ln y_i = -0.5964$$

$$\sum_{i=1}^n \ln x_i \ln y_i = -0.3745$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = 2.0833$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} = 1.4236$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} y_i = 1.75$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i} = 4.6487$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i y_i} = 2.4864$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{1}{y_i} - 1 \right) = -7.5153$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \ln \left(\frac{1}{y_i} - 1 \right) = -20.2361$$

Aurreko informazioa erabiliz erantzun hurrengo galderari:

- Erregresio Logaritmikoaren kurba kalkulatu
- Erregresio Logaritmikoaren funtzioa erabiliz, zein izango da y aldagaiaren balioa, x -rena 4.5 bada? Ba al du zentzurik lortu duzun balioa?
- Erregresio Logistikoaren kurba kalkulatu
- Erregresio Logistikoaren errore tipikoa 1.725koa bada, bi kurba hauetatik zein aukeratuko zenuke? Zergatik? Zertarako?

a) Erregresio logaritmikoa
 $y = a \ln x + b$ Erregresio logaritmikoa

 Aldagai aldatuta $x_i = \ln x_i$

x_i	1	2	3	4	Σ	$n=4$
y_i	0'8	0'85	0'9	0'9	3'45	
$\ln x_i = x_i$					3'1781	
x_i^2					3'6092	
$y \cdot \ln x_i = y \cdot x_i$					2'8256	

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{4 \cdot 2'8256 - 3'1781 \cdot 3'45}{4 \cdot 3'6092 - 3'1781^2} =$$

$$= \frac{0'288}{4'3365} = 0'07794$$

$$b = \frac{\sum y_i}{n} - a \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3'45}{4} - \frac{0'07794 \cdot 3'1781}{4} =$$

$$= 0'8625 - 0'0619 = 0'8006$$

$$y = 0'07794 \ln x + 0'8006$$

b) $\hat{y}(4'5) = 0'07794 \ln 4'5 + 0'8006 = 0'9178 //$

logaritmikoa funtzio gertakara

$$\hat{y}(4'5) > y(4) = 0'9$$

c) Erregresio logistikoa

$$y = \frac{1}{1 + b e^{ax}}$$

Aldegi: Aldegiak $\begin{cases} Y_i = \ln\left(\frac{1}{y} - 1\right) \\ B = e^{ab} \end{cases}$

$$a = \frac{n \sum x_i Y_i - \sum x_i \cdot \sum Y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{4 \cdot (-20'2361) - 10 \cdot (-7'5153)}{4 \cdot 30 - 10^2} =$$
$$= \frac{-80'9444 + 75'153}{20} = -0'2896$$

$$B = \frac{\sum Y_i}{n} - a \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-7'5153}{4} + 0'2896 \cdot \frac{10}{4} =$$
$$= -1'8788 + 0'724 = -1'1548 \quad (n = 11616)$$

$$b = e^{-1'1548} = 0'3151 \quad (n = 03130)$$

$$y = \frac{1}{1 + 0'3151 e^{-0'2896 x}}$$

d)

x	1	2	3	4	Σ
y	0,8	0,75	0,9	0,9	
\hat{y}	0,8006	0,7546	0,8762	0,9086	
$(\hat{y}_i - y_i)^2$	0	0,00002	0,0002	0,00007	0,00029

$$y = 0,07791 \ln x + 0,8006$$

$$ET = \sqrt{\frac{1}{n} \Sigma (\hat{y}_i - y_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} 0,00029} = 0,0085 = 85 \cdot 10^{-3}$$

ET logistilisa = 1,725 > ET logaritmilisa = 0,0085.

Dauzkaļņu kārtoak estimāterakļau errore tukļieuā jertien lueā kurba aukerādska. Beraz, erregresio logaritmilisa.



Data:

Taldea:

Abizenak:

Izena:

(2 puntu) 1. ARIKETA (B)

x_i	1	2	3	4
y_i	0.8	0.85	0.9	0.9

$$\sum_{i=1}^n x_i = 10$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = 3.45$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 30$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 8.8$$

$$\sum_{i=1}^n \ln x_i = 3.1781$$

$$\sum_{i=1}^n \ln y_i = -0.5964$$

$$\sum_{i=1}^n \ln^2 x_i = 3.6092$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \ln x_i = 2.8256$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \ln y_i = -1.2857$$

$$\sum_{i=1}^n \ln y_i = -0.5964$$

$$\sum_{i=1}^n \ln x_i \ln y_i = -0.3745$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = 2.0833$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} = 1.4236$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} y_i = 1.75$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i} = 4.6487$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i y_i} = 2.4864$$

$$\sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{1}{y_i} - 1 \right) = -7.5153$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \ln \left(\frac{1}{y_i} - 1 \right) = -20.2361$$

Aurreko informazioa erabiliz erantzun hurrengo galderari:

- Erregresio Hiperbolikoaren kurba kalkulatu
- Erregresio Hiperbolikoaren funtzioa erabiliz, zein izango da y aldagaiaren balioa, x -rena 4.5 bada? Ba al du zentzurik lortu duzun balioa?
- Erregresio Esponentzialaren kurba kalkulatu
- Erregresio Esponentzialaren errore tipikoa 111.0895koa bada, bi kurba haue-tatik zein aukeratuko zenuke? Zergatik? Zertarako?

Azterketa partiale (3)

08/10/2024

a) Erregresio Hiperbolikoa

$$y = \frac{a}{x} + b$$

Adoski aldatuta

$$x_i = 1/x$$

$$(1/x, y) \Rightarrow (X, y)$$

Σ

$n=4$

x_i	1	2	3	4	
y_i	0'8	0'85	0'9	0'9	3'45
$1/x_i = X_i$					2'0833
X_i^2					1'4236
$y \cdot 1/x_i = y \cdot X_i$					1'75

$$a = \frac{n \sum X_i y_i - \sum X_i \sum y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \frac{4 \cdot 1'75 - 2'0833 \cdot 3'45}{4 \cdot 1'4236 - 2'0833^2} =$$
$$= \frac{-0'87385}{1'8543} = -0'1384$$

$$b = \frac{\sum y_i}{n} - a \frac{\sum X_i}{n} = \frac{3'45}{4} + \frac{0'1384 \cdot 2'0833}{4} =$$
$$= 0'8625 + 0'0721 = 0'9346$$

$$y = \frac{-0'1384}{x} + 0'9346$$

$$b) \hat{y}(4'5) = -0'1384/4'5 + 0'9346 = 0'9037$$

logaritmuikoa funtzio gerakorra

$$\hat{y}(4'5) > y(4) = 0'9$$

c) Regresión Exponencial

$$y = b e^{ax}$$

Algebrai Alakota $\begin{cases} \gamma = \ln y \\ B = \ln b \end{cases}$

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{4 \cdot (-12857) - 10 \cdot (-0'5964)}{4 \cdot 30 - 10^2} =$$
$$= \frac{-5'1428 + 5'964}{20} = 0'0411$$

$$B = \frac{\sum y_i}{n} - a \frac{\sum x_i}{n} = \frac{-0'5964}{4} - 0'0411 \frac{10}{4} =$$
$$= -0'1491 - 0'1028 = -0'2519$$

$$b = e^{-0'2519} = 0'7773$$

$$y = 0'7773 e^{0'0411x}$$

d)	x	1	2	3	4	Σ
	y	0,8	0,75	0,9	0,9	
	\tilde{y}	0,7962	0,8654	0,8895	0,9	
	$(\tilde{y}-y)^2$	0,0001	0,0002	0,0001	0	0,0003

$$y = \frac{-0,1384}{x} + 0,9346$$

$$ET = \sqrt{\frac{1}{n} \Sigma (\tilde{y}_i - y_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 0,0003} = 0,0087$$

$$ET_{\text{eksponensial}} = 1,11'0895 > ET_{\text{hiperbolik}} = 0,0087$$

Dari itu juga terlihat bahwa estimasi rata-rata error terkecil adalah dengan menggunakan kurva ankeratiska dengan. Berarti, regresi Hiperbolik.