

Kifis mintegietako ariketa: Ioritz Arburua, Asier De Santos eta Oihana Diaz

3. Gaiko aukerako 7. Ariketa:

Gas ideal baten 2.25 mol 300 K-ean eta 1.5 atm-ko presiopean daude. Honako prozesu hauek gertatu dira:

- i) Konprimitu egiten dira adiabatikoki eta itzulgarriki bukaerako tenperatura 500 K izanik.
- ii) Konprimatu egiten dira adiabatikoki 5.25 atm-ko presio konstante baten kontra.
- iii) Berotu egiten dira konprimatuz bukaerako presioa eta tenperatura 5 atm eta 550 K izan arte.

a) Kalkula ezazu prozesu bakoitza burutu ondoren p , T eta V ezezagunen balioak. Datua: $C_p = 2.5 R$.

b) Arrazoitu zergatik ii) prozesuan lortuko den tenperatura i)-n lortutakoa baino handiago izan behar duen.

c) Kalkula itzazu i) prozesuan ΔH ; ii)-an w eta $\Delta S_{unib.}$; iii)-an q eta $\Delta S_{sis.}$. Baten bat ezin bada, esan zergatik.

d) Ze espresioaren bidez kalkulatu zenuke ΔG i) prozesuan? Ekuazio horretan magnitude baten balioa alde aurretik jakin behar da, zein da? Behar izanez gero, nola kalkulatu zenuke?

A) Hasierako egoera:

$$pV = nRT \rightarrow V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = V_0 = 36,9 \text{ L}$$

i) prozesua

Mayer-en legea erabiliz C_V -ren balioa lortzen ahalko dugu eta horrekin batera γ jakin ahalko dugu,

$$C_p - C_V = R \rightarrow C_V = 2,5R - R \rightarrow C_V = 1,5 R$$
$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{2,5R}{1,5R} = 1,666$$

Prozesu adiabatikoa, itzulgarria eta gasa ideala denez, honako ekuazio hauek erabil daitezke:

$$(pV)^\gamma = \text{kte}$$
$$TV^{\gamma-1} = \text{kte}$$
$$p^\gamma T^{1-\gamma} = \text{kte}$$

Gure kasuan, bigarren ekuazioa erabiliko dugu V_1 kalkulatzeko eta ondoren gas idealen ekuazioaz baliatuz p_1 lortuko dugu.

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$
$$300 \times 36,9^{1,666-1} = 500 \times V_1^{1,666-1} \rightarrow 3317,117 = 500 \times V_1^{0,666}$$

$$V_1 = \sqrt[0,666]{\frac{3317,117}{500}} \rightarrow V_1 = 17,13 \text{ L}$$

$$pV = nRT \rightarrow p_1 = \frac{nRT}{V_1} = \frac{2,25 \times 0,082 \times 500}{17,13} \rightarrow p_1 = 5,38 \text{ atm}$$

ii) prozesua

$$\Delta U = w + q \rightarrow q = 0 \text{ denez (adiabatikoa)} \rightarrow \Delta U = w$$

Gas ideala denez,

$$\Delta U = nC_V \times (T_2 - T_0)$$

Prozesua itzulezina da kanpoko presio konstante baten aurka aurkitzen delako,

$$w = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

Bi ekuazioak berdinduz,

$$nC_V \times (T_2 - T_0) = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

V_2 p -ren funtzioan jartzen badugu Gas Idealen ekuazioa erabiliz,

$$nC_V \times (T_2 - T_0) = -p_2 \times \left(\frac{nRT_2}{p_2} - V_0 \right)$$

$$2,25 \times 1,5 \times 0,082 \times (T_2 - 300) = -5,25 \times \left(\frac{2,25 \times 0,082 \times T_2}{5,25} - 36,9 \right)$$

$$0,27675T_2 - 83,025 = 193,725 - 0,1845T_2 \rightarrow 2796,75 = 00,46125T_2$$

$$T_2 = \frac{2796,75}{00,46125} \rightarrow T_2 = 600 \text{ K}$$

Orain, espresio berdina erabiliz V_2 lortzen ahalko dugu,

$$nC_v \times (T_2 - T_0) = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

$$2,25 \times 1,5 \times 0,082 \times (600 - 300) = -5,25 \times (V_2 - 36,9)$$

$$83,025 = -5,25V_2 + 193,725 \rightarrow V_2 = 21,085 \text{ L}$$

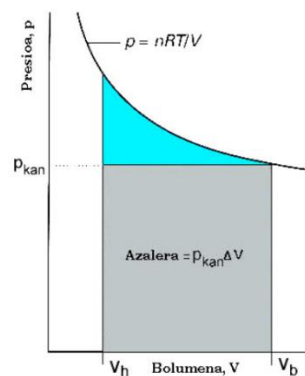
iii) prozesua

T_3 , eta p_3 -ren balioak ezagutzen ditugunez, soilik Gas idealen ekuazioa erabiliz V_3 lortzen ahalko dugu

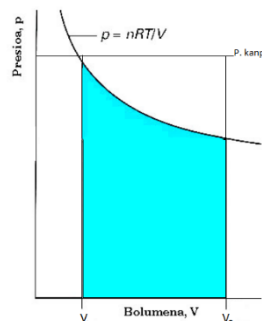
$$pV = nRT \rightarrow V_3 = \frac{nRT_3}{p_3} = \frac{2,25 \times 0,082 \times 500}{5} \rightarrow V_3 = 18,45 \text{ L}$$

B)

Teoriako 2. gaiaren hasieran, lan itzulezin eta itzulgarriak aldaratu genituen grafiko honen bidez:



Grafiko hau espantsio batena da, gure kasuan konpresio bat denez grafikoa desberdina izango da,



Irudian ikus dezakegun bezala, lan itzulgarria (urdina) itzulezina (laukizuzen osoa) baina txikiagoa da. Prozesuak adiabatikoak direnez, lana eta barne energiaren aldaketa berdinak dira. Gainera, gas ideala denez soilik T -ren menpekoea izango da. Horren ondorioz prozesu itzulezineko T , handiagoa da prozesu itzulgarrikokoa baino.

c)

i) prozesua

Gas ideala denez, entalpia soilik temperaturaren menpekoa izango da,

$$dH = n \times C_p dT \rightarrow \Delta H = n \times C_p \times (T_1 - T_0)$$

$$\Delta H = 2,25 \times 2,5 \times 2 \times (500 - 300) \rightarrow \Delta H = 2250 \text{ cal}$$

ii) prozesua

$$dw = -p \times dV \rightarrow w = -p_2 \times \int_{V_0}^{V_2} dV \rightarrow w = -p_2 \times (V_2 - V_0)$$

$$w = -2,5 \times (21,085 - 39,9) \times 101,325 \rightarrow w = 957,48 \text{ cal}$$

Prozesu adiabatiko itzulezina denez, Sistemaren entropia aldaketa eta unibertsoarena berdinak izango dira ($\Delta S_{sist.} = \Delta S_{unib.}$)

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp$$

Prozesu osoa kanpoko presio konstante baten aurka ematen denez $dP = 0$ da.

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{C_p}{T}$$

$$dS = \frac{nC_p}{T} dT \rightarrow \Delta S = \int_{T_0}^{T_2} \frac{nC_p}{T} dT \rightarrow \Delta S = 2,25 \times 2,5 \times 2 \times \ln \frac{600}{300}$$

$$\Delta S = 7,79 \text{ cal} \times \text{K}^{-1}$$

iii) prozesua

q zuzenean kalkulatzeko, ez p ezta V ez dira konstanteak. Hori dela medio, beroa ezin da zuzenean kalkulatu (ez q_v ezta q_p ere). Hala eta guztiz ere, termodinamikaren lehen printzipioa erabil genezake,

$$\Delta U = w + q$$

Gas ideal baten aurrean gaudenez, barne-energia soilik temperaturaren menpekoa da,

$$\Delta U = nC_V \Delta T$$

Era berean, lana kalkulatzeko saiatzen ahal ginateke,

$$w = - \int_{V_0}^{V_3} p dV$$

Baina, presioa aldakorra denez Gas Idealen ekuazioaz baliatuz, p V -ren menpeko jarri beharko genuke.

$$w = - \int_{V_0}^{V_3} \frac{nRT}{V} dV$$

Puntu honetan arazo bat ikusten da: ordezkapen honetan T ere agertzen da eta konstantea ez denez espresioa ezingo da integratu.

Ondorioz, ez dago modurik q kalkulatzeko.

Sistemaren entropia aldaketa kalkulatzeko, entropiaren diferentzialez baliatuko gara,

$$dS_{Sist.} = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{C_p}{T}; \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \alpha V = \frac{nR}{p}$$

Deribatu partzialeei begira, bata modu estentsiboan eta bestea modu intentsiboan dagoela ikus dezakegu. Konponbide bezala biek modu intentsiboan jarriko ditugu,

$$dS_{Sist.} = \int_{T_0}^{T_3} \frac{nC_p}{T} dT + \int_{p_0}^{p_3} \frac{nR}{p} dp \rightarrow \Delta S = 2,5 \times 2,5 \times 2 \times \ln \frac{500}{300} + 2,25 \times 2 \times \ln \frac{5}{3}$$

$$\Delta S_{Sist.} = 8,045 \text{ cal} \times \text{K}^{-1}$$

D)

ΔG kalkulatzeko entropia absolutuaren balioa ezagutu beharko genuke honako ekuazio hau erabiliko baikenukeelako:

$$\Delta G_1 = \Delta H - S\Delta T$$

Entropia absolutua kalkulatzeko ordea honako espresio hau erabiliko genuke:

$$S(T_3) = S(0) + \int_0^{T_{fus.}} \frac{C_{p_{sol.}}}{T} dT + \frac{\Delta_{fus.}H}{T_{fus.}} + \int_{T_{fus.}}^{T_{irak}} \frac{C_{p_{lik.}}}{T} dT + \frac{\Delta_{irak.}H}{T_{irak}} + \int_{T_{irak}}^{T_3} \frac{C_{p_{gas.}}}{T} dT$$