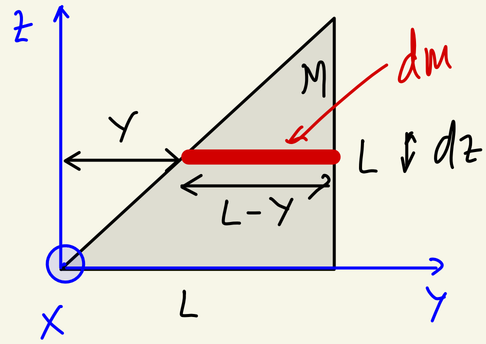
Como hay algunos de vosotros que además de tener el objetivo de aprobar la asignatura queréis saber, os envío el cálculo de algunos momentos de inercia por integrales.



El I_y que por cierto es como el I_{xy} dado que $I_y = I_{xy} + \cancel{I_{yz}}^{\,0}$

$$I_y = \int_M (\cancel{x^2}^{\,0} + z^2)\, dm \Rightarrow$$

$$I_y = \int_M z^2\, dm$$ ahora elijo un dm con una única z

$dm = \sigma dA$, $dA = (L-y)dz$ pero $y = z \Rightarrow dA = (L-z)dz$

$$\Rightarrow I_y = \sigma \int_0^L (L-z)z^2\, dz \Rightarrow I_y = \sigma\left[\frac{L^4}{3} - \frac{L^4}{4}\right] = \frac{\sigma}{12}L^4 = \frac{2M}{12L^2}L^4 \Rightarrow$$

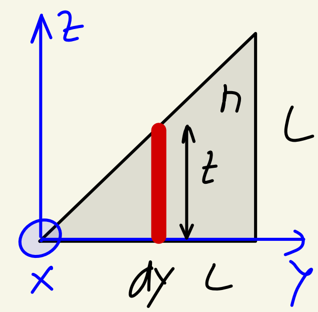
$$\sigma = \frac{M}{\frac{L^2}{2}} = \frac{2M}{L^2}$$

$$\boxed{I_y = \frac{1}{6}ML^2}$$

Para el cálculo de I_z que da lo mismo que I_{xz}

$$I_z = I_{xz} + \cancel{I_{yz}}^{\,0}$$

$$I_z = \int (\cancel{x^2}^{\,0} + y^2)\, dm = \int_M y^2\, dm$$

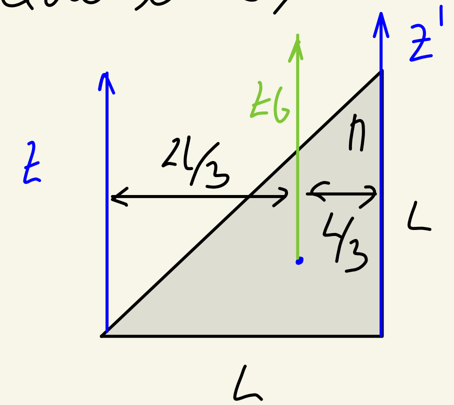


$dm = \sigma dA$, $dA = \sigma z dy$ pero $z = y \Rightarrow dm = \sigma y dy$

$$\Rightarrow I_z = \sigma \int_0^L y^3\, dy = \sigma \frac{L^4}{4} = \frac{2M}{L^2}\frac{L^4}{4} = \frac{1}{2}ML^2$$ y como $I_x = I_y + I_z$

$$I_x = \frac{1}{6}ML^2 + \frac{1}{2}ML^2$$

$I_x = \frac{2}{3}ML^2$, pero el I_z podría hacerlo de otra forma sabido el I_y



$$I_z = I_{zG} + M\left(\frac{2L}{3}\right)^2$$

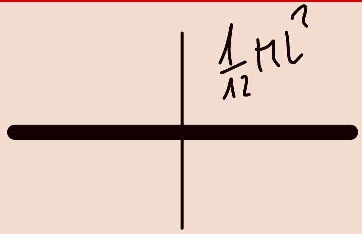
$$I_{z'} = I_{zG} + M\left(\frac{L}{3}\right)^2$$

$$\frac{1}{6}ML^2 = I_{zG} + \frac{ML^2}{9} \rightarrow I_{zG} = \frac{1}{6}ML^2 - \frac{1}{9}ML^2$$

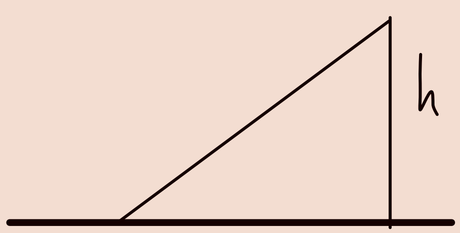
$$I_{zG} = \frac{1}{18}ML^2$$

$$I_z = \frac{1}{18}ML^2 + \frac{4}{9}ML^2 = \frac{9}{18}ML^2 = \frac{1}{2}ML^2$$

También me habéis preguntado por los que suelen saberse de memoria para el examen

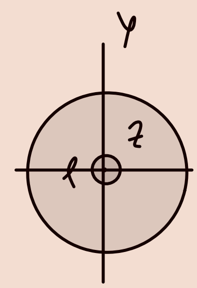


$\frac{1}{12}ML^2$



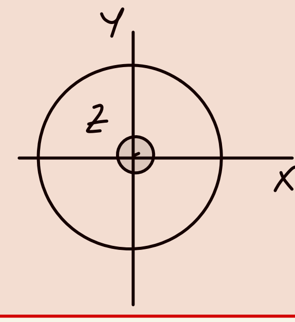
$\frac{1}{6}Mh^2$

DISCO



$\rightarrow I_z = \frac{1}{2}MR^2$

$I_x = \frac{1}{4}MR^2 = I_y$



$I_z = MR^2$

$I_x = I_y = \frac{1}{2}MR^2$

Aro