FUNTZIOAK TERMINOAK: ARIKETAK

1. Esan ea ondoko adierazpenak sintaktikoki zuzenak diren—hala direnean, esan ze adierazpen mota diren.

fa	$\neg fx$	gya	gay	$gx\neg y$	gax = ab	$\exists xfx$
$\forall x\ gax$	ffx	$haxb \wedge gay$	Pfa	Rfafx	Rgfaxfffy	
hfffxgabgffafx	fffffffffffffx	$\exists x\ Rafx\forall x\ (Px \rightarrow \neg gfxa)$				

2. Eman ondoko adierazpenen zuhaitz genealogikoak

Rfafx	$\exists x\ Pfx$	gffax	$\exists x\ Pfx \wedge \forall y\ Rgabc$	hfffxgabgffafx
hfxagby = c	$\forall x\ (Px \rightarrow \neg\exists y\ Rhabgxfy)$	$\neg\neg\neg\exists\ x\ (Rxgab \wedge \neg Py)$		

3. Formalizatu ondoko esaldiak

a. Platonen irakaslea atenastarra da
b. Sokratesen ikaslea Aristotelesen irakaslea da
c. Aitor jaio zen urtea Mikel jaio zen urtea baino lehenago dator
d. Nire pelikula gustokoena zure pelikula gustokoena baino politagoa da
e. Denok miresten dugu gure ama
f. Mikelek eta bere aitak adoptatu duten zakurrak zorriak dauzka.
g. Mikelen aitaren ama zure amaren ama da.
h. Norbaiten amak haren irakasleari oihu egin dio
i. $3+5 = 4 \cdot 3$
j. 2^3
k. Bi zenbaki bikoitiren batura bikoitia da.
l. Bi zenbaki bakoitiren batura bikoitia da.
m. Bi zenbaki positiboren batura horietako bakoitza baino handiagoa da.
n. Bi zenbakiren arteko biderkadura bakoitia bada, biderkagaiak ere hala dira.
o. Zenbaki bikoitiak birekin zatigarriak diren horiek dira.
p. Zero da $x + x = x$ betetzen duen zenbaki bakarra.
q. Zero eta bat dira $x \cdot x = x$ betetzen duten zenbaki bakarrak.
r. Zenbaki bakoiti baten ondorengoa bikoitia da.

4. Ondoko formula multzoak asegarriak al dira?

$\mathbf{\Gamma}_1 = \{\exists xQx \rightarrow \exists x\exists y\ (fx{\neq}fy \wedge x{=}y);\ \neg\exists x\ (\neg Px \wedge \neg Qx);\ \neg Pa\}$

$\mathbf{\Gamma}_2 = \{\forall x\ (Px \rightarrow \neg Qfx);\ \forall x\ (Px \rightarrow Qx)\}$

$\mathbf{\Gamma}_3 = \{\exists x\ gbfa = ffx;\ \exists x\ Rax \rightarrow \neg\exists x\ Pfx;\ Pfb;\ \exists x\exists y\ Rxy\}$

$\mathbf{\Gamma}_4 = \{\forall x\ \neg Rxx;\ \forall x\forall y\forall z\ [(Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz];\ \forall x\forall y\ (x{\neq}y \rightarrow (Rxy \vee Ryx)];\ \forall x\forall y\ Rxfy\}$

$\mathbf{\Gamma}_5 = \{\exists x\ fx = x;\ \exists x\ fx{\neq}x;\ \forall x\forall y\ (fx{=}fy \rightarrow x{=}y)\}$

Formalizatu ondoko argudioak, eta esan ea baliozkoak diren ala ez

1. Jonen aita soilik joan da mendira. Mirenen aitaren aita arraunlaria da eta arraunlari guztiak mendira joan dira. Beraz, Jonen aita arraunlaria da.

2. Futbolari eta filosofo guztiak parrandazaleak dira, eta ez dago futbolaria den filosoforik. Platon filosofoa da eta Messi futbolaria eta, beraz, badaude gutxienez bi parrandazale.

3. Kripke da edozein filosoforen lider espirituala. Filosofo guztiak beganoak dira. Kripke da Bertranden lider espirituala. Beraz, Bertrand beganoa da.

4. Zoratuta ez dagoen edozeinek matematika uler dezake. Hegelen semeek ezin dute matematika uler. Zoratuta daudenek ezin dute botorik eman. Beraz, Hegelen semeek ezin dute botorik eman.

5. Pertsona baten aurrekoaren aurrekoa bere aurrekoa ere bada eta inor ez bada bere buruaren aurrekoa, orduan aurrekorik gabeko pertsona bat egon beharra dago.

6. Jenio batzuk ezkongabeak dira. Ikasle batzuk ezkonduta daude. Beraz, ikasle batzuk ez dira jenioak.

7. Tolosan, bizargile bakoitzak bere buruari bizarra mozten ez dioten gizonezkoei eta horiei bakarrik, mozten die bizarra. Beraz ez dago bizargilerik Tolosan.

8. Ez Jonek, ez Jonen lagunek ez dute puntuatzen. Jonek puntuatzen du edo Ainhoak puntuatzen du. Beraz, Ainhoa ez da Jonen laguna.

9. Jonen lagun guztiak Ainhoaren lagunak dira. Maiderren lagunak Jonen lagunak dira. Beraz, Miren Maiderren laguna bada, orduan baten bat bada Ainhoaren laguna.

10. Golik sartzen ez duten futbolariek ez dute lagunik izaten. Jon eta Iñigo futbolariak dira. Iñigorengana korrika egiten duten futbolariek ez dute golik sartzen. Beraz, Jonek Iñigorengana korrika egiten badu, orduan Iñigo ez da Jonen laguna.

11. Iñigo futbolaria bada, orduan Miren saskibaloian aritzen da. Julen edo Jon futbolariak badira, orduan Miren ez da saskibaloian ari. Baten bat futbolaria bada, orduan Iñigo futbolaria da. Beraz, baten bat futbolaria bada, orduan Jon ez da futbolaria.

12. Aurrelariek bakarrik egiten dute korrika Jonengana. Iñigok gola sartzen du Julen Jonengana korrika doan eta Jon erdilaria den kasuan bakarrik. Iñigok ez du golik sartzen. Beraz, Julen aurrelaria da.

13. Eulitxori guztiek kolore biziak dituzte. Handiak diren txoriek ez dute eztirik jaten. Eztirik jaten ez duten txoriek kolore apalak dituzte. Beraz, eulitxori guztiak txikiak dira.

14. Ondo hazitako gizakiak ez beste guztiak Timesen harpidedunak dira. Ez dago arantzurderik irakurtzen dakienik. Ondo hazitako gizakiek irakurtzen dakite. Beraz, ez dago arantzurderik Timesen harpideduna denik.

15. Interesgarriak diren poemak ez dituzte gaizki hartzen gustu oneko gizakiek. Poema moderno guztiak afektazioz beterik daude. Zure poema guztiak xaboi ponpei buruzkoak dira. Afektazioz beteriko poemak ez ditu ondo hartzen gustu oneko jendeak. Antzinako poemak ez dira xaboi ponpei buruzkoak. Beraz, zure poema guztiak interesik gabekoak dira.

16. Ez dago tiburoirik bere prestakuntza ona dudatan jartzen duenik. Minutu batez dantzan egiteko gai ez diren arrainak mespretxugarriak dira. Ez dago arrainik bere prestakuntza onez ziur dagoenik ez badu hiru hortz lerro. Arrain guztiak, tiburoiak izan ezik umeekin maitekorrak izaten dira. Arrain lodiek ezin dute minutu batez dantzan egin. Hiru hortz lerro duen arraina ez da mespretxagarria. Beraz, arrain lodiak umeekin maitekorrak izaten dira.

Formalizatu ondoko esaldiak

a. Pfa
b. fa = gb
c. Rfafb
d. Rfafb
e. ∀x Rxfx
f. Pgafa
g. fga = ffb
h. ∃x Rfxgx
i. gab = hca
j. fa
k. ∀x∀y [(Px ∧ Py) → Pfxy]
l. ∀x ∀y [(Px ∧ Py) → Qfxy]
m. ∀x∀y [(Px ∧ Py) → (Rfxyx ∧ Rfxyy)]
n. ∀x∀y [Pfxy → (Px ∧ Py)]
o. ∀x (Px ↔ ∃y (y = fxa)]
p. ∀x [(fxx = x) ↔ x = a]
q. ∀x [(fxx = x) ↔ (x =a ∨ x = b)]
r. ∀x (Px → ¬Pfx)

Ondoko formula multzoak asegarriak al dira?

Γ_1: Ez da asegarria. Demagun badagoela E egitura bat hiru formulak asetzen dituena. Azkeneko formula egiazkoa denez E-n E-ko D domeinuan dagoen a elementuak ez du Px asetzen. Bigarren formula asetzen duenez, ez dago D-n elementurik ¬Px ∧ ¬Qx asetzen duenik eta, a-k ¬Px asetzen duenez, ezin du ¬Qx ase eta, beraz, Qx asetzen du. a-k Qx asetzen duenez, badago D-n Qx asetzen duen elementu bat, eta E-k asetzen du lehenengo formulako aurrekaria. Lehenengo formula asetzen duenez, haren atzekaria ere aseko du, eta beraz E ⊨ ∃x∃y (fx≠fy ∧ x=y). Baina formula hori asetzea ezinezkoa da. Izan ere, x eta y identikoak badira, orduan ezinezkoa da fx eta fy-ren balioak identikoak ez izatea, funtzio batek argudio bati balio bat eta bakarra ematen baitio. Beraz, ez da posible multzoko formula guztiak aseko dituen egiturarik aurkitzea.

Γ_2: Asegarria da. D = {{maskotak} eta {gizakiak}}. PE = {maskotak}, Q^E = amaestratuta egotea, f^E = {maskotak} multzotik {gizakiak} multzora doan funtzio bat, f(x) = y x-en jabea da.

Γ_3: Asegarria da. D = {1,2,3}, P^E = {1,3}R^E = {‹1,2›} f^E = {‹1,2›, ‹2,3›, ‹3,1,} g^E = {‹2,2,3›} b^E = 2 a^E = 1

Γ_4: Ez da asegarria. Demagun E egitura batek azkeneko ∀x∀yRxfy asetzen duela. Demagun a E-ko D domeinuko elementu bat dela, eta f funtzioaren domeinuan ere badagoela. f funtzioak balio bat esleitzen dio a-ri argudio bezala hartzen duenean, eta bi aukera daude: edo a elementua bera esleitzen dio balio bezala, edo D-ko beste elementu bat (b, adibidez) esleitzen dio balio bezala. a esleitzen badio balio bezala, D-ko elementu oro, a barne, R erlazioan egongo da a-rekin eta, beraz, ‹a,a› ∈ R. Baina horrela bada multzoko lehenengo formula ∀x ¬Rxx ezin da ase. f-k beste elementu bat esleitzen badio a-ri balio bezala, b adibidez, orduan D-ko elementu oro, b barne, R erlazioan egongo da b-rekin eta, beraz, ‹b,b› ∈ R. Berriro, hau horrela bada multzoko lehenengo formula ezin da ase eta, beraz, **Γ_4** multzoa aseezina da.

Γ_5: Asegarria da. Demagun Domeinu bat gizaki talde batekin (Bardamu, Bandini, Jaso, Martxel eta Roque, adibidez), eta demagun f funtzioak domeinuko pertsona bakoitza domeinuko pertsona batekin (bere pertsona faboritoa) lotzen duela. Suposa dezagun Bardamuren pertsona faboritoa Bardamu bera dela, Bandinirena Bandini bera, Jasorena Martxel, Martxelena Roque, eta Roquerena Jaso. Kasu hortan badago bere pertsona faboritotzat bere burua daukanik (lehenengo formula), pertsona faboritotzat beste norbait duenik (bigarren formula) eta, inor ez denez bi pertsona desberdinen pertsona faboritoa, hirugarren formula ere asetzen da.

Formalizatu ondoko argudioak, eta esan ea baliozkoak diren ala ez

1. $Pfa \wedge \forall x\ (Px \rightarrow x{=}fa);\ Qffb \wedge \forall x\ (Qx \rightarrow Px) \vDash Qfa$

Baliozkoa da. Absurdorako erredukzioz, suposa dezagun badagoela E egitura bat premisak egiazko baina ondorioa faltsu egiten dituena. Ondorioa faltsu egiten duenez, fa-ren balioak, demagun c, ez du asetzen Qx, $c \notin Q$. Bestalde, E-k bigarren premisa egiazko egiten duenez, ffb-ren balioak, demagun d, Qx asetzen du, $d \in Q$, eta D-ko elementu orok d-k barne, $Qx \rightarrow Px$ asetzen duenez, d-k aseko du Px ere, $d \in P$. E-k asetzen du lehenengo premisa eta, beraz, D-ko elementu guztiek, d-k barne asetzen du $Px \rightarrow x{=}fa$; d-k Px asetzen duenez, asetzen du x=fa eta, beraz, d=fa. Beraz, fa=d=c eta, lehenago esan dugunez, $c \notin Q$ eta $d \in Q$. Hau Leibnizen Legearen aurka doanez, ez dago premisak asetzen dituen baina ondorioa asetzen ez duen egiturarik eta, beraz, argudioa baliozkoa da.

2. $\forall x\ [(Px \vee Qx) \rightarrow Fx];\ \neg\exists x\ (Px \wedge Qx);\ Pa \wedge Qb \vDash \exists x\exists y\ [(Fx \wedge Fy) \wedge x \neq y]$

Baliozkoa da. Absurdorako erredukzioz, demagun badagoela egitura bat ondorioa faltsu egiten duena eta, beraz, E egitura hortako D domeinuko elementu bat dagoela gehienez F predikatuaren hedaduran, hau da, D-ko edozein bi x eta y elementurentzat, x eta y F-ren hedaduran badaude, orduan x=y. E-k hirugarren premisa asetzen du eta, beraz, $a \in P$ eta $b \in Q$. Lehenengo premisa asetzen duenez, P edo Q-ren hedaduran dagoen D-ko elementu oro F-ren hedaduran egongo da, eta $a \in P$ eta $b \in Q$ ematen direnez, $a \in F$ eta $b \in F$. Beraz, F-ren hedaduran gehienez elementu bat dagoenez, a=b eta, Leibnizen Legeagatik, $a \in Q$ eta $b \in P$. Baina hau kontraesanean dago bigarren premisarekin, horren arabera ez baitago D-n aldi berean P-ren eta Q-ren hedaduran dagoen elementurik. Kontraesanera iritsi garenez, absurdorako erredukzioz, ez dago premisak egiazkoak eta ondorioa faltsua egiten dituen egiturarik eta, beraz, argudioa baliozkoa da.

3. $\forall x\ (Px \rightarrow fx = a);\ \forall x\ (Px \rightarrow Qx);\ fb = a \vDash Qb$.

Ez da baliozkoa. Formalizatu dugun argudioko nozioak erabiliz, suposa dezagun domeinuan pertsonak dauzkagula, a konstante ez-logikoaz Kripke denotatzen dugula, b-z Bertrand, P multzoan filosofoak dauzkagula, eta Q multzoan beganoak. Interpretazio hortan f funtzioa gizakien multzotik gizakien multzora doan funtzioa litzateke (gizaki orok lider espiritual bat eta bakarra daukala suposatuz), gizaki bakoitza beste gizaki batekin lotuz. Lehenengo premisa egiazkoa denez, pentsa dezakegu filosofoa den orok Kripke duela lider espiritual (f funtzioak argudio bezala P-ren hedaduran dagoen gizaki bat hartzen duenean Kripke ematen duela balio bezala). Noski, hori bateragarria da Kripke filosofoak ez diren beste gizaki batzuen lider espirituala ere izatearekin, eta pentsatu dezakegu hori dela Bertranden kasua (Bertrand ez dago P-ren hedaduran, eta f funtzioak Kripke ematen du baliotzat Bertrand argudio duenean), hirugarren premisa egiazko izanik. Bigarren premisa egiazkoa denez, filosofoen multzoa beganoen multzoaren azpimultzo bat litzateke, eta filosofoen multzoan dagoen elementu oro beganoen multzoan ere egongo litzateke. Hori dena bateragarria da Bertrand beganoa ez izatearekin, suposatu dezakegu hala dela, Bertrand ez dagoela Q multzoaren hedaduran eta, horrela, interpretazio hartan premisak egiazkoak izanda ere ondorioa faltsua litzateke. Argudioa ez da baliozkoa.

4. $\forall x\ (\neg Px \rightarrow Qx);\ \forall x\ (Rax \rightarrow \neg Qx);\ \forall x\ (Px \rightarrow \neg Fx) \vDash \forall x\ (Rax \rightarrow \neg Fx)$

Baliozkoa da. Absurdorako erredukzioz, demagun badagoela E egitura bat premisako egiazko baina ondorioa faltsu egiten dituena. E-k ondorioa faltsu egiten duenez, $E \vDash \neg\forall x\ (Rax \rightarrow \neg Fx)$ eta, beraz, $E \vDash \exists x\ (Rax \wedge Fx)$. Hau da, badago E egiturako D domeinuan elementu bat (b, adibidez) $\langle a,b \rangle \in R$ eta $b \in F$. Bigarren premisa baliozkoa da E-n eta, beraz, D-ko elementu orok, b-k barne, asetzen du $Rax \rightarrow \neg Qx$; b-k Rax asetzen duenez, $b \notin Q$. Lehenengo premisa ere egiazkoa da E-n, eta beraz D-ko elementu orok (b-k barne) asetzen du $\neg Px \rightarrow Qx$; b-k ez duenez Qx asetzen, ez du $\neg Px$ asetzen eta, beraz, $b \in P$. Hirugarren premisa ere egiazkoa denez E-n, b-k asetzen du $Px \rightarrow \neg Fx$, eta Px asetzen duenez, $\neg Fx$ ere asetzen du, eta $b \notin F$. Kontraesanera iritsi garenez, absurdorako erredukzioz, ez dago egiturarik premisak egiazko eta ondorioa faltsu egiten dituenik eta, beraz, argudioa baliozkoa da.

5. $\forall x\forall y\forall z\ [(Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz];\ \neg\exists x\ Rxx \vDash \exists y\neg\exists x\ Rxy$

(Inferentzia modu desberdinetan ulertu daiteke, premisen eta ondorioaren egitura desberdin ulertuz. Adibidez, uler daiteke inferentziak premisa bakarra daukala, eta ondorioa baldintza bat dela (aurrekari bezala guk bigarren premisa bezala formalizatu duguna izango lukeena, eta atzekari bezara guk ondorio bezala formalizatu duguna). Edo uler daiteke dena konjuntzio bat dela, lehenengo konjuntoa guk lehenengo premisa bezala formalizatu duguna izanik, eta bigarrena bigarren premisarekin eta ondorioarekin osatutako baldintza bat. Edozein modutan emaitzak bera izan behar du, ez dela baliozkoa, eta hemen ematen den interpretazioak berdin erakusten du formalizazio egoki ororentzat. Bestalde, “Pertsona” predikatua formalizatu gabe utziko dugu, ez baitu inferentzian inolako rolik jokatzen)

Ez da baliozkoa. $D = \mathbb{N};\ R^{E}xy = x > y$

6. $\exists x\ (Px \wedge \neg\exists y\ Rxy);\ \exists x\ (Qx \wedge \exists y\ Rxy) \vDash \exists x\ (Qx \wedge \neg Px)$

Ez da baliozkoa. $D = \{1,2,3\};\ P^{E} = \{1,2,3\},\ Q^{E} = \{2,3\}\ R^{E} = \{\{2,2\}\}$

7. $\forall x\ (Px \rightarrow \forall y\ (\neg Ryy \leftrightarrow Rxy)) \vDash \neg\exists x\ Px$

(“Tolosa” formalizatu gabe utziko dugu, ez duelako inferentzian rolik jokatzen).

Baliozkoa da. Absurdorako erredukzioz, suposa dezagun badagoela E egitura bat ondorioa faltsutzen duena eta, beraz, E-ko D domeinuan badago elementu bat, a adibidez, Px asetzen duena. Premisa egiazkoa bada E-n orduan D-ko elementu orok, a-k barne, asetzen du $Px \rightarrow \forall y\ (\neg Ryy \leftrightarrow Rxy)$ eta, a-k Px asetzen duenez, asetzen du $\forall y\ (\neg Ryy \leftrightarrow Rxy)$; hau da, D-ko x elementu ororentzat (a barne) baldin $\langle y,y \rangle \in R$ orduan $\langle a,y \rangle \notin R$, eta $\langle y,y \rangle \notin R$ orduan $\langle a,y \rangle \in R$. a D-ko elementua da, eta beraz baldin $\langle a,a \rangle \in R$ orduan $\langle a,a \rangle \notin R$, kontraesana dena, eta baldin $\langle a,a \rangle \notin R$ orduan $\langle a,a \rangle \in R$, kontraesana dena. Edozein modutara kontraesanera iristen garenez, absurdorako erredukzioz, ez dago egiturarik premisak egiazko eta ondorioa faltsu egiten dituenik eta, beraz, argudioa baliozkoa da.

8. $\neg Pa \wedge \forall x\ (Rax \rightarrow \neg Px);\ Pa \vee Pb \vDash \neg Rab$

Baliozkoa da. Demagun badagoela E egitura bat premisak egiazko eta ondorioa faltsu egiten dituena. Ondorioa faltsua denez E-n, Rab egiazkoa da, eta b-k asetzen du Rax. Lehenengo premisa egiazkoa denez, $a \notin P$ eta E-ko D domeinuko elementu orok, b-k barne, asetzen du Rax → ¬Px. b-k Rax asetzen duenez, asetzen du ¬Px, eta b ∉ P. Bigarren premisa egiazkoa denez, Pa-k edo Pb-k egiazko behar du E-n eta, beraz a ∈ P edo b ∈ P. Lehenago biak ez direla ematen ondorioztatu dugunez, kontraesanera iritsi gara eta, absurdorako erredukzioz, ez dago egiturarik premisak egiazko eta ondorioa faltsu egiten dituenik. Argudioa baliozkoa da beraz.

9. ∀x (Rax → Rbx); ∀x (Rcx → Rax) ⊨ Rcd → ∃x Rbx

Baliozkoa da. Demagun badagoela E egitura bat premisak egiazko eta ondorioa faltsu egiten dituena. Ondorioa faltsua denez E-n, ‹c,d› ∈ R eta D-ko edozein x elementurentzat ‹b,x› ∉ R, eta d D-ko elementu bat denez, ‹b,d› ∉ R. Bigarren premisa egiazkoa denez, Rcx asetzen duen D-ko elementu orok aseko du Rax, eta d-k asetzen duenez Rcx, aseko du Rax, ‹a,d› ∈ R. Lehenengo premisa egiazkoa denez, Rax asetzen duen D-ko elementu orok aseko du Rbx, eta d-k asetzen duenez Rax, ‹b,d› ∈ R. Kontraesanera iritsi garenez, absurdorako erredukzioz, ez dago egiturarik premisak egiazko baina ondorioa faltsu egiten dituenik eta, beraz, inferentzia baliozkoa da.

10. ∀x [(Px ∧ ¬Qx) → ¬∃y Rxy]; Pa ∧ Pb; ∀x [(Px ∧ Sxb) → ¬Qx] ⊨ Sab → ¬Rab

Baliozkoa da. Demagun badagoela E egitura bat premisak egiazko eta ondorioa faltsu egiten dituena. Ondorioa faltsua denez, ‹a,b› ∈ S eta ‹a,b› ∈ R. E ⊨ Pa ∧ Pb eta, beraz, a-k asetzen du Px (eta lehenago esan dugunez asetzen du baita ere Sxb). Hirugarren premisa egiazkoa denez, E-ko D domeinuko elementu orok (a-k barne) asetzen du (Px ∧ Sxb) → ¬Qx, eta a-k Px eta Sxb asetzen dituenez, asetzen du baldintzaren aurrekaria eta, beraz, asetzen du ¬Qx atzekaria: a ∉ Q. Orain, lehenengo premisa ere egiazkoa da, eta beraz D-ko elementu orok (a-k barne) asetzen du (Px ∧ ¬Qx) → ¬∃y Rxy; eta a-k Px eta ¬Qx asetzen dituenez, asetzen du baldintzaren aurrekaria, eta asetzen du baldintzaren ¬∃y Rxy atzekaria. Beraz, ez dago D-n elementurik Rax asetzen duenik, eta D-ko edozein x elementu hartuta ‹a,x› ∉ R; b D-ko elementua denez, ‹a,b› ∉ R. Kontraesanera iritsi garenez, ez dago egiturarik premisak egiazko eta ondorioa faltsu egiten dituenik eta, beraz, argudioa baliozkoa da.

11. Pa → Qb; (Pc ∨ Pd) → ¬Qb; ∃x Px → Pa ⊨ ∃x Px → ¬Pd

1. Pa → Qb
2. (Pc ∨ Pd) → ¬Qb
3. ∃x Px → Pa
4. ¬(∃x Px → ¬Pd)
5. ∃x Px $\to_0$ 4
6. Pd $\to_0$ 4

7. ¬∃x Px $\to_1$ 3   8. Pa $\to_1$ 3

X   9. ¬Pa $\to_1$ 1   10. Qb $\to_1$ 1

X   11. ¬(Pc ∨ Pd) $\to_1$ 2   12. ¬Qb $\to_1$ 2

13. ¬Pd $\vee_0$ 11   X

X

Premisak egiazkoak eta ondorioa faltsua direla suposatuta taula semantikoa egin eta adar guztiak itxi direnez, argudioa baliozkoa da.

12. ∀x (Rxa → Px); Qb → (Rca ∧ Fa); ¬Qb ⊨ Pc

Ez da baliozkoa. D = {a,b,c,d} P^E = {a,d} Q^E = {a,c} F^E = ∅ R^E = {‹a,a›, ‹d,a›}

13. ∀x (Px → Qx); ∀x (Fx → ¬Gx); ∀x (¬Gx → ¬Qx) ⊨ ∀x (Px → ¬Fx)

1. ∀x (Px → Qx)
2. ∀x (Fx → ¬Gx)
3. ∀x (¬Gx → ¬Qx)
4. ¬∀x (Px → ¬Fx)
5. Pa → Qa $\forall_1$ 1
6. Fa → ¬Ga $\forall_1$ 2
7. ¬Ga → ¬Qa $\forall_1$ 3
8. ¬(Pa → ¬Fa) $\forall_0$ 4
9. Pa $\to_0$ 8
10. Fa $\to_0$ 8

11. ¬Pa $\to_1$ 5   12. Qa $\to_1$ 5

X   13. ¬Fa $\to_1$ 6   14. ¬Ga $\to_1$ 6

X   15. Ga $\to_1$ 7   16. ¬Qa $\to_1$ 7

X   X

Premisak egiazkoak eta ondorioa faltsua direla suposatuta taula semantikoa egin eta adar guztiak itxi direnez, argudioa baliozkoa da.

14. $\forall x\,(\neg Px \leftrightarrow Qx)$; $\neg\exists x\,(Fx \land Gx)$; $\forall x\,(Px \rightarrow Gx) \vDash \neg\exists x\,(Px \land Qx)$

1. $\forall x\,(\neg Px \leftrightarrow Qx)$
2. $\neg\exists x\,(Fx \land Qx)$
3. $\forall x\,(Px \rightarrow Gx)$
4. $\exists x\,(Px \land Qx)$
5. $\neg Pa \leftrightarrow Qa$ $\forall_1$ 1
6. $\neg Pa \rightarrow Qa$ $\leftrightarrow_1$ 5
7. $Qa \rightarrow \neg Pa$ $\leftrightarrow_1$ 5
8. $\neg(Fa \land Qa)$ $\exists_0$ 2
9. $Pa \rightarrow Ga$ $\forall 1$ 3
10. $Pa \land Qa$ $\exists_1$ 4
11. Pa $\land_1$ 10
12. Qa $\land_1$ 10

13. $\neg Pa$ $\rightarrow_1$ 9   14. Ga $\rightarrow_1$ 9

X   15. $\neg Fa$ $\land_0$ 8   16. $\neg Qa$ $\land_0$ 8

17. $\neg Qa$ $\rightarrow_1$ 7   18. $\neg Pa$ $\rightarrow_1$ 7   X

X   X

Premisak egiazkoak eta ondorioa faltsua direla suposatuta taula semantikoa egin eta adar guztiak itxi direnez, argudioa baliozkoa da.

15. $\forall x\,(PIx \rightarrow \neg GHx)$; $\forall x\,(PMx \rightarrow ABx)$; $\forall x\,(ZIx \rightarrow XPx)$; $\forall x\,(ABx \rightarrow GHx)$; $\forall x\,(APx \rightarrow \neg XPx) \vDash \forall x\,(ZIx \rightarrow \neg PIx)$

(Ez dutenez inferentzian inolako rolik jokatzen, predikatu "bikoitzak" bakartzat hartu ditugu (adb: poema interesgarria izatea predikatu bakartzat hartu dugu, eta ez poema izatea eta intersgarria izatea bi predikatu desberdin bezala). Arrazoi berdinagatik, erlazio bezala interpretatu daitezkeenak predikatu monadiko bezala interpretatu ditugu (adb: idaztea erlazio bezala ulertu badaiteke ere, zuk idatzia izatea poema baten predikatu monadiko bezala interpretatu dugu).

1. $\forall x\,(PIx \rightarrow \neg GHx)$
2. $\forall x\,(PMx \rightarrow ABx)$
3. $\forall x\,(ZIx \rightarrow XPx)$
4. $\forall x\,(ABx \rightarrow GHx)$
5. $\forall x\,(\neg PMx \rightarrow \neg XPx)$
6. $\neg\forall x\,(ZIx \rightarrow \neg PIx)$
7. $PIa \rightarrow \neg GHa$ $\forall_1$ 1
8. $PMa \rightarrow ABa$ $\forall_1$ 2
9. $ZIa \rightarrow XPa$ $\forall_1$ 3
10. $ABa \rightarrow GHa$ $\forall_1$ 4
11. $\neg PMa \rightarrow \neg XPa$ $\forall_1$ 5
12. $\neg(ZIa \rightarrow \neg PIa)$ $\forall_0$ 6
13. ZIa $\rightarrow_0$ 12
14. PIa $\rightarrow_0$ 12

15. $\neg PIa$ $\rightarrow_1$ 7   16. $\neg GHa$ $\rightarrow_1$ 7

X   17. $\neg ZIa$ $\rightarrow_1$ 9   18. XPa $\rightarrow_1$ 9

X   19. PMa $\rightarrow_1$ 11   20. $\neg XPa$ $\rightarrow_1$ 11

21. $\neg ABa$ $\rightarrow_1$ 10   22. GHa $\rightarrow_1$ 10   X

22. $\neg PMa$ $\rightarrow_1$ 8   23. ABa $\rightarrow_1$ 8   X

X   X

Premisak egiazkoak eta ondorioa faltsua direla suposatuta taula semantikoa egin eta adar guztiak itxi direnez, argudioa baliozkoa da.

16. $\neg\exists x\,(Px \land Qx);\ \forall x\,(\neg Fx \to Gx);\ \neg\exists x\,(Qx \land \neg Hx);\ \forall x\,(\neg Px \leftrightarrow Ix);\ \forall x\,(Jx \to \neg Fx);\ \forall x\,(Hx \to \neg Gx) \vDash \forall x\,(Jx \to Ix)$
(Inferentzia arrainei buruz denez, hartu dezakegu domeinu bezala arrainen multzoa, eta arraina izatea formalizaziotik kanpo utzi).

1. $\neg\exists x\,(Px \land Qx)$
2. $\forall x\,(\neg Fx \to Gx)$
3. $\neg\exists x\,(\neg Qx \land \neg Hx)$
4. $\forall x\,(\neg Px \leftrightarrow Ix)$
5. $\forall x\,(Jx \to \neg Fx)$
6. $\forall x\,(Hx \to \neg Gx)$
7. $\neg\forall x\,(Jx \to Ix)$
8. $\neg(Pa \land Qa)$ $\exists_0$ 1
9. $\neg Fa \to Ga$ $\forall_1$ 2
10. $\neg(\neg Qa \land \neg Ha)$ $\exists_0$ 3
11. $\neg Pa \leftrightarrow Ia$ $\forall_1$ 4
12. $\neg Pa \to Ia$ $\leftrightarrow_1$ 11
13. $Ia \to \neg Pa$ $\leftrightarrow_1$ 11
14. $Ja \to \neg Fa$ $\forall_1$ 5
15. $Ha \to \neg Ga$ $\forall_1$ 6
16. $\neg(Ja \to Ia)$ $\forall_0$ 7
17. Ja $\to_0$ 16
18. $\neg Ia$ $\to_0$ 16

19. Pa $\to_1$ 12   20. Ia $\to_1$ 12
21. $\neg Pa$ $\land_0$ 8   22. $\neg Qa$ $\land_0$ 8   X
X   23. $\neg Ja$ $\to_1$ 14   24. $\neg Fa$ $\to_1$ 14
X   25. Fa $\to_1$ 9   26. Ga $\to_1$ 9
X   27. $\neg Ha$ $\to_1$ 15   28. $\neg Ga$ $\to_1$ 15
29. Qa $\land_0$ 10   30 Ha $\land_0$ 10   X
X   X

Premisak egiazkoak eta ondorioa faltsua direla suposatuta taula semantikoa egin eta adar guztiak itxi direnez, argudioa baliozkoa da.