

TERM

$$W = P \int_{V_1}^{V_2} dV = [PV]_{V_1}^{V_2} \implies W = P(V_2 - V_1) \text{ (kena, pressa dan volume gas teko) isobarik}$$

$$PV = nRT \quad W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W_{AB} = nRT \ln(V_B/V_A) \text{ isoterma}$$

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

$$Q = mc\Delta T // Q = mL_f + mc\Delta T \text{ (berasap)} // Q = mL_f // Q = E\Delta T_s \text{ (azabara)}$$

$$\Delta Q = mc\Delta T = C\Delta T$$

$$C = cm \text{ (bersapifras)}$$

$$C_p = C_v + R$$

$$E = \epsilon_0 T^4$$

pot. terpadatkan

$$E = \epsilon_0 T^4$$

$$\Delta U = Q - W$$

$$W_{AB} = \frac{nR}{1-\gamma} (T_B - T_A)$$

$$m = dV$$

$$\Delta U = mc_v \Delta T$$

$$U = cT \text{ gas monatomik } U = \frac{3}{2} nRT = C_v T$$

$$\gamma_m = 5/3$$

$$C_v = \frac{3}{2} nR$$

$$\gamma_{\text{diat}} = 7/5$$

$$C_p = \frac{5}{2} nR$$

$$E_0 = \frac{1}{2} mV^2 + mgh$$

$$Q = mc\Delta T \cdot E_0 = Q$$

hanya ada energi dan berkinerja baik

$$W_{AB} = P(V_B - V_A) \text{ zat gas pada } \Delta U = 0 \quad Q = Q_{\text{dik}} - W_{\text{ztl}}$$

$$\eta = \frac{W}{D_{\text{masuk}}} \text{ efektif}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\Delta S = \frac{mL}{T} \text{ fase trans.}$$

$$\Delta S = cm \ln \frac{T_f}{T_i} \text{ berdasar pr.}$$

Uhinik

$$D = vt \text{ distansi}$$

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} \text{ (uhin luzera, f minit, T perioda) } C = V(\text{speed})$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$N = \frac{t}{T} \text{ uhin kopora}$$

$$f_d = \frac{V - V_d}{V - V_i} f_0 \text{ Doppler efektif}$$

\rightarrow berlawanan v. \rightarrow det. ab.
 \rightarrow ipontas fr. \rightarrow ipontas fr.
 \rightarrow detekt. fr. \rightarrow ipontas ab.

ELEKTROMAG.

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r} \quad (\text{elemenaria indara})$$

$$E_T = E_1 + E_2 + \dots + E_n$$

$$E = F/q \quad (\text{eremua, indara, karga})$$

$$F = qE \quad (\text{E datur, karga berria})$$

$$V_T = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$$

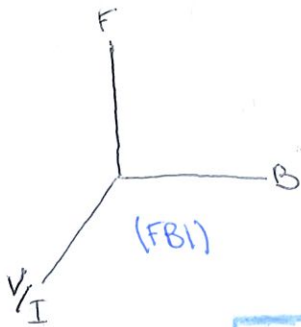
$$V = dE = k \frac{Q}{r}$$

$$F_e = F_g \rightarrow F_e = qE \rightarrow F_g = mg \rightarrow qE = mg$$

$$W = -\Delta E_p = -q\Delta V$$

$$V = RI \rightarrow R = V/I \rightarrow I = \frac{V}{R} \quad \begin{matrix} \text{intertibidea /} \\ \text{emendatza /} \\ \text{potentzia elektr. V} \end{matrix}$$

$$P = VI = \frac{VQ}{t} = I^2 R \quad \text{potentzia}$$



$$i \cdot j = k$$

$$j \cdot k = i$$

$$|F_z| = |F_m| = qvB \sin \alpha \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

$$v = \frac{dqB}{2(m_A - m_B)}$$

$$d = \frac{2m_A v}{qB} - \frac{2m_B v}{qB}$$

$$|F_e| = |F_m| = \begin{cases} |F_e| = qE \\ |F_m| = qvB \end{cases} \quad qE = qvB \quad E = vB$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$E_z = \frac{1}{2} mv^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} dV = \frac{mv^2}{2q} \\ E_E = q\Delta V \end{array} \right.$$

$$B = \frac{mv}{Rq} \quad (\text{eremu magnetikoa}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \quad \begin{matrix} (\text{haz} \\ \text{infinito}) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (\text{kurba}) \end{matrix}$$

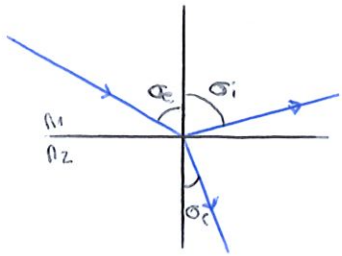
$$|F| = vB \sin \alpha \cdot q$$



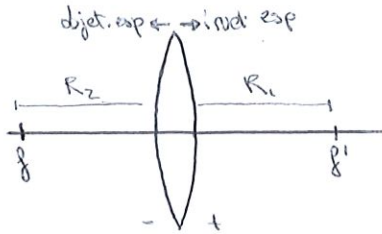
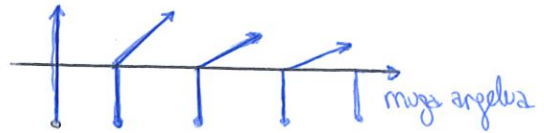
$$\sin \alpha = \frac{B}{A}$$

$$a(\text{zirkularra}) = \frac{qE}{m}$$

OPTIK



$\sigma_e = \text{erazte arg.}$
 $\sigma_i = \text{indarpen arg.}$
 $\sigma_r = \text{erreflektzio arg.}$
 $n_1 \sin \sigma_e = n_2 \sin \sigma_r$



$-f' = \text{div.}$
 $+f' = \text{konb.}$

$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$



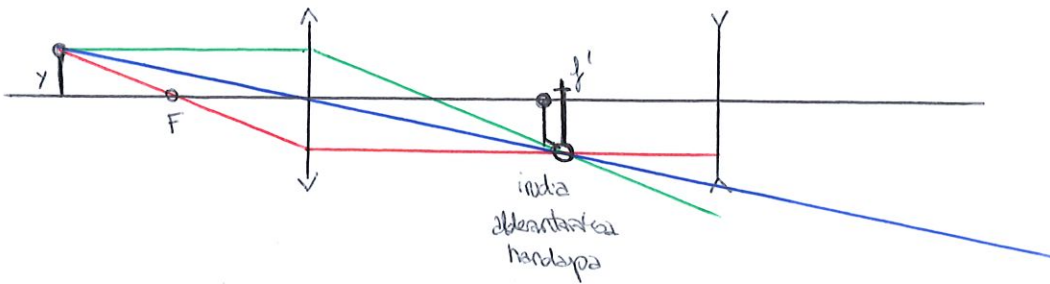
()
 garb. durrera
 d.b. konb.

$f' = \ominus$ divergentea
 $f' = \oplus$ konbergentea

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$
 $F = f' \text{ (karakteraena)}$
 $B = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = m$
 $f' = R/2 \quad P = 1/f' \text{ (metrotan)}$

B | zuzena +
 aberratzena -
 txikiago < 1
 handago > 1
 1 = tamaina bera

isipilu esferikoa
 $f = \frac{1}{2} R \quad R = 2f$
 $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$
 $B = \frac{-s'}{s} = y'/y$



Uhinak

1 Radar antena batek 0.03 m-ko uhin luzera duten erradiazio elektromagnetikoak ($c = 3 \times 10^8$ m/s) igortzen ditu 0.5 s-ko denbora-tartean.

- (a) Zenbatekoa da erradiazioaren maiztasuna?
 (b) Zenbat uhin oso igorri dira denbora-tarte horretan?
 (c) 0.5 s igaro ondoren, antenatik zenbateko distantziara aurkitzen da uhin-frontea?

[Sol.: (a) $f = 10^{10}$ Hz; (b) $N = 5 \times 10^9$ uhin; (c) $d = 1.5 \times 10^8$ m.]

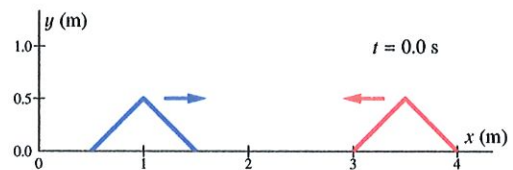
2 Argi-uhin batek 6×10^{14} Hz-eko maiztasuna du.

- (a) Zenbatekoa da bere periodoa?
 (b) Zenbatekoa da bere uhin-luzera espazio hutsean?
 (c) Uretan sartzen denean, bere abiadura hutsean zekarrenaren % 75era murrizten da. Zer gertatzen zaie maiztasunari eta uhin-luzerari?

[Datua: argiaren abiadura hutsean, $c = 3 \times 10^8$ m/s.]

[Sol.: (a) $T = 1.66 \times 10^{-15}$ s; (b) $\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m; (c) Maiztasuna ez da aldatzen, eta $\lambda = 3.75 \times 10^{-7}$ m.]

3 Bi uhin-pultsuk soka batean zehar bidaiatzen dute, bata bestearengantz abiatzen direlarik, 1 m/s-eko abiaduraz. Egin ezazue eskema bat sokaren eitearekin, irudiko egoeratik hasita $t = 1$ s, $t = 1.25$ s eta $t = 1.5$ s igaro ondoren.



4 500 Hz-eko diapasoia bat pausagunean dagoen behatzaile batetik aldentu egiten da, geldirik dagoen horma batenganantz 2 m/s-ko abiaduran abiatzen delarik.

- (a) Zenbatekoa da behatzaileak diapasoitik zuzenean entzundako soinuaren maiztasuna?
 (b) Zenbatekoa da behatzaileak entzuten duen horman islatutako uhinaren maiztasuna?

[Datua: soinuaren abiadura airean, $V = 344$ m/s.]

[Sol.: (a) $f_1 = 497.1$ Hz; (b) $f_2 = 502.9$ Hz.]

5 Saguzar batek iraupen txikiko ohiuak igortzen ditu, 80 000 Hz-ko maiztasunekoak. Oztopo batenganantz 20 m/s-ko abiaduraz abiatzen bada, zenbatekoa da saguzarrak entzuten duen uhin islatuaren maiztasuna?

[Datua: soinuaren abiadura airean, $V = 344$ m/s.]

[Sol.: $f = 8.988 \times 10^4$ Hz.]

6 Saguzar batek geldirik dagoen oztopo batenganantz abiatzen da. 50 000 Hz-eko maiztasuneko ohiuak igortzen ditu eta berari heltzen zaizkion uhin islatuen maiztasuna 51 000 Hz-ekoa da.

- (a) Zein da saguzarraren abiadura?
 (b) Zenbatekoa da oztopora heltzen diren uhinen maiztasuna?

[Datua: Har ezazue airean soinuak duen abiadura 344 m/s-koa dela.]

[Sol.: (a) $v = 3.4$ m/s; (b) $f = 50\,000$ Hz.]

7 Doppler efektuaren bidezko odol fluxuaren neurgailu batekin 100 Hz-eko batezbesteko maiztasun-desplazamendua detektatu da iturriaren maiztasuna 5×10^6 Hz-ekoa denean. Zenbatekoa da odol-fluxuaren batezbesteko abiadura aztertutako odol-hodian?

[Datua: Odolean soinuak duen abiadura 1 570 m/s-koa da.]

[Sol.: $v = 1.57 \times 10^{-2}$ m/s.]

8 Soinu-uhin iturri bat behatzaile batekiko aldentzen ari da, airearekiko v_S abiaduraz, behatzailea bera iturriarekiko aldentzen ari den bitartean, airearekiko v_L abiaduraz. Iturriaren maiztasuna f_0 bada, froga ezazue ezen behatzaileak entzuten duen soinuaren maiztasuna, V bada soinuaren abiadura airean, hurrengoa dela:

$$f = f_0 \left(\frac{V - |v_L|}{V + |v_S|} \right)$$

9 Geldirik dagoen saguzar batek 80 kHz-eko ohiuak igortzen ditu, eta intsektu batean islatzerakoan entzuten dituen oihuen maiztasunak 81 kHz ditu.

- (a) Zenbatekoa da saguzarrak igorritako oihuen uhin-luzera?
 (b) Determinatu ea insektua saguzarrarekiko hurbiltzen ala aldentzen ari den, bai eta zenbateko abiaduraz.
 (c) Saguzarrak igorritako oihuaren eta beronek intsektuan islatutakoa jaso arte igaro den denbora-tartea 0.1 s bada, aurki ezazue zenbateko distantziara zegoen intsektua oihuak beregan errobotatzen duen aldiunean.

[*Datua:* Soinuaren abiadura airean, $V = 340$ m/s.]

[**Sol.:** (a) $\lambda = 4.25 \times 10^{-3}$ m; (b) $v = 2.11$ m/s (hurbiltzen); (c) $d = 17$ m.]

10 Aurreko ariketaren emaitzak kontuan hartuta, aurki ezazue berarenganantz airearekiko 3 m/s-ko abiaduraz hurbiltzen hari zaion intsektu batean islaturiko oihuen maiztasuna. Suposa ezazue saguzarra intsektuarenganantz hegan doala, airearekiko 8 m/s-ko abiaduraz, eta igortzen dituen oihuen maiztasuna 50 000 Hz-ekoa dela.

[**Sol.:** 5.33×10^4 Hz.]

11 Pausagunean dagoen soinu-uhinen iturri batek 2 ms-ko periodoarekin igortzen ari da. Iturriarekiko higitzen ari den auto batean uhin horiek 450 Hz-eko maiztasunaz jasotzen dira. Soinuaren abiadura airean 344 m/s-koa dela onartuz, kalkulatu:

- (a) iturriak igorritako uhinen maiztasuna,
 (b) autoak iturriarekiko duen abiadura, eta ea hurbitze- ala aldentze-abiadura den, eta
 (c) zenbatekoa izango den iturrian jasoko diren autoan islaturiko uhinen maiztasuna.

[**Sol.:** (a) 500 Hz; (b) 34.4 m/s (aldentzen); (c) 409.1 Hz.]

12 Soinu-uhinen iturri batek 2 304 uhin oso igortzen ditu 4.5 s-tan. Soinuaren abiadura 344 m/s-koa dela onartuz, kalkulatu:

- (a) iturriak igorritako uhinen maiztasuna, eta
 (b) uhinen uhin-luzera.
 (c) Geldirik dagoen behatzaile batek iturriak igorritako uhin horiek 10 Hz gutxiagoko maiztasunaz jasotzen dituela suposatuz, aurki ezazue zenbateko abiaduraz higitzen ari den iturria behatzailearekiko, eta ea hurbiltzen ala aldentzen ari zaion.

[**Sol.:** (a) 512 Hz; (b) 0.672 m; (c) 13.98 m/s (aldentzen).]

13 Fisikako ikasle batek, Doppler efektuko ariketak egiten ez dakielako haserretuta, 440 Hz-tan bibratzen ari den diapaso bat terrazatik erortzen uzten du.

- (a) Kalkulatu diapasoak, geldinean, igorritako soinu-uhinen uhin-luzera.
 (b) Determinatu zenbatekoa izan behar den diapasoaren abiadura ikasleak jasoko duen maiztasuna 400 Hz-koa izan dadin.
 (c) Aurreko ataleko aldiunean, zenbateko distantziara aurkitzen da diapasoia?

[*Datuak:* $g = 10$ m/s²; soinuaren abiadura, $V = 340$ m/s.]

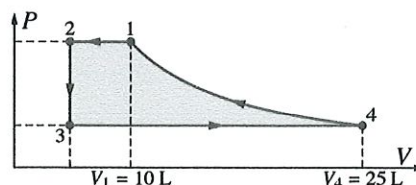
[**Sol.:** (a) 0.77 m; (b) 34 m/s; (c) 57.8 m.]

14 Geldirik dagoen soinu-uhinen iturri batek f_0 maiztasuneko uhinak igortzen ditu. Iturriarekiko v_c abiaduraz higitzen ari den auto batetik uhin horiek $0.8f_0$ maiztasunaz jasotzen dira. Aurako noranzkoan eta $\frac{1}{2}v_c$ abiaduraz higitzen ari den beste auto batetik, iturriak bidalitako uhinak 50 Hz handiagoko maiztasunaz jasotzen dira. Datu hauekin eta soinuaren abiadura $V = 344$ m/s-koa dela onartuz, kalkulatu:

- (a) lehenengo autoaren abiadura iturriarekiko, v_c delakoa, eta ea autotik hurbiltzen ala aldentzen ari zaion,
 (b) iturriak igorritako uhinen maiztasuna, f_0 delakoa, eta
 (c) iturriak igorritako uhinen uhin-luzera.

[**Sol.:** (a) 68.8 m/s (aldentzen); (b) 500 Hz; (c) 68.8 cm.]

3 $V_1 = 10$ L-ko bolumena duen ontzi batean gas ideal baten mol bat dugu, 487.8 K-eko tenperaturan (1 egoera). Ondoren, eta presio konstantepean, gasa hoztu egiten dugu eta, ondorioz, bere bolumena hasierako erdira jaisten da (2 egoera). Egoera honetatik abiatuz, eta gasaren bolumena konstante mantenduz, berriro gasa hoztu egiten da, 3 egoerara heldu arte. Hurrengo urrats batean, gasa zabaldu egiten da presio konstantepean bere bolumena $V_4 = 25$ L-koa izan arte. Azkenez, gasa konprimatu egiten da isotermikoki jatorrizko egoerara itzuli arte. Kalkula itzazue:



- gasaren presioa eta tenperatura 2 eta 3 egoeretan,
- gasak burututako lana zikloaren azpirozuesu bakoitzean,
- ziklo osoan sistemak trukaturako beroa, eta
- 4 egoeratik 1 egoerara sistemak trukaturako beroa.

[Data: $R = 8.314$ J/mol · K.]

R. (a) Gasaren egoera-ekuazioa erabiliko dugu '2' eta '3' puntuetan gasak dituen presioa eta tenperatura kalkulatzeko (eta bai '4' puntuan ere, ondorengo galdera batean gero erabiliko dugu eta). Horretarako, kontuan hartu mol kopurua $n = 1$ dela. Iruditik argi ikusten denez, $p_1 = p_2$, $V_2 = V_3 = 5$ L, $p_3 = p_4$, eta $T_1 = T_4 = 487.8$ K (isoterma berdinean aurkitzen dira).

- '1' puntua. $p_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow p_1 = nRT_1/V_1 = 1 \cdot 8.314 \cdot 487.8/0.01 = 4.056 \times 10^5 \text{ Pa} = p_1 = p_2$
- '2' puntua. $p_2 V_2 = nRT_2 \rightarrow T_2 = p_2 V_2/nR = 4.056 \times 10^5 \cdot 0.005/1 \cdot 8.314 = 243.9 \text{ K} = T_2$
- '4' puntua. $p_4 V_4 = nRT_4 \rightarrow p_4 = nRT_4/V_4 = 1 \cdot 8.314 \cdot 487.8/0.025 = 1.622 \times 10^5 \text{ Pa} = p_4 = p_3$
- '3' puntua. $p_3 V_3 = nRT_3 \rightarrow T_3 = p_3 V_3/nR = 1.622 \times 10^5 \cdot 0.025/1 \cdot 8.314 = 97.56 \text{ K} = T_3$

(b) Ondoz ondoko prozesuak hurrengoak dira: isobaroa, iokorua, isobaroa eta isoterma. Kontu handiz ibili prozesuen noranzkoekin, gero bukaerako eta hasierako bolumenak ongi ipintzeko. Prozesu batean egindako lana honela adierazten da: $W = \int p dV$. Kasu bakoitzean, bere balioa prozesu motaren arabera izango da:

1 → 2 prozesua: isobaroa. $W_{12} = \int p dV \stackrel{p=\text{cte}}{=} p \Delta V = p_1(V_2 - V_1) = 4.056 \times 10^5(0.005 - 0.01) = -2028 \text{ J} = W_{12}$

2 → 3 prozesua: isokorua. $W_{23} = 0$ (bolumena konstante baita)

3 → 4 prozesua: isobaroa. $W_{34} = \int p dV \stackrel{p=\text{cte}}{=} p \Delta V = p_3(V_4 - V_3) = 1.622 \times 10^5(0.025 - 0.005) = 3244 \text{ J} = W_{34}$

4 → 1 prozesua: isoterma. $W_{41} = \int p dV \stackrel{T=\text{cte}}{=} nRT_4 \int dV/V = 1 \cdot 8.314 \cdot 487.8 \cdot \ln(0.01/0.025) = -3716 \text{ J} = W_{41}$

(c) Ziklo osoan trukaturako beroa kalkulatzeko Termodinamikaren lehenengo legea erabiliko dugu: $\Delta U = Q - W$, non ΔU den barne-energiaren aldaketa, Q , trukaturako beroa, eta W , egindako lana. Ziklo batean, $\Delta U = 0$, hasierako eta bukaerako puntuak berdinak baitira. Beraz, $Q = W$ izango da. Hau da:

$$Q_{\text{ziklo}} = W_{\text{ziklo}} = -2500 \text{ J}$$

eta bero garbia negatiboa denez, sistemak askatutako beroa da.

(d) '4' → '1' prozesua isoterma da eta, beraz, bere muturren artean ez da egongo barne-energiaren aldaketarik. Berriro lehenengo legea aplikatuz, hauxe lortuko dugu:

$$\Delta U_{41} = 0 \rightarrow Q_{41} = W_{41} = -3716 \text{ J}$$

eta berriro ere, sistemak askatutako beroa da.

4 $d = 2$ cm-ko distantzia finko batera aurkitzen diren bi karga berdin eta oposatuak, dipolo bat osatzen dute. Gure kasuan, karga bien modulua $Q = 2$ C-ekoa da eta aukeratu dugun erreferentzia sisteman karga positiboa $(0, \frac{1}{2}d)$ puntuan aurkitzen da, eta karga negatiboa, $(0, -\frac{1}{2}d)$ puntuan.

- Kalkulatu $P(d, 0)$ puntuan dipoloak sortzen duen eremu elektrikoa eta potentzial elektrikoa.
- Zenbatekoa da dipoloaren energia potentziala (hau da, zenbat energia behar izan da dipoloa eraikitzeko)?
- Demagun aipaturiko P puntuan $q = \frac{1}{2} \mu\text{C}$ -ko karga kokatzen dugula. Zenbatekoa da q kargak jasaten duen indarra, moduluz, norabide eta noranzkoz?
- Zenbatekoa da q kargaren energia potentziala P puntuan?

1 Irudiko plano inklinatu baten behealdetik $m = 400$ g-ko masa jaurtikitzen da planoan gora $v_0 = 10$ m/s-ko hasierako abiaduraz.

(a) Masaren eta plano inklinatuaren arteko marruskadurarik ez dagoela suposatuz, kalkula itzazue masak gelditu arte ibiliko duen d distantzia eta hartuko duen h altuera.

(b) Masaren eta planoaren artean marruskadura dagoela suposatuz, planoan gora ibilitako distantzia bakarrik $d = 5$ m-koa izango da. Kasu horretan:

(b1) kalkulatu marruskadura-indarrak eginiko lana, eta

(b2) determinatu masaren eta planoaren arteko μ marruskadura-koefizientearen balioa.

[Datua: har ezazue $g = 10$ m/s².]

R. (a) Marruskadurarik ez dagoenez, energia mekanikoa kontserbatu egiten da. Masa plano aldapatsuaren punturik baxuenean v_0 abiaduraz planoan gora bultzatzen denean, bere energia osoa energia zinetikoa da, energia potentzialak neurtzeko erabiltzen dugun jatorria puntu horretan bertan kokatzen badugu. Masa punturik altuenera heltzen denean, energia guztia energia potentzial grabitatorioa da. Beraz, hauxe idatziko dugu:

$$E_{z0} + E_{p0} = E_z + E_p \rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh \rightarrow h = v_0^2/2g = 10^2/2 \cdot 10 = \boxed{5 \text{ m} = h}$$

eta ondorioz planoan gora egindako bidea hurrengoa izango da:

$$d = h / \sin 30^\circ = 2h = \boxed{10 \text{ m} = d}$$

(b) Marruskadura dagoenean, d bidea egin beharrean $d' = 5$ m-ko bidea egiten du, hau da, $h' = d' \sin 30^\circ = 2.5$ m-ko altuerara igoten da. Lan-energiaren teorematik, kanpoko indarrek egiten duten lana energia zinetikoaren aldaketan erabiltzen da. Gure kasuan, kanpoko indarren artean pisua eta marruskadura-indarra daude. Lehenengoak egiten duen lana energia potentzialaren aldaketaren berdina da, '-' zeinuarekin, eta bigarrenak egiten duenari W_r deituz, hurrengoa idatziko dugu:

$$W_r = \Delta E_z + \Delta E_p \rightarrow W_r = (0 - \frac{1}{2}mv_0^2) + (mgh' - 0) = 0.4(10 \cdot 2.5 - \frac{1}{2}10^2) = \boxed{-10 \text{ J} = W_r}$$

Baina marruskadurak egindako lana $F_r = -\mu Nd' = -\mu mg \cos 30^\circ \cdot d'$ denez, hauxe izango da marruskadura-koefizientea:

$$-10 = -\mu \cdot 0.4 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5 \rightarrow \boxed{\mu = 0.577}$$

2 Bolumen berdineko ($V = 3$ L) bi gorputz ditugu, ρ_1 eta ρ_2 dentsitadedunak, hurrenez hurren, eta ρ_A eta ρ_B dentsitadedun bi jariakin. Determinatu gorputz bien eta jariakin bien dentsitateak hurrengo datuak jakinik:

(a) '1' gorputzak A jariakinean murgilduta dagoenean duen itxurazko pisua 30 N-ekoa da,

(b) '2' gorputzak B jariakinean murgilduta dagoenean duen itxurazko pisua ere 30 N-ekoa da,

(c) '1' gorputzak B jariakinean murgilduta dagoenean duen itxurazko pisua 120 N-ekoa da, eta

(d) '2' gorputza A jariakinean bere bolumenaren erdiraino murgilduta flotatzen geratzen da.

[Datua: $g = 10$ m/s².]

[Oharra: ariketa ebazten ez badakizue, baloratu egingo da lau dentsitateak txikienetik handienera ordenatzen jakitea.]

R. Lehenengo hiru kasuetan, ez dago orekarik eta gorputz bakoitza likido barruan utziko bagenu, hondora joango litza-teke azelerazio batekin. Beraz, balantza batetik esekitzen ditugu gorputzak eta orduan oreka lortuko da beheantza doan indarraren (W pisuaren) eta gorantza tiratzen duten indarren artean (B bultzada eta P itxurazko pisua). Azkenengoan, aldiz, gorputzaren erdirainoko flotazioan oreka lortuko da gorputzaren pisuaren eta jasandako bultzadaren artean. Guzti hau honela adieraziko da:

$$\begin{cases} W_1 - B_1 = P_1 \\ W_2 - B_2 = P_2 \\ W_1 - B_2 = P_3 \\ W_2 - B_3 = 0 \end{cases} \xrightarrow{B_3 = \frac{1}{2}B_1} \begin{cases} \rho_1 Vg - \rho_A gV = 30 \\ \rho_2 Vg - \rho_B gV = 30 \\ \rho_1 Vg - \rho_B gV = 120 \\ \rho_2 Vg - \frac{1}{2}\rho_A gV = 0 \end{cases} \xrightarrow{V=3 \times 10^{-3} \text{ m}^3} \begin{cases} \rho_1 = 5000 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_2 = 2000 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_A = 4000 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_B = 1000 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

3 Material ezezagun bat dugu, eta beraren fusio-bero sorra neurtzea nahi dugu. Materialaren fusio-tenperatura $T = -25$ °C-koa dela dakigu, eta likidotuta dagoenean duen bero ahalmen espezifikoa 160 J/kg · °C-koa dela ere. Bere bero-sorra neurtzeko, glizerinaz betetako aluminiozko kalorimetro bat erabili dugu (glizerinaren masa 0.100 kg-koa, eta kalorimetroarena, 0.150 kg-koa). Hasieran, kalorimetroa eta glizerina 27 °C-ko tenperaturan daude, eta bertara material ezezagunaren 0.100 kg sartu ditugu $T = -25$ °C-ko tenperaturan eta solido egoeran. Kalorimetroan sartu dugun material ezezagun guztia urtu egiten da, eta bukaerako sistema osoaren orekako tenperatura 20 °C-koa da.



1. $\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 100 = 5000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

2. $100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$$100 \cdot 100 = 10000$$

$$100 \cdot 100 = 10000$$

3. $100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$$100 \cdot 100 = 10000$$

4. $100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$$100 \cdot 100 = 10000$$

5. $100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

6. $100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$$\begin{array}{l}
 100 \cdot 100 = 10000 \\
 100 \cdot 100 = 10000 \\
 100 \cdot 100 = 10000 \\
 100 \cdot 100 = 10000
 \end{array}$$

7. $100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

$100 \cdot 100 = 10000$ (area of the square)

Era berean, $V = 7200$ V-ekoa bada jatorrizko karga biek A puntuan sortutako potentziala, behin Q karga bertan ipinita sistema osoaren energia potentziala $E_p = QV$ izango da; hau da:

$$E_p = 3 \times 10^{-8} \cdot 7200 = \boxed{2.16 \times 10^{-4} \text{ J} = E_p}$$

(c) Aurreko atalean ikusi dugunez. A puntuan kokatutako Q kargaren gaineko indarrak $+x$ ardatzaren noranzkoa eta norabidea ditu. Beraz, indar honen eraginez, Q karga ardatz horretan barrena higituko da. Gainera, eremu elektrostatikoa kontserbatzailea denez, behin Q karga hori A puntuan askatuta bere energia osoa kontserbatu egingo da. Demagun $v = 2$ m/s-ko abiadura duenean $+x$ ardatzardiko B puntuan aurkitzen dela, zeinetan $E_{p,B}$ potentziala izango duen. Energia osoaren kontserbazio-printzipiotik, hauex ateraz izango dugu:

$$\frac{1}{2}Mv_A^2 + E_{p,A} = \frac{1}{2}Mv_B^2 + E_{p,B} \rightarrow E_{p,B} = 2.16 \times 10^{-4} - \frac{1}{2} \cdot 5 \times 10^{-5} \cdot 2^2 = \boxed{1.16 \times 10^{-4} \text{ J} = E_{p,B}}$$

Baina $E_{p,B} = QV_B$ da eta $V_B = 2kq/r_B$, non r_B delakoa $+x$ ardatzardiko B puntutik jatorrizko karga bakoitzeraino dagoen distantzia den. Beraz:

$$V_B = 1.16 \times 10^{-4} / 3 \times 10^{-8} = 2 \cdot 9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-8} / r_B \rightarrow r_B = 0.0931 \text{ m}$$

r_B hori B puntuari irudian dagokion triangelu errektangeluaren hipotenusa da, zeinetan kateto bat 3 cm-koa eta bestea x_B diren. Hortaz, x_B delakoa (eta ondorioz B puntuaren koordinatuak) hurrengoa izango da:

$$x_B = \sqrt{r_B^2 - 0.03^2} = 0.0881 \text{ m} \rightarrow \boxed{B(8.81, 0) \text{ cm}}$$

5 (a) Aurki ezazue irudiko zirkuituko 2Ω -ko erresistentziatik igarotzen den I intentsitatea, eta erresistentzia honen ezker aldean dagoen bateriak ematen duen ε tentsioa ere.

(b) Suposa dezagun orain bateria hori beste batekin aldatzen dugula, eta horren ondorioz 4Ω -eko erresistentziatik igaroko den intentsitatea 3 A-koa izango dela ere, baina aurrekoaren aurkako noranzkoan. Kalkulatu bateria berriak ematen duen tentsioa.

R. (a) Alboko irudian, I_1 intentsitatea marraztu da eta Kirchhoff-en legeak erabiltzeko bira positiboa zein den ere. Kirchhoff-en legeetarik lehenengoak korapilo batean $\sum_i I_i = 0$ betetzen dela dio, eta bigarrenak, zirkuitu itxi batean dugun indar elektroeragileen batura, erresistentzietan ditugun tentsio-jaisieraren baturaren berdina dela, edota $\sum_i \varepsilon_i = \sum_i R_i I_i$ dela.

Gure kasuan bi korapilo ditugu (bat behar da Kirchhoff-en korapiloen legea planteatzeko) eta hiru begizta (bi dira beharrezkoak ekuazio-sistema osatzeko). Ondorengoa da ekuazio-sistema hori:

$$\bullet \text{ Korapiloa: } I + I_1 = 3 \quad \bullet \text{ Begiztak: } \begin{cases} 24 = 6I_1 + 12 \cdot 3 \\ \varepsilon + (-24) = 6(-I_1) + 2I \end{cases}$$

Hiru ekuazioz eta hiru ezezagunez osatutako ekuazio-sistema hau ebatziz, hurrengo emaitzal lortuko ditugu:

$$\boxed{I = 5 \text{ A} \quad I_1 = -2 \text{ A} \quad \varepsilon = 46 \text{ V}}$$

I_1 intentsitatearen zeinuak esaten digu ezen adar horretatik doan intentsitatearen noranzkoa guk eman diogunaren alderantzizkoa izan behar dela.

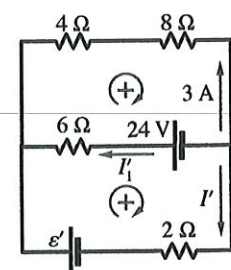
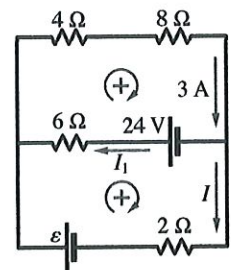
(b) Eskuineko irudian, aurrekoari 3 A-reko intentsitatearen noranzkoa aldatu egin diogu, eta ε indar elektroeragilea duen bateria, ε' indar elektroeragilea duenarekin aldatu dugu. Horrekin batera, intentsitateak I' eta I'_1 izandatu ditugu. Berriro ere Kirchhoff-en legeak aplikatuko diogu zirkuitu berri honi. Hauxek dira korapiloan eta bi begiztetan edukiko ditugun ekuazioak:

$$\bullet \text{ Korapiloa: } I' + I'_1 + 3 = 0 \quad \bullet \text{ Begiztak: } \begin{cases} 24 = 6I'_1 + 12(-3) \\ \varepsilon' + (-24) = 6(-I'_1) + 2I' \end{cases}$$

Emaitzak hurrengoak dira:

$$\boxed{I' = -13 \text{ A} \quad I'_1 = 10 \text{ A} \quad \varepsilon' = -62 \text{ V}}$$

Ikusten denez, oraingoan I'_1 intentsitatearen noranzkoa ongi dago ezarrita, baina aldatu egun dira I' intentsitatearena eta ε' indar elektroeragilearena.



... ..

$$\boxed{I_A = 1 \cdot 10^{-3} \times 0,1 \text{ A}} = 100 \mu\text{A} \quad \text{... ..}$$

... ..

$$\boxed{I_{A_1} = 1 \cdot 10^{-3} \times 0,1 \text{ A}} = 100 \mu\text{A} \quad \text{... ..}$$

... ..

$$I_A = 100 \mu\text{A} \quad \text{... ..}$$

... ..

$$\boxed{I_A = 100 \mu\text{A}} \quad \text{... ..}$$



... ..

... ..

$$\left. \begin{aligned} I_A &= 100 \mu\text{A} \\ I_{A_1} &= 100 \mu\text{A} \end{aligned} \right\} \text{... ..}$$

... ..

$$\boxed{I_A = 100 \mu\text{A}} \quad \text{... ..}$$

... ..



... ..

$$\left. \begin{aligned} I_A &= 100 \mu\text{A} \\ I_{A_1} &= 100 \mu\text{A} \end{aligned} \right\} \text{... ..}$$

... ..

$$\boxed{I_A = 100 \mu\text{A}} \quad \text{... ..}$$

... ..

6 Bi leiar mehez osatutako sistema bat dugu, beraien arteko distantzia 50 cm-koa delarik. Sistema honen bitartez, lehenengo leiarretik 30 cm ezkerrera dagoen objektu erreala baten irudia sortzen da. Azkenengo irudia objektua baino sei aldiz txikiagoa eta objektuarekiko alderantzikua da, eta lehenengo leiarra dibergentea eta 15 cm-ko fokalduna da. Guzti honekin, determinatu:

- (a) lehenengo leiarrak sortutako alboko handipena,
- (b) bigarren leiarrak sortutako alboko handipena,
- (c) leiar bien sistemak sortutako azkenengo irudiaren posizioa,
- (d) bigarren leiarraren distantzia fokala. Konbergentea ala dibergentea da?
- (e) Egizue argi-izpien eskema sisteman zehar.

R. (a)-(d) Leiar-sistema batek sortzen duen alboko handipena $\beta' = y'/y$ da, y delakoa jatorrizko objektuaren altuera eta y' delakoa sistemak emaniko irudiaren altuera izanik. Sistema optikoa bi leiar mehez osatuta badago, alboko handipen osoa leiar bakoitzak sortzen duen alboko handipenen biderkadura da: $\beta' = \beta'_1\beta'_2$ dela beteko da. Gure kasuan, $\beta' = -\frac{1}{6}$ da, irudia objektuarekiko alderantzikatuta baitago. Horretaz aparte, beste erlazio hau ere betetzen da: $\beta' = y'/y = s'/s$.

Bestetik, enuntziatuko datuek lehenengo leiarra dibergentea dela diote, hau da, $f'_1 = -15$ cm-koa dela diote. Gainera, objektua lehenengo leiarraren eskerraldean aurkitzen da ($s_1 = -30$ cm) eta leiar mehen ekuazioa erabil dezakegu leiar honek ematen duen irudiaren kokapena aurkitzeko. Has gaitezen, bada, lehenengo leiarrak sortzen duen irudiaren posizioa kalkulatzeko eta, horrekin batera, lehenengo leiarrak emandako alboko handipena:

$$-\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f'_1} \rightarrow -\frac{1}{-30} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-15} \rightarrow s'_1 = -10 \text{ cm} \rightarrow \beta'_1 = s'_1/s_1 = (-10)/(-30) = \boxed{\frac{1}{3} = \beta'_1}$$

Hau da, lehenengo leiarrak sortutako irudia alegiazkoa izango da ($s'_1 < 0$), zuzena ($\beta'_1 > 0$) eta objektua baino txikiagoa ($\beta'_1 < 1$), eta lehenengo leiarrarekiko ezkerraldean aurkituko da. Irudi hori bigarren leiarrarentzat objektua da, eta leiar honekiko objektu-distantziak $s_2 = -(50 + 10) = -60$ cm balioa du.

Sistemak ematen duen alboko handipen osoa eta lehenengo leiarrak emandakoa esagutuz gero, bigarren leiarrak emandakoa askatu daiteke:

$$\beta'_2 = \beta'/\beta'_1 = (-\frac{1}{6})/(\frac{1}{3}) = \boxed{-\frac{1}{2} = \beta'_2}$$

Baina goiko alboko handipenaren eta objektuaren eta irudiaren posizioen arteko goiko erlazioetik hauxe atera daiteke:

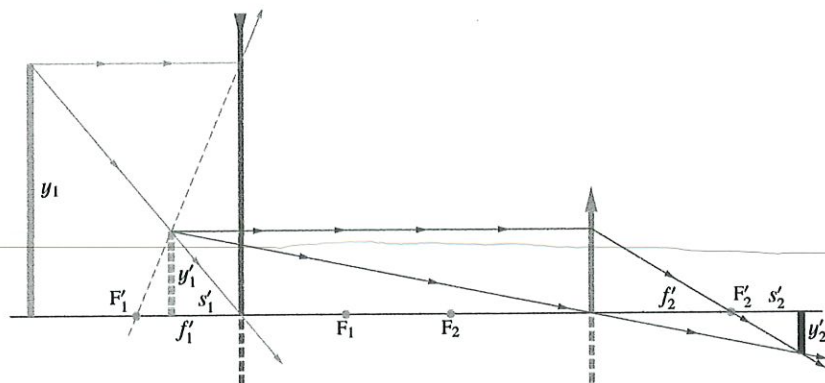
$$\beta'_2 = -\frac{1}{2} = s'_2/s_2 = s'_2/(-60) \rightarrow \boxed{s'_2 = 30 \text{ cm}}$$

Hau da, sistema osoak ematen duen irudia $s'_2 = 30$ cm-an dago, hau da, bigarren leiarretik eskuinera. Guzti honekin, erraz aterako dugu zein den bigarren leiarraren foku-distantzia:

$$-\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f'_2} \rightarrow -\frac{1}{-60} + \frac{1}{30} = \frac{1}{f'_2} \rightarrow \boxed{f'_2 = 20 \text{ cm}}$$

Hau da, bigarren leiarretik eskuinera: **bigarren leiarra konbergentea da.**

(e) Hona hemen sisteman zeharreko argi-izpien diagrama:



(a) Zein da material ezezagunaren fusio-bero sorra?

(b) Demagun material ezezagunaren 2 kg ditugula $T = -25^\circ\text{C}$ -tan solido egoeran. Zenbat bero eman behar diogu materialari bere temperatura $T = 30^\circ\text{C}$ -taraino igotzeko? [Kalkulu hau burutzeko, aurreko atalean lortutako emaitza erabili beharko duzue.]

[Datuak: $c_{\text{Al}} = 900 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$; $c_{\text{gl}} = 2410 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$.]

R. (a) Behin material ezezaguna kalorimetroan sartu, honen masa guztia urtu egiten da eta ondoren sistema guztia (kalorimetroa bera, glizerina eta material ezezaguna) 20° -ko temperaturara lortzen du oreka termikoa. Demagun L_X dela material ezezagunaren fusio-bero sorra. Askatutako eta xurgatutako beroaren orekako balantzea idatziz gero, hauxe geratzen zaigu:

$$m_X L_X + m_X c_X (t_f - t_{i,X}) = m_{\text{gl}} c_{\text{gl}} (t_{i,\text{gl}} - t_f) + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (t_{i,\text{Al}} - t_f)$$

Adierazpen honetan agertzen diren gai guztien esangura argi dago notazioan bertan, 'i' eta 'f' azpiindizeak hasierako eta bukaerako tenperaturetara aplikatzen zaizkielarik. Goiko ekuazioan, material ezezagunak da beroa askatzen duen materiala, eta beroa xurgatzen dutena, aldiz, glizerina eta kalorimetroa osatzen duen materiala, hau da, aluminioa, dira. L_X askatuz, hauxe geratzen zaigu:

$$L_X = \frac{m_{\text{gl}} c_{\text{gl}} (t_{i,\text{gl}} - t_f) + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (t_{i,\text{Al}} - t_f) - m_X c_X (t_f - t_{i,X})}{m_X}$$

$$= \frac{0.1 \cdot 2410(27 - 20) + 0.15 \cdot 900(27 - 20) - 0.1 \cdot 160[20 - (-25)]}{0.1} = \boxed{19120 \text{ J/kg} = L_X}$$

(b) Prozesu osoa hauxe da: lehenengo, -25° -ko temperaturan dagoen X materiala urtu egiten da tenperatura konstante horretan, eta gero bere temperatura 30° -taraino igoten da. Materialak prozesuan zehar xurgatutako beroaren adierazpena hauxe izango da:

$$\Delta Q = m_X L_X + m_X c_X (t_f - t_i) = 2 \cdot 19120 + 2 \cdot 160[30 - (-25)] = \boxed{55840 \text{ J} = \Delta Q}$$

4 $q = 0.02 \mu\text{C}$ -eko karga finko bat dugu $(x, y) = (0, 3)$ posizioan, eta beste karga berdina, hau ere finkoa, $(x, y) = (0, -3)$ posizioan.

(a) Zein da karga-bikote honek A(4, 0) puntuan sortzen dituen eremua eta potentziala?

(b) $M = 5 \times 10^{-5} \text{ kg}$ -ko masa eta $Q = 0.03 \mu\text{C}$ -ko karga A puntuan kokatzen bada, zein izango da beste bi kargei esker jasango duen indarra? Zein izango da Q kargaren energia potentzial elektrostatikoa?

(c) Suposa dezagun Q karga hori pausagunean kokatu dugula A puntuan. Beste bi kargei esker jasaten duen indarragatik, higitzen hasiko da. Zein izango da kargaren energia potentzial elektrostatikoa beraren abiadura 2 m/s-koa denean? Zein izango da bere posizioa aldiune horretan?

[Oharra: neurri guztiak cm-tan ematen dira.]

R. (a) Irudian erakusten da karga bien kokapena eta aipaturiko puntuan sortutako eremu elektrostatiokoaren balioa. Karga biak berdinak direlako baldintza hartu dugu kontuan, eta horrela puntu horretan sortutako eremuak berdinak izango dira moduluz. Gainera, enuntziatuko datuetatik erraz atera daiteke zein den θ angelua: $\tan \theta = \frac{3}{4} \rightarrow \theta = 36.9^\circ$.

Ikusten denez, eremu bien osagai bertikalak berdinak dira eta, beraz, anulatu egingo dute elkar. Aldiz, osagai horizontal biak ere berdinak dira baina oraingoan batu egingo dira. Kargetatik enuntziatuko puntuetara dagoen distantzia, argi dagoenez, 5 cm-koa da. Ondoren, SI sistemako unitateak erabiliko dugu, eta $k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ dela. Hortaz, eremu elektrostatioko erresultanteak $+x$ noranzkokoak izango da, beraren modulua ondorengoak izango delarik:

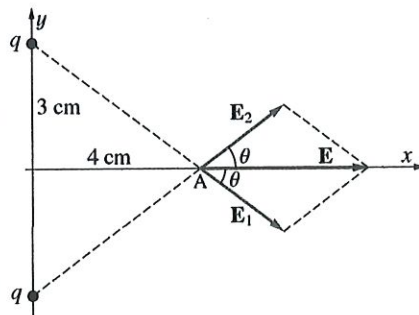
$$E = 2E_1 = 2 \frac{kq}{r^2} \cos \theta = \frac{2 \cdot 9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-8} \cdot \cos 36.9^\circ}{0.05^2} = \boxed{1.152 \times 10^5 \text{ N/C} = E}$$

Bestetik, puntu horretan dugun potentziala hurrengoak izango da:

$$V = 2V_1 = 2 \frac{kq}{r} = \frac{2 \cdot 9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-8}}{0.05} = \boxed{7200 \text{ V} = V}$$

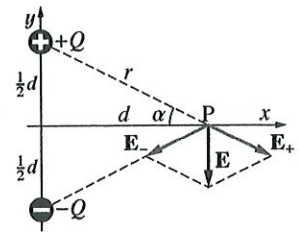
(b) A puntuan $Q = 0.03 \mu\text{C}$ -eko karga ipiniko bagenu, aurreko bi kargei esker karga berri horrek jasango lukeen indarra $F = QE$ izango litzateke, eta karga hori positibo denez, indarraren norabidea eta noranzkoa \mathbf{E} eremuarenak izango lirarteke, hau da, $+x$ ardatzarenak. Moduluz, hauxe da indar horren balioa:

$$F = QE = 3 \times 10^{-8} \cdot 1.152 \times 10^5 = \boxed{3.456 \times 10^{-3} \text{ N} = F}$$



R. (a) Irudian ikusten dira dipoloa osatzen duten karga biek sortutako eremu elektrikoak P puntuan. Argi dagoenez, eremu biak berdinak dira moduluz, baina norabideak ez. Ariketaren simetriagatik, x ardatzeko osagaiek elkar anulatu egiten dute, eta y norabidekoak batu egiten dira eremu osoa emateko.

Ezer baino lehen, irudiko α angelua kalkulatu dugu. Erraz ikus daitekeenez, $\tan \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 26.57^\circ$. Bestetik, $r = d / \cos \alpha = 0.02 / \cos 26.57^\circ = 0.02236$ m.



Beraz, karga bakoitzak sortutako eremua eta bien erresultantea hurrengoak dira:

$$E_+ = E_- = \frac{kQ}{r^2} \rightarrow E_P = \frac{2kQ \sin \alpha}{r^2} = \frac{2 \cdot 9 \times 10^9 \cdot 2 \times 10^{-6} \sin 26.57^\circ}{0.02236^2} = \boxed{3.22 \times 10^7 \text{ N/C} = E_P}$$

eta y ardatzean behera zuzendurikoa, hau da, $\mathbf{E}_P = -3.22 \times 10^7 \text{ j N/C}$ da.

P puntuko potentzial elektrikoaren kalkulua askoz errazagoa da, magnitude eskalarra baita. Gure kasuan, eta kargak puntualak direnez, hauxe idatziko dugu:

$$V_P = V_+ + V_- = \frac{kQ}{r} + \frac{k(-Q)}{r} = \boxed{0 = V_P}$$

(b) Dipoloa eraikitzeko $+Q$ kargarekin hasiko gara. Bera da espazio osoan dagoen karga bakarra, eta infinitutik ekarri da espazioko puntu horretaraino, inolako eremuren aurka joan barik. Beraz, lehenengo karga hori espazioko puntu horretan kokatzeko ez da lanik egin behar.

Baina infinitutik $-Q$ beste karga bat ekartzeko lehenengoarekiko d distantziara, bai, lan bat egin behar izan da, lehenengo kargak sortutako eremuaren aurka egindakoa hain zuzen. Lan hori lehenengo kargak d distantziara sortutako eremuaren potentziala (V_d delakoa) bider infinitutik d distantzia horretaraino ekarritako $-Q$ karga besterik ez da, eta hau, asken finean, eskatzen diguten bi kargak osatutako sistemaren energia potentziala da:

$$E_p = (-Q)V_d = -\frac{kQ^2}{d} = -\frac{9 \times 10^9 (2 \times 10^{-6})^2}{0.02} = \boxed{-1.8 \text{ J} = E_p}$$

(c) q karga berriak P puntuan jasoko duen indarra $\mathbf{F} = q\mathbf{E}_P$ da. Hau da:

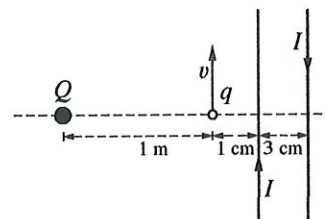
$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}_P = \frac{1}{2} \times 10^{-6} (-3.22 \times 10^7 \text{ j}) = \boxed{-16.1 \text{ j N} = \mathbf{F}}$$

(d) q kargak P puntuan duen energia potentziala $E_p(P) = qV_P$ da, non V_P den dipoloak P puntuan sortzen duen eremu elektrikoaren potentziala. Hau da, eta (a) atalean atera dugun V_P -ren balioa erabiliz:

$$E_p(P) = qV_P = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \cdot 0 = \boxed{0 = E_p(P)}$$

5 Kalkula ezazue geldirik dagoen Q kargaren balioa, higitzen ari den q karga positiboaren gaineko indar erresultantea nulua izan dadin azken hau irudian adierazten den posiziotik igarotzen den aldiunean. Eskuineko hari eroale zuzen eta infinitu biek korrante berdina daramate, I baliokoa. Nola aldatuko litzateke erantzuna q karga positiboa izan beharrean negatiboa balitz?

[Datuak: $v = 1$ m/s; $I = 10$ A; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A²; $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²/N · m².]



R. Hari bertikalek q karga dagoen tokian bi eremu magnetiko sortzen dituzte, paperaren perpendikularrak eta aurkako noranzkokoak direnak, harietatik doazen korronteak aurkako noranzkoa dute eta. Eremu magnetiko bakoitzaren modulua, teoriatik dakigunez, $B = \mu_0 I / 2\pi d$ da, non $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A² den hutsaren iragazkortasun magnetikoa, I delakoa haritik doan intentsitatea, eta d , haritik puntu horretarainoko distantzia.

Gure kasuan, q kargatik hurbilen dagoen hari zuzen eroaleak sortzen duen \mathbf{B}_1 eremu magnetikoa paperaren planotik kanporantz ateratzen da, eta, era berean, bigarren korronteak sortutakoa, \mathbf{B}_2 delakoa, paperaren planoaren barrurantz sartzen da, biek sortzen duten eremu erresultantea, beraz, hauxe delarik:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) = 2 \times 10^{-7} \cdot 10 \left(\frac{1}{0.01} - \frac{1}{0.04} \right) = 1.5 \times 10^{-4} \text{ T}$$

Eremu magnetiko honek paperetik kanporantzko noranzkoa du, $B_1 > B_2$ baita. q karga v abiaduraz higitzen ari denez, indar magnetiko bat jasango du, $\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ indarra, hain zuzen. Gure kasuan, $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ dela ikusten da eta, beraz, indar magnetiko maximoa jasango du, bere modulua hauxe delarik:

$$F_m = qvB = q \cdot 1 \cdot 1.5 \times 10^{-4} = 1.5 \times 10^{-4} q \text{ N}$$

$q > 0$ dela kontsideratuko dugunez, eremu magnetikoaren eraginez q kargak jasaten duen indar magnetikoa, $F_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ adierazpenaren arabera, lerro etenaren norabidekoa da, eta eskuineranzkoa, erraz froga daitekeenez. Halako indar bati aurre egiteko, Q karga ipini dugu q kargaren ezker aldean, 1 m-era, eta karga horrek sortutako eremu elektrikoari esker, q karga bere tokian geratuko da. Ondorioz, Q kargak q kargaren gaineko indarra Coulomb-en indarra besterik ez da, eta indar magnetikoari aurre egiteko, q kargan sortutako indar elektrostatikoa ezkereranzkoa izan behar da. Beraz, $Q < 0$ izango da (negatiboa). Beraz, erlazio hau erabiliko dugu indar bien berdintza adierazteko:

$$F_e = F_m \rightarrow \frac{kQq}{1^2} = 9 \times 10^9 Qq = 1.5 \times 10^{-4} q \rightarrow \boxed{Q = -1.667 \times 10^{-14} \text{ C}}$$

[Zeinua guk geuk ipini diogu, $q > 0$ bada derrigorrez $Q < 0$ izan behar delako. $q < 0$ izan balitz, $Q > 0$ dela aterako genukeen. Beste emaitza harrigarria hau da: inondik ere ez da agertzen q delakoaren balioa, eta edozein bada ere karga horren modulua, Q kargaren balioa bakarra da, guk lortu duguna.]

6 Ispilu ganbil batek 50 cm-ko kurbadura-erradioa du (moduluz).

(a) Zenbatekoa da bere foku-distantzia, f delakoa?

(b) Ispilutik zein distantziara kokatu behar dugu objektu erreal bat bere irudi zuzenaren tamaina objektuarenaren laurdena izan dadin? Irudia, erreala ala alegiazkoa da?

(c) Har dezagun orain moduluz kurbadura-erradio berdina duen ispilu ahur bat, eta aurreko atalean kalkulaturako distantzia berdinerara ipintzen dugula objektu erreala. Non egongo da orain ispiluak sortutako irudia? Zein tamainakoa izango da? Erreala ala alegiazkoa izango da? Zuzena ala alderantzikatua izango da?

R. (a) Teoriatik dakigunez, ispilu esferikoetan $f = \frac{1}{2}R$ da. Gure kasuan, eta ispilu ganbilean kurbadura-zentroa ispilutik eskuinaldera dagoenez, $R = +50$ cm da eta, ondorioz, $f = +25$ cm izango da, distantziak neurtzeko erreferentzia-puntua ispiluak eta ardatz optikoak duten ebakidura-puntua izanik.

(b) Ispiluen ekuazioek s , s' eta f (edo R), alde batetik, eta β' , s eta s' , bestetik, erlazionatzen dituzte, non s eta s' objektu-distantzia eta irudi-distantzia diren, hurrenez hurren, f (edo R), kurbadura-erradioa, eta β' , alboko handipena. Hau da idatziko dugu:

$$\begin{cases} \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \\ \beta' = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{50} \\ \frac{1}{4} = -\frac{s'}{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} s = -75 \text{ cm} \\ s' = 18.75 \text{ cm} \end{cases}$$

Hau da, objektua ispilutik ezker aldean aurkitzen da, 75 cm-ra, eta irudia, ispilutik eskuianean, 18.75 cm-ra. Hau da, **irudia alegiazkoa da**.

(c) Orainoan, $R = -50$ cm (kurbadura-zentroa ispiluaren zentrotik ezker aldean aurkitzen da) eta $s = -75$ cm dira. Ispiluaren ekuazioa erabiliz, hurrengo aterako dugu:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{-75} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{-50} \rightarrow \boxed{s' = -37.5 \text{ cm}}$$

Eta irudiaren tamaina kalkulatzeko, alboko handipenaren formula erabiliko dugu:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow \beta' = -\frac{-37.5}{-75} = \boxed{-0.5 = \beta'}$$

Hau da, irudia izpi errealen ebakiduraz lortuko da (eskema simple batekin oso erraz ikus daiteke), eta, beraz, **irudia erreala da, alderantzikatua eta txikiagoa**.

Elektromagnetismoa

- 1 10^{-8} m-ko lodiera duen mintz zelular batek aurpegi batean ioi positiboak ditu eta bestean ioi negatiboak. Zenbatekoa da distantzia honetara dauden $+e$ karga eta $-e$ karga dituzten bi ioien arteko indarra?

[Sol.: $F = 2.3 \times 10^{-12}$ N (erakarlea).]

- 2 a aldea duen karratu baten erpinetan lau karga berdin aurkitzen dira, Q baliokoa bakoitza. Zenbatekoa da karratuaren zentroan dugun:

- (a) eremu elektrikoa?
(b) potentzial elektrikoa?

[Sol.: (a) $E = 0$; (b) $V = 4\sqrt{2}KQ/a$ J/C.]

- 3 Bata bestetik d distantzia batera aurkitzen diren bi karga ditugu, q_1 eta $q_2 = \frac{1}{2}q_1$.

- (a) Kalkulatu lehenengo kargatik (eta karga bien artean) $\frac{2}{3}d$ distantziara dagoen A puntuan dugun eremu elektrikoa.
(b) Zenbatekoa da A puntuko potentzial elektrikoa?
(c) Zenbatekoa izan behar da q_2 kargaren eskuinera eta $\frac{1}{2}d$ distantziara kokatu behar den Q karga baten balioa, A puntuko eremu elektrikoa nulua izan dadin?

[Datuak: $K = 9 \times 10^9$ N·m²/C²; $q_1 = 2$ μ C; $d = 10$ m.]

[Sol.: (a) $E_A = 405$ N/C (lehenengo kargarantz); (b) $V_A = 5400$ J/C; (c) $Q = -3.125$ μ C.]

- 4 Bata bestetik D distantziara aurkitzen diren bi karga ditugu, $q_1 = -8$ μ C eta $q_2 = 2$ μ C.

- (a) Kalkulatu zenbatekoa den puntu bien eskuinera eta bigarren kargaren d distantziara kokaturiko A puntu batean dugun eremu elektrikoa.
(b) Zenbatekoa da A puntuko potentzial elektrikoa?
(c) Determinatu eremu elektriko nulua duen puntu bateko kokapena.
(d) Zenbatekoa izan behar da q_2 -ren balioa A puntuko eremu elektrikoa nulua izan dadin?

[Datuak: $K = 9 \times 10^9$ N·m²/C²; $D = 30$ m; $d = \frac{1}{3}D$.]

[Sol.: (a) $E = 135$ N/C (eskuinerantz); (b) $V = 0$; (c) q_2 kargatik eskuinera $x = 30$ m-ko distantzia batera kokaturiko puntu bat; (d) $q_2 = 0.5$ μ C.]

- 5 Kontsidera dezagun karga puntual bakar batek sorturiko eremu elektrikoa. Puntu jakin batean eremu elektrikoak eta potentzial elektrikoak dituzten balioak $E = 200$ V/m eta $V = 720$ V direla jakinik, determinatu:

- (a) eremua sortzen duen kargaren balioa,
(b) puntu jakin horretatik eremuaren karga-sortzailera dagoen distantzia, eta
(c) -15 mC-ko karga bat puntu jakin horretatik infinitura eramateko eremuak egiten duen lana.

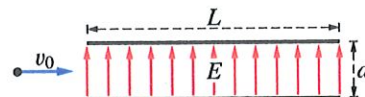
[Datua: $K = 9 \times 10^9$ N·m²/C².]

[Sol.: (a) 2.88×10^{-7} C; (b) 3.6 m; (c) -10.8 J.]

- 6 Elektroiaren karga Millikan-en esperimentuaren bitartez determinatu zen lehenengo aldiz 1909. urtean, olio-tantatxo baten gaineko indar grabitatoriari aurre egiteko behar zen eremu elektrikoa neurtuz. Demagun tantatxoaren karga netoa soberan duen elektroi bati esker lortzen duela, eta tantatxoaren masa 10^{-18} kg-koa dela. Kalkulatu olio-tantatxoari eusteko behar dugun eremu elektriko bertikalaren modulua eta noranzkoa.

[Sol.: $E = 61.25$ N/C (beherantza).]

- 7 Elektroi bat bidaltzen da $v_0 = 2 \times 10^7$ m/s-ko abiadurarekin irudiko $E = 10^3$ N/C-eko eremu elektriko uniformean barrena, non $L = 0.2$ m eta $d = 0.04$ m diren (baztertu elektroiaren gaineko indar grabitatorioa).



- (a) Aurki itzazue elektroiaren azelerazioaren modulua, norabidea eta noranzkoa.
(b) Zenbat denbora iraungo du eremuaren barrenean?
(c) Zenbatean desbideratuko da, bertikalean, eremutik irteten den unean?

- (d) Zenbateko angelua osatuko dute eremuan uzten deneko eta sartzen deneko abiadurek?

[Datuak: elektroiaren masa, $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg; elektroiaren karga, $e = -1.6 \times 10^{-19}$ C.]

[Sol.: (a) $a = 1.76 \times 10^{14}$ m/s² (beherantz); (b) $t = 10^{-8}$ s; (c) $d = 8.8 \times 10^{-3}$ m; (d) $\alpha = 5^\circ$.]

8 Protoi-azeleragailu batek 10^{-5} A-ko sorta du. Zenbat protoi azeleratzen dira segundo bakoitzean?

[Sol.: 6.25×10^{13} protoi.]

9 Nerbio-zuntz bat (axoi bat) zilindro luze bat bezalako delako kontsidera daiteke. Bere diametroa 10^{-5} m-koa eta bere erresistibitatea $2 \Omega \cdot \text{m}$ -koa badira, zenbatekoa da halako zuntz baten erresistentzia beraren luzera 0.3 m-koa bada?

[Sol.: $7.6 \times 10^9 \Omega$.]

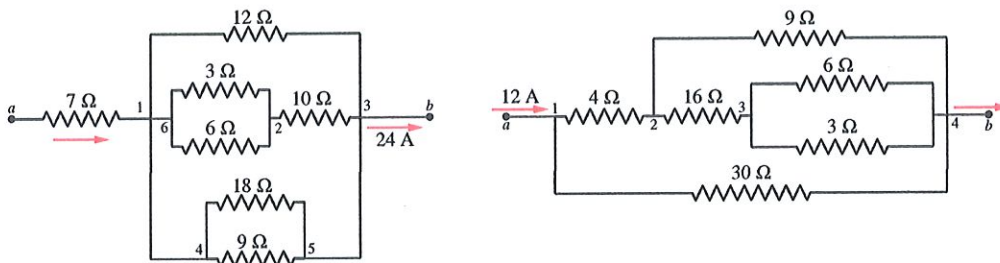
10 220 V-eko linea elektriko batek 15 A-ko korronea gainditzen denean erretzen den fusible bat du. Zein da zirkuitu honetan lan egiten duen aparailuaren erresistentziarin txikiena?

[Sol.: 14.7Ω .]

11 (a) Determinatu hurrengo irudietan agertzen diren erresistentzien konbinazioei dagozkien erresistentzia baliokideak eta bai eta beraien muturren arteko potentzial-diferentzia ere.

(b) Lehenengo konbinaziorako, kalkulatu 7Ω -eko erresistentziatik igarotzen den intentsitatea eta beraren muturren arteko potentzial-diferentzia.

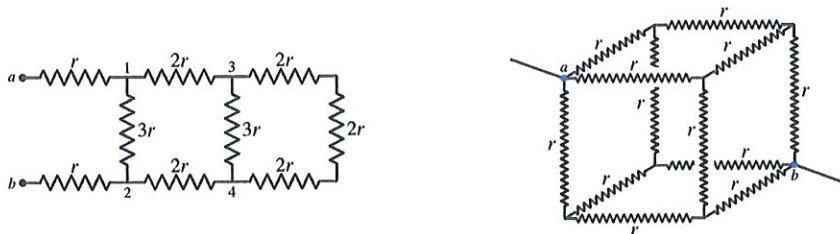
(c) Bigarren konbinaziorako, kalkulatu 4Ω -eko erresistentziatik igarotzen den intentsitatea eta beraren muturren arteko potentzial-diferentzia.



[Sol.: (a) ($R = 10 \Omega$, $V = 240 \text{ V}$), ($R = 7.5 \Omega$, $V = 90 \text{ V}$); (b) $I = 24 \text{ A}$, $V = 168 \text{ V}$; (c) $I = 9 \text{ A}$, $V = 36 \text{ V}$.]

12 Aurki ezazue azpiko lehenengo zirkuituari dagokion erresistentzia baliokidea, R_{ab} delakoa.

[Sol.: $R = 4r$.]



13 Hamabi haga metalikok, bakoitzak r erresistentzia duenak, kubo baten ertzak osatzen dute, goiko bigarren irudian ikusten den bezala. Kalkula ezazue a eta b bi erpin oposatuen arteko sistemaren R_{ab} erresistentzia baliokidea.

[Sol.: $R = \frac{5}{6}r$.]

14 Gabonetako zuhaitz baterako 25 alez osaturiko bonbila sorta bat, serieran konektatuta dago eta 500 W-eko potentzia xurgatzen du 120 V-eko tentsiora konektatuta dagoenean.

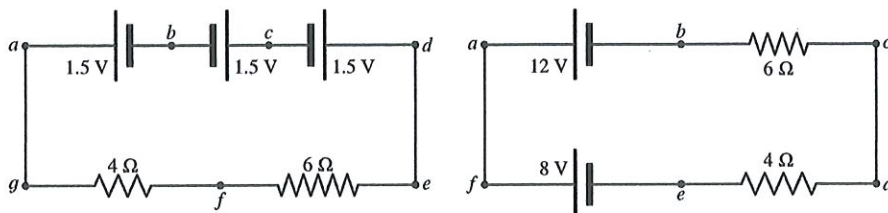
(a) Zenbatekoa da bonbila bakoitzetik igarotzen den korronearen intentsitatea?

(b) Zenbatekoa da bonbila bakoitzaren erresistentzia?

[Sol.: (a) 4.17 A; (b) 1.15Ω .]

15 (a) Kalkulatu beheko zirkuituetan zeharreko korrone-intentsitateak.

(b) Kalkulatu zirkuitua osatzen duten elementu bakoitzaren muturren arteko potentzial-diferentziak.



[Sol.: (a) $I_1 = 0.15$ A, $I_2 = 0.4$ A; (b.1) $V_{ab} = -V_{bc} = -V_{cd} = 1.5$ V, $V_{ef} = 0.9$ V, $V_{fg} = 0.6$ V; (b.2) $V_{ab} = 12$ V, $V_{ef} = -8$ V, $V_{bc} = -2.4$ V, $V_{de} = -1.6$ V]

16 Kalkulatu zenbateko intentsitatea igarotzen den bonbila batean zehar beraren ezaugarriak 100 W eta 220 V badira eta:

- (a) 110 V-eko korrante batera konektatzen bada, edo
- (b) 500 V-eko korrante batera konektatzen bada.
- (c) Aurreko ataleko kasuan, zenbatekoa da bonbilan xahutzen den potentzia?

[Sol.: (a) 0.227 A; (b) 1.03 A; (c) 516.5 W.]

17 Azpiko lehenengo zirkuituan, determinatu zein den hari bakoitzetik igarotzen den korrantea.

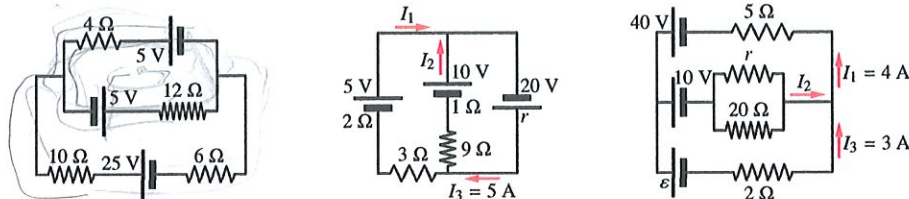
[Sol.: $I_1 = \frac{45}{38}$ A; $I_2 = \frac{10}{38}$ A; $I_3 = \frac{35}{38}$ A.]

18 Azpiko bigarren zirkuituan, kalkulatu I_1 eta I_2 intentsitateak eta 20 V-eko iturriaren barne-erresistentzia, r delakoa.

[Sol.: $I_1 = 3$ A; $I_2 = 2$ A; $r = 2$ Ω.]

19 Azpiko hirugarren zirkuituan, kalkulatu I_2 , ε eta r .

[Sol.: $I_2 = 1$ A; $\varepsilon = 14$ V; $r = 20$ Ω.]



20 Masa-espektrometro batean, neon gasaren bi isotopo dituen lagin bat aztertzen da (^{20}Ne eta ^{22}Ne). Lagin honetako atomo bakoitza $+e$ kargaz ionizatzen da. Isotopo bakoitzaren ioiek argazki-plaka baten gainean jo egiten dute zirkunferentzierdi bat deskribatu ondoren. ^{20}Ne eta ^{22}Ne ioien talken arteko tartea 8 mm-koa dela eta ibilbide kurbatua dugun tokian eremu magnetikoak 0.8 T balio duela jakinik:

- (a) aurki ezazue zenbateko abiaduraz irteten diren ioiak abiadura-hautagailutik.
- (b) Abiadura-hautagailuan dugun eremu elektrostatiakoak 10^5 N/C-ekoa bada, kalkula ezazue abiadura-hautagailuan dugun eremu magnetikoaren balioa.

[Datuak: ^{20}Ne eta ^{22}Ne ioien masa atomikoak, 20 u eta 22 u, hurrenez hurren; $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27}$ kg; protoiaren karga, 1.6×10^{-19} C.]

[Sol.: (a) 1.54×10^5 m/s; (b) 0.65 T.]

2A¹ Ioi sorta bat masa-espektrometro baten abiadura-hautagailu batean zehar igarotzen da, zeinek 0.9 T-ko eremu magnetikoa duen.

- (a) Abiadura-hautagailutik irteten diren ioiek 1.1×10^5 m/s-ko abiadura baldin badute, zenbatekoa da abiadura-hautagailuan dugun eremu elektrostatiakoa?
- (b) Higidura kurbatuaren eskualdean, non ioiek argazki-plakan jotzen duten zirkunferentzierdi bat deskribatu ondoren, eremu magnetikoak 1 T-eko balioa badu, zenbatekoa da He^+ ioi batek deskribatzen duen orbitaren erradioa, haren karga protoi batena eta masa 6.68×10^{-27} kg-koa direla jakinik?

c He^+ ioiek eta karga berdineko beste ioi ezezagunek argazki-plaka jotzen duten tokien arteko distantzia 24.78 mm-koa bada, zenbatekoa da ioi ezezagun hauen masa?

[Datuak: protoiaren karga, 1.6×10^{-19} C.]

[Sol.: (a) 9.9×10^4 N/C; (b) 4.59×10^{-3} m; (c) 24.7×10^{-27} kg.]

22 Protoiak azeleratzeko erabiltzen dugun ziklotroi baten eremu magnetikoak 1.31 T balio du. Kalkula itzazue:

- (a) D itxura duten pieza bien arteko eremu elektriko alternoaren maiztasuna,
- (b) protoien abiadurarik handiena beraien ibilbidearen erradio maximoak 0.2 m balio bada.
- (c) Zenbatekoa izan beharko litzateke protoiak azeleratuko lituzkeen potentzial-diferentziaren balioa aurreko ataleko abiadura berbera lortzeko?

[*Datuak:* protoiaren karga, $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C; protoiaren masa, $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.]

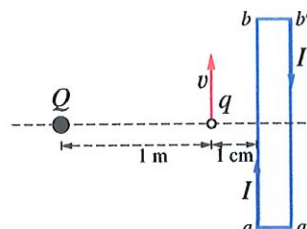
[*Sol.:* (a) $f = 2 \times 10^7$ Hz; (b) $v_m = 2.51 \times 10^7$ m/s; (c) $\Delta V = 3.29 \times 10^6$ V.]

23 Kalkula ezazue Q kargaren balioa q kargaren gaineko indar erresultantea nulua izan dadin irudian adierazten den posiziotik igarotzen den aldiunean.

[*Datuak:* $v = 1$ m/s; $I = 10$ A; $\overline{aa'}$ eta $\overline{bb'}$ = 3 cm.]

[*Oharra:* \overline{ab} eta $\overline{a'b'}$ oso luzeak dira ariketako beste dimentsio guztiekin konparatuta.]

[*Sol.:* $Q = -1.667 \times 10^{-14}$ C.]

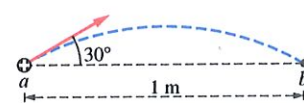


24 Lor ezazue 90 MeV-eko energia duen protoi bati irudiko a puntutik b puntura igaroeraziko dion eremu magnetikoa.

[*Datuak:* protoiaren karga eta masa, $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C eta $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.]

[*Oharra:* Emandako energia handia dela eta, izatez fisika erlatibistaren bidez ebatzi beharko litzateke ariketa hau. Arlo honetan, energia zinetikoa pausaguneko energiatik energia osora dagoena da. Dena den, guk fisika klasikoa erabiliko dugu.]

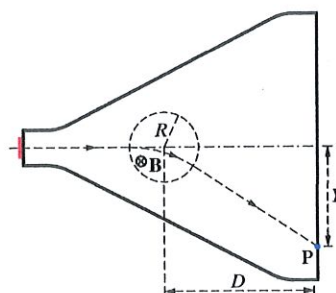
[*Sol.:* $B = 1.37$ T.]



25 Tebistako hodi baten barneko elektroi sorta azeleratu egiten da ΔV potentzial-diferentzia baten bidez. Ondoren, elektroi sorta hori B eremu magnetikoa dagoen eta R erradioa duen espazioalde batera jaurtikitzen da. Eremuak elektroi sorta desbideratzen du eta honek pantailako P puntuan jotzen du. Espazioalde zilindrikoaren ardatzetik pantailarainoko distantzia D bada, kalkula ezazue elektroi sortaren deflexioa, Y delakoa, elektroi sorta pantailara heltzen denean.

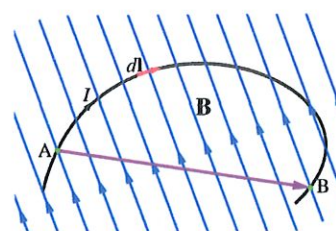
[*Laguntza:* $\tan \theta = 2 \tan(\theta/2) / \{1 - \tan^2(\theta/2)\}$.]

[*Sol.:* $Y = (2DR/B) \sqrt{2m\Delta V/e} / \{(2m\Delta V/eB^2) - R^2\}$]



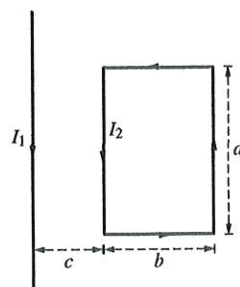
26 Froga ezazue ezen edonolako tankera duen hari eroale bati eremu magnetiko uniforme batek egiten dion indarra, hariaren eitearen independentea dela, eta zuzena izango balitz bezala har daitekeela. Zenbatekoa izango litzateke indar oso hori gure eroalea zirkuitu itxi bat balitz?

[*Sol.:* (b) $\oint d\mathbf{F} = \mathbf{0}$.]



27 Kalkula ezazue eskuineko irudiko espira errektangeluarrak hari eroale luzeari egiten dion indarra, betiere eroale zuzena oso luzea dela ariketan emandako beste distantzia guztiekin konparatuta kontsideratuz. Har itzazue datutzat eroale bietatik igarotzen diren korrante-intentsitateak, I_1 eta I_2 direlakoak.

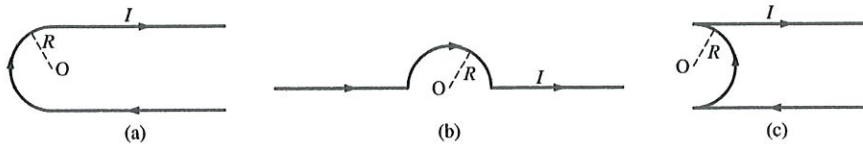
[*Sol.:* $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} = (\mu_0 I_1 I_2 / 2\pi) \{ab / [(b+c)c]\} \mathbf{j}$.]



28 (a) Kalkula ezazue ondorengo zirkuituak hari erdizirkularren zentroan, O puntuan, $B = 2 \times 10^{-3}$ T-ko eremu magnetikoa sortzeko behar den I korrontearen intentsitatea, $R = 4.14$ cm bada.

(b)–(c) Aurreko atalean lortu dugun korrontearen intentsitatea datutzat hartzen badugu, bai eta ezaugarri

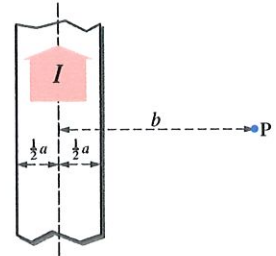
geometrikoak ere, zenbatekoak dira zirkuitu erdizirkularraren zentroan, O puntuan, sortuko dituzten eremu magnetikoen balioak?



[Sol.: (a) $I = 161 \text{ A}$; (b) $B = 1.22 \times 10^{-3} \text{ T}$; (c) $B = 4.44 \times 10^{-4} \text{ T}$.]

29 Irudiko xaflaren luzera oso handia da eta beraren lodiera, bastergarria, biak a zabalerarekin konparatuta. Xaflak I korronea darama uniformeki banaturik beraren zabaleran. Kalkula ezazue korrone honek sortzen duen eremu magnetikoa P puntuan, xaflaren ardatzetik b distantziara.

[Sol.: $B = (\mu_0 I / 2\pi a) \ln[(2b + a)/(2b - a)]$.]



Termodinamika

- 1** Zenbateko bolumena betetzen du gas baten mol batek $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ko temperaturan eta 1 atm -eko presiopean?
[Sol.: $V = 22.4\text{ L}$.]
- 2** Alkohol etilikoaren ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) lagin batek 806 kg/m^3 -ko dentsitatea eta $2 \times 10^{-3}\text{ m}^3$ -ko bolumena ditu.
(a) Determinatu alkohol etilikoaren molekula baten masa (kg-tan).
(b) Aurki ezazu laginean dagoen N molekula-kopurua.
[Sol.: (a) $7.65 \times 10^{-26}\text{ kg}$; (b) $N = 2.11 \times 10^{25}$]
- 3** Gas batek 2 L -ko bolumena betetzen du 1 atm -eko presiopean eta $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ko temperaturan. Berotu egiten da gasa $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ -taraino eta aldi berean konprimitu egiten da bere bolumena 1.5 L -koa izan arte. Kalkula ezazue presio berria.
[Sol.: $p = 1.47\text{ atm}$.]
- 4** CO_2 gasaren 100 g -k 55 L -ko bolumena betetzen dute 1 atm -eko presiopean.
(a) Kalkulatu gasaren temperatura.
(b) Bolumena 80 L -tara eramaten bada, temperatura konstante mantenduz, zenbatekoa izango presio berria?
[Sol.: (a) $T = 295\text{ K}$; (b) $p = 0.688\text{ atm}$.]
- 5** Gas baten temperatura $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -tik $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra igotzen bada presio konstantepean, zein faktoretan aldatuko da bere bolumena?
[Sol.: 1.3661]
- 6** Zenbat bero behar da kuprezko 3 kg -ko bloke baten temperatura $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -tan igoteko?
[Datua: Kuprearen bero espezifikoa, $c = 0.386\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$.]
[Sol.: $Q = 23.2\text{ kJ}$.]
- 7** Batzutan, iceberg erraldoiak aurkitzen dira ozeanoan flotatzen. Suposa dezagun halako baten neurriak $120\text{ km} \times 35\text{ km} \times 230\text{ m}$ direla.
(a) Zenbat bero behar da iceberg hori urtutzeko?
(b) Espainiak duen urteroko energia-kontsumoa 10^{18} J ingurukoa da. Energia hori, berotan, urtero icebergari ematen bazaio, zenbat urte beharko ziren icebergara urtutzeko?
[Oharra: icebergaren temperatura $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -koa eta ur likidoak bukaerako egoeran izango duen temperatura ere $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -koa dela suposatzen dugu.]
[Datuak: izotzaren dentsitatea, $\rho_i = 917\text{ kg/m}^3$; izotzaren fusio bero-sorra, $L_{f,i} = 3.35 \times 10^5\text{ J/kg}$.]
[Sol.: (a) $Q = 2.97 \times 10^{23}\text{ J}$; (b) $t = 297$ urte.]
- 8** Berunaren bero espezifikoa neurtzekotan, metal honen 600 g perdigoi $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ -tara berotzen dira eta aluminiozko kalorimetro batean sartzen dira, zeinek hasieran 500 g ur dituen $17.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ko temperaturan. Sistema osoaren bukaerako temperatura $20.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -koa bada, zein da berunaren bero espezifikoa?
[Datuak: Kalorimetroaren masa, $m = 200\text{ g}$; aluminioaren bero espezifikoa, $c = 0.900\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$; uraren bero espezifikoa, $c = 4.18\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$.]
[Sol.: $c_{\text{pb}} = 0.128\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$.]
- 9** Zenbat bero eman behar zaio $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ko temperaturan dagoen 1 kg -eko izotz zati bati, izotz guztia lurrundu dadin?
[Datuak: Izotzaren bero espezifikoa, $c_i = 2.05\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$; izotzaren fusio-bero sorra, $L_f = 333.5\text{ kJ/kg}$; uraren bero espezifikoa, $c_u = 4.18\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$; uraren lurruntze-bero sorra, $L_l = 2257\text{ kJ/kg}$.]
[Sol.: $Q = 3.05\text{ MJ}$.]
- 10** Limonada-botila bat $33\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ko temperaturan dagoen mahai baten gainean egon da egun osoan. Edalontzi batean, 0.24 kg limonada eta bi izotz-kozkor (bakoitza 0.025 kg -koa, eta $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ko temperaturan) bota dira.
(a) Ingurunera bero-galerarik ez dagoela suposatuz, zein izango da limonadaren bukaerako temperatura?
(b) Zein izango da bukaerako temperatura beste sei izotz-kozkor gehitzen badiogu?
[Oharra: Suposatu limonadak uraren bero espezifikoa bera duela.]
[Datuak: uraren bero espezifikoa, $c = 4.18\text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$; izotzaren fusio-bero sorra, $L_f = 333.5\text{ kJ/kg}$.]
[Sol.: (a) $t_f = 13.5\text{ }^{\circ}\text{C}$; (b) $t_f = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$.]

11 Material ezezagun batek duen fusio-tenperatura $t = -25\text{ }^\circ\text{C}$ -koa da, eta beraren fase likidoaren bero espezifikoa, $c = 160\text{ J/kg}\cdot\text{K}$ -koa. Har ditzagun solidoaren 0.1 kg -ko zatia, $-25\text{ }^\circ\text{C}$ -ko tenperaturan, eta sar dezagun 0.150 kg -ko aluminiozko kalorimetro batean, bere barruan 0.1 kg glizerina daudelarik. Hasiera batean, ontzia eta glizerina $27\text{ }^\circ\text{C}$ -ko tenperaturan aurkitzen dira, eta bukaerako oreka-tenperatura $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ -koa da. Kalorimetroa sistema isolatua dela kontsideratuz, zenbatekoa da material horren fusio bero-sorra?

[*Datuak:* $c_{gl} = 2410\text{ J/kg}\cdot\text{K}$; $c_{al} = 900\text{ J/kg}\cdot\text{K}$.]

[*Sol.:* $L_f = 1.9 \times 10^4\text{ J/kg}$.]

12 75 kg -ko pertsona bat egunero 10000 kJ -ko energia erabiltzen du. Suposa dezagun energia horren %10a lan bezala erabiltzen duela, eta gainontzeko %90a, bero bihurtzen dela. Gorputzak bero hori kanporatzeko biderik ez baleuka, zenbatean igoko litzateke, ordu bakoitzeko, gorputzaren batezbesteko tenperatura? [*Oharra:* har ezazue animalien ehunen bero espezifikoa, uraren bezalakoa dela.]

[*Sol.:* $1.2\text{ }^\circ\text{C/h}$]

13 $23\text{ }^\circ\text{C}$ -tara dagoen ura $1063\text{ }^\circ\text{C}$ -tara¹ dauden 0.180 kg urre urtuaren gainean botatzen da. Ura lurrindu egiten da, lurrina $100\text{ }^\circ\text{C}$ -tara sortuz eta urre solidoa geratzen delarik $1063\text{ }^\circ\text{C}$ -ko tenperaturara. Zein da prozesu hori gerta dadin beharko dugun ur-kantitate minimoa?

[*Datuak:* Urrearen urtze bero-sorra, $L_{Au} = 6.28 \times 10^4\text{ J/kg}$; uraren bero espezifikoa, $c_u = 4.18\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$; uraren lurrintze bero-sorra, $L_u = 2257\text{ kJ/kg}$.]

[*Sol.:* $m = 0.00438\text{ kg}$.]

14 Beroaren eta energiaren baliokidetasuna frogatu nahian, h altueratik termikoki isolatuta dagoen urez betetako ontzi bat utzi da erortzen, zoruarekin talka guztiz inelastikoa egin dezan. Zenbatekoa izan behar da h altuera uraren tenperatura $1\text{ }^\circ\text{C}$ -ean igo dadin?

[*Oharra:* Erorketa galdutako energia osoa uraren tenperatura igotzen erabili dela suposatzen dugu.]

[*Datua:* uraren bero espezifikoa, $c = 4.18\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$.]

[*Sol.:* $h = 426\text{ m}$.]

15 $0\text{ }^\circ\text{C}$ -ko tenperaturara dauden 0.15 kg izotz, $20\text{ }^\circ\text{C}$ -ko tenperaturara dauden 0.25 kg uretan gehitzen badira:

(a) izotz guztia urtuko al da?

(b) zein izango da bukaerako tenperatura?

[*Datuak:* $L_f = 3.35 \times 10^5\text{ J/kg}$, $c_u = 4.18\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$.]

[*Sol.:* (a) Ez; (b) $0\text{ }^\circ\text{C}$.]

16 Bi likido desberdinen masa berdina $25\text{ }^\circ\text{C}$ -ko tenperaturan daude. A likidoaren izozte-tenperatura $-68\text{ }^\circ\text{C}$ -koa da, eta $1850\text{ J/kg}\cdot\text{K}$ -ko bero espezifikoa du. Aldiz, B likidoak $-96\text{ }^\circ\text{C}$ -ko izozte-tenperatura eta $2670\text{ J/kg}\cdot\text{K}$ -ko bero espezifikoa ditu. Bero-kantitate berdina behar da likido biak solidotu daitezen, bakoitza bere izozte-tenperaturara. Determinatu likido bien fusio bero-sorren arteko diferentzia, $L_{fA} - L_{fB}$ delakoa.

[*Sol.:* $L_{fA} - L_{fB} = 1.51 \times 10^5\text{ J/kg}$.]

17 Beruneko bala bat nahiko azkar baldin badoa, urtu egin daitekeela esaten da bapatean geldiarazten bada (adibidez, zerbaitekin talka egiten baldin badu) eta daraman energia zinetiko guztia berotan bihurtzen bada marruskadura dela bide. Zenbatekoa da enuntziatua aipatzen den abiadura hori? [*Oharra:* Hasierako tenperatura $30\text{ }^\circ\text{C}$ -koa dela suposatuko dugu, zeren beruneko balak erabiltzen dituzten zaldunak Medebaldean bizi baitira eta bero egiten baitu.]

[*Datuak:* Berunaren bero espezifikoa, $c = 128\text{ J/kg}\cdot\text{K}$; berunaren fusio bero-sorra, $L_f = 2.32 \times 10^4\text{ J/kg}$; berunaren fusio-tenperatura, $T_f = 327.3\text{ }^\circ\text{C}$.]

[*Sol.:* $v = 350\text{ m/s}$.]

18 Globo esferiko baten materialak 3 kg pisatzen du, eta bere lodiera baztergarria da 1.5 m -ko erradioarekin alderatura. Globo helio gasarekin betetzen da, 305 K tenperaturara, eta horrela globoak airean flotatzea lortzen du, ez gora, ez behera egiten ez duelarik. Inguruko airearen dentsitatea $\rho = 1.19\text{ kg/m}^3$ eta helioaren masa molekularra 4.0023 u badira, zenbatekoa da globoaren barruko presioa?

[*Sol.:* $p = 6.19 \times 10^5\text{ Pa}$.]

¹Urrearen urtze-tenperatura.

19 Sistema bat 80°C -ko temperaturan dagoen 3 kg urez osatuta dago. Beraren gainean 25 kJ-ko lana egiten da paleta-gurpil baten bidez ura irabiatuz, aldi berean bertatik 15 kcal-ko bero ateratzen den bitartean. Zenbatekoa da sistemaren barne-energiaren aldaketa?

[*Datua:* 1 kcal = 4.18 kJ.]

[*Sol.:* $\Delta U = -37.7$ kJ.]

20 Kontsidera ditzagun oxigeno molekulak lurraletik gertu mugitzen, eta baita ere beste oxigeno molekulak ionosferan mugitzen, non bertako temperatura, Kelvinetan neurtua, hiru aldiz handiagoa den. Kalkulatu molekula horien abiaduren batezbesteko balio koadratikoen ('rms' abiadurak) arteko zatidura, ionosferako abiadurena zati lurrazaleko abiadurena, hain zuzen.

[*Sol.:* $\sqrt{3}$.]

21 2 atm-ko presiopean dagoen gas baten 3 L berotzen baldin badira, bere bolumena 5 L-taraino hedatu dadin, zenbatekoa izango da gasak egindako lana?

[*Sol.:* $W = 405.2$ J.]

22 Gas monoatomiko baten 5 mol ditugu, zeintzuk zabaldu egiten diren adiabatikoki, bidean bere tenperatura 370 K-etik 290 K-era jaisten delarik.

(a) Kalkulatu prozesuan burututako lana.

(b) Kalkulatu barne-energiaren aldaketa.

[*Sol.:* (a) $W = 4986$ J; (b) $\Delta U = -4986$ J.]

23 Gas batek lan bat burutzen du $P = 10^5$ Pa-eko presio konstantedun prozesu isobariko batean. Zenbat lan egiten du:

(a) hasierako bolumena $V_1 = 0.01$ m³ eta bukaerako bolumena $V_2 = 0.0224$ m³ badira?

(b) hasierako bolumena $V_1 = 0.02$ m³ eta bukaerako bolumena $V_2 = 0.005$ m³ badira?

[*Sol.:* (a) $W_{12} = 1240$ J; (b) $W_{12} = -1500$ J.]

24 Gas monoatomiko ideal baten mol batek ($\gamma = \frac{5}{3}$) adiabatikoki zabaltzeko egiten duen lana 825 J-koa da. Hasierako tenperatura 393 K-ekoa da, eta hasierako bolumena, 0.1 m³-koa. Kalkulatu:

(a) bukaerako tenperatura, eta

(b) bukaerako bolumena.

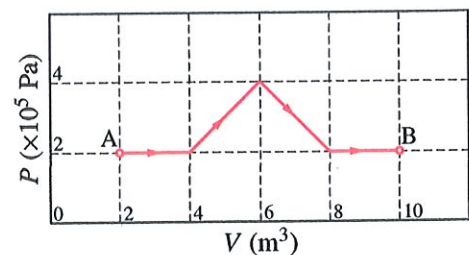
[*Sol.:* (a) $T_f = 326.8$ K; (b) $V_f = 0.132$ m³.]

25 Gas ideal bat hedatu egiten da A puntutik B puntura, irudian erakusten den prozesu luzean zehar.

(a) Determinatu gasak burututako lana.

(b) A puntuko tenperatura $T_A = 185$ K bada, zenbatekoa da B puntuko tenperatura, T_B delakoa?

[*Sol.:* (a) $W_{AB} = 2 \times 10^6$ J; (b) $T_B = 925$ K.]

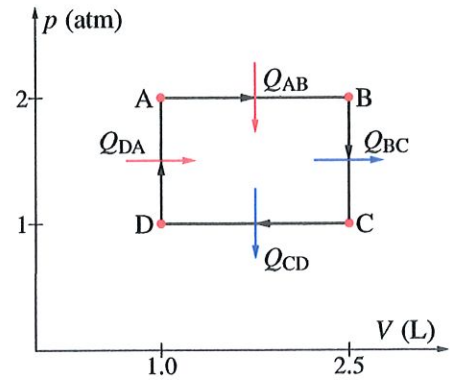


26 Gas ideal monoatomiko baten mol bat ($P_0, V_0, T_0 = 438$ K) egoeran aurkitzen da hasieran. Lehenengo prozesu batean, zabaldu egiten da isotermikoki bere bolumena hirukoiztu arte. Ondoren, konprimatu egiten da isobarikoki bere bolumena hasierakoa izan arte. Azkenez, gasaren presioa igo egiten da bolumena konstante mantentzen delarik (prozesu isokorikoa), bukaerako presioa, bolumena eta tenperatura hasierakoak izan arte. Kalkulatu hiru urratseko prozesu zizliko honetan erabili den bero-kantitate garbia, eta esan berau gasak xurgatutakoa ala botatakoea den.

[*Sol.:* $Q = 1573$ J; gasak xurgatutakoa da bero hori.]

27 Gas ideal batek A-B-C-D-A prozesu ziklikoa burutzen du, irudian erakutsitako moduan. Hasieran, gasak 1 L-eko bolumena eta 2 atm-ko presioa ditu eta, presioa konstante delarik, zabaldu egiten da bere bolumena 2.5 L-koa izan arte. Ondoren, bolumena konstante mantenduz, hoztu egiten da bere presioa 1 atm-ekoa izan arte. Jarraian, konprimitu egiten da presio konstantepean bere bolumena berriro 1 L-ekoa izan arte, eta azkenez, bolumena konstante delarik, berotu egiten da jatorrizko egoerara itzuli arte. Determinatu gasak burututako lan osoa eta zikloan zehar sistemari emaniko bero osoa.

[Sol.: $W_{\text{osoa}} = 152 \text{ J}$; $Q = 152 \text{ J}$.]



28 Aire-kantitate bat ($\gamma = 1.4$) hedatu egiten da adiabatiko eta kuasiestatikoki, hasierako egoeratik ($V = 2 \text{ L}$, $p = 2 \text{ atm}$ eta $t = 20^\circ \text{C}$) bere bolumena hasierakoaren bikoitza izan arte.

(a) Zein da azkeneko presioa?

(b) Zein da azkeneko temperatura?

(c) Zenbatekoa da gasak burututako lana?

[Sol.: (a) $p = 0.758 \text{ atm}$; (b) $t = -51^\circ \text{C}$; (c) $W = 245 \text{ J}$.]

29 Carnot-en motor batek duen etekina 0.40 da. Iturri beroaren Kelvin temperatura lau aldiz handiagoa egiten bada eta iturri hotzarena bikoizten bada, zein izango da aldaketa horien ondorioz lortuko den motorren etekin berria?

[Sol.: $\eta = 0.70$.]

30 Prozesu batean, sistemaren entropia 125 J/K -etan handitzen da. Prozesuan zehar, energia osoa lan bat burutzen erabil daiteke.

(a) Prozesu itzulgarria ala itzulezina da? Zergatik?

(b) Determinatu zenbatekoa den inguruaren entropia-aldaketa.

[Sol.: (b) $\Delta S = -125 \text{ J/K}$.]

31 Helio likidoa dugu ontzi esferiko baten barruan ($r = 0.3 \text{ m}$) bere irakite-temperaturara, $T = 4.2 \text{ K}$ delakora. Ontzia gorputz beltz perfektua da. Ontzia geruza esferiko batez dago inguratuta, 77 K -eko tenperaturara, eta geruza esferikoaren eta ontziaren artean hutsa dago. Zenbat helio baporatzen da orduoro?

[Datua: helioaren fusio bero-sorra, $L_f = 2.1 \times 10^4 \text{ J/kg}$; Stefan-Boltzmann-en konstantea, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$.]

[Sol.: $m = 0.39 \text{ kg/h}$.]

32 Zilindro solido bat erradiatzen ari da. Zilindroa erradioa halako hamar da luze. Zilindroa N zilindro txiki eta berdinetan ebakitzen da. Zilindro bakoitza jatorrizko zilindroaren temperatura berean aurkitzen da. N zilindro txikien erradiazio-potentzia osoa, jatorrizko zilindroaren erradiazio-potentziaren bikoitza da. Zenbat zilindro txikitan zatitu da jatorrizko zilindroa?

[Sol.: $N = 12$.]

33 Lapiko baten hondoa aluminiozkoa da eta beste batena (geometria berdinekoa), kuprezkoa. Lapiko bietan ura irakiten dugu erritmo berebean, 100°C -ko tenperaturan. Aluminiozko lapikoa $T_{\text{Al}} = 155^\circ \text{C}$ -ko tenperaturan dagoen bero-iturri baten gainean aurkitzen da. Beroa lapikoetara soilik beraien hondotik sartzen dela suposatuz, lor ezazue kuprezko lapikoaren bero-iturriaren tenperatura.

[Datua: Aluminioaren eroankortasun termikoa, $\kappa_{\text{Al}} = 240 \text{ J/s} \cdot \text{m} \cdot \text{K}$; kuprearen eroankortasun termikoa, $\kappa_{\text{Cu}} = 390 \text{ J/s} \cdot \text{m} \cdot \text{K}$.]

[Sol.: $T_{\text{Cu}} = 134^\circ \text{C}$.]

34 Kilo bat ur 0°C -tik 100°C -ra berotzen da. Kalkulatu uraren entropia-aldaketa prozesuan.

[Datua: uraren bero espezifikoa, $c = 4.18 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$.]

[Sol.: $\Delta S = 1.305 \times 10^3 \text{ J/K}$.]

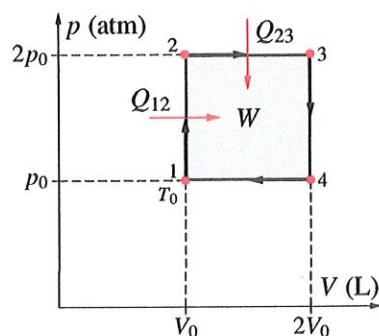
35 Gas ideal baten n molek ondoko irudian ikusten den zikloari jarraitzen dio:

- 1 \rightarrow 2: konpresio isokorua, presioa hasierakoa bikoiztu arte,
- 2 \rightarrow 3: espantsio isobaroa, bolumena hasierakoa bikoiztu arte,
- 3 \rightarrow 4: dekonpresio isokorua, presioa hasierakoa izan arte, eta
- 4 \rightarrow 1: konpresio isobaroa, hasierako egoerara iritsi arte.

Zenbatekoa izango da halako motor baten etekina?

[Datuak: $c_V = 3 \text{ cal/mol} \cdot \text{K}$; $R = 2 \text{ cal/mol} \cdot \text{K}$.]

[Sol.: $\eta = 0.154$ (edota %15.4).]



36 Ontzi batean $m_i = 0.1 \text{ kg}$ izotz 0°C -ko tenperaturan, $m_u = 0.2 \text{ kg}$ ur 100°C -ko tenperaturan eta $m_l = 0.01 \text{ kg}$ ur-lurrin 100°C -ko tenperaturan, 1 atm -eko presiopean, nahasten dira.

- (a) Zein izango da oreka termikora helduko direneko tenperatura?
- (b) Zenbatekoa izango da nahastearen entropia-aldaketa oreka termikora heltzen denean?

[Datuak: lurrintze bero-sorra, $L_v = 2.257 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$; fusio bero-sorra, $L_f = 3.34 \times 10^2 \text{ kJ/kg}$; ur likidoaren bero espezifikoa, $c = 4.18 \text{ kJ/kg}$.]

[Sol.: (a) $t_e = 59.4^\circ\text{C}$; (b) $\Delta S = 44 \text{ J/K}$.]

37 Froga ezazue ezen T_1 tenperaturan dagoen likido baten m masa likido berdinarene eta T_2 tenperaturan dagoen $M = nm$ masa batekin nahasten badira, sistemaren entropia-aldaketa honelaxe idatz daitekeela:

$$\Delta S = (n + 1)mc_p \ln \left[\frac{T_1 + nT_2}{(n + 1)\sqrt[n]{T_1 T_2^n}} \right]$$

non datuztat likidoaren presio konstantepeko bero espizifikoa ematen den, c_p delakoa.

Optika geometrikoa

1 Lanpara txiki bat urpean aurkitzen da, 10 m-ko sakoneran, eta norabide guztietan igortzen du bere argia. Ur azalean, txalupa bat lanpararen bertikaletik argia gehiagorik ikusten ez den tokiraino abiatzen da. Zenbateko distantzia ibili du txalupak?

[*Datua:* Uraren errefrakzio-indizea, $n = \frac{4}{3}$.]

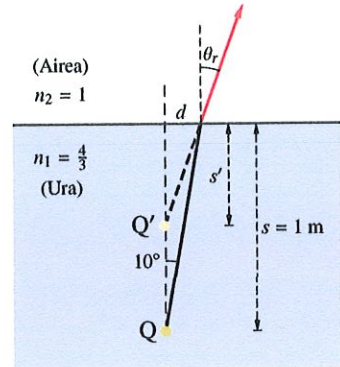
[*Sol.:* $d = 11.34$ m.]

2 Urpean 1 m-eko sakoneran dagoen objektu bat airetik begiratzeko ari gara. (a) Zenbatekoa da normalarekin 10° -ko angelua osatzen duen objektutik irteten den argi-izpi bati dagokion izpi errefraktatuaren angelua?

(b) Non ematen du dagoela objektua?

[*Oharra:* Airera irteten den izpi errefraktatua Q' puntutik datorrela ematen du, eta Q' puntu horren sakonera eskatzen digute, non Q den objektuaren benetako posizioa eta Q' , bere irudizko posizioa.]

[*Sol.:* (a) $\theta_r = 13.39^\circ$; (b) 0.74 m.]



3 Ispilu esferiko ahur baten kurbadura-erradioak 40 cm balio du. Marraz itzazue ispilitik hurrengo distantzietara kokaturiko objektuen irudiak sortzeko (sortuko badira) erabiliko diren izpien diagramak: (a) 100 cm-ra, (b) 40 cm-ra, (c) 20 cm-ra eta (d) 10 cm-ra. Esan kasu bakoitzean irudia erreala ala alegiazkoa den, zuzena ala alderantzikatua den, eta handitua ala txikitua den. Halaber, erabil ezazue ispiluaren ekuazioa irudien posizioak kalkulatzeko, bai eta alboko handipenarena ere.

[*Sol.:* (a) $s' = -25$ cm, erreala, alderantzikatua, txikiagoa, $\beta' = -0.25$;

(b) $s' = -40$ cm, erreala, alderantzikatua, berdina, $\beta' = -1$;

(c) $s' = \infty$, erreala, alderantzikatua, handiagoa;

(d) $s' = 20$ cm, alegiazkoa, zuzena, handiagoa, $\beta' = 2$.]

4 Errepikatu aurreko ariketa kurbadura-erradio berdina duen ispilu ganbila bada.

[*Sol.:* (a) $s' = 16.7$ cm, alegiazkoa, zuzena, txikiagoa, $\beta' = 0.167$;

(b) $s' = 13.3$ cm, alegiazkoa, zuzena, txikiagoa, $\beta' = 0.33$;

(c) $s' = 10$, alegiazkoa, zuzena, txikiagoa, $\beta' = 0.5$;

(d) $s' = 6.67$ cm, alegiazkoa, zuzena, txikiagoa, $\beta' = 0.667$.]

5 Aurki ezazue $n = 1.62$ errefrakzio-indizea duen beirazko leiar baten distantzia fokala, zeinek 100 cm-ko erradiodun gainazal ahur bat eta 40 cm-ko gainazal ganbil bat dituen.

[*Sol.:* 107.53 cm.]

6 Poliestirenoz ($n = 1.59$) egindako leiar konbergente batek 50 cm-ko distantzia fokala du. Beraren gainazal bat ganbila da, 50 cm-ko erradioduna. Aurki ezazue bigarren gainazalaren erradioa. Ahurra ala ganbila al da?

[*Sol.:* -71.95 cm, ganbila.]

7 10 cm-ko distantzia fokala duen leiar mehe bat objektu txiki baten tamaina baino tamaina bikoitza duen irudia lortzeko erabiltzen da. Kalkula itzazue objektu distantzia eta irudi distantzia, kasu bakoitzean argi-izpien diagrama marraztuz::

(a) irudia zuzena izan behar bada, eta

(b) irudia alderantzikatua izan behar bada.

[*Sol.:* (a) $s = -5$ cm, $s' = -10$ cm; (b) $s = -15$ cm, $s' = 30$ cm.]

8 Froga ezazue ezen bi leiar mehen distantzia fokalak f_1 eta f_2 badira, ukipenean ipiniz gero sistemak izango lukeen leiar bakar baliokidearen distantzia fokalak erlazio hau betezen duela:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

[*Oharra:* Lehenengo leiarrak sortutako irudia, objektua da bigarren leiarrantzat: $s_2 = -s'_1$.]

9 $n_1 = 1.5$ errefrakzio-indizea duen leiar baten alde bat launa da eta bestea, ahurra, 20 cm-ko erradioduna. Leiarra horizontalki kokatzen da, alde ahurra gorantz begiratzen duelarik, eta alde hori urez betetzen da ($n_2 = \frac{4}{3}$). Zenbatekoa da ur-leiar sistemaren distantzia fokala?

[Oharra: Har ezazue sistema osoa ukipenean dauden bi leiarrez osatutako sistema balitz bezala.]

[Sol.: -1.2 m.]

10 Bi leiar konbergente, bakoitza 10 cm-ko distantzia fokalduna, 35 cm-ko distantzia batez banandurik daude. Objektu bat lehenengo leiarraren ezkerrean dago, 20 cm-ra.

(a) Lor ezazue azkenengo irudiaren posizioa bai izpien diagrama zein leiar mehen ekuazioa erabiliz.

(b) Irdia, erreala ala alegiazkoa al da? Zuzena ala alderantzikatua?

(c) Zenbatekoa da irudiaren alboko handipen osoa?

[Sol.: (a) $s'_2 = 30$ cm; (b) erreala, zuzuena; (c) $m = 2$.]

11 50 cm-ko distantziaz banandurik dauden bi leiar mehez osaturiko sistema dugu, zeinek lehenengo leiarretik 30 cm ezkerrean dagoen objektu erreala baten irudia eratzen duen. Bukaerako irudia jatorrizko objektua baino sei aldiz handiagoa eta objektuarekiko alderantzikatua dela jakinik, eta lehenengo leiarra konbergentea dela 20 cm-ko distantzia fokalarekin, determinatu:

(a) lehenengo leiarrak sortutako irudiaren alboko handipena,

(b) bigarren leiarrak sortutako irudiaren alboko handipena,

(c) leiar biek sortutako bukaerako irudiaren kokapena, eta

(d) Bigarren leiarraren distantzia fokala. Konbergentea ala dibergentea al da?

[Sol.: (a) $\beta'_1 = -2$; (b) $\beta'_2 = 3$; (c) $s' = s'_2 = 30$ cm; (d) $f'_2 = -15$ cm, dibergentea.]

12 (a) Zenbatekoa da 10 balioko handipena duen lupa baten distantzia fokala?

(b) Luparekiko zenbateko distantziara egon behar da objektua halako handipena lortzeko?

[Oharra: objektua luparekin fokatzen denean, irudia lupatik 25 cm-ra eratzen da.]

[Sol.: (a) 2.78 cm; (b) 2.5 cm.]

13 $n = \frac{4}{3}$ errefrakzio-indizea duen material batekin leiar launganbil bat egin nahi da, lupa gisa erabiltzeko. Leiarraren ahalmena 4 dioptriakoa da. Determinatu:

(a) dioptrioen kurbadura-erradioak,

(b) handipen maximoa, eta

(c) aztertzen ari garen objektuak leiarrarekiko duen posizioa handipen hori lortzeko.

[Oharra: kontsidera ezazue ezen handipen maximoa lupak eratzen duen irudia lupatik 25 cm-ra dagoenean lortzen dela.]

[Sol.: (a) 8.33 cm; (b) 2; (c) 12.5 cm.]

14 Mikroskopia bat egin nahi da, zeinen okularrak alegiazko irudi bat eratzen duen 25 cm-ra eta 50-eko handipena duen, aldi berean objektiboak 0.5 cm-ko distantzia fokala duelarik. Objektiboaren eta okularraren arteko distantzia 10.5 cm-koa dela jakinik:

(a) zenbatekoa da okularraren distantzia fokala?,

(b) zer motatako leiarrak dira objektiboa eta okularra, konbergenteak ala dibergenteak?,

(c) zenbatekoa da objektua dagoen portaren eta objektiboaren arteko distantzia?,

(d) zenbatekoa da mikroskopiaren handipen osoa?, eta

(e) zeintzu dira objektiboaren eta okularraren ahalmenak?

[Sol.: (a) 0.51 cm; (b) konbergenteak; (c) -0.526 cm; (d) $m = -950$; (e) obj: 200 D, oku: 196 D.]

15 Objektibo eta okular deitzen diren bi leiarrez eginiko mikroskopiaok objektu baten tamaina baino 720 aldiz handiagoa den irudi alderantzikatu bat eratzen du. Okularraren eta objektiboaren arteko distantzia 20.5 cm-koa dela jakinik, bai eta okularrak eratutako irudia alegiazkoa eta okularraren aurretik 25 cm-ra dagoela eta okularraren handipena 10 dela, kalkulatu:

(a) objektiboaren handipena,

(b) objektua kokatuta dagoen distantzia,

(c) okularraren distantzia fokala, eta

(d) objektiboaren distantzia fokala.

[Sol.: (a) -72 ; (b) 0.25 cm objektiboaren aurretik; (c) $f_{ok} = 2.78$ cm; (d) $f_{ob} = 0.2466$ cm ≈ 0.25 cm.]

16 Pertsona batek 0.5 m-ra du bere begien urruneko puntua.

(a) Zenbateko distantzia fokala eduki behar dute bere betaurrekoek urrutiko objektuak nitidoki ikus ditzan?

(b) Bere moldatze-ahalmena 4 dioptriakoa bada, non aurkitzen da bere puntu hurbila betaurreko barik?

(c) Non aurkitzen da bere puntu hurbila betaurrekoekin?

[Sol.: (a) -0.5 m; (b) 16.67 cm; (c) 25 cm.]

17 Pertsona hipermetrope batek 3 dioptriako potentzia duten betaurrekoak erabiltzen ditu liburuak irakurtzeko, 25 cm-ko distantziara. Non aurkitzen da bere puntu hurbila betaurreko barik?

[Sol.: 1 m.]

18 Adin ertaineko pertsona miope batek 0.1 m-ra du bere puntu hurbila, eta moldatze-potentzia, 2 dioptriakoa da. Aurki ezazue bere urruneko puntuaren distantzia:

(a) betaurreko barik,

(b) bere puntu hurbila 25 cm-ra desplazatzeko erabiltzen dituen betaurrekoekin.

[Sol.: (a) -12.5 cm; (b) -0.5 m.]

19 Ispilu esferiko ahur batek 16 cm-ko kurbadura-erradioa du.

(a) Kalkula ezazue bere distantzia fokala.

(b) Ispilutik zenbateko distantziara ipini behar dugu objektu bat bere irudia lau aldiz handiagoa eta alderantzikatua izan dadin?

(c) Ispiluak duen distantzia fokal berdina duen leiar bat egin nahi da, $n = 1.5$ errefrakzio-indizea duen beira batekin, bere aurpegi bat launa izanik. Zenbatekoa izan behar da beste aurpegiaren kurbadura-erradioa? Ahurra ala ganbila al da?

(d) Zein izango litzateke aurreko ataleko leiarraren potentzia?

[Sol.: (a) -8 cm; (b) -10 cm; (c) $r_1 = \infty$, $r_2 = 4$ cm, launahurra; (d) -12.5 D.]

20 Proiektagailu baten leiarrak pantaila batean eratzen du diapositiba baten irudia. Pantailaren eta leiarraren arteko distantzia 2 m-koa dela, eta diapositibaren eta leiarraren artekoa, 8 cm-koa:

(a) determinatu proiektagailuaren leiarraren distantzia fokala eta ea konbergentea ala dibergentea den.

(b) Diapositibako siluetak 3.5 mm-ko altuera badu, zenbatekoa da bere irudiak pantailan hartuko duen altuera? Irudi hau, zuzena ala alderantzikatua al da?

(c) Pantailako irudiaren tamaina 35 cm-koa izan dadila nahi badugu, pantailatik zenbateko distantziara ipini behar da proiektagailuaren leiarra?

(d) Aurreko atalean esandako irudiaren tamaina berbera lortu nahi bada, baina proiektagailua mugitu barik, zenbatekoa izan beharko zen proiektagailuaren leiarraren distantzia fokala?

[Sol.: (a) 7.69 cm, konbergentea; (b) -8.75 cm, alderantzikatua; (c) 7.77 m; (d) 1.98 cm.]

21 Leiar launahur bat dugu, 20 cm-ko distantzia fokalarekin (balio absolutuan).

(a) Esan leiarra konbergentea ala dibergentea den.

(b) $n = 1.5$ errefrakzio-indizeko beiraz egina dagoela jakinik, determinatu aurpegi ahurraren kurbadura-erradioa.

(c) Leiarretik zenbateko distantziara kokatu behar da objektu erreal bat bere irudiak objektuaren tamainaren bostena izan dezan? Irudia, erreala ala alegiazkoa al da? Zuzena ala alderantzikatua?

(d) Leiar hau pertsona baten ikusmen-akats batzu zuzentzeko erabiltzen da, honekin egindako betaurrekoen bitartez. Kalkulatu betaurreko hauen potentzia. Kalkulatu pertsona horren urruneko puntuaren posizioa betaurreko barik. Zer nolako ikusmen-akatsa du pertsona horrek?

[Sol.: (a) dibergentea; (b) $r = 10$ cm; (c) $s = 80$ cm, alegiazkoa eta zuzena; (d) $P = -5$ D, $s_{up} = 20$ cm, miopea da.]

22 Leiar mehe biganbil baten bitartez objektu erreal baten tamaina baino sei aldiz handiagoa den irudi bat lortu nahi da leiarretik 4 m-ra dagoen pantaila batean. Kalkulatu:

(a) objektuaren posizioa, eta

(b) leiarraren distantzia fokala.

(c) $n = 1.5$ errefrakzio-indizea duen beiraz egin dagoela jakinik, eta leiarra simetrikoa dela (aurpegi biek kurbadura-erradio berdina dutela), kalkula ezazue aurpegien kurbadura-erradioa.

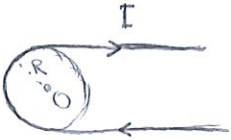
(d) Leiar hau pertsona baten ikusmen-akats batzu zuzentzeko erabiltzen da, honekin egindako betaurrekoen bitartez. Kalkulatu betaurreko hauen potentzia. Kalkulatu pertsona horren puntu hurbilaren posizioa betaurreko barik. Zer nolako ikusmen-akatsa du pertsona horrek?

[Sol.: (a) $s = -66.7$ cm; (b) $f = 57.1$ cm; (c) $r = 57.1$ cm; (d) $P = +1.75$ D, $s_{PH} = 44.4$ cm, hipermetropia edo presbizia.]

B. Option

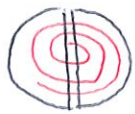
$$B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$R = 4 \Omega$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$

22.

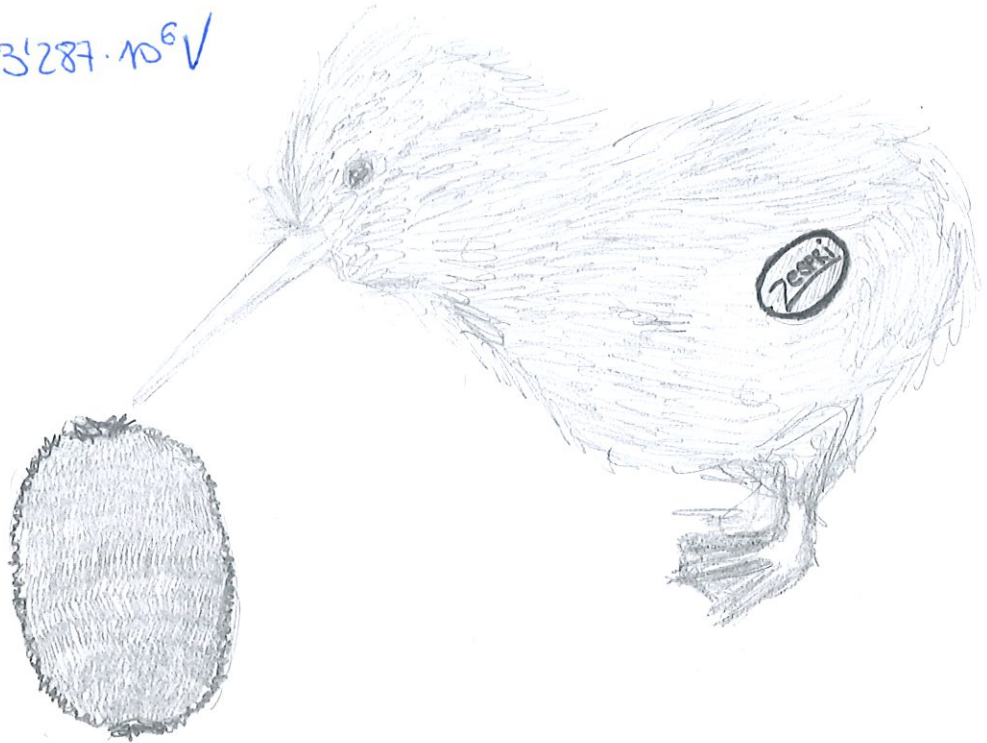


$$B = 1.3 \text{ T}$$

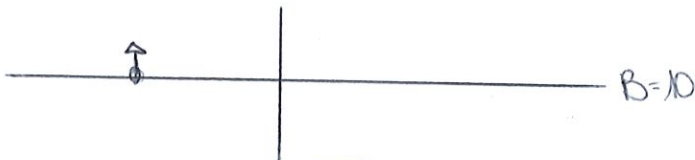
$$a) \quad f = \frac{qB}{2\pi m} = 1.99 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

$$b) \quad R = 0.2 \text{ m} \quad B = \frac{mv}{Rq} \quad v = \frac{BRq}{m} = 2.51 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$c) \quad \Delta V = \frac{mv^2}{2q} = 3.287 \cdot 10^6 \text{ V}$$



12.



$$B = \frac{s'}{s} = \frac{25}{+s} \quad \frac{+25}{10} = s = 2.5$$

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{+2.5} = \frac{1}{f'} \quad f' = 2.78 \text{ cm}$$

$$s = 2.5 \text{ cm}$$

13. $n = 1.25$



a) $p = 1/f' \quad f' = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{\infty} \right) = 0.25 \frac{1}{R_1} \quad \frac{1}{25} = 0.25 \frac{1}{R_1} \quad R_1 = 8.33 \text{ cm}$$

b) $B = \frac{s'}{s} \quad f' = 25 \text{ cm} \quad \frac{1}{-3} + \frac{1}{+s'} = \frac{1}{25} \quad \frac{1}{-3} = \frac{1}{25} + \frac{1}{s} = 0.08 \quad s = -12.5$

$$s' = 25 \quad \frac{+s'}{s} = B \quad B = 2$$

21. $B = 0.9$

a) $v_1 = 1.1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

$$E = vB = 0.9 \cdot 1.1 \cdot 10^5 = 99000 \text{ N/C}$$

b) $IT = B$

$$m = 6.68 \cdot 10^{-27}$$

$$q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$B = \frac{mv}{Rq}$$

$$R = \frac{mv}{Bq} = 4.5925 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

c) $\Delta R = 24.78 \text{ mm} = 0.02478 \text{ m}$

$$\frac{m_1 v}{B q_1} - \frac{m_2 v}{B q_2} = 0.02478$$

$$\frac{6.68 \cdot 10^{-27} \cdot 1.1 \cdot 10^5}{1.6 \cdot 10^{-19}} - \frac{m_2 \cdot 1.1 \cdot 10^5}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 0.02478$$

$$m_2 = 2.93 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

ΣΙΛΕΚΤΡΟΜΑΓ + υλικά

ΛΗΜΝ.

1. $\lambda = 0.03 \text{ m}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ $t = 0.5 \text{ s}$

a) $f = \frac{3 \cdot 10^8}{0.03} = 10^{10} \text{ Hz}$

b) $N = \frac{0.5}{1/10^{10}} = 5 \cdot 10^9 \text{ uhin oszo}$


c) $d = 3 \cdot 10^8 \cdot 0.5 = 1.5 \cdot 10^8 \text{ m}$


2. $f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

a) $\frac{1}{6 \cdot 10^{14}} = 1.66 \cdot 10^{-15} \text{ s} = T$

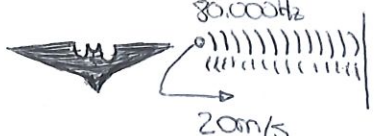
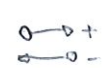
b) $\lambda = cT = 3 \cdot 10^8 \cdot 1.66 \cdot 10^{-15} = 4.98 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

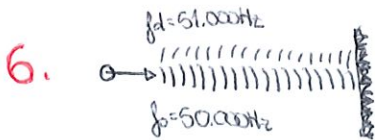
c) $n_1 c_1 = n_2 c_2$ miniszorok bekezesben darsi
 $\lambda = 0.75 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1.66 \cdot 10^{-15} = 3.735 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

3. 
 $c = 1 \text{ m/s}$ *egyetlen ciklus ideje, egy nagy veztes zertartokun: F = ma*

4. 500 Hz
 2 m/s
 a) $f_d = \frac{v - v_d}{v - v_i} f_0$
 $f_d = \frac{344}{344 + 2} 500 = 497.1 \text{ Hz}$

b) 502.9 Hz

5. 
 $80,000 \text{ Hz}$
 20 m/s
 $v = 344 \text{ m/s}$
 $f_d = \frac{v - v_d}{v - v_i} f_0 = \frac{v - v_d}{v - v_i} \left(\frac{v - v_d}{v - v_i} f_0 \right)$
 $f_d = \frac{-344 + 20}{-344} \left(\frac{344 - 0}{344 + 20} 80,000 \right) = 8.988 \cdot 10^4 \text{ Hz}$




$$a) f_d = \frac{v-v_d}{v-v_i} f_0 = \frac{v-v_d}{v-v_i} \left(\frac{v-v_d}{v-v_i} f_0 \right) = \frac{-344}{-344-v_s} \left(\frac{344-v_s}{344} f_0 \right)$$

$$51000 \text{ Hz} = \left(\frac{-344}{-344-v_s} \right) \left(\frac{344-v_s}{344} 50000 \right)$$

$$51000(-344-v_s) = -344 \left(\frac{344-v_s}{344} 50.000 \right)$$

$$\frac{51000(-344-v_s)}{50.000} = -344 \left(\frac{344-v_s}{344} \right)$$

$$\frac{1'02(-344-v_s)}{-344} = \frac{344-v_s}{344}$$

$$-1'02(-344-v_s) = 344-v_s$$

$$350'88 + 1'02v_s = 344-v_s$$

$$350'88 - 344 = -1v_s - 1'02v_s$$

$$-2'02v_s = 6'88$$

$$\underline{v_s = -3'4 \text{ m/s}}$$

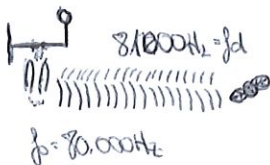
ergründeten azadua = 3'4 m/s

b) 50.000 Hz.

7. $f_d = 100 \text{ Hz}$ $v_{os} = 1570 \text{ m/s}$
 $f_0 = 5 \cdot 10^6 \text{ Hz}$

$$100 = \frac{1570 - 0}{1570 - v_0} 5 \cdot 10^6 \quad 2 \cdot 10^{-5} = \frac{1570}{1570 - v_0}$$

9.



$$a) \lambda = ct = 344 \cdot \frac{1}{80000} = 4'25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$c) t = 0'1 \text{ s}$$

$$s = vt = \frac{344 \cdot 0'1}{2} = \underline{\underline{17 \text{ m}}}$$

$$b) f_d = \frac{v-v_s}{v-v_e} \left(\frac{v-v_e}{v-v_0} f_0 \right) = \frac{-344-v_s}{-344-v_e} \left(\frac{344-v_e}{344} f_0 \right)$$

$$81000 = \frac{-344}{-344-v_e} \left(\frac{344-v_e}{344} 80000 \right)$$

$$\frac{1'0125(344)}{-344} = \frac{344-v_e}{-344-v_e}$$

$$1'0125 = \frac{-344}{-344-v_e} \left(\frac{344-v_e}{344} \right)$$

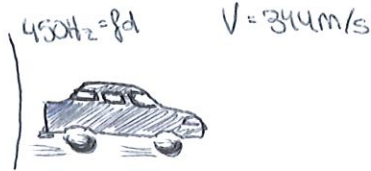
$$-1'0125 = \frac{344-v_e}{-344-v_e}$$

$$v_e = -2'136 \text{ m/s (hurbiltzen } \ominus)$$

$$348'3 + 1'0125v_e = 344 - v_e$$

$$2'0125v_e = -4'3$$

11.



$$T = 2 \text{ms}$$

$$a) T = \frac{1}{f} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.002 \text{s}} = 500 \text{Hz} = f_0$$

$$b) f_d = \frac{v - v_a}{v} f_0 = \frac{344 - v_a}{344} 500 \text{Hz} = 450 \text{Hz}$$

$$\frac{450}{500} \cdot 344 = 344 - v_a \quad v_a = \underline{34.4 \text{m/s}} \text{ (umritzen)}$$

$$309.8 = 344 - v_a$$

$$c) f_d = \frac{-344 - 0}{-344 - 34.4} \left(\frac{344 - 34.4}{344} f_0 \right) = \underline{409.09 \text{Hz}}$$



$$N = 2304 \text{ 4'5s}^{-1}$$

$$v_s = 344 \text{m/s}$$

$$a+b) 2304 \text{ 4'5s}^{-1} \cdot \frac{1 \text{s}}{4.5 \text{s}} = 512 \text{ 4'1s}^{-1} \quad f_0 = 512$$

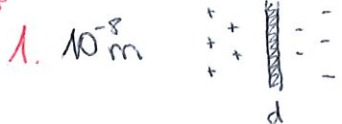
$$N = \frac{t}{T} \quad 512 = \frac{L}{T} \quad T = 1.953125 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda = 344 \cdot 1.953125 \cdot 10^{-3} = 0.671875 \text{m}$$

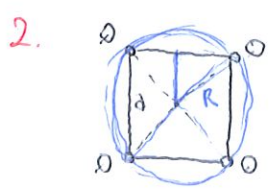
$$c) \text{ (stick figure moving right)} \quad f_d = f_0 - 10 \text{Hz} = 502 \text{Hz}$$

$$512 = \left(\frac{344 - v_a}{344 - v_i} 502 \right) = \frac{344}{344 - v_i} 502 \quad v_i = \underline{18.4375 \text{ (addieren) m/s}}$$

Σ Ερωτήσεων



$$F = k \frac{q_1 + q_2}{r^2} \hat{r}$$

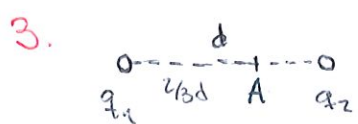


$$R^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$R^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{2a^2}{4}$$

a) εσωμ ηλεκτρικα = 0

b) $V = k \frac{Q}{r} = k \frac{Q}{a\sqrt{2}}$ $R = \sqrt{\frac{2a^2}{4}} = a\sqrt{1/2}$

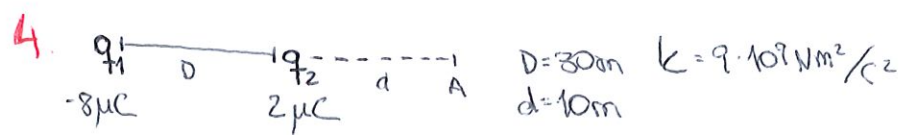


$$q_2 = \frac{1}{2} q_1 \quad q_1 = 2 \mu\text{C} \quad q_2 = 1 \mu\text{C}$$

a)

$$E = k \frac{q_1 q_2}{(2/3 d)^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 1}{(2/3 \cdot 10)^2} = 405 \text{ N/C} \quad \leftarrow \text{1 } q_1 \text{ προς } q_2$$

b) $V = k \frac{Q}{r} = 54 \cdot 10^3$



$$E = k \frac{Q}{r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{0'0000008 \text{ C} \cdot 0'0000002 \text{ C}}{10}$$

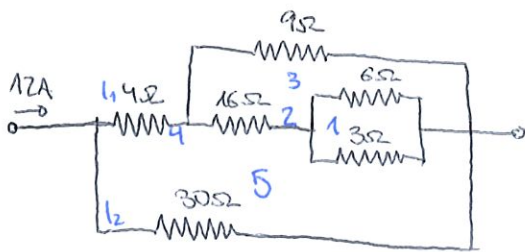
5. $E = 200 \text{ V/m}$ $V = 720 \text{ V}$

a) $E = k \frac{Q}{r^2}$ $r = \sqrt{\frac{E}{kQ}}$ $\sqrt{\frac{E}{kQ}} = \frac{V}{kQ}$ $\frac{E}{kQ} = \frac{V^2}{k^2 Q^2}$

$V = k \frac{Q}{r}$ $r = \frac{V}{kQ}$ $\frac{k^2 Q^2}{kQ} = \frac{V^2}{E}$

b) $r = \frac{V}{kQ} = 0'27 \text{ m}$ $Q = \frac{V^2}{E \cdot k} = \underline{2'88 \cdot 10^{-7} \text{ C}}$

c) $W = -qV = -0'000015 \cdot 720 = 0'0108 \text{ kJ} = 10'8 \text{ J}$



$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{R_1} \quad R_1 = 2\Omega$$

$$R_2 = 2 + 16 = 18\Omega$$

$$R_3 \rightarrow \frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{9\Omega} = \frac{1}{R_3} \quad R_3 = 6\Omega$$

$$R_4 = 6 + 4 = 10\Omega$$

$$R_5 = R_{total} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{1}{R} = 7.5\Omega$$

$$V = 12 \cdot 7.5 = 90V$$

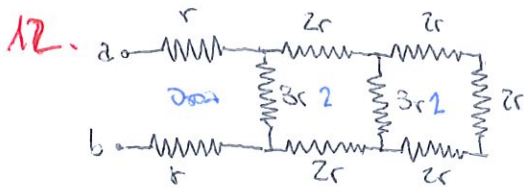
$$I = I_1 + I_2$$

$$I = 12A = I_1 + I_2 \quad 10I_1 = 30I_2$$

$$12A = I_1 + \frac{1}{3}I_1 \quad I_1 = 3I_2$$

$$I_1 = 9A$$

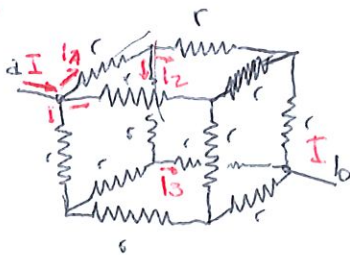
$$V = 9 \cdot 4 = 36V$$



$$2 + 2 + 2 = 6V \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{R_1} \quad R_1 = 2\Omega$$

$$2 + 2 = 4\Omega$$

13.

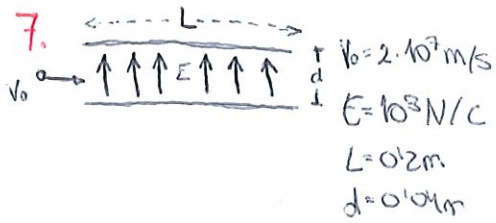


$$V_A - I_1 r - I_2 r - I_3 r = V_B$$

$$V_A - I_1 r - I_2 r - I_1 r = V_B$$

$$V_A - V_B = 2I_1 r + I_2 r = 2I_1 r + \frac{1}{2}I_1 r = \frac{5}{2}I_1 r \quad R_{bal} =$$

6. $m = 10^{-18} \text{ kg}$ $q_{\text{el}} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



a) $\vec{F} = m \cdot a$ $a = \vec{F}/m$ $F = q \cdot E = \frac{-1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{m} = a = -1.76 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$ (bekannt)

b) $s = s_0 + vt$

$t = \frac{s}{v} = \frac{0.12}{2 \cdot 10^7} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ immer die

c) $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$y = \dots + \frac{1}{2} \cdot -1.76 \cdot 10^{14} \cdot (10^{-8})^2 = -8.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

d) ?

9. $d = 10^{-5} \text{ m}$ $R = 2 \Omega$

$d = 0.3 \text{ m}$

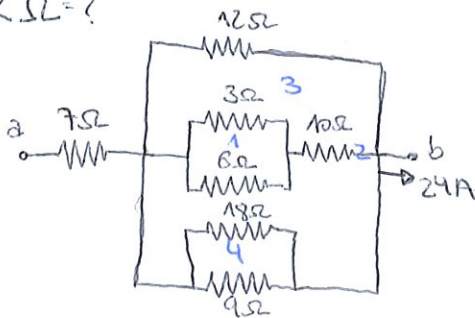
10. 220V

15A

$R \Omega = ?$

$R = V/I = \frac{220}{15} = 14.7 \Omega$

11.



$V = R \cdot I$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{R_1}$ $R_1 = 2 \Omega$

$R_2 = R_1 + 10 \Omega = 12 \Omega$

$\frac{1}{12 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega} = \frac{1}{R_3}$ $R_3 = 6 \Omega$

$\frac{1}{18} + \frac{1}{9} = \frac{1}{R_4}$ $R_4 = 6 \Omega$

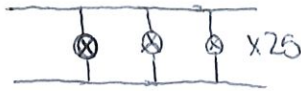
$R_{\text{total}} = 3 \Omega + 7 \Omega = 10 \Omega$

$V = 10 \cdot 24 = 240 \text{ V}$

$I = 24 \text{ A}$ (7 Ohm etc)

$V = 7 \cdot 24 = 168 \text{ V}$

14.

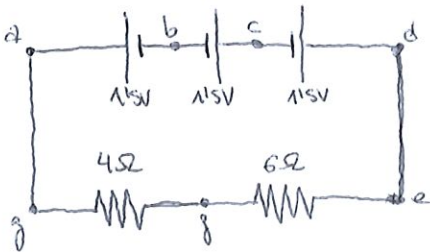


a) $V = IR$

$P = VI = 120 \cdot i = 500 \quad i = 4.17 \text{ A}$

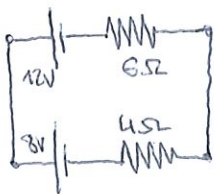
b) $R = V/i = 25 = 1.15 \Omega$

15.



$1.5 + 1.5 - 6\Omega I - 4\Omega I - 1.5 = 0$

$1.5 - 10\Omega I = 0 \quad I = 0.15 \text{ A}$



$12\text{V} - 8\text{V} - 4\Omega I - 6\Omega I = 0$

$I = 0.4 \text{ A}$

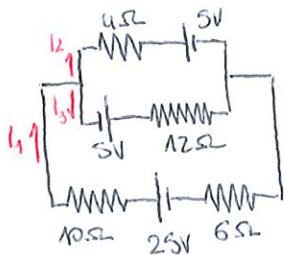
16.



a) $P = Vi \quad 100\text{W} = (220 + 110)i \quad i = 0.303 \text{ A}$

b) $500\text{V} \quad 100\text{W} = (220 + 500)i$

17.



$25\text{V} - 10\Omega i_1 + 5\text{V} - 12\Omega i_3 - 6\Omega i_1 = 0$

$5\text{V} + 5\text{V} - 12\Omega i_3 - 4\Omega i_2 = 0$

$25\text{V} - 10\Omega i_1 - 4\Omega i_2 - 5\text{V} - 6\Omega i_1 = 0$

$\frac{25 - 5 - 18i_1}{4} = i_2 = \frac{20\text{V} - 16\Omega i_1}{4\Omega} = 5\text{V} - 4\Omega i_1$

$25\text{V} - 10\Omega i_1 + 5\text{V} - 12\Omega i_3 - 6\Omega i_1 = 0$

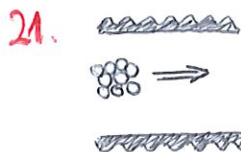
$\frac{30\text{V} - 16i_1}{12} = i_3 \quad 10\text{V} - 12\left(\frac{30\text{V} - 16i_1}{12}\right) - 4(5 - 4i_1) = 0$

$10\text{V} - 30\text{V} + 16i_1 - 20\text{V} + 16i_1$

$-40\text{V} / 32 = i_1 =$

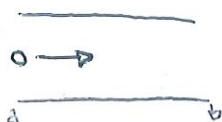
20. $F = m \cdot a$ $m = 3$ $a = 2$

$F = 3 \cdot 2 = 6$



a) $v_j = 11 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

$B = 0.9 \text{ T}$



$v_b = 11 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

$E = vB = 1 \cdot 10^5 \cdot 0.9 = 99000 \text{ N/C}$



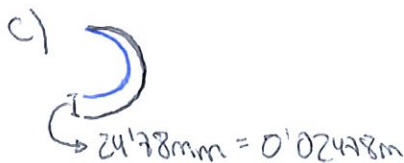
$B = \frac{mv}{Rq}$ $r = \frac{6.68 \cdot 10^{-29} \cdot 11 \cdot 10^5}{R \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}$

$R = 4.5925 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$E = 1 \text{ T}$

$q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$m = 6.68 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$



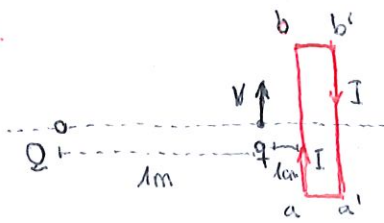
$0.02478 \text{ m} = \frac{2 \cdot 6.68 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \cdot 11 \cdot 10^5}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1} - \frac{2 \text{ mB} \cdot 11 \cdot 10^5}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}$

22.



a) $f =$

23.



$$v = 1 \text{ m/s} \quad I = 10 \text{ A} \quad \overline{aa'} = \overline{bb'} = 3 \text{ cm} \quad ab = a'b' = \infty$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

*Tartle egyenletének beírásánál d-ra.

TERMO

1. 0°C 1atm $V=?$ $n=1\text{mol}$

$$PV=nRT \quad 1 \cdot V = 0.0821 \text{ (mol)} \cdot 273\text{K} = 22.386\text{L}$$

2. CH_3OH 808kg/m^3 $2 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$

a) $808\text{kg} - 1\text{m}^3$
 $x - 2 \cdot 10^{-3}\text{m}^3 \quad x = 1.612\text{kg}$ gure byrak

$$PM = 46\text{g/mol} \quad \frac{46}{6.022 \cdot 10^{23}} = 7.63 \cdot 10^{-23} \text{ molekula} = 7.63 \cdot 10^{-26} \text{ kg/molekula}$$

b) $1.612\text{kg} / 7.63 \cdot 10^{-26} = 2.11 \cdot 10^{25}$ molekula.

3. 2L 1atm $30^\circ\text{C} \rightsquigarrow 60^\circ\text{C}$

\downarrow
1.5L

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \frac{2 \cdot 1}{303} = \frac{P_2 \cdot 1.5}{333} \quad P_2 = 1.47\text{atm}$$

4. CO_2 100g 55L 1atm

a) $PV=nRT \quad 1 \cdot 55 = 2.73 \cdot 0.0821 \cdot T$
 $T = 25.47\text{K}$

b) $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \frac{1 \cdot 55}{25.47} = \frac{P \cdot 80}{25.47} \quad P = 0.6875\text{atm}$

5. $0^\circ\text{C} \rightsquigarrow 100^\circ\text{C}$ $P=\text{cte}$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad 1.366 V_1 = V_2 \quad \underline{\underline{1.3663}}$$

6. 3kg 20°C $c = 0.386$

$$Q = 3 \cdot 0.386 \cdot 20 = 23.16\text{kJ}$$

7. 966km^3

a) $966000\text{m}^3 \cdot \frac{917\text{kg}}{1\text{m}^3} = 885822000\text{kg}$

$$Q = m \cdot 3.35 \cdot 10^5 + m \cdot c \cdot \Delta T = 2.85 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

b) $Q = m \cdot 3.5 + m \cdot 3.5 \cdot 10^5 + m \cdot 4.180 \cdot 100$

8. 600g Pb 100°C → kalorimetrona 500g H₂O 17°C
 B & T = 20°C

kalorim. 200g
 $c_{al} = 0.125 \text{ kJ/kgK}$
 $c_{H_2O} = 4.18 \text{ kJ/kgK}$

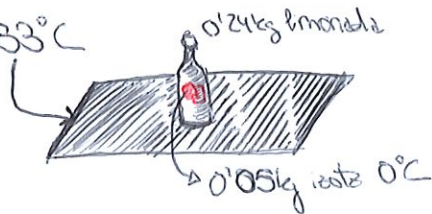
9. -20°C 1kg izotē

$c_{iz} = 2.05 \text{ kJ/kgK}$
 $L_g = 333.5 \text{ kJ/kg}$
 $c_v = 4.18 \text{ kJ/kgK}$
 $L_p = 225.7 \text{ kJ/kg}$

$$Q = m L_g + m c_{iz} \Delta T + m L_p + m c_v \Delta T$$

$$Q = 1 \cdot 333.5 + 1 \cdot 2.05 \cdot 20 + 1 \cdot 225.7 + 4.18 \cdot 100 = 3049.5 \text{ kJ}$$

10. 33°C



a) $Q = m L_p + m c \Delta T = 0.05 \cdot 333.5 + 0.05 \cdot 4.18 \cdot 0 = 16.675 \text{ kJ}$

$$-16.675 = 0.24 \cdot 4.18 \Delta T = 0.24 \cdot 4.18 (T_{am} - T_{hau})$$

$$\frac{-16.675}{0.24 \cdot 4.18} = T_{am} - 308 \text{ K} \quad T_{am} = 15.37^\circ \text{C}$$

b) $Q = 0.2 \cdot 333.5 = 66.7 \text{ kJ}$

$$\frac{-66.7}{0.24 \cdot 4.18} + 308 \text{ K} = T_{am} = -33 \text{ K} \rightsquigarrow \underline{0^\circ \text{C}} \text{ izotāks esm katru bezt mums.}$$

11. $f_{ust} = -25^\circ \text{C}$ $c_e = 160 \text{ J/kgK}$ 248K 0.1kg solido -25°C → 0.15kg al. kalorim 0.1kg glicerīna 27°C $T_{or} = 20^\circ \text{C}$

$L_f = ?$

12. 75 kg 10000 kJ $\%10 \text{ W}$
 $\%100$

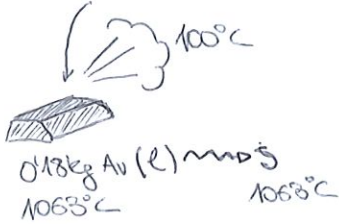
9000 kJ energia bero

$$9000 \text{ kJ bero} = 75 \cdot 418 (T_{\text{am}} - T_{\text{ha}})$$

$$28708 = T_{\text{am}} - T_{\text{ha}} = \Delta T$$

$$28708/24 = 1196 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ fordu bertekoa da garrantzia.}$$

13. 23°C H_2O



$$Q = 0.18 \cdot 628 \cdot 10^4 = 11304 \text{ J} = 11304 \text{ kJ}$$

$$11304 = m \cdot 2257 + m \cdot 418 (100 - 23)$$

$$11304 = (2257 + 418(77)) m$$

$$m = 0.00438 \text{ kg}$$

14.

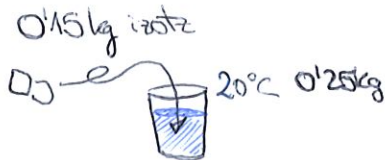


$$418 \text{ kJ} = 1 \cdot 918 \cdot h$$

$$4180 \text{ J} = 1 \cdot 918 \cdot h$$

$$h = \frac{4180}{918} = 4.55 \text{ m}$$

15. 0°C



a) $Q = 0.15 \cdot 335 = 50.25 \text{ kJ}$ behar da izotza gaitzaz urtzea.

$$-50.25 = 0.25 \cdot 418 \Delta T$$

$$-48.08 = \Delta T = (T_{\text{am}} - 23)$$

$$244.92 \text{ K} = T_{\text{am}} = -28.08^\circ\text{C} \text{ ez da izotza gaitzaz urtzea } + < 0^\circ\text{C} \text{ delako}$$

b) 0°C

16.

25°C

A -68°C izotz $c_A = 185 \text{ kJ/kgK}$
 205 K

B -96°C H.T $c_B = 267 \text{ kJ/kgK}$ $L_{fA} - L_{fB} = ?$
 177 K

$$Q = mL_{fA} + m c_A \Delta T$$

$$\frac{Q}{m} = L_{fB} + c_B(-121)$$

$$L_{fB} + c_B(-121) = L_{fA} + c_A(-93)$$

$$c_B(-121) - c_A(-93) = L_{fA} - L_{fB} = X$$

$$\frac{Q}{m} = L_{fA} + c_A \Delta T = L_{fA} + c_A(205 - 278) = L_{fA} + c_A(-73)$$

$$X = 151.02 \text{ kJ}$$

17. $30^\circ\text{C} = 303\text{K}$ $c_{pb} = 128\text{J/kg}\cdot\text{K}$ $T_{f, pb} = 327.3^\circ\text{C} = 600.3\text{K}$
 $L_f = 2.32 \cdot 10^4\text{J/kg}$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 = \rho (c_{pb} \Delta T + L_f)$$

$$\frac{V^2}{2} = c_{pb} (600.3 - 303) + 2.32 \cdot 10^4$$

$$V = \sqrt{(128(297.3) + 2.32 \cdot 10^4) \cdot 2} = \underline{\underline{350\text{m/s}}}$$

18. 3kg $R = 1.5\text{m}$ $\rho_{\text{air}} = 1.19\text{kg/m}^3$ $V_{\text{obj}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = 6.28\text{m}^3$
 303K (ext). $m_{\text{He}} = 4.0023\text{g/mol}$ $1.19\text{kg} - 1\text{m}^3$ $x = 7.48\text{kg}$
 4.0023g/mol $x = 6.28\text{m}^3$
 $4.0023\text{g} - 1\text{mol}$
 $7080\text{g} - x = 1868.9\text{mol}$

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$P = \frac{1868.9 \cdot 0.082 \cdot 303}{6.28\text{L}} = 7.44\text{atm}$$

19. 30°C 3kg Au $W = 25\text{kJ}$
 $15\text{kcal} = Q = 62.6\text{kJ}$

$$\Delta U = Q - W = 62.6 + 25 = \underline{\underline{37.7}}$$

20. $\dots \dots \dots 0.2\text{ST}$ V_i
 $\dots \dots \dots 0.2\text{T}$ V_L $\frac{V_i}{V_L} = ?$ $\frac{1}{2} m V^2 + mgh = mc\Delta T$?

21. 2atm $3\text{L} \rightarrow 5\text{L}$
 $W = (2 \cdot 101300)(5 - 3) = 405200\text{J}$

22. 5mmol $370^\circ\text{C} - 270\text{K}$ $\Delta T = -100$

a) $PV = nRT$ $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ $\Delta U = -W$ $P_1 V_1 = 5 \cdot 0.082 \cdot 370$

$$P_2 V_2 = 5 \cdot 0.082 \cdot 270$$

? gnd.

$$W = p(V_2 - V_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 8.3 \cdot (-100) = -4980\text{J}$$

23. $P = 10^5 \text{ Pa}$ proz. izobarnos $p = \text{cte}$

a) $V_1 = 0.01 \text{ m}^3$ $V_2 = 0.0224 \text{ m}^3$

$W = 10^5 (0.0224 - 0.01) = 1240 \text{ J}$

b) $V_1 = 0.02 \text{ m}^3$ $V_2 = 0.005 \text{ m}^3$

$W = 10^5 (0.005 - 0.02) = -1500 \text{ J}$

24. $W = 825 \text{ J}$ $T_1 = 393 \text{ K}$ $V_1 = 0.1 \text{ m}^3$

$\sqrt{V_2/T_2}$ $W = \frac{nR}{1-\gamma} (T_2 - T_1) = \frac{1.813}{1-5/3} (T_2 - 393) = 825$

a)

$\frac{825(1-5/3)}{813} + 393 = T_2 = 326.73 \text{ K}$

b) $PV = nRT$ $P \cdot 100 = 1 \cdot 0.082 \cdot 393$ $P = 0.32226 \text{ atm} = 326.44938 \text{ Pa}$

$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ $V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{T_1 P_2} = \frac{P_1 \cdot 100 \cdot 326.73}{393 P_2} = \frac{0.32226 \cdot 100 \cdot 326.73}{393 P_2}$

$W = P(V_2 - 0.1)$ $V_2 P_2 = 26.79186$

$825 = P(V_2 - 0.1)$ $V_2 = 26.79186 / P_2$

$\frac{825}{P} + 0.1 = V_2$ $\frac{825}{P} + 0.1 = 26.79186 / P_2$

25. a) $W_{AB} = \frac{1R}{1-\gamma} (T_B - T_A) \times$

$W_{AB} = P(V_2 - V_1)$ $W_{AB} = P(10 - 2) = 2 \cdot 10^5 (8) = 1.6 \cdot 10^6 \text{ J}$

b) $T_A = 195 \text{ K}$

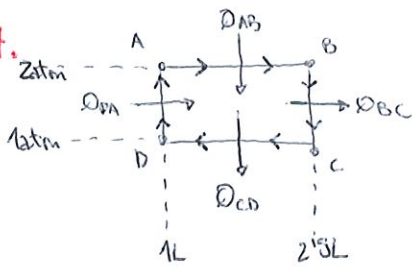
$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ $\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 20000}{195} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10000}{T_2}$ $T_2 = 925 \text{ K}$

26. $n \text{ mol} = n$ $T_0 = 438 \text{ K}$ $V_0 \xrightarrow[\text{isoterm}]{\text{heda}} 3V_0 = V_1 \xrightarrow[\text{isobar}]{\text{konpr.}} V_0 = V_2 \xrightarrow[\text{isobar}]{\text{isobar.}} P_3 = P_0$ $T_3 = T_0$ $V_3 = V_0$ $Q = ?$

$W = Q$ $W_{01} = 1.813 \cdot 438 \ln\left(\frac{3V_0}{V_0}\right) = 3993.895 \text{ J}$?

$W_{12} = P(V_0 - 3V_0)$

27.



A-B-C-D-A

$|W_{\text{total}}| = |Q_{\text{total}}|$

$Q = W$

$W_{AB} = 2 \cdot 101325 (0.0025 - 0.001) = 303197.5 \text{ J}$

$W_{BC} = 0$

$W_{DA} = 0$

$W_{CD} = 101325 (0.001 - 0.0025) = -151987.5$

28. $\gamma = 1.4$ $V_1 = 2 \text{ L}$ $P_1 = 2 \text{ atm}$ $t_1 = 20^\circ \text{C}$ \rightarrow $V_2 = 2V_1$

a) $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$

$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^{1.4} = 0.7578 \text{ atm}$

b) $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 222.05 \text{ K} = -51^\circ \text{C}$

c) $W_{AB} = W_{12} = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{22 - 0.7578 \cdot 4}{0.4} = 2422 \text{ J}$

29. $\eta = 0.4$ $T_1 \rightarrow 4T_1 = T_2$ ituri beza
 $2T_1 = T_2$ ituri hotza

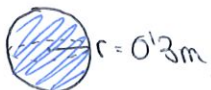
η

30. $\Delta S = 125 \text{ J/K}$ $E = W$

d) Hazesma loko, entropia ber tritate duu desentropiatelo.

$\Delta S = -125 \text{ J/K}$

31.



He(4) $T_i = 42^\circ \text{C}$

$Q = E \Delta T_s$

$E = 1.5167 \cdot 10^{-8} \cdot 77^4 = 1.993$

$S = \pi R^2 = \pi 0.3^2 = 0.28 \text{ m}^2$

?

$E_i = 1$

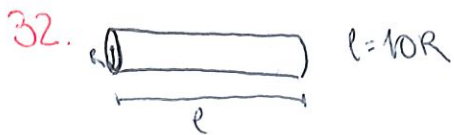
$Q = m L_f + m c \Delta T$ $\Delta F = 0$ $Q = m L_f$

$m L_f = m \cdot 24410^4 = 1.993 \cdot 0.28 \cdot \Delta T = 0.55804 \Delta T$

$0.55804 = m L_f$

$$\begin{array}{l} 36. \quad m_i = 0.1 \text{ kg } 0^\circ\text{C} \\ \quad \quad m_w = 0.2 \text{ kg } 100^\circ\text{C} \\ \quad \quad m_e = 0.01 \text{ kg } 100^\circ\text{C} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ atm} \\ L_e = 2257 \cdot 10^3 = 2257 \text{ kJ/kg} \\ L_f = 334 \text{ kJ/kg} \\ c = 4.186 \text{ J/kg} \end{array} \right.$$

2)



$2E_1 = E_2$

$E = \epsilon_0 T^4 s$
 1 eta 2 epektor beradna
 $2S_1 = S_2$ $\frac{S_2}{S_1} = 2$

$2\pi R^2 + 4\pi R^2 \cdot 10R = S_1$

$2\pi R^2 + 20\pi R^3 = S_1$

$n(2\pi R^2) + 20\pi R^3 = S_2$

$2(2\pi R^2 + 40\pi R^3) = 2n(2\pi R^2) + 20\pi R^3$

$4\pi R^2 + 20\pi R^3 = 2n(2\pi R^2) + 20\pi R^3$

$4\pi R^2 + 20\pi R^3 - 20\pi R^3 = 2n(2\pi R^2)$

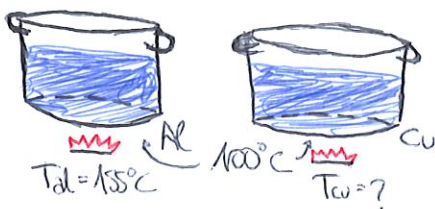
$4\pi R^2 + 0\pi R^3 = n4\pi R^2$

$n = \frac{4\pi R^2 + 0\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{4\pi R^2(1+5R)}{4\pi R^2} = 1+5R$

$n = 1 + 5R$

? nundik doten
 bai. gndrek.

33.

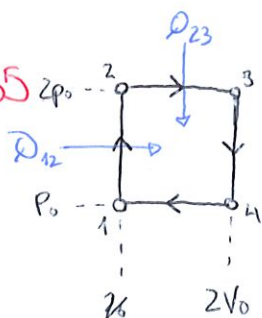


$K_{Al} = 240 \text{ J/s.m.k}$

$K_{Cu} = 390 \text{ J/s.m.k}$

34. 1kg H₂O 0°C → 100°C ΔS = ?

35.



$\eta = ?$ $\eta = \frac{W_{\text{osoa}}}{Q_{\text{Xurg}}} \quad Q_{\text{Xurg}} = D_{12} + D_{23}$

$W_{\text{osoa}} = W_{12} + W_{41}$

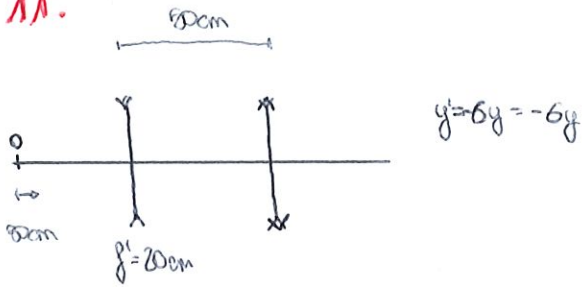
$W_{12} = 2p_0(2V_0 - V_0) = 2p_0V_0$ $W_{\text{osoa}} = p_0V_0$

$W_{41} = p_0(V_0 - 2V_0) = -p_0V_0$

$\eta = \frac{p_0V_0}{Q_{\text{Xurg}}}$

$Q_{12} =$

11.



a) $\beta = \frac{s'}{s}$ $\frac{1}{20} = \frac{1}{80} + \frac{1}{s'}$ $s' = 60\text{cm}$

$\beta = \frac{60}{20} = 3$ $\beta_1 = -2$

b) $\beta = 3$

c) $\beta = 3 = \frac{-s'}{-10}$ $-s' = -30$ $s' = 30\text{cm}$

d) $\frac{1}{-10} + \frac{1}{80} = \frac{1}{f'_2}$ $f'_2 = -15\text{cm}$ (divergente)

12. $\beta = 10$ $s = 25\text{cm}$

$10 = \frac{-25}{s}$ $s = -2.5\text{cm}$ (objeto) $f' = 21.78\text{cm}$

13 $n = 4/3 = 1.33$
 $p = 4$

$4 = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ $1/r_2 = \frac{4}{4/3 - 1} = 12$ $0.0833\text{m} = r_2 = 8.33\text{cm}$

$\beta =$ $f' = 0.25\text{m} = 25\text{cm}$ $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{25}$ $\frac{1}{s} = \frac{-1}{s'} \cdot 0.04$

$0.04y$ $\frac{1}{s} = \frac{-0.04}{s'}$

14. $\beta = 50$
 $s' = 25\text{cm}$
 $f' = 0.5\text{cm}$
 $s = 10.5\text{cm}$ } ?

Fisika

3.

$T_0 = -25^\circ\text{C} = 248\text{K}$
 $C_x = 160\text{J/kg}\cdot\text{K}$
 $m_x = 0.1\text{kg}$



$m_g = 0.1\text{kg}$ $C_g = 240\text{J/kg}\cdot\text{K}$
 $m_c = 0.15\text{kg}$ $C_c = 900\text{J/kg}\cdot\text{K}$

$27^\circ\text{C} = 300\text{K} = T_0$

$T_1 = 20^\circ\text{C} = 293\text{K}$

d) $\Delta Q = m_x C_x \Delta T_x + m_x L_f$

$\Delta Q = m_g C_g \Delta T_g + m_c C_c \Delta T_c = \Delta T (m_g C_g + m_c C_c)$

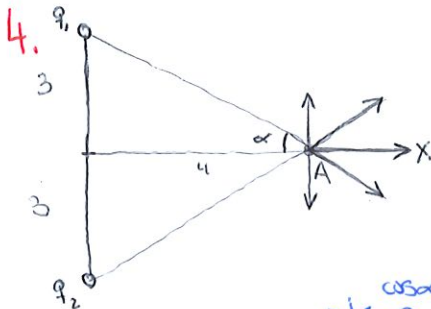
$0.1 \cdot 4 + 0.1 \cdot 160 (293 - 248) = (300 - 293) (0.1 \cdot 240 + 0.15 \cdot 900)$

$0.1 \cdot 4 = 2.632 - (0.1 \cdot 160 (293 - 248)) = 1.912$

$L_f = 17120\text{J/kg}$

b) $m_x = 2\text{kg}$
 $T = -25^\circ\text{C}$
 $T_1 = 30^\circ\text{C}$

$\Delta Q = 2 \cdot 17120 + 2 \cdot 160 (+25 + 30) = 55840\text{J}$



y ardatkan karga oro anulaten da, ez daqo eremunk

$\tan \alpha = \frac{3}{4}$ $\alpha = 36.86^\circ$

$r^2 = 3^2 + 4^2$

$r = 5\text{cm}$

$E = 2E_1 = \frac{2k \cdot q \cdot \cos \alpha}{r^2} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \cos \alpha}{0.05^2} = 7200 \cdot \cos \alpha = 115214.92\text{N/C} = E$

d)

$V = 2V = \frac{2kQ}{r} = 7200\text{V}$

b) $m = 5 \cdot 10^{-5}\text{kg}$

$Q = 0.03\mu\text{C} = 3 \cdot 10^{-8}\text{C}$

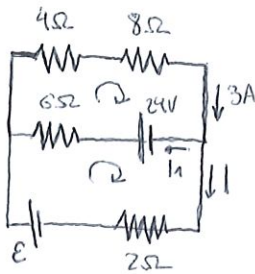
$F = QE = 3 \cdot 10^{-8} \cdot 115214.92 = 3.45 \cdot 10^{-3}\text{N}$

$E_p = QV = 3 \cdot 10^{-8} \cdot 7200 = 2.16 \cdot 10^{-4}\text{J}$

c) $E_p = E_{p1} + \frac{1}{2}mv^2$ $2.16 \cdot 10^{-4} = E_{p1} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 2^2$

$E_{p1} = 1.16 \cdot 10^{-4}\text{J}$

5.



$$d) \quad 24V - 6\Omega i_1 - 4\Omega \cdot 3 - 8\Omega \cdot 3 = 0$$

$$24V - 12\Omega \cdot 3 = 6i_1$$

$$i_1 + 3 = 3$$

$$|I = 5A|$$

$$|i_1 = -2A|$$

$$E + 6\Omega i_1 - 24 - 2\Omega I = 0 \rightarrow E - 12 - 24/2 = I$$

$$E - 4\Omega \cdot 3 - 8\Omega \cdot 3 - 2\Omega I = 0$$

$$E - 36/2 = I$$

$$|E = 46V|$$

$$b) \quad 24V - 6\Omega i_1 + 12\Omega \cdot 3 = 0$$

$$|i_1 = 10A|$$

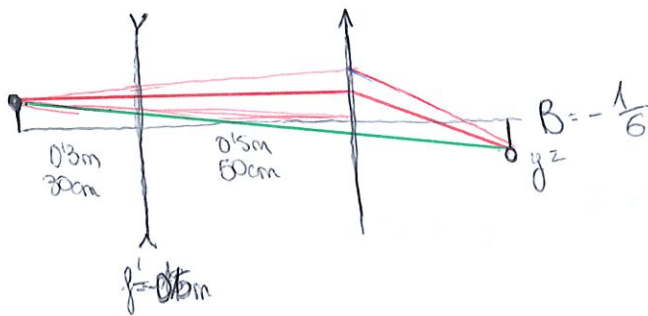
$$i_1 + I + 3 = 0$$

$$|I = -13A|$$

$$E + 6 \cdot 10A - 24 - 2 \cdot (-13) = 0$$

$$|E = -62V|$$

6.



$$a) \quad -\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \quad -\frac{1}{30} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10} \quad s' = 10 \text{ cm}$$

$$B = \frac{-10}{-30} = \frac{1}{3} \quad \text{hacen batera numbras du allaranyter es delante.}$$

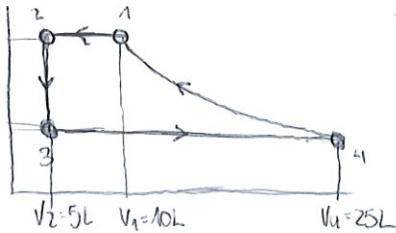
$$b) \quad B = B_1 \cdot B_2 \quad B_2 = B/B_1 = -\frac{1}{2}$$

$$c) \quad s_2 = -(50 + 10) = -60$$

$$B_2 = \frac{s'_2}{s_2} = \frac{s'_2}{-60} \quad -\frac{1}{2} \cdot (-60) = s'_2 = 30$$

$$d) \quad -\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \quad -\frac{1}{60} + \frac{1}{30} = \frac{1}{f'} \quad f' = 20 \text{ cm} \quad \text{Convergente da.}$$

3.



$$T_1 = 4878 \text{ K}$$



$$2) \begin{matrix} T_3 & P_3 \\ T_2 & P_2 \end{matrix}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$P_1 = \frac{1.8 \cdot 314 \cdot 4878}{10} = 405'55 \text{ Pa} = P_2$$

$$\frac{10}{4878} = \frac{V_2}{T_2} \quad | \quad T_2 = 2439 \text{ K}$$

$$\frac{P_3}{T_3} = \frac{P_2}{T_2} \quad \frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4} \quad T_3 = 97'55 \text{ K} \quad | \quad P_3 = 162'22 \text{ Pa}$$

$$b) W_{12} = 405'55 (5 - 10) = -2027'75 \text{ J}$$

$$W_{23} = 0 \quad (V = \text{cte})$$

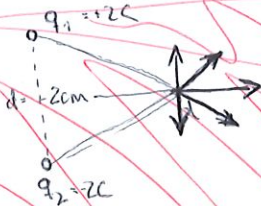
$$W_{34} = 162'22 (20) = 3244'4 \text{ J}$$

$$W_{41} = nRT \ln(V_B/V_A) = 8'314 \cdot 4878 \left(\frac{10}{25}\right) = -3716'1 \text{ J}$$

$$c) W = Q \quad Q = -2499'43 \text{ J}$$

$$d) Q = -3716'1 \text{ J}$$

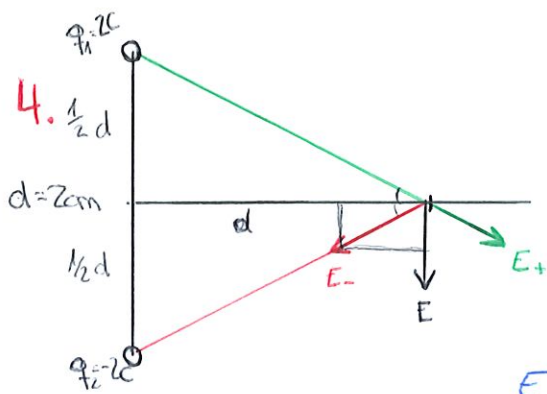
4.



$$a) E = 2E = \frac{2kq}{r^2} \cdot \cos \alpha \quad r^2 = 2^2 + 1^2 = \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\alpha = 1/2$$

$$E = \frac{2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^9}{5} \cdot \cos 0'5 = 7199725846$$



$$E = 2E = 2 \frac{kQ}{r^2} \sin \alpha \quad V = V_+ + V_- = 0$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \quad \alpha = 26'56''$$

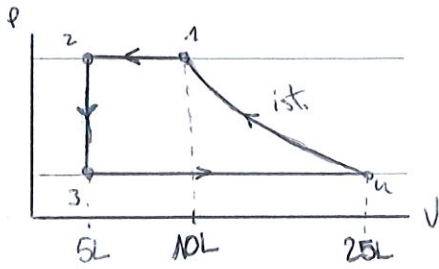
$$E = 2 \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2}{\sqrt{5}^2} \sin 26'56'' = -3'2 \cdot 10^9 N/C \quad (\text{minus set.})$$

b)

$$E_p = -\Delta V = \frac{-kQ}{r} = \frac{-9 \cdot 10^9 \cdot (-2)^2}{0'02} = -1'8 \cdot 10^{12} J$$

5.

FisikH



$$T_1 = 487.8 \text{ K}$$

$$2) \frac{P_2 T_2}{P_3 T_3} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = \frac{5 \cdot 487.8}{10} = 243.9 \text{ K}$$

$$P_1 = nRT \quad P_2 \cdot 5 = 1 \cdot 8.314 \cdot 243.9 \quad P_2 = 405.55 \text{ Pa}$$

$$T_4 = 487.8 \text{ K} \quad \frac{V_4}{T_4} = \frac{V_3}{T_3} \quad T_3 = \frac{V_3 T_4}{V_4} = 97.56 \text{ K}$$

$$V_4 = 25 \text{ L}$$

$$P_3 = 162.22 \text{ Pa}$$

$$b) W_{12} = p(V_2 - V_1) = 405.55(5 - 10) = -2027.75 \text{ J}$$

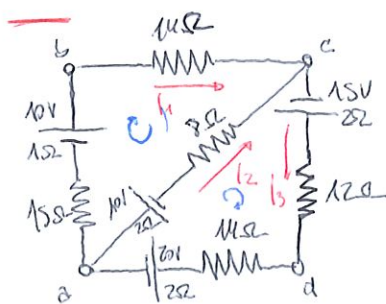
$$W_{23} = 0 \quad V = \text{const}$$

$$W_{34} = p(V_4 - V_3) = 162.22(25 - 5) = 3244.4 \text{ J}$$

$$W_{41} = nRT \ln(V_1/V_4) = 1 \cdot 8.314 \cdot 487.8 \ln\left(\frac{10}{25}\right) = -3623.31 \text{ J}$$

$$c) \Delta U = 0 \quad W = Q \quad Q = -2406.66 \text{ J}$$

$$d) Q = W \quad \Delta U = 0 \quad (\text{isothermal})$$



$$V_{ab} = V_a - V_b \quad I_1 + I_2 = I_3$$

$$V_{ac} = V_a - V_c$$

$$10\text{V} - 15\Omega I_1 - 14\Omega I_1 + 8\Omega I_2 + 10\text{V} - 25\Omega I_2 + 15\Omega I_1 = 0$$

$$20\text{V} - 30\Omega I_1 + 6\Omega I_2 = 0 \quad 20\text{V} - 30(13 - I_2) + 6\Omega I_2 = 0$$

$$15\text{V} - 25\Omega I_3 - 12\Omega I_3 - 14\Omega I_3 - 20\text{V} + 25\Omega I_3 - 10\text{V} - 25\Omega I_2 - 8\Omega I_2 = 0$$

$$25\text{V} - 30\Omega I_3 - 10\Omega I_2 = 0$$

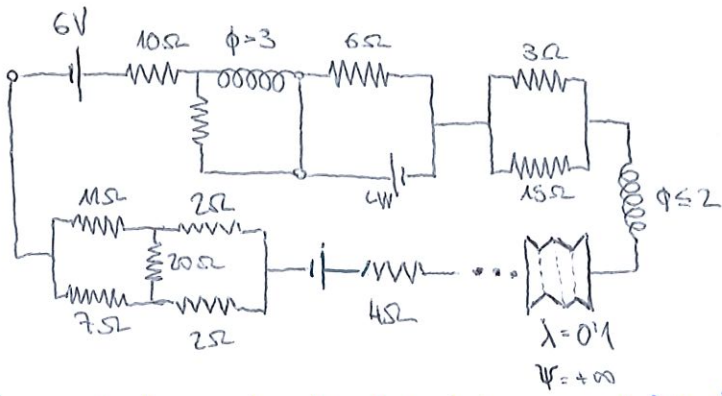
$$I_3 = \frac{25 - 10\Omega I_2}{30}$$

$$20 - 30\left(\frac{25 - 10I_2}{30} - I_2\right) + 6I_2 = 0$$

$$20 - (25 - 10I_2 - 30I_2) + 6I_2 = 0$$

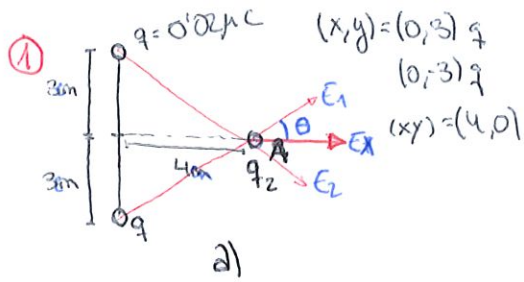
$$20 - 25 + 40I_2 + 6I_2 = 0$$

$$46I_2 = 5 \quad I_2 = 5/46 \text{ A}$$



Asmaegeto taomogentzia konologiko batean asmatuak diren hamarita zuzentzeko irazketa erreal
 kalkulatu berran berrin higitan ez zuzentzeko.

Elektro



$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}_A = 2\vec{E}_1 \hat{r} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot q}{0.05^2}$$

$$q = 0.02 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4} = 36.86^\circ$$

$$2 \cos 36.86 \cdot \frac{kq}{r^2} = \vec{E}_{Ax} = 2 \cos 36.86 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot q}{0.05^2} = 1.152 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

b) $V = ?$

$$V = 2 \frac{kQ}{r} = 2 \frac{kq}{d} = 7200 \text{ V}$$

c) $q_2 = 0.08 \mu\text{C}$
 $m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = Q \cdot \vec{E}_{Ax} = 3.456 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

$$E_{pe} = q \Delta V = qV = 2.16 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

d) $v_{\text{min}} = 2 \text{ m/s}$

$$E_{pz1} = E_{pz2} + E_{z2} = E_{pz2} + \frac{1}{2} mv^2$$

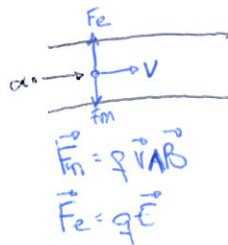
$$E_{pz1} - \frac{1}{2} mv^2 = E_{pz2} = 1.16 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

② $m_x = 6.645 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$q_x = 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$B = 0.1 \text{ T}$$

$$v = 10^5 \text{ m/s}$$

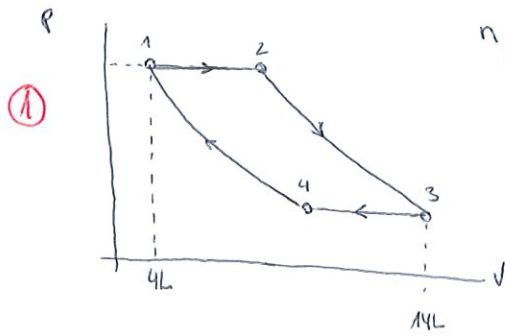


$$q \vec{v} \times \vec{B} = q \vec{E}$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = \vec{E}$$

$$F_m = 10^{-4} \text{ N}$$

TERMO



n gas ideal monoat = 1 mol = n

$390^{\circ}K = T_1$

$W_{12} = 2431^{\circ}J$

$C_v = \frac{3}{2} nR$

$C_p = \frac{5}{2} nR$

a) $P_2 V_2$

$P_1 = P_2 = \frac{RT_1}{V_1} = \frac{831 \cdot 390^{\circ}K}{4} = 811 \cdot 10^5 Pa$

$W_{12} = p \Delta V = 811 \cdot 10^5 (V_2 - 4)$

$V_2 = \frac{2431^{\circ}J}{811 \cdot 10^5} + 4 = 7 \cdot 10^{-3} m^3 = 7L$

b) $P_3 T_3$

$P_2 V_2 = RT_2 = R T_3 \quad T_3 = \frac{P_3 V_3}{R} = 683^{\circ}K$

$P_2 V_2 = P_3 V_3 \quad P_3 = 4055 \cdot 10^5 Pa$

c) W_{23}

$W_{34} = P \Delta V = P_3 (V_4 - V_3) = 4055 \cdot 10^5 (8 - 14) \quad W_{34} = -2433J$

W_{34}

$P_4 V_4 = P_1 V_1 \quad V_4 = 8L$

$W_{23} = nRT_2 \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = 3934^{\circ}J$

d) ΔQ_{12}

$\Delta Q = m c_p \Delta T$

$\Delta Q = \frac{5}{2} R (\Delta T) = 6055J$

$\Delta U_{12} = 0$

$\Delta Q_{total} = \Sigma W = 1393^{\circ}J$

2

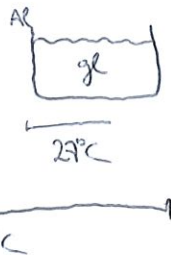


$T_f = 25^{\circ}C$

$L_f = ?$

$C_x = 1805 J/kg K$

$m_x = 0.1 kg$



$C_{gl} = 2110$
 $m_{gl} = 0.1 kg$

$C_{AR} = 900$
 $m_{AR} = 0.15 kg$

b) $m_x = 2 kg \rightarrow 30^{\circ}C$

$\Delta Q = m_x L_{fx} + m_x C_x \Delta T$

$\Delta Q = 2 \cdot 19120 + 2 \cdot 180(30 + 25)$

$\Delta Q = 55840 J$

a)

$Q = m_x L_{fx} + m_x C_x \Delta T = 0.1 L_{fx} + 0.1 \cdot 180(20 + 25)$

$0.1 L_{fx} + 0.1 \cdot 180(45) = (27 - 20)(m_{AR} C_{AR} + m_{gl} C_{gl})$

$L_{fx} = 19120 J/kg$

$Q = m_{AR} C_{AR} \Delta T + m_{gl} C_{gl} \Delta T$

Fizik
20/2020

$m_3 = 0.1 \text{ kg}$
 $T = 273 \text{ K}$



$m_g = 0.1 \text{ kg}$
 $m_c = 0.15 \text{ kg}$

$T_0 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$ $T_1 = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$

3. $T_F = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$

$c_e = 160 \text{ J/kgC}$

a) $Q = m \Delta T$ $Q = m_c \Delta T + m_g$ ~~...~~

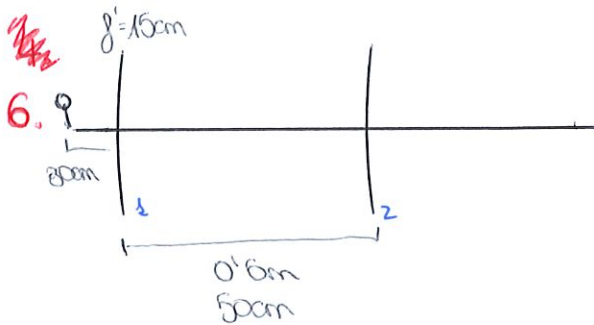
$Q = m_c \Delta T + m_c c_e \Delta T = \Delta T (m_g c_e + m_c c_e)$

$(293 + 300) (0.1 \cdot 2410 + 0.15 \cdot 900) = 0.1 \cdot 160 (293 + 248) + 0.1 \cdot L_f$

$(293 + 300) (0.1 \cdot 2410 + 0.15 \cdot 900) - 0.1 \cdot 160 (293 + 248) = L_f$

$L_f = 191205 \text{ J/kg}$

b) 2 kg (s)
 $T_0 = -25$
 $T_1 = 30$
 $\Delta Q = m c \Delta T + m L_f = 2 \cdot 160 (30 + 25) + 2 \cdot 19120 = 55840 \text{ J} = \Delta Q$



$\beta = 1/6$

d) $s_1 = -30 \text{ cm}$
 $s'_1 = 15 \text{ cm}$
 $-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$

~~...~~

$\frac{1}{s'} = \frac{1}{-15} + \frac{1}{-30} = -10$ $\beta = \frac{s'}{s} = \frac{-10}{-30} = \frac{1}{3}$

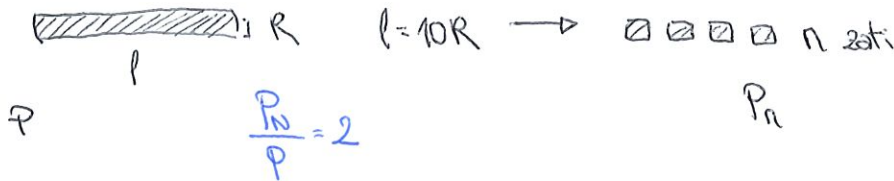
28.

a) $P_2 = ?$ $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ $P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma$
 $\gamma = 1.4$
 $V_1 = 2L$ $V_2 = 2V_1$ $P_2 = P_1 \left(\frac{1}{2} \right)^\gamma = 0.758 \text{ atm}$
 $P_1 = 2 \text{ atm}$
 $T_1 = 20^\circ \text{C}$

b) $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$ $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ $T = \frac{T_1}{2^{\gamma-1}} = 222.17 \text{ K}$

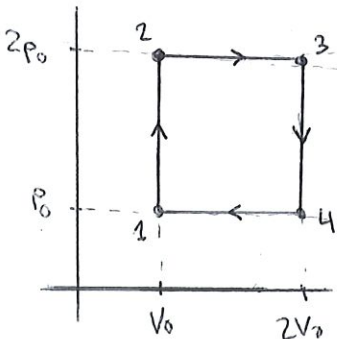
c) $W = \int p dv$ $W = \int_1^2 k \text{te} V^{-\gamma} dV = \frac{k \text{te}}{-\gamma+1} V^{-\gamma+1} \Big|_1^2 = \frac{k \text{te} V^{-\gamma} V}{-\gamma+1} \Big|_1^2 = \frac{k \text{te}}{V^\gamma} \frac{V}{-\gamma+1} \Big|_1^2$
 $W = \frac{PV}{-\gamma+1} \Big|_1^2 = \frac{PV}{\gamma-1} \Big|_2^1$ $W = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma-1}$

32.



$P = \epsilon \sigma T^4 S$ $\frac{2\pi R^2 n + (2\pi R \frac{l}{n}) n}{2\pi R^2 + 2\pi R l} = \frac{2\pi R^2 n + 2\pi R l}{2\pi R^2 + 2\pi R l} = \frac{2\pi R^2 n + 2\pi R (10R)}{2\pi R^2 + 2\pi R (10R)}$
 $= \frac{n + 10}{1 + 10} = 2$ $\boxed{n = 12}$

35



n mol gas ideal

$\eta = W / Q_{\text{orig}}$

$W = W_{2-3} + W_{4-1} = 2P_0 V_0 - P_0 V_0$

$W = P_0 V_0$

$Q_{\text{orig}} \rightarrow 1,2$

$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$

$T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} = 2T_1$

$n = \frac{P_0 V_0}{13nT_0}$

$Q_{\text{orig}} = Q_{1-2} + Q_{2-3}$

2,3

$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$

$T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2}$

$T_3 = 2T_2$

$n = \frac{nRT_0}{13nT_0}$

$Q = m C_p \Delta T$

$3,4 \rightarrow \frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_4 V_4}{T_4}$

$T_4 = \frac{P_4 T_3}{P_3} = \frac{1}{2} T_3$

$\boxed{n = 2/13}$

$Q_{\text{orig}} = n C_v (2T_0 - T_0) + n C_p (4T_0 - 2T_0)$

$4,1 \rightarrow \frac{P_4 V_4}{T_4} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$

$T_1 = \frac{V_1 T_4}{V_4} = \frac{1}{2} T_4$

$= 3nT_0 + 10nT_0$ $C_p = C_v + nR$

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} \quad \text{fase transisi} \quad \Delta S = \frac{mL}{T}$$

$$\hookrightarrow \int \frac{cm dT}{T} \quad (\text{berbeda proses}) \rightarrow \Delta S = cm \ln \frac{T_2}{T_1}$$

16. $C_A = 1850$
 $T_{it.} = -68^\circ\text{C}$



$m_A = m_B = m$
 $T_A = T_B = 25^\circ\text{C}$

$C_B = 2670$
 $T_{it.} = -76^\circ\text{C}$



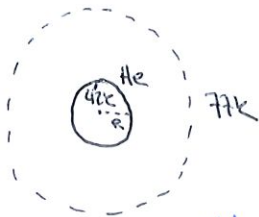
$Q = cm\Delta T + mL_f$

$Q_A = C_A m (25 + 68) + mL_{fA}$

$Q_B = C_B m (25 + 76) + mL_{fB}$

$Q = C_A m (25 + 68) - C_B m (25 + 76) + m(L_{fA} - L_{fB})$

31.



$L_f = 2.1 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$

$P = \epsilon \sigma T^4$
 $\epsilon = 1$

$Q = P \cdot A = \epsilon \sigma T^4 \cdot A$
↳ Anders

kapasitas jastaka - berak iradatekaka

$\Delta Q = \underbrace{\sigma T_{37}^4 \cdot A t}_{Q_{harus}} - \underbrace{\sigma T_{412}^4 \cdot A t}_{Q_{jama}}$

$Q_t = \sigma T^4 A t$

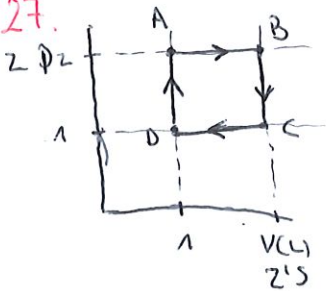
$Q = mL_f$

$mL_f = \sigma A t (T_{37}^4 - T_{412}^4)$

$m = \frac{\sigma A t [T_{37}^4 - T_{412}^4]}{L_f}$

$t = 36000 \text{ s}$

27.



1) A-B $W = \int p dV = p(V_2 - V_1) = 2(2.5 - 1) = 3 \text{ atmL}$

2) B-C $V = \text{kte derek } W = 0$

(atmL \rightarrow Pa m³)

3) C-D $W = 1(1 - 2.5) = -1.5 \text{ atmL}$

$Q = \Delta U + W$

$\Delta U = 0$, ziklitas barta

4) D-A $V = \text{kte derek } W = 0$

$W = Q$

$W_{osaa} = \sum W = W_1 + W_3 = 1.5 \cdot 193 \text{ J}$

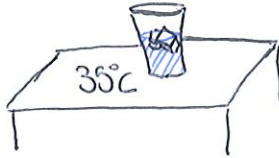
* Garpitz orok \leftarrow x arga (uhinak) ipstien ditu.

$$m_c = 0.24 \text{ kg}$$

$$C = C_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$\Delta Q = cm\Delta T$$

10.



a)

$$m_{\text{izotza}} = m_{\text{hotza}} = 0.025 \text{ kg}$$

$$T_{\text{izotza}} = 0^\circ\text{C}$$

$$m_i \cdot L_f = 0 \text{ (bero ez da)}$$

$$T_0 > 0$$

$$L_f m_i + C_{\text{ua}} m_i (T_0 - 0) = C_e m_e (T_e - T_0)$$

$$m_i L_f + C_{\text{ua}} m_i (T_0 - 0) + C_e m_e (T_0 - T_e) = 0 \quad -\Delta Q = 0$$

$$T_0 = \frac{m_e C_e T_e - m_i L_f}{(m_i + m_e) C_{\text{ua}}} = 13.55^\circ\text{C}$$

b)

Gizotza m_i

$T_0 = 10.35^\circ\text{C}$ ez da zuzena, ez du $T_0 > 0$ betetzen.

0°C tan dago.

13.



$$T_{\text{au}} = 1063^\circ\text{C}$$

$$M_{\text{Au}} = 0.18 \text{ kg}$$

$$L_{\text{Au}} = 6.28 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$$



$$C_u = 4.18 \text{ kJ/kgK}$$

$$L_u = 2257 \text{ kJ/kg}$$

$$T_0 = 23^\circ\text{C}$$

$$m_u = ?$$

$$L_{\text{Au}} \cdot m_{\text{Au}} = 0 \text{ (urrea solidotzeleko beharrik ez da)}$$

$$L_{\text{Au}} m_{\text{Au}} = C_{\text{ua}} m_{\text{ua}} (100 - T_0) + L_{\text{ua}} m_{\text{ua}}$$

$$m_{\text{ua}} = \frac{m_{\text{Au}} L_{\text{Au}}}{C_{\text{ua}} (100 - T_0) + L_{\text{ua}}}$$

FISIKA

8.

Pb

$$m_{\text{Pb}} = 0.6 \text{ kg}$$

$$C_{\text{Pb}} = ?$$

$$T_{\text{B}} = 100^\circ\text{C}$$



$$C_{\text{al}} = 0.9 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

$$m_{\text{al}} = 0.2 \text{ kg} \quad T_{\text{al}} = T_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = 0.8 \text{ kg}$$

$$C_{\text{H}_2\text{O}} = 4.18$$

$$T_{\text{H}_2\text{O}} = 17.3^\circ\text{C}$$

$$T_0 = 20^\circ\text{C}$$

$$\Delta Q = 0 \quad (T_0 - T_{\text{B}}) \quad (T_0 - T_{\text{al}}) \quad (T_0 - T_{\text{H}_2\text{O}})$$
$$C_{\text{Pb}} m_{\text{Pb}} \Delta T_{\text{B}} + C_{\text{al}} m_{\text{al}} \Delta T_{\text{al}} + C_{\text{H}_2\text{O}} m_{\text{H}_2\text{O}} \Delta T_{\text{H}_2\text{O}} = 0$$

$$C_{\text{Pb}} = \frac{\Delta T_{\text{H}_2\text{O}} (m_{\text{al}} C_{\text{al}} + m_{\text{H}_2\text{O}} C_{\text{H}_2\text{O}})}{\Delta T_{\text{B}} m_{\text{Pb}}}$$

$$|\Delta Q_1| = |\Delta Q_2|$$

$$C_{\text{Pb}} m_{\text{Pb}} \Delta T_{\text{B}} = (T_{\text{H}_2\text{O}} - T_{\text{B}}) (C_{\text{al}} m_{\text{al}} + C_{\text{H}_2\text{O}} m_{\text{H}_2\text{O}})$$
$$\quad \quad \quad \downarrow$$
$$\quad \quad \quad (T_{\text{B}} - T_0)$$

14.

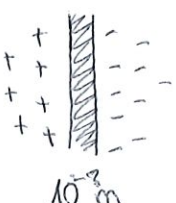


$$\Delta Q = C m \Delta T = \rho g h$$

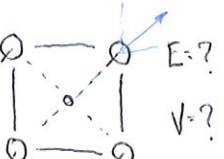
$$c \Delta T = g h \quad h = \frac{c \Delta T}{g}$$

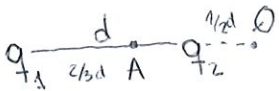
$$h = \underline{\underline{42.6 \text{ m}}}$$

Elektromagnētisms

1.  indarok pozitīva behar du izan, hots, erakardes

$$F = q \cdot 10^9 \frac{q_1 q_2}{10^{-8} \text{ m}} =$$

2.  $E = ?$ $V = ?$ $E = 0$ karga oro anulatzen baten. $V =$

3.  $q_1 = \frac{1}{2} q_2$ $E_A = ?$ $V_A = ?$ $E_A = 0$ izateko $Q = ?$ $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ $D = 30 \text{ m}$ $q_1 = 2 \mu\text{C}$ $d = 10 \text{ m}$

(formulazioaren beharra)

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad (\text{indarra [erakardes]})$$

$$\vec{F} = q \vec{E} \quad \vec{E} = F/q \Rightarrow \vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Indarra eta eremu elektrotikoak

$$E = E_1 + E_2 \dots E_n = k \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 \dots k \frac{q_n}{r_n^2} \hat{r}_n$$

$$U = k \frac{Q q}{r} \quad (\text{energia potentzial elektrotiko infinitum nulua bada}) \quad V = k \frac{q}{r}$$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V = k \frac{Q}{r} \quad \text{potentzial puntu}$$

o kondentsadoreak $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ kapazitatea $C = Q/\Delta V = \epsilon_0 A/d$

Karga higidura eremu elektrotikoaren $a = (q/m)E$

• Koronite elektronika

$$I = Q/T$$

Unit: (A)

$$\Delta V = IR \quad R = \text{eresistentsia elektronika} (\Omega) \text{ (ohmmelega)}$$

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} \text{ (indas elektroenergia) Volt (V)}$$

• Magnetismita

$$F = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{või} \quad F = qvB \sin \theta$$

$$F = mv^2/r = qvB \text{ (orbita radiuse)}$$



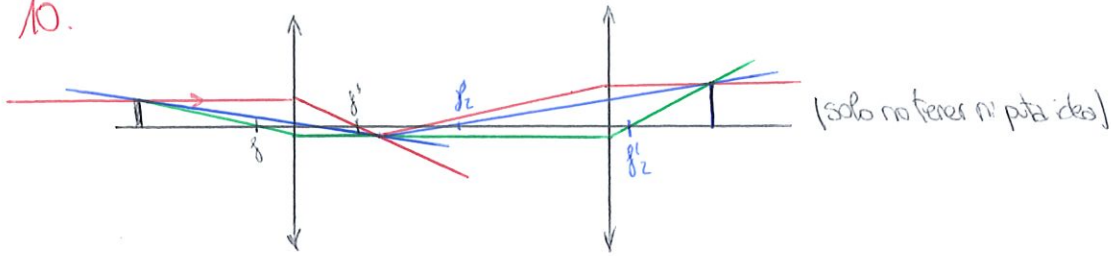
$$v = \frac{E}{B} \text{ (speed)}$$

$$R = \frac{mv}{qB} \text{ (mass epele.)}$$

$$\text{Periood} T = 2\pi m / qB \text{ (tsiklotroon)}$$

$$\text{Hänt} f = 1/T = qB / 2\pi m$$

10.



$$\frac{-1}{-20} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{20}$$

$$s_1' = 20 \text{ cm}$$

$\beta = -1$ (alderantzaketa)

$$\frac{-1}{-15 \text{ cm}} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{10}$$

$\beta = -2$ (ald.)

sistema osoan $- \cdot - = +$, es alderantzaketa

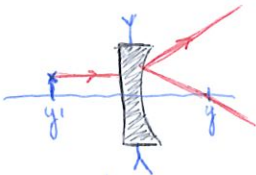
$$\beta_1 = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1} \quad \beta_2 = \frac{y_2'}{y_2} = \frac{s_2'}{s_2}$$

$$y_2' = y_2 \frac{s_2'}{s_2} \quad y_2 = y_1'$$

$$y_2' = s_1' \frac{s_1'}{s_1} \frac{s_2'}{s_2}$$

$$\frac{y_2'}{s_1'} = \frac{s_1'}{s_1} \frac{s_2'}{s_2} = \beta_{osoan} = \beta_1 \cdot \beta_2$$

21



$$f' = 20 \text{ cm}$$

$$R_2 = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{s'}{s}$$

$$-\frac{1}{3} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20}$$

$$s = -16 \text{ cm}$$

$$s' = -80 \text{ cm}$$

$$P = \frac{1}{f'} = -50$$

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$f' = \ominus$ divergente

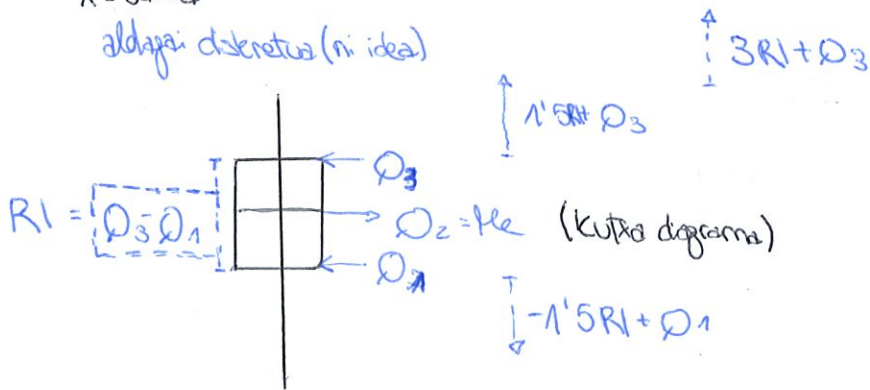
$f' = \ominus$ konbergente

$x \equiv$ distantia

aldagai jarraitua (\bar{x}, S)

$x \equiv$ sexua

aldagai diskretua (ni idea)



Kontingentsia taula

marrazunak kalkulatzeko (aldagai diskretuen artean)

DATU ELKARTUALE

Datu zehatzak ezagutu ezean edo datu zehaz diren

Metodoa:

Tarte kopurua $k = 1 + 3.322 \log_{10} n$

Datu positibo bakartean tarte bakarra dago

Zabalera berdineko tarteak gomendagarri

Tartearen erdiko puntua klasearen marka (x_i)

Tartearen zabalera (Δ_i)

*Estadistika

Klasearen marka ezaldua.

Mediana beste modu baten ~~#~~ formula

$Me \in [10, 12]$

$Me = ?$

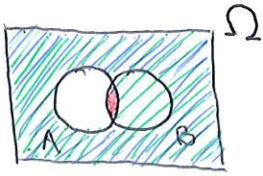
$$Me = l_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \Delta_i$$

\downarrow behe mut. \downarrow goi mut.

~~$$Mo = l_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \Delta_i$$~~

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

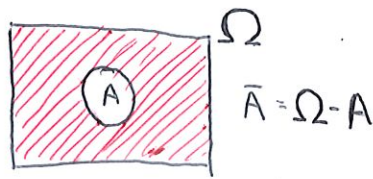
$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$



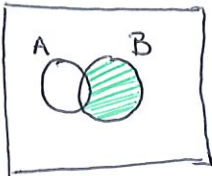
$A \cup B$

$\overline{A \cup B}$

$\bar{A} \cup \bar{B}$

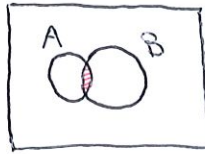


$$\bar{A} = \Omega - A$$

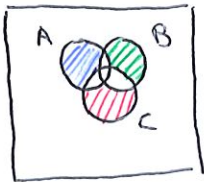


$P(B - A)$

$P(B) - P(A \cap B)$

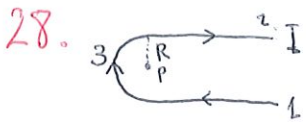


$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A) = \frac{a \cdot e \cdot k}{e \cdot p \cdot k}$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

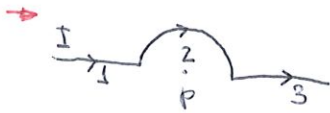
$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl \hat{r} \sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int dl = \frac{\mu_0 I \cdot 2\pi R}{4\pi R}$$

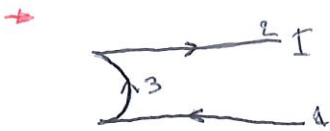
$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

$$B_{\text{osoba}} = \frac{\mu_0 I}{4R} \left(\frac{2}{\pi} + 1 \right)$$

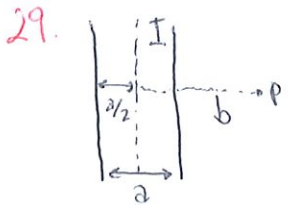


$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R} \quad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} = 0 \text{ eremu magnetterke ee.}$$



B_1, B_2 lehenespään berdnak

$$B_3 = |B| \hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4R} (2\pi - 1)$$



$$B_P = \int dB$$

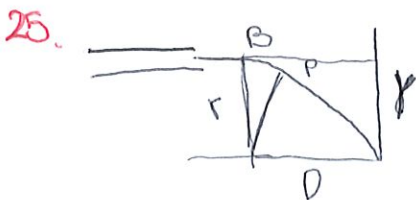
$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi(b-x)}$$

$$B = \int \frac{\mu_0 dI}{2\pi(b-x)} = \int \frac{\mu_0 I dx}{2\pi(b-x)a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int \frac{dx}{b-x} =$$

$$dI = \frac{I}{a} dx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left[\ln(b-x) \right]_{-a/2}^{a/2}$$

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \left| \frac{2b+a}{2b-a} \right|$$



$$r = \frac{mv}{2B}$$

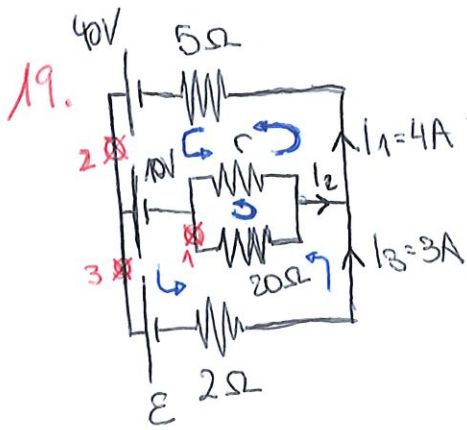
$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{R}{r}$$

$$Y = \tan \theta D$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = 2 \tan \frac{\theta}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{2Rr}{r^2 - R^2}$$

$$Y = \frac{2DRr}{r^2 - R^2}$$



$$1. i_2 + 3A = 4A$$

$$2. -10V - R_{bd} i_2 - i_1 5\Omega + 40V$$

$$30V = i_2 5\Omega - i_2 R_{bd}$$

$$3. -E - 2\Omega i_3 + R_{bd} i_2 + 10V$$

$$10V - E = 2\Omega i_3 - R_{bd} i_2$$

$$i_2 = 4A - 3A = \underline{1A}$$

$$30V = i_2 5\Omega - i_2 R_{bd}$$

$$30V = 4A 5\Omega - R_{bd}$$

$$R_{bd} = 30 - 20 = 10V$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{r} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{r} = 0.05$$

$$r = \frac{1}{0.05} = \underline{20\Omega}$$

$$10V - E = 2\Omega \cdot 3A - 10 \cdot 1$$

$$-E = 6 - 10 - 10 = -14V \quad \underline{E = 14V}$$

36.



$$\left. \begin{array}{l} m_i = 0.1 \text{ kg } \quad 0^\circ\text{C} = 273\text{K (H}_2\text{O ice)} \\ m_o = 0.2 \text{ kg } \quad (\text{H}_2\text{O liq)} \quad 100^\circ\text{C} \\ m_e = 0.01 \text{ kg } \quad (\text{H}_2\text{O gas)} \quad 100^\circ\text{C} \end{array} \right\} 1 \text{ atm}$$

2)

3.8)

Peserta = 0,99

$X_{bin}(4, 0,99)$

$Y_{bin}(4, 0,01)$

pendapatan ea direkat

a)

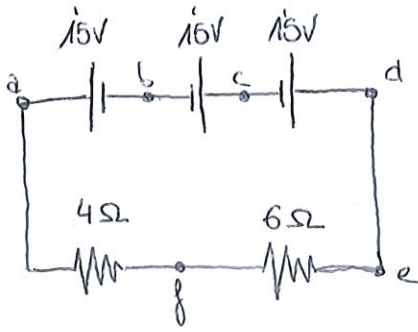
$4tk - x$

$4tk - 0,99$

$x = 3,98 \approx 4$ pendapatan espoo deateng

15.

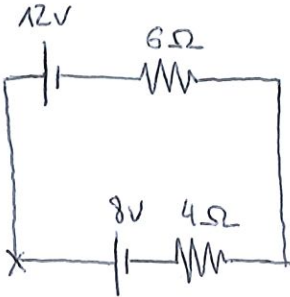
①



$$-1.5V + 1.5V + 1.5V - I6\Omega - I4\Omega = 0$$

$$1.5V = (6+4)I \quad I = 0.15A$$

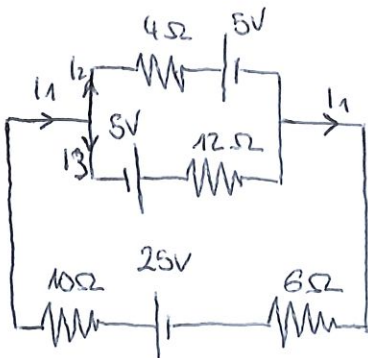
②



$$-8V - I4\Omega - I6\Omega + 12V = 0$$

$$4V = I(4+6) \Rightarrow I = 0.4A$$

17.



$$I_1 = I_2 + I_3$$

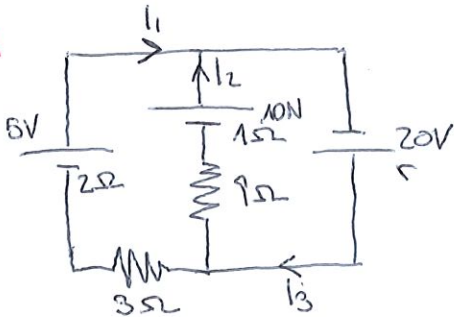
$$-5V - 12\Omega(-I_3) - 5V - I_2 4\Omega = 0$$

$$-10V = 4I_2 - 12I_3$$

$$25V - 10\Omega I_1 + 5V - 12I_3 - 6I_1 = 0$$

$$30V = 16I_1 + 12I_3$$

18.



$$I_1 + I_2 = 5A = I_3$$

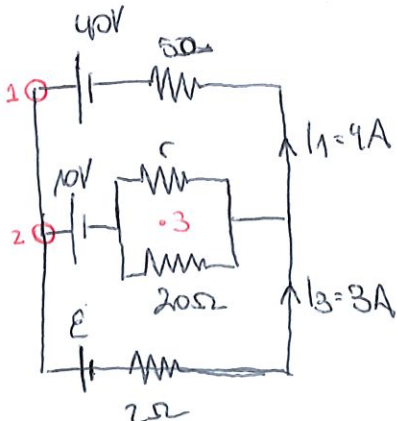
$$-10V + I_2 1\Omega + 9\Omega I_2 - 3\Omega I_1 - 2\Omega I_1 + 5V = 0$$

$$-5V = 5I_1 - 10I_2$$

$$20V - I_3 3\Omega - I_2 9\Omega - I_2 1\Omega + 10V = 0$$

$$30V = I_3 3\Omega + 10\Omega I_2$$

19.

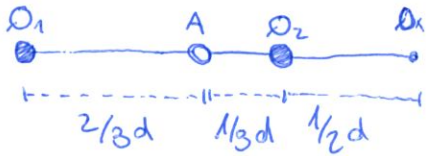


$$I_2 + 3A = 4A$$

$$1. \Rightarrow 40V + I_1 50\Omega + I_2 R_{bd} + 10V = 0 \quad -30V = I_1 50\Omega - I_2 R_{bd}$$

$$2. \Rightarrow -10V - I_2 R_{bd} + I_3 2\Omega + \mathcal{E} = 0 \quad -10V + \mathcal{E} = -I_3 2\Omega + I_2 R_{bd}$$

3.



a)

$$Q_2 = Q_1/2$$

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$$

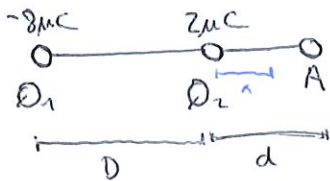
$$\vec{E}_A = \frac{9kQ_1}{4d^2} \hat{i} - \frac{9kQ_2}{d^2} = \frac{9k}{d^2} \left(\frac{Q_1}{4} - Q_2 \right) \hat{i}$$

b) $V_A = \frac{kQ_1}{2/3d} + \frac{kQ_2}{d/3} = \frac{3kQ_1}{d} = V_A$

c) $Q_x = \ominus$

$$\frac{9kQ_1}{4d^2} = \frac{kQ_x}{(5/6d)^2} \quad Q_x = \frac{25}{28} Q_1$$

4.



d+b)

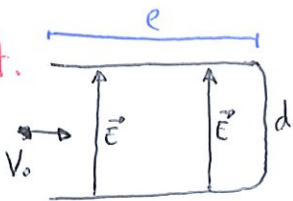
$$\vec{E}_A = -\frac{kQ_1}{(D+d)^2} \hat{i} + \frac{kQ_2}{d^2} \hat{i} = \frac{-3kQ_1}{16d^2} = \vec{E}_A = 135 \text{ N/C}$$

$$V_A = \frac{-kQ_1}{D+d} + \frac{kQ_2}{d} = \frac{-kQ_1}{4d} + \frac{kQ_1}{4d} = 0$$

c) $\vec{E}_x = 0 = \frac{-kQ_1}{(d+x)^2} + \frac{kQ_2}{x^2} \quad Q_1 = 4Q_2$

$$3x^2 - 2Dx - D^2 = 0 \rightarrow \underline{x = D}$$

7.



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

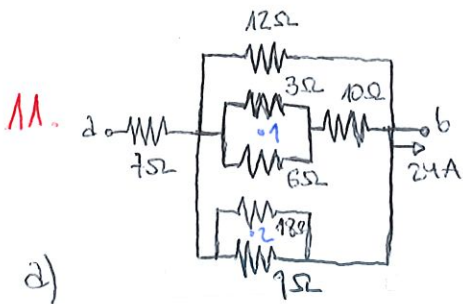
$$\vec{F}_e = -171E\vec{j} \quad a = F_e/m = \frac{-171E}{m} = 1358 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$$

$$t = l/v_0 \quad (V_{ix} \text{ keine delta})$$

$$t = 1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (v_{iy} = 0)$$

$$y = 8178 \cdot 10^{-3} \text{ m} \downarrow$$



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{2+1}{6} = \frac{1}{R} \quad R=2 \quad R_1=2\Omega$$

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{9} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{3}{18} = \frac{1}{R} \quad R=6 \quad R_2=6\Omega$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{R} \quad R=3\Omega$$

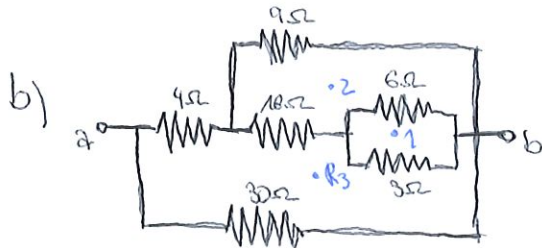
a)

$$3\Omega + 7\Omega = 10\Omega$$

10Ω / erresistentsia osoa

$$V = R I \quad 24 \cdot 10 = \underline{240V}$$

$$240V - 7\Omega I - 3\Omega I = 24A \quad I = 24A \quad V = 3 \cdot 24 + 240 = \underline{168V}$$



$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{R_1} \quad R_1 = 2\Omega$$

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{9} = \frac{1}{R_2} \quad R_2 = 6\Omega$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{1}{R_3} \quad R_3 = R = \underline{7.5\Omega}$$

$$V = R I$$

$$V = 12 \cdot 7.5 = \underline{90V}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B \quad V_A - V_B = 0 \quad 30 I_2 = 10 I_1$$

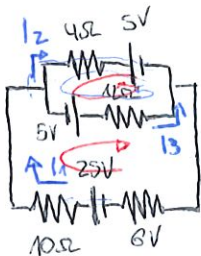
$$3 I_2 = I_1$$

$$12V = I_1 + I_2 \quad 12V = 4 I_2 \quad I_2 = 3A$$

$$I_1 = 12 - 3 = \underline{9A}$$

$$P = 3 \cdot 30 + 9 \cdot 4 = \underline{36V}$$

19.



$$25V - 10\Omega I_1 - 4\Omega I_2 - 5V - 6\Omega I_1 = 0$$

$$25V - 10\Omega I_1 + 5V - 12\Omega I_3 - 6\Omega I_1 = 0$$

$$5V - 12\Omega I_3 + 5V - 4\Omega I_2 = 0$$

$$10V - 12\Omega I_3 - 4\Omega I_2 = 0$$

$$\frac{10V - 12\Omega I_3}{4\Omega} = I_2$$

$$\frac{30V - 12\Omega I_3}{16\Omega} = I_1$$

$$30V - 16\Omega I_1 - 12\Omega I_3 = 0$$

$$20V - 16\Omega I_1 - 4\Omega I_2 = 0$$

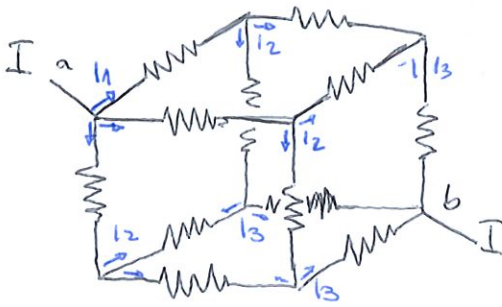
$$20V - 16\left(\frac{30 - 12I_3}{16}\right) - 4\left(\frac{10V - 12I_3}{4}\right) = 0$$

$$20 - 30 + 12I_3 - 10 + 12I_3 = 0$$

$$24I_3 = +40 - 20 = 20/24$$

$$20 - \frac{480 - 192I_3}{16} - \frac{40 - 48I_3}{4} = 0$$

12.



r
—  — densit

$$i_1 = 1/3$$

$$i_2 = i_1/2 = 1/6$$

$$i_3 = 2i_2 = i_1 = 1/3$$

$$V_a - i_1 r - i_2 r - i_3 r = V_b$$

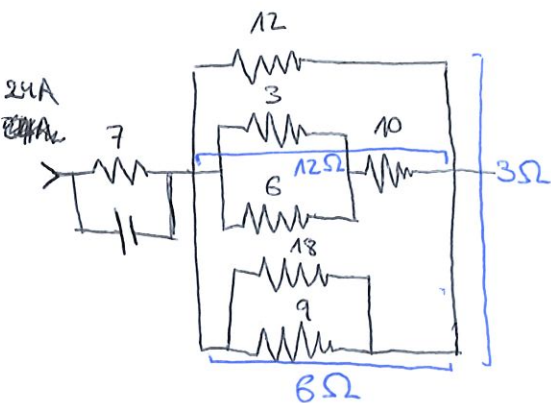
$$V_a - 2i_1 r - i_2 r = V_b$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = 2i_1 r + i_1/2 r = 2 \cdot \frac{1}{3} r + \frac{1}{6} r = \frac{5}{6} r$$

$$V_{ab} = \frac{5}{6} r I \quad \boxed{R_{ab} = \frac{5}{6} r}$$

11. ~~24A~~

a)



$$\frac{1}{R_{\text{bd}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{\text{bd}}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad R_{\text{bd}} = 2\Omega$$

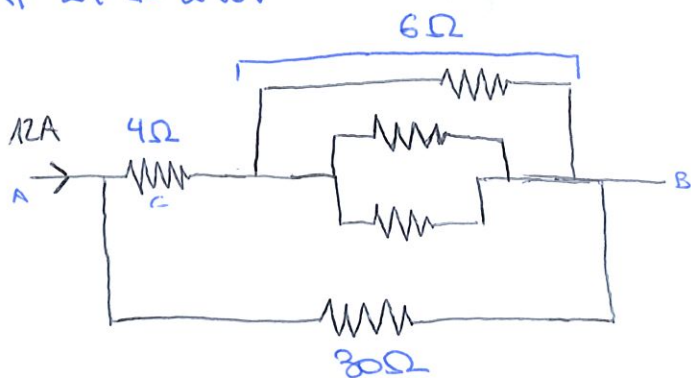
$$\frac{1}{R_{\text{bd}}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} \quad R_{\text{bd}} = 6\Omega$$

$$\frac{1}{R_{\text{bd}}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = 3\Omega$$



$$V = R I = 24 \cdot 10 = 240V$$

b)



$$V_{AB} = 30 I_2 = V_A - V_B$$

$$V_{AB} = 10 I_1$$

$$30 I_2 = 10 I_1$$

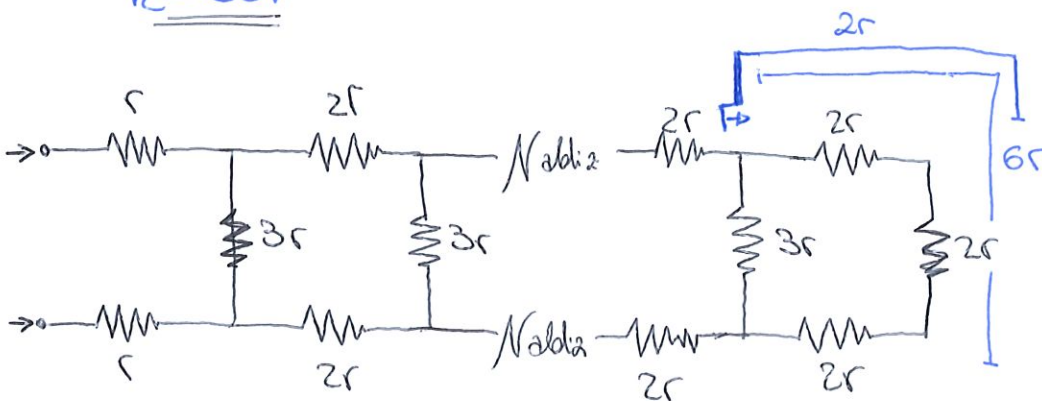
$$I_1 = 3 I_2$$

$$I_1 + I_2 = 12A$$

$$4 I_2 = 12A \quad \left| \begin{array}{l} I_2 = 3A \\ I_1 = 9A \end{array} \right|$$

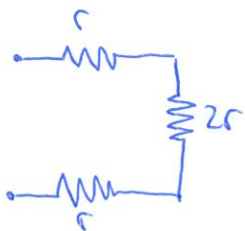
$$V_c = 36V$$

12.

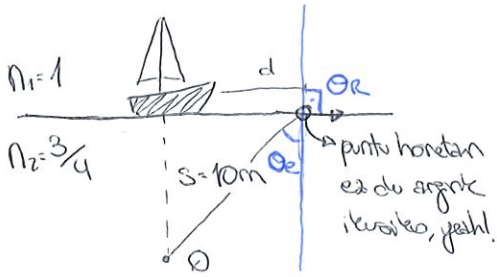


$$R = 4r$$

amperan



1.



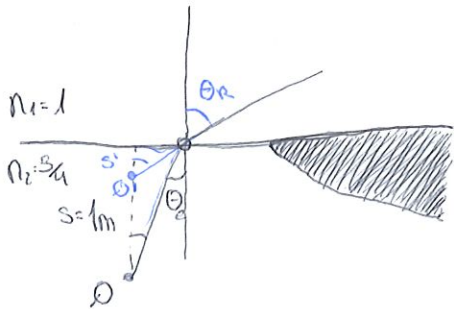
$n_1 \sin \theta_e = n_2 \sin \theta_r$
 (with arrows pointing to θ_e as 'angulo eraso' and θ_r as 'angulo reflektatu')

$\frac{4}{3} \sin \theta_e = 1 \sin 90$

$\theta_e = 48'59''$

$\tan \theta_e = \frac{d}{s} \quad d = s \tan \theta_e = 11'34\text{m}$

2.



$\frac{4}{3} \sin \theta_e = 1 \sin \theta_r$

$\theta_r = 13'39''$

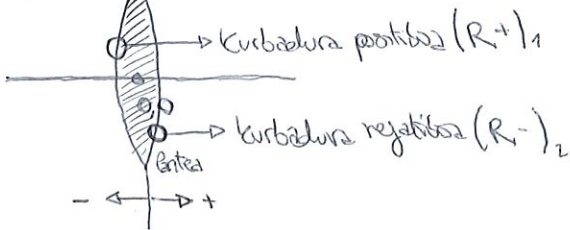
$\tan \theta_r = \frac{d}{s'} \quad s' = \frac{d}{\tan \theta_r} \quad s' = \frac{\tan 10}{\tan 13'39''} = 0'74\text{m}$

$\tan \theta_e = \frac{d}{s}$

$d = \tan \theta_e \cdot s = 1 \cdot \tan 10 = \tan 10$

T. objektu espaziala

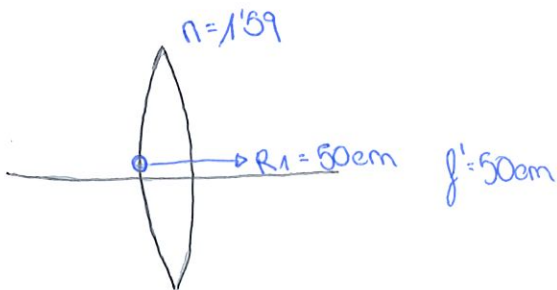
isuri espaziala



$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

$n =$ errefrakzio indizea
 R_1 (esk.)
 R_2 (esq.)

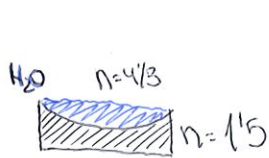
6.



$\frac{1}{50} = (1'59-1) \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{R_2} \right)$

$R_2 = \frac{R_1 f' (n-1)}{f' (n-1) - R_1} = -71'95\text{cm}$

9.



$$\frac{1}{f'_{\text{total}}} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'}$$

$$\frac{1}{f_1'} = (1.5 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{20} \right) = (1.5 - 1) \left(-\frac{1}{20} \right) \quad f_1' = -40$$

$$\frac{1}{f_2'} = \left(\frac{4}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{\infty} \right) = \left(\frac{4}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{20} \right) \quad f_2' = 60$$

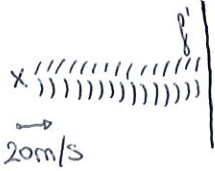
$$\frac{1}{f'_{\text{total}}} = \frac{1}{-40} + \frac{1}{60} \Rightarrow f'_{\text{total}} = -12 \text{ cm} = -12 \text{ m} \quad (\text{lente divergente})$$

Doppler efektiva

$$f_d = \frac{v - v_d}{v - v_i} f_0$$



5.



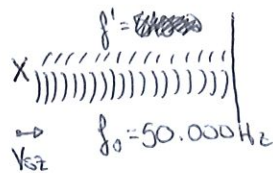
$$f_0 = 80.000 \text{ Hz}$$

$$v = 340 \text{ m/s}$$

$$f_{sz} = \frac{-344 - 20}{-344 - 0} f' = \frac{-344 - 20}{-344} \left[\frac{344 - 0}{344 - 20} f_0 \right]$$

$$f_{sz} = \frac{-344 - 20}{-344} \left[\frac{344}{344 - 20} f_0 \right] = \frac{-364}{-344} \left[\frac{344}{324} f_0 \right] = 8'988 \cdot 10^4 \text{ Hz}$$

6.



$$f_0 = 50.000 \text{ Hz}$$

$$f_{sz} = 55.000$$

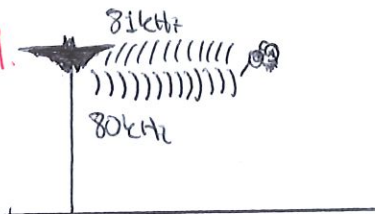
$$f_{sz} = \frac{-344 - |v_{sz}|}{-344} f' = \frac{-344 - |v_{sz}|}{-344} \left[\frac{+344 - 0}{344 - |v_{sz}|} f_0 \right]$$

$$55000 = \frac{-344 - |v_{sz}|}{-344} \left[\frac{344}{344 - |v_{sz}|} 50000 \right]$$

$$f_{sz} = \frac{344 + |v_{sz}|}{344 - |v_{sz}|} f_0$$

$$|v_{sz}| = \frac{344 (f_{sz} - f_0)}{f_0 + f_{sz}} = 340 \text{ m/s}$$

9.



$$v = 340 \text{ m/s}$$

$$f_{sz} = \frac{+340 - 0}{+340 - |v_{rel}|} \left(\frac{340 - |v_{rel}|}{340 - 0} f_0 \right)$$

$$f_{sz} = \frac{340}{340 + |v_{rel}|} \left(\frac{340 f_0 - |v_{rel}| f_0}{340} \right) \Rightarrow |v_{rel}| = \frac{340 (f_0 - f_{sz})}{f_{sz} + f_0} = -2'11 \text{ m/s}$$

$$|v_{rel}| = 2'11 \text{ m/s}$$

10.



$$f_0 = 50.000 \text{ Hz}$$

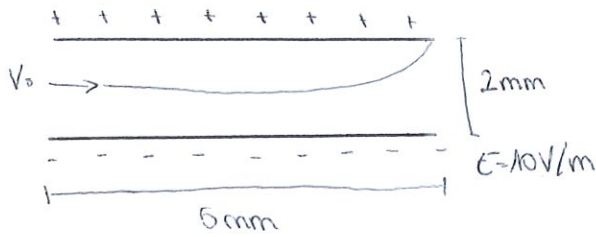
$$v = 340 \text{ m/s}$$

$$f_{sz} = \frac{-340 - 8}{-340 + 3} f' = \frac{-340 - 8}{-340 + 3} \left(\frac{340 + 3}{340 - 8} f_0 \right)$$

$$f_{sz} = 53342'74 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned} D &= vt \\ \lambda &= cT \\ \lambda &= c / f \\ f &= c / \lambda = 10^{10} \text{ Hz} \end{aligned}$$

8.1000



$$q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

x ardatzean $x = v_0 t$

d) y ardatzean $y = v_0 t + 0 - \frac{1}{2} a t^2$ $y = -\frac{1}{2} a t^2$

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{q_e E}{m_e} t^2 \quad t^2 = \frac{d \cdot m_e}{q_e E} \quad t = \sqrt{\frac{d m_e}{q_e E}} = 2.38 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$v_0 = \frac{x}{t} = 210.084 \cdot 0.336 \text{ m/s}$$

b) $v_y = a t$ $v_x = v_0$ $v_y = \frac{q_e E}{m_e} t = 58267 \text{ m/s}$

$$V = 217488.5663 \text{ m/s}$$

8.2004



$$E = 0.5 \text{ N/C}$$

$$q = 3 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$k = 8.988 \cdot 10^9$$

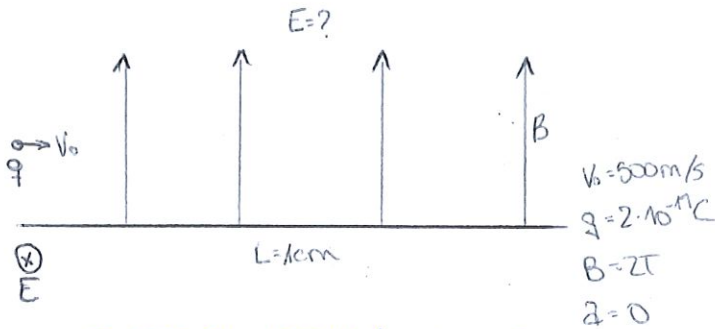
$$a = 2 \text{ m}$$

$$E_q = 2E = 2 \frac{k q}{r^2} r = 2 \cdot \frac{8.988 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-10}}{2^2} \cdot \sin 30 = 0.6741 \text{ N/C}$$

$$E_1 + E_2 = 0.5 \quad E_1 = 0.5 - E_q = -0.1741 \text{ N/C}$$

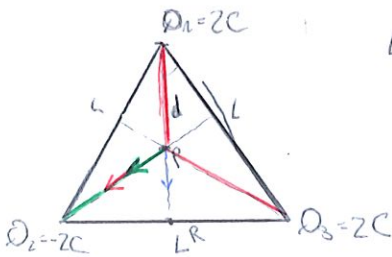
$$-0.1741 = \frac{k Q}{a^2} \quad Q = \frac{-0.1741 \cdot 2^2}{k} = -7.748 \cdot 10^{-11} \text{ C}$$

7. 2005



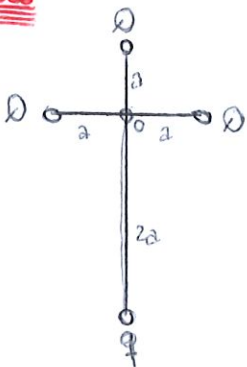
$E = 500 \cdot 2 = 1000 \text{ N/C}$ konstanta

5. 2010



$E_1 = 2E = 2 \frac{kQ}{d^2} \sin 30 = 4.3152 \cdot 10^9 \text{ N/C}$

8. 2006



$Q = q = 2 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ $d = 2 \text{ m}$

x ardatreko bi Q ek osatutako eremurak elkar deuseztatzen dute.

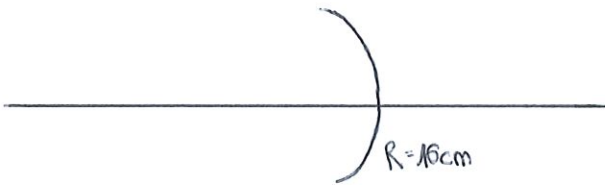
$E_1 = \frac{kQ}{a^2}$ $E_2 = \frac{kq}{2a^2}$

$E_1 = 0.899 \text{ N/C}$ $E_2 = 0.4495$ $E_T = 0.899 - 0.4495 = 0.4495 \text{ N/C}$ \hat{k}

$\frac{kQ}{a^2} = \frac{kq}{2a^2}$

$Q = q/2$ $q = 2Q = 4 \cdot 10^{-10} \text{ C}$

19.



a) $f = R/2 = 8 \text{ cm}$

b) $B = -4$

$$+\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{-3s} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1+(B-1)}{-sB} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1+4}{4s} = \frac{2}{-16} \quad \frac{5}{4s} = \frac{1}{-8}$$

$$\frac{-s'}{s} = B \quad s = -s'/B \quad s' = -sB$$

$s = -10 \text{ cm}$

c) $f' = 8 \text{ cm}$
 $n = 1.5$

$$\left. \begin{array}{l} \text{)} \\ \text{(} \end{array} \right| ? \Rightarrow \frac{1}{8} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{8} = 0.5 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{\infty} \right)$$

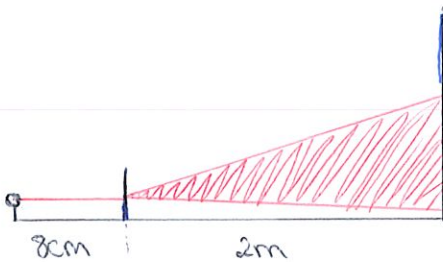
$R_1 = 4 \text{ cm}$
 $R_2 = \infty \text{ cm}$

lensa cembung

$$0.25 = \frac{1}{R_1} \quad R_1 = 4 \text{ cm}$$

d) $P = \frac{1}{-0.08} = -12.5 \text{ D}$

20.



a) $f' \quad \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0.08} + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{200} = \frac{1}{f'} \quad f' = 7.69 \text{ konvergenter}$

b) $y = 3.5 \text{ mm} = 0.35 \text{ cm}$

d) $B = \frac{0.5}{0.35} = 100$
 $B = s'/s$

$$B = y'/y \quad B = \frac{s'}{s} = \frac{200}{-8} =$$

$$-25 = y'/0.35 \quad y' = -8.75 \text{ cm abstrakter}$$

c) $y' = 35 \text{ cm} \quad B = \frac{s'}{-8} \quad 100 \cdot -8 = -800 \text{ cm} = -8 \text{ m}$

$$B = \frac{y'}{y} = 100$$

21.



$$f' = -20 \text{ cm}$$

a) divergentea

$$b) n = 1.5 \quad \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{\infty} \right) = 0.5 \frac{1}{R_1}$$

$$\frac{1}{-20} = 0.5 \frac{1}{R_1} \quad R_1 = -10 \text{ cm} = -10 \text{ cm}$$

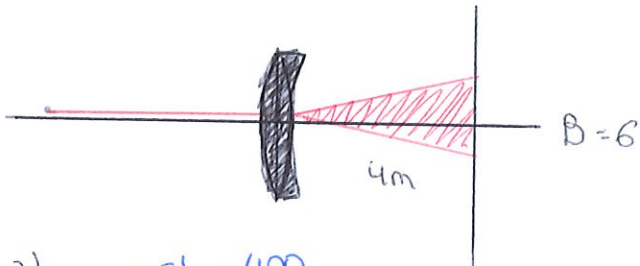
c) $B = 1/4$

$$B = \frac{s}{s'} \quad s = Bs'$$

$$\frac{1}{-20} = -\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \frac{1}{-20} = \frac{1}{-Bs'} + \frac{1}{s'} = \frac{1-B}{-Bs'}$$

$$\frac{1}{-20} = \frac{1-1/4}{-1/4 s'} \quad s' = 0.15 \text{ cm}$$

22.



$$a) 6 = \frac{-s'}{s} = \frac{-400}{s}$$

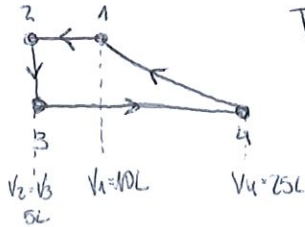
$$s = -66.6 \text{ cm}$$

$$b) \frac{1}{f} = \frac{1}{400} + \frac{1}{66.6} = 57.09 \text{ cm}$$

$$c) n = 1.5 \quad \frac{1}{57.09} = 0.5 \left(2 \left(\frac{1}{R} \right) \right) \quad R = 57.09 \text{ cm}$$

$$d) P = 1/0.5709 = 1.75$$

3.



$$T_1 = T_4 = 487.8 \text{ K}$$

$$a) \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \frac{10}{487.8} = \frac{5}{T_2} \quad T_2 = 243.9 \text{ K}$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \quad P_2 = \frac{8.314 \cdot 243.9}{5} = 405.56 \text{ Pa}$$

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4} \quad \frac{5}{T_3} = \frac{25}{487.8} \quad T_3 = 97.56 \text{ K}$$

$$P_3 V_3 = nRT_3 \quad P_3 = \frac{8.314 \cdot 97.56}{5} = 162.22 \text{ Pa}$$

$$b) W_{12} = 405.56(5 - 10) = -2027.8 \text{ J}$$

$$W_{23} = 0 \quad \Delta V = 0 \text{ batu}$$

$$W_{34} = 162.22(25 - 5) = 3244.4 \text{ J}$$

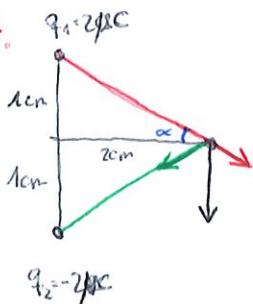
$$W_{41} = nRT \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) = 8.314 \cdot 487.8 \cdot \ln\left(\frac{10}{25}\right) = -3746.08 \text{ J}$$

c)

$$\Delta U = 0 \quad Q_1 = W_1 \quad Q_2 = -2499.4 \text{ J}$$

$$d) \text{ isterna } Q = W = -3746.08 \text{ J}$$

4.



$$r^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \quad r = \sqrt{5} \text{ cm} \quad \text{tg} \alpha = \frac{1}{2} \quad \alpha = 26.56^\circ$$

$$\sqrt{5} = 2.236 \text{ cm} = 0.02236 \text{ m}$$

$$a) E = 2E = 2 \frac{kq}{r^2} \cdot \sin \alpha = 2 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{0.02236^2} \sin 26.56 = 3.22 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$V = V_- + V_+ = 0$$

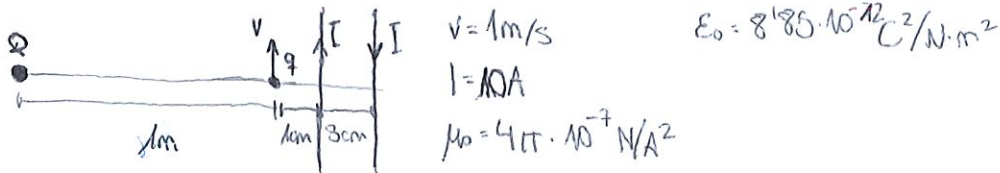
$$b) \bar{E}_p = -Q/V_d = -Q \frac{kq}{r} = -\frac{kQ^2}{r} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-9})^2}{\sqrt{0.05}} = -1.65$$

$$c) F = E \cdot Q = 3.22 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 16.1 \text{ N}$$

$\downarrow -j 16.1 \text{ N}$

$$d) \bar{E}_p = qV_p \quad V_p = 0 \quad \bar{E}_p = 0$$

5.



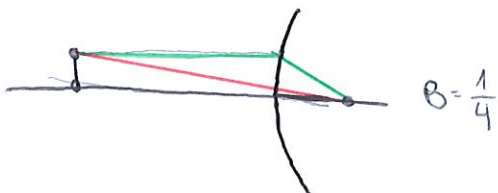
$$a) B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot d} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 10 = \left(\frac{1}{0.001} - \frac{1}{0.004}\right) = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

$$F = qvB = 7 \cdot 1 \cdot 1.5 \cdot 10^{-4} = 1.05 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$\frac{kQq}{r^2} = 1.05 \cdot 10^{-4} \text{ N} \quad F_e = F_m$$

$$Q = \frac{1.05 \cdot 10^{-4}}{k} = -1.667 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

6.



a)

$$R = 50 \text{ cm} \quad f' = 25 \text{ cm}$$

$$b) \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad \frac{1}{(-s'/B)} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

$$B = \frac{-s'}{s} \quad s = -s'/B$$

$$\frac{1}{-4s'} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{50}$$

resolva algebricamente

$$\frac{1-4}{-4s'} = \frac{2}{50} \quad \frac{-3}{-4s'} = \frac{2}{50} \quad s' = 18.75 \text{ cm}$$

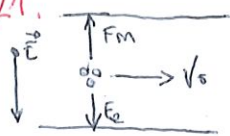
$$s = -75 \text{ cm}$$

$$c) \frac{2}{-50} = \frac{1}{-75} + \frac{1}{s'} \quad s' = -37.5$$

$$B = -0.15 = -\frac{3}{20} \text{ es dia do objeto.}$$

$$\vec{B} = -0.9 \text{ T} \hat{k}$$

21.

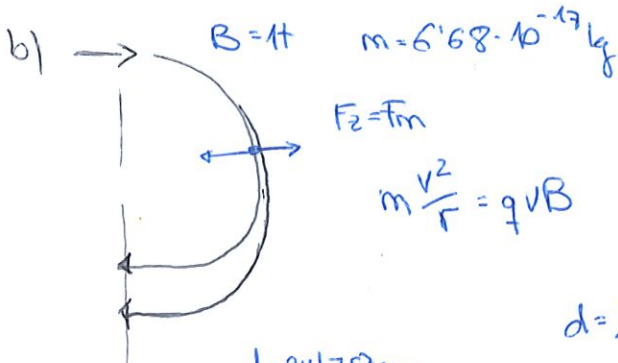


$$\rightarrow v_0 = 11 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$E = vB \quad F_e = F_m$$

$$qE = qvB$$

d)



$$F_c = F_m$$

$$m \frac{v^2}{r} = qvB \quad \frac{mv}{qB} = R$$

$$d = 24.78 \text{ mm}$$

$$d = 2(R_{He} - R_x)$$

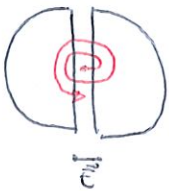
$$\frac{2 \text{ mHeV}}{qB} - \frac{2m_x v}{qB} = d$$

negativas emana deures ($R_x - R_{He}$)

$$m_x = -11.3 \cdot 10^{-21} \text{ kg (negativas?)}$$

$$m = 24.17 \cdot 10^{-21} \text{ kg}$$

22.



$$B = 1.31 \text{ T}$$

$$F_c = F_m$$

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \quad \vec{v} = \frac{qBR}{m}$$

$$v = 2.51 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

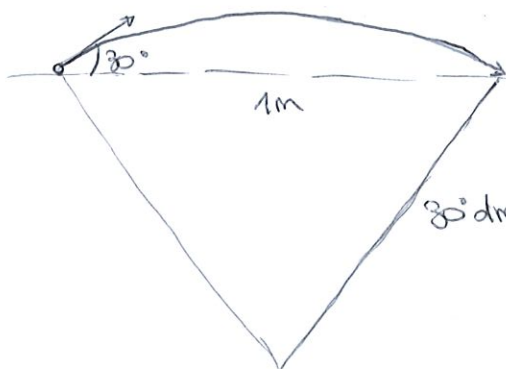
$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi R}{qBR} \cdot m = \frac{2\pi m}{qB} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$F_c = F_e \quad \frac{1}{2} mv^2 = q\Delta V$$

$$\Delta V = \frac{mv^2}{2q} = 3.29 \cdot 10^6 \text{ V}$$

24.



$$F_c = \frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$B = \frac{mv}{Rq} = \frac{\sqrt{2mE_2}}{qR} = 1.37 \text{ T}$$

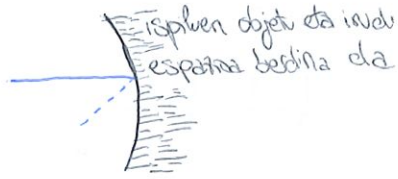
30° deures $R = 1 \text{ m}$

ISITLU esferikoak

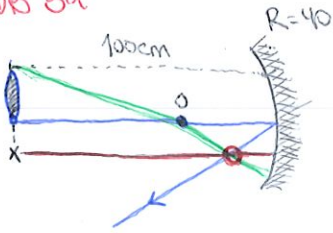
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = m$$

$$f' = R/2$$



ADB 3a



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

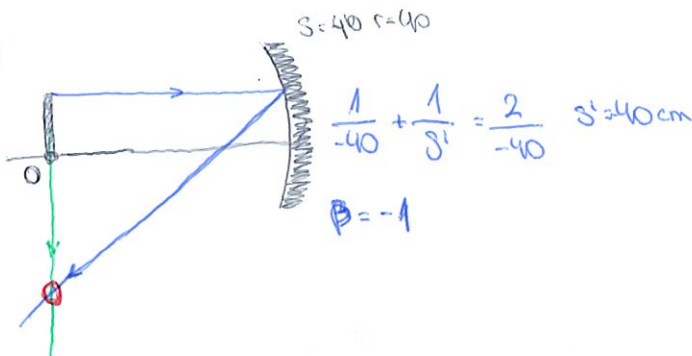
$$\frac{1}{-100} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{-40} \quad s' = -25 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = m = \frac{25}{-100} = -0.25 = \beta \text{ (aldartzez/berria } \ominus)$$

○ izpi berdea obj-zentr-isp

● izpi urdina obj-isp.

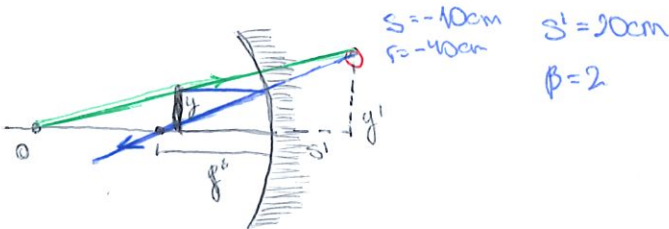
3b



$$\frac{1}{-40} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{-40} \quad s' = -40 \text{ cm}$$

$$\beta = -1$$

3d

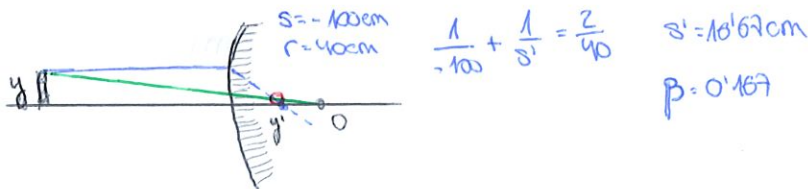


$$s = -10 \text{ cm} \quad r = -40 \text{ cm}$$

$$s' = 20 \text{ cm}$$

$$\beta = 2$$

4a



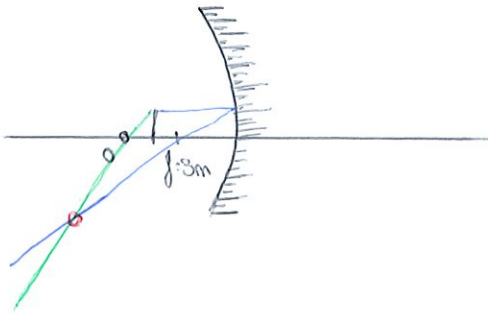
$$s = -100 \text{ cm} \quad r = 40 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{-100} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{40}$$

$$s' = 10.67 \text{ cm}$$

$$\beta = 0.167$$

19.



$$\beta = -4 = \frac{-s'}{s} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{2 ekrang 2 ekvans}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

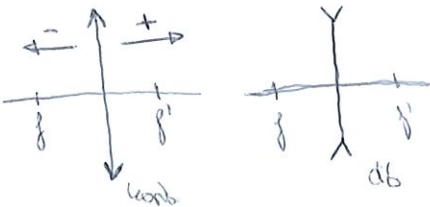
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{4s} = \frac{1}{-8} \quad \underline{s = -10 \text{ cm}}$$

$$\underline{s' = -40 \text{ cm}}$$

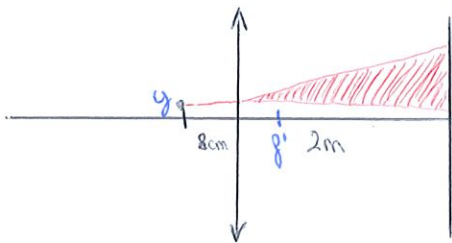
$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Lejarrak

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \quad m = \beta = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y}$$



ADAB



a) $-\frac{1}{-8} + \frac{1}{200} = \frac{1}{f'}$ $f' = 7'69 \text{ cm}$ (positiboa dena leku konbergentea)

b) $\beta = \frac{200}{-8} = \frac{y'}{0'35 \text{ cm}}$ $y' = -8'45 \text{ cm}$ (alderantzizkoat \ominus)

c) $y' = 36 \text{ cm}$ $y'/y = s'/s$ $-\frac{36}{0'35} = \frac{s'}{s}$ $\left. \begin{array}{l} \text{dit} \rightarrow s' = -1003 \\ \\ \end{array} \right\}$

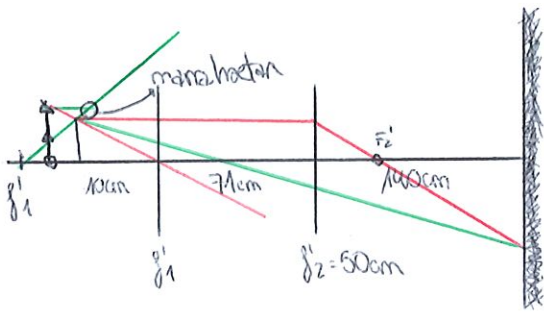
$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$ $-\frac{1}{s} + \frac{1}{1000} = \frac{1}{7'69}$ $s = -7'77 \text{ cm}$ (objektua)

$s' = 7'77 \text{ cm}$ (pantalo)

d) $y'/y = s'/s$ $\frac{35}{0'35} = \frac{200}{s}$ $s = \frac{35}{0'35 \cdot 200}$

$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$ $-\frac{1}{s} + \frac{1}{200} = \frac{1}{f'}$ $f' = 1'88 \text{ cm}$

5.



a) $\frac{1}{50} = -\frac{1}{s_2} + \frac{1}{140}$

$\frac{1}{s_2} = \frac{1}{140} - \frac{1}{50} \quad s_2 = -77.77 \text{ cm}$

$s'_1 = -6.77 \quad \frac{1}{s'_1} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{-6.77} \rightarrow s'_1 = -20.95 \text{ cm}$ *dibesarkan*

b) $B = \frac{y'}{y} = \frac{y'_2 \cdot y'_1}{y_2 \cdot y_1} = \frac{s'_2 \cdot s'_1}{s_2 \cdot s_1} = \frac{140 \cdot -6.77}{-77.77 \cdot -10} = -1.218$ *Hardap eta aberrantzia batu*

3.

● $100 \text{ g} = m_w$
 $T_0 = 75.5^\circ \text{C} = 348.5 \text{ K}$
 $c_w = 160 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$
 $C_w = 397 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$

■ $50 \text{ g} = m_u$
 $25^\circ \text{C} = T_0 = 298 \text{ K} \quad T_1 = 25.5^\circ \text{C} = 298.5 \text{ K}$
 $c_u = 4180 \text{ J/kg}^\circ \text{C}$
 $\cdot 10^3$

$m_{au} + m_{cu} = 0.1 \text{ kg} \quad m_{au} = 0.1 - m_{cu}$
 $m_{au} c_{au} \Delta T + m_{cu} c_{cu} \Delta T = m_{cu} c_u \Delta T \quad (m_{au} c_{au} + m_{cu} c_{cu}) \Delta T = m_{cu} c_u \Delta T$

$(m_{au} \cdot 397 + m_{cu} \cdot 160) (298.5 - 348.5) = 0.1 \cdot 4180 (298.5 - 298)$

$(397(0.1 - m_{cu}) + m_{cu} \cdot 160) 50 = 104918$

$39.7 - 397 m_{cu} + m_{cu} 160 = 20.9836$

$-237 m_{cu} = -18.7164$

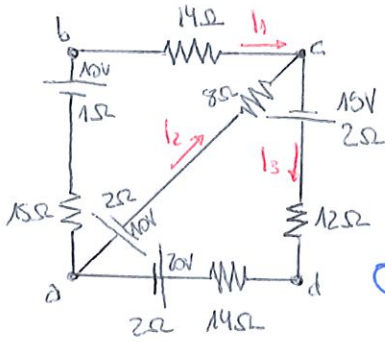
$m_{cu} = 0.0789$

$m_{au} = 0.0211$

$m_{cu} = 0.0789 \text{ kg}$

$m_{au} = 0.0211 \text{ kg}$

4/2013



$$i_1 + i_2 = i_3$$

$$-10V - 8\Omega i_2 + 15V - 2\Omega i_3 - 12\Omega i_3 - 14\Omega i_3 - 20V - 2\Omega i_3 - 2\Omega i_2 = 0$$

$$-15V - 10\Omega i_2 - 30\Omega i_3 = 0$$

$$0 = 15V - 2\Omega i_3 - 12\Omega i_3 - 14\Omega i_3 - 20V - 2\Omega i_3 - 15\Omega i_1 + 10V - i_1 \cdot 14\Omega$$

$$5V - 30\Omega i_3 - 30\Omega i_1 = 0$$

$$i_1 + i_2 = i_3$$

$$\left. \begin{aligned} -15V - 10\Omega i_2 - 30\Omega i_3 = 0 \rightarrow i_2 &= \frac{-15V - 30\Omega i_3}{10\Omega} \\ 5V - 30\Omega i_3 - 30\Omega i_1 = 0 \rightarrow i_1 &= \frac{5V - 30\Omega i_3}{30\Omega} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{5V - 30\Omega i_3}{30\Omega} + \frac{-15 - 30\Omega i_3}{10\Omega} = i_3 \quad 5V - 30\Omega i_3 = 30 \left(i_3 - \frac{-15 - 30\Omega i_3}{10\Omega} \right)$$

$$5V - 30\Omega i_3 = 30i_3 - \frac{30(-15 - 30i_3)}{10} \quad 5V - 30\Omega i_3 = 30i_3 - 3(-15 - 30i_3)$$

$$5V - 30i_3 = 30i_3 + 45 + 90i_3 \quad (30 + 30 + 90)i_3 = -40 \quad i_3 = -\frac{40}{150} = -\frac{4}{15} A$$

$$i_1 = \frac{5 - 30(-4/15)}{30} = \frac{5 + 8}{30} = \frac{13}{30} A$$

$$i_1 = \frac{13}{30} A$$

$$i_2 = -\frac{7}{10} A$$

$$i_2 = -\frac{4}{15} - \frac{13}{30} = \frac{-8 - 13}{30} = \frac{-21}{30} = -\frac{7}{10} A$$

$$i_3 = -\frac{4}{15} A$$

$$V_{ac} = V_a - V_c$$

$$V = RI$$

$$V_{ab} = V_a - V_b$$



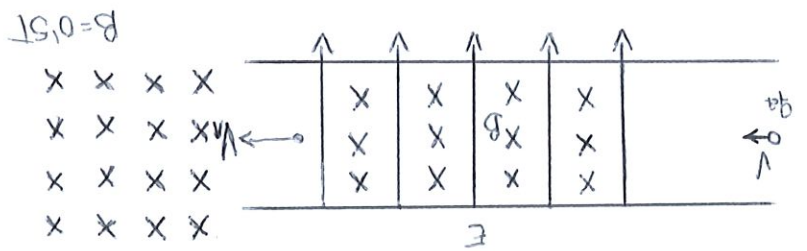
c) $B = \frac{mv}{Rt}$ $R = \frac{mv}{Bt} = 4/153125 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

b) $E_z = \frac{1}{2} mv^2 = 313225 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

$v_A = 10^5 \text{ m/s}$

a) $E = \frac{1}{2} kv^2$ $E = vB = 10^5 \cdot 0.1 = 10^4 \text{ N/C}$

$B = 0.1 \text{ T}$
 $m_A = 6.16 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
 $g_A = 8.12 \cdot 10^{12} \text{ C}$



$$P_4 V_4 = nRT_4 \quad V_4 = \frac{P_4}{RT_4} = 12.172L$$

$$P_3 = P_4$$

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_3 V_3^{\gamma} \quad P_1 V_1^{5/3} = P_3 V_3^{5/3} = 254172 \text{ Pa} \quad T_3 = 428.12K$$

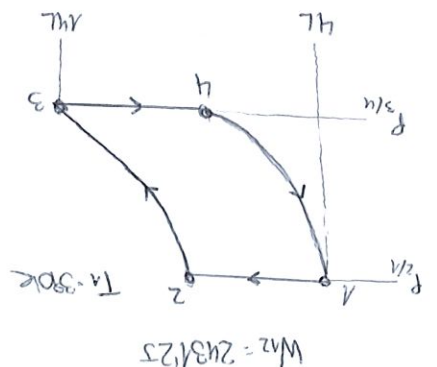
$$24312 = 810615(V_2 - V_1) \quad V_2 = 6.79L$$

$$P_1 - P_2 = \frac{810615 \cdot 300}{4} = 810615 \text{ Pa}$$

$$W_{12} = nR \frac{V_1 - V_2}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) \quad 24312 = \frac{8.314}{1 - 5/3} (T_2 - 300) \quad T_2 = 195.05K$$

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$W_{12} = P \Delta V = P(V_2 - V_1) \quad \Delta V = m c_p \Delta T$$



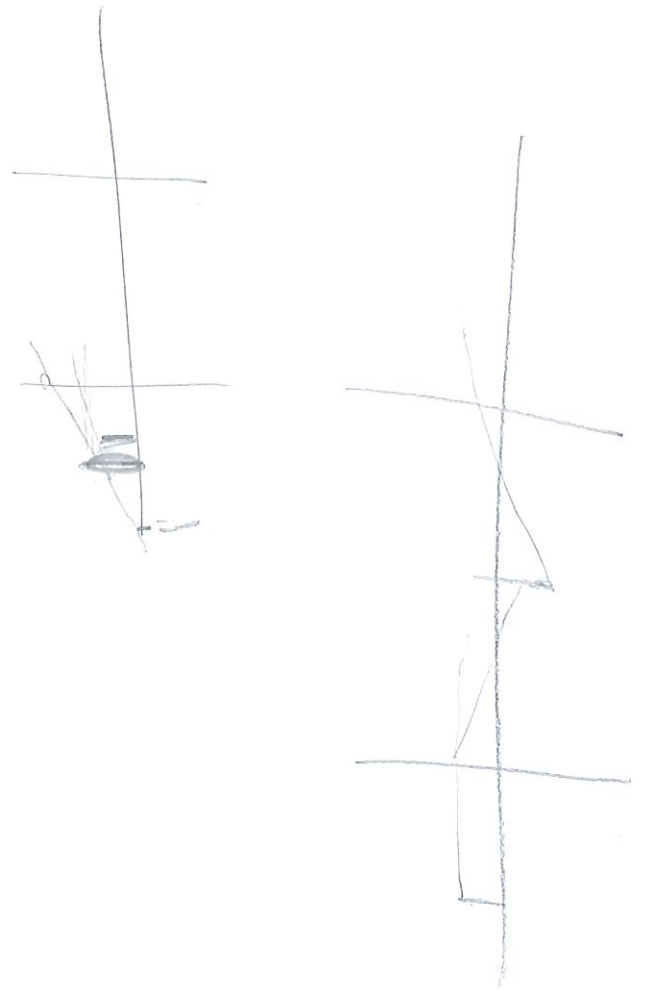
$$C_p = \frac{5}{2}R$$

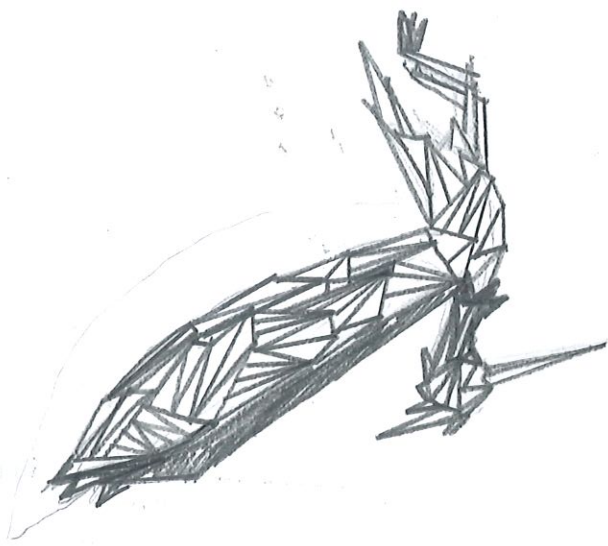
$$C_v = \frac{3}{2}R$$

$$\frac{50000}{344(344-V)} = \left(\frac{50000}{344-V} \right) \frac{344}{344-V} = \frac{50000 \cdot 344}{(344-V)^2}$$

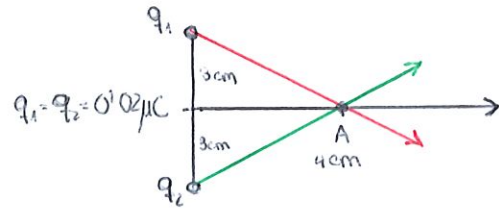
$$f \cdot \frac{V-V_s}{V-V_d} = f \cdot \frac{V-V_s}{V-V_d} = f \cdot \left(\frac{V-V_s}{V-V_d} \right)$$

$f = 50000$
 $f = 50000$
 \rightarrow





4.



$$d) E = 2E_q = 2 \frac{kq}{d^2} \cos \alpha = 2 \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{0.05^2} \cos 36'86'' = 1.15 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$d^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \quad d = 5$$

$$V = \frac{kQ}{d} \cdot 2 = 7200 \text{ V}$$

$$\alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \quad \alpha = 36'86''$$

$$b) Q = 0.03 \mu\text{C} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{A particle} \\ m = 5 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \end{array} \right.$$

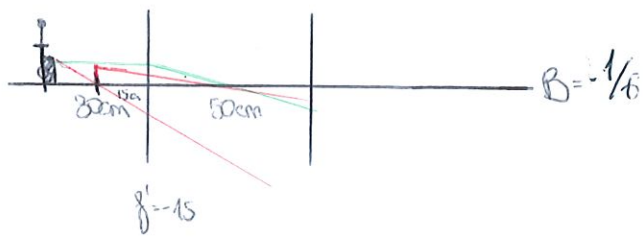
$$E_{pe} = QV = 0.03 \cdot 10^{-6} \cdot 7200 = 2.16 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$F_e = QE = 3.45 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

$$c) E_{pe1} = E_{z1} + E_{pe2}$$

$$2.16 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 2^2 + E_{pe2} \quad E_{pe2} = 1.16 \cdot 10^{-4}$$

6.



a) $\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{-s_1} + \frac{1}{s'_1}$ $\frac{1}{-15} = \frac{1}{(-30)} + \frac{1}{s'_1}$ $\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-15} - \frac{1}{30} = -\frac{1}{30}$

$s'_1 = -10\text{cm}$

$B_1 = \frac{s'_1}{s_1} = \frac{-10}{-30} = 1/3$

b) $\beta_1 \cdot \beta_2 = \beta_T$ $\beta_2 = \frac{1/6}{1/3} = -1/2$

c) $\beta_2 = \frac{s'_2}{s_2}$ $s_2 = -50 - 10 = -60$

$-\frac{1}{2} = \frac{s'_2}{-60}$ $s'_2 = 30\text{cm}$

d) $-\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f'_2}$ $f'_2 = 20\text{cm}$ konvergenter

