ALJEBRA: Azterketetako Ariketak

Espazio bektorialak- Emaitzak

2. ARIKETA:

1) $B_S = \{1+x, x^2-1, x^3+1\}$. Ekuazio parametrikoak: $\begin{cases} a_0 = \alpha - \beta + \delta \\ a_1 = \alpha \\ a_2 = \beta \\ a_3 = \delta \end{cases}$

Ekuazio inplizitua: $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 0$

2) $B_S = \{1+x,\ x^2-1,\ x^3+1,\ 1\}$ **3)** $a_0' = 0$

3. ARIKETA:

$36 \le \dim(U+V) \le 55$ *eta* $9 \le \dim(U \cap V) \le 28$

4. ARIKETA:

1) $B_U = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ eta $\dim U = 3$

$B_V = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ eta $\dim V = 3$

2) U-ren ekuazio inplizitua: $a_{12} = a_{21}$

U-ren ekuazio parametrikoak: $\begin{cases} a_{11} = \alpha \\ a_{12} = \beta \\ a_{21} = \beta \\ a_{22} = \delta \end{cases}, \alpha, \beta, \delta \in \mathbb{R}$

V-ren ekuazio inplizituak: $a_{12} = 0$

V-ren ekuzio parametrikoak: $\begin{cases} a_{11} = \alpha \\ a_{12} = 0 \\ a_{21} = \beta \\ a_{22} = \delta \end{cases} \alpha, \beta, \delta \in \mathbb{R}$

3) $B_{U \cap V} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ eta $\dim(U \cap V) = 2$

$U+V=E_{2x2}(\mathbb{R})\quad \dim(U+V)=4.$

Ez dira betegarriak.

5. ARIKETA:

S $E_{2x2}(\mathbb{R})$ espazioko azpiespazio bektoriala da.

6. ARIKETA:

$B_{W_1\cap W_2}=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\-\frac{3}{2}\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$ Ekuazio parametrikoak: $\begin{cases}x_1=\alpha\\x_2=0\\x_3=\beta\\x_4=-\frac{3}{2}\cdot\alpha+\beta\end{cases}$

$W_1\cap W_2$ -ren ekuazio inplizituak: $\begin{cases}x_2=0\\3\cdot x_1-x_2-2\cdot x_3+2\cdot x_4=0\end{cases}$

7. ARIKETA:

a) $\forall\ \lambda\neq 0\wedge\ \lambda\neq 1\wedge\ \lambda\neq -2.$

b) $P=\begin{pmatrix}2&1&0\\0&3&1\\0&2&2\end{pmatrix}$ eta $B'=\left\{\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2',\mathbf{e}_3'\right\}$ non $\mathbf{e}_1'=2\cdot\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e}_2'=\mathbf{e_1}+3\cdot\mathbf{e_2}+2\cdot\mathbf{e_3}$,

$\mathbf{e}_3'=\mathbf{e_2}+2\cdot\mathbf{e_3}$ **c)** $\left\{2\cdot\mathbf{e_1}+\mathbf{e_2}+2\cdot\mathbf{e_3},\mathbf{e_1},\mathbf{e_3}\right\}$

8. ARIKETA:

a) S_1-n ekuazio inplizituak: $\begin{cases}a_{22}-a_{12}-a_{21}=0\\a_{11}=0\end{cases}$. S_2-n ekuazio inplizituak: $\begin{cases}a_{11}=a_{22}\\a_{21}=-a_{12}\end{cases}$

b) $B_{S_1\cap S_2}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\right\}\ \dim(S_1\cap S_2)=1$

$S_1\cap S_2$ -ren ekuazio parametrikoak: $\begin{cases}a_{11}=0\\a_{12}=\alpha\\a_{21}=-\alpha\\a_{22}=0\end{cases},\forall\alpha\in R$

$B_{S_1+S_2}=\left\{\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}\ \dim(S_1+S_2)=3$

$S_1 + S_2$ -ren ekuazio parametrikoak: $\begin{cases} a_{11} = \alpha \\ a_{12} = \beta \\ a_{21} = \gamma \\ a_{22} = \alpha + \beta + \gamma \end{cases}, \forall \alpha, \beta, \gamma \in R$

10. ARIKETA:

S ez da azpiespazio bektoriala.

11. ARIKETA:

a) $B_S = \left\{x^2 - x^3, 1 - x\right\}$ **b)** $B_{P_3(x)} = \left\{x^2 - x^3, 1 - x, 1, x^2\right\}$

c) $T = \text{Span}\left\{1, x^2\right\}$ eta $p(x) = -\left(x^2 - x^3\right) + (1 + x^2)$

12. ARIKETA:

$U \cap V$ -ren ekuazio inplizituak: $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$

$B_{U+V} = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ $U + V$ -ren ekuazio inplizitua: $x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0$.

Ekuazio parametrikoak: $\begin{cases} x_1 = t - r - s \\ x_2 = t \\ x_3 = r \\ x_4 = s \end{cases}, \forall t, r, s \in \mathbb{R}$

13. ARIKETA:

b) $C_{\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $C_{\{\mathbf{v}, \mathbf{w}\}}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

14. ARIKETA:

$P_3 = P_1 P_2$