FUNCIONES DOS VARIABLES

1.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} 3^{\frac{x^2\cdot y}{x^2+y^2}} & \text{Si} \quad (x,y)\neq(0,0) \\ 1 & \text{Si} \quad (x,y)=(0,0) \end{cases}$:

a) Analizar la continuidad de *f* en el punto (0,0).

b) Calcular las derivadas parciales de *f* en el punto (0,0).

c) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto (0,0).

2.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} x+\dfrac{x^2\cdot y}{x^2+y^2}\cdot sen\left(\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}\right) & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$.

a) Estudiar la continuidad en $\mathbb{R}^2$

b) Determinar sus derivadas parciales en el origen.

c) Estudiar la diferenciabilidad en el origen.

3.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} x+\dfrac{(x+y)^3}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot e^{\sqrt{x^2+y^2}} & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$,

d) Analizar su continuidad en el punto (0,0).

e) Estudiar su diferenciabilidad en el punto (0,0).

4.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$:

a) Estudiar su continuidad en el punto (0,0).

b) Calcular $f'_x(0,0)$ y $f'_y(0,0)$.

c) Analizar su diferenciabilidad en el punto (0,0).

5.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} \tan\left(\dfrac{x^2\cdot y}{x^2+y^2}\right) & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$,

a) Estudiar su continuidad en el punto (0,0).

b) Calcular sus derivadas parciales en el punto (0,0).

c) Estudiar su diferenciabilidad en el punto (0,0).

6.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{y\cdot x^2-y^3}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$,

a) Estudiar su continuidad en el punto (0,0).
b) Calcular sus derivadas parciales en el punto (0,0).
c) Estudiar su diferenciabilidad en el punto (0,0).

7.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos\left(x^2\cdot y\right)}{\sin\left(x^2+y^2\right)} & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$,

a) Estudiar su continuidad en el punto (0,0).
b) Calcular sus derivadas parciales en el punto (0,0).
c) Estudiar su diferenciabilidad en el punto (0,0).

8.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x\cdot e^{x+y}}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$,

a) Analizar su continuidad en el punto (0,0).
b) Calcular sus derivadas parciales en el punto (0,0).
c) Estudiar su diferenciabilidad en el punto (0,0).

9.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{y^3\cdot e^{x+y}}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$,

Estudiar su continuidad y su diferenciabilidad en el punto (0,0).

10.- Haciendo uso de la diferencial de una función de dos variables, obtener un valor aproximado de $arctan\left(\dfrac{1.1}{0.8}\right)$. Justificar los resultados

11.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} (2x^2+2y^2)\cdot\sin\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \forall(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$,

a) Calcular sus derivadas parciales primeras $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2$

b) Analizar si f es diferenciable en (0,0).

c) Estudiar la continuidad de las derivadas parciales en (0,0).

12.-Sabiendo que la función $f(x,y)=\begin{cases} e^{\frac{y^3}{x^2+y^2}} & \forall (x,y)\neq(0,0) \\ 1 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ <u>no es diferenciable</u> en el punto (0,0):

a) Estudiar su continuidad en el punto $(0,0)$.
b) Calcular sus derivadas parciales en el punto $(0,0)$.
c)

13.- Dada la función $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\mathrm{L}\left(1+x^2\right)\cdot \sin y}{x^2+y^2} & \forall (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$:

a) Analizar su continuidad en el punto $(0,0)$.
b) Analizar su diferenciabilidad en el punto $(0,0)$.

14.- Calcular las derivadas parciales de $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{(x-y)^2} & \forall (x,y)\,/\, x\neq y \\ x-1 & \forall (x,y)\,/\, x=y \end{cases}$ en el punto $(1,1)$.

15.- Sea $z=f(x,y)$ una función diferenciable $\forall (x,y)\in\mathbb{R}^2$. Si se conocen los valores $f(0,0)=3$, $f(0.1,\ 0)=3.01$ y $f(0.1,\ 0.2)=3.018$, calcular el valor aproximado de las derivadas parciales respecto de *x* e *y* en el punto $(0,0)$.

16.- Sea $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & si\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$. Estudiar la diferenciabilidad en (0,0).