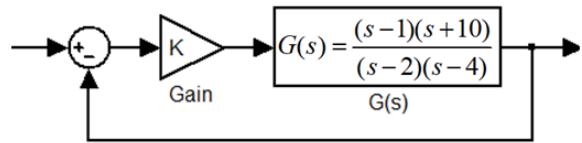


Erregulazio Automatikoa eta Kontrola – Azterketa finala

2021/01/25 – Ohiko deialdia (bigarren zatia)

1.) Ondorengo sistema emanik: (2.5 p)



- a. Marraztu erroen leku geometrikoa 10 urratsen metodoa erabiliz, argi adieraziz adar bakoitzaren noranzkoa. (1.25 p)
- b. Interpretatu begizta itxiko sistemaren portaera erroen leku geometrikoaren irizpidea erabiliz eta aztertu bere egonkortasuna. (1.25 p)

2.) Sistema honentzako: $G(s) = \frac{(100000s + 200000)}{(s + 20)(s^2 + 120s + 3200)}$ (2.5 p)

- a. Marraztu $G(s)$ -ren Boderen diarama orri milimetratu batetan, eta adierazi sistema berrelkadura unitario negatibo eta $K=1$ irabazpen proportzionalarekin egonkorra den ala ez, grafikatik lorturiko eta baita analitikoki kalkulaturiko, GM irabazpen heina eta PM fase heina erabiliz. (1.25 p)
- b. Zein da K parametroak hartu behar duen balioa, sistemak begizta irekian 40° -ko fase heina izan dezan? Marraztu Boderen diagrama berria aurreko orri loaritmikoan eta adierazi sistema begizta itxian egonkorra den ala ez. (1.25 p)

3.) Aurkitu K eta a parametroek izan behar duten balioa sistema honek 3 rad/s-ko banda zabalera izan dezan. (2.5 p)

$$G(s) = \frac{K}{(s + 20)^2(s + a)}$$

4.) Aztertu sistema honek begizta itxian berrelkadura unitario negatiboarekin duen egonkortasuna denbora eremuko (Erroen Leku Geometrikoa eta Routh-Hurwitz) eta maiztasun eremuko (Irabazpen heina eta Fase heina) ikuspuntuetatik, zehaztasunez. (2.5 p)

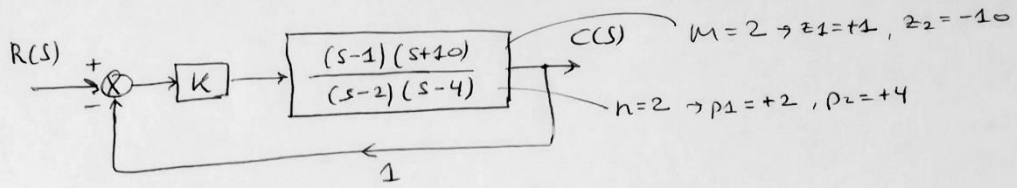
$$G(s) = \frac{2}{(s + 1)^3}$$

Oharrak:

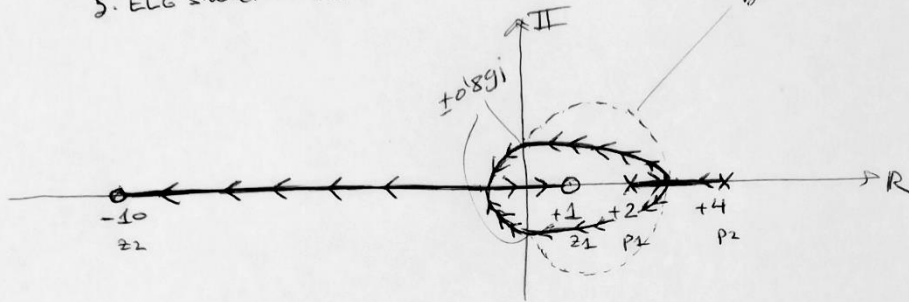
- Azterketa arkatzez egin daiteke.
- Komentatu egiten den guztia. Ebaluatua izango da.
- Txunkuntasuna eta emaitzak argi eta garbi adieraztea eskatzen da.
- Ariketa bakoitza orrialdearen goikaldean hasi behar da.

Erregulazio Automatikoa eta Kontrola – Azterketa finala
2021/01/25 – Ohiko deialdia (bigarren zatia)

1.)



- a)
1. Azaldu kopurua $\Rightarrow n=2$, 2 adar
 2. Adaruen itzeer-puntuak p_1 eta p_2
 3. " bukatze-puntuak z_1 eta z_2
 4. ELG \in ardatz IR $[-10 \div +2]$, $[+2 \div +4]$
 5. ELG simetriko ardatz IR-erako



6. Asintota $n-m=2-2=0 \Rightarrow$ ez ditu asintota
7. zentruak ez daude.
8. Poloen itzeer-angeluak eta zuzen bukatze-angeluak 4. unatsetik ondaberritzen dira.
9. ELG \in ardatz II-velin dituen elkarzuzuek

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K \cdot G(s)}{1 + K \cdot G(s) \cdot 1} = \frac{K \cdot \frac{s^2 + 9s - 10}{s^2 - 6s + 8}}{1 + K \cdot \frac{s^2 + 9s - 10}{s^2 - 6s + 8}} = \frac{K \cdot (s^2 + 9s - 10)}{s^2(1+K) + (9K-6)s + (8-10K)}$$

$s^1 \Rightarrow 9K-6=0 \Rightarrow K = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = 0.666$
 $s^2 \Rightarrow (1+K)s^2 + (8-10K) = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \pm 0.89j$
 $K = \frac{2}{3}$

R-H taula

s^2	$1+K$	$8-10K$
s^1	$9K-6$	\emptyset
s^0	$8-10K$	

b) 2) Egonkortasun \Rightarrow $0.1666 < K < 0.8$

- $\cdot 1+K > 0 \Rightarrow K > -1$
- $\cdot 9K-6 > 0 \Rightarrow K > \frac{2}{3}$
- $\cdot 8-10K > 0 \Rightarrow \frac{8}{10} > K \Rightarrow 0.8 > K$

10. ELG \in ardatz IR-velin dituen haustur puntuak

$$\frac{dG(s)}{ds} = 0$$

$$2s + 9 \cdot (s^2 - 6s + 8) - (s^2 + 9s - 10) = 0$$

$$-15s^2 + 36s + 42 = 0$$

$$s_1 = +2.6967 \in \text{ELG}$$

$$s_2 = -0.2967 \in \text{ELG} \Rightarrow s^2(1+K) + (9K-6)s + (8-10K) = 0 \Rightarrow K = 0.78$$

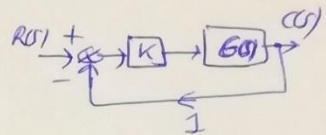
b) 1) sistemen portak (poloai dagokionez, zuzen bukatze izan gabe)

- $0 < K < 0.166$ - sisteme egonkorra
- $K = 0.166$ - sisteme kritiki egonkorra, mailaen aurrean erantza moteldegarra
- $0.166 < K < 0.78$ - sisteme azpiesteldea, egonkorra, mailaen aurrean erantza moteldegarra (K handiago izanaren ostaloko jatorria)
- $K = 0.78$ - sisteme kritiki moteldea, ostaloko gabeleko erantza (TK=1).
- $0.78 < K < 0.8$ - sisteme gainesteldea, ostaloko gabeleko erantza, mailaen aurrean erantza moteldegarra
- $K = 0.8$ - sisteme kritiki egonkorra (integrazioa polo bat). $K > 0.8$ - ezegonkorra.

Erregulazio Automatikoa eta Kontrola – Azterketa finala
2021/01/25 – Ohiko deialdia (bigarren zatia)

2.)

$$G(s) = \frac{1e5 (s+2)}{(s+20)(s^2+120s+3200)} = \frac{1e5 (s+2)}{(s+20)(s+40)(s+80)}$$



$$G(j\omega) = \frac{1e5 \cdot 2}{20 \cdot 40 \cdot 80} \cdot \frac{3125 \cdot (1 + 1/2 j\omega)}{(1 + 1/20 j\omega)(1 + 1/40 j\omega)(1 + 1/80 j\omega)}, \quad H(j\omega) = 1$$

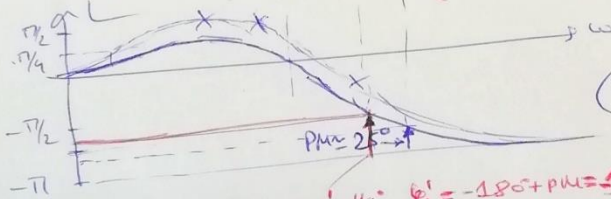
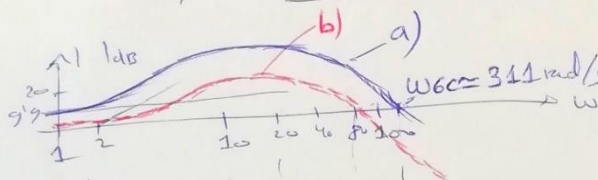
a) $K=1$

$$K \cdot G(j\omega) H(j\omega) = G(j\omega)$$

$$|G(j\omega)|_{dB} = \underbrace{20 \log 3125}_{91.89 \text{ dB}} + 20 \log |1 + 1/2 j\omega| - 20 \log |1 + 1/20 j\omega| - 20 \log |1 + 1/40 j\omega| - 20 \log |1 + 1/80 j\omega|$$

$$\angle G(j\omega) = \arg(3125) + \arg(1 + 1/2 j\omega) - \arg(1 + 1/20 j\omega) - \arg(1 + 1/40 j\omega) - \arg(1 + 1/80 j\omega)$$

$$\phi + \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{20}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{40}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{80}\right)$$



b) $PM' = 40^\circ \quad \phi_0' = -180^\circ + PM' = -140^\circ$

$$PM = 180^\circ + \phi_0, \quad \phi_0 = \angle G(j\omega_{cc}) = \arctan\left(\frac{\omega_{cc}}{2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{cc}}{20}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{cc}}{40}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{cc}}{80}\right)$$

$$\Rightarrow \phi_0 = -154.81^\circ$$

$$\omega_{cc} \Rightarrow |G(j\omega_{cc})|_{dB} = 0 \text{ dB}$$

$$\phi = 91.89 + 20 \log |1 + 1/2 j\omega_{cc}| - 20 \log |1 + 1/20 j\omega_{cc}| - 20 \log |1 + 1/40 j\omega_{cc}| - 20 \log |1 + 1/80 j\omega_{cc}|$$

$$\text{Autore } \Rightarrow \omega_{cc} = 309.5 \text{ rad/s}$$

$$PM = 180^\circ + \phi_0 = 180^\circ + (-154.81^\circ) = 25.19^\circ > \phi \Rightarrow \text{sistema egunkorra begirte itxian (K=1)}$$

$$GM > 10 > \phi \Rightarrow PM > \phi \text{ detsako}$$

$$G(j\omega) \Rightarrow K \cdot G(j\omega)$$

$$PM' = 180^\circ + \phi_0' = 40^\circ \Rightarrow \phi_0' = 180^\circ + 40^\circ = -140^\circ$$

$$-140^\circ = \arctan\left(\frac{\omega_{cc}'}{2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{cc}'}{20}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{cc}'}{40}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{cc}'}{80}\right)$$

$$\text{Autore } \Rightarrow \omega_{cc}' = 191 \text{ rad/s}$$

$$\phi = 20 \log K + 91.89 + 20 \log |1 + 1/2 j\omega_{cc}'| - 20 \log |1 + 1/20 j\omega_{cc}'| - 20 \log |1 + 1/40 j\omega_{cc}'| - 20 \log |1 + 1/80 j\omega_{cc}'|$$

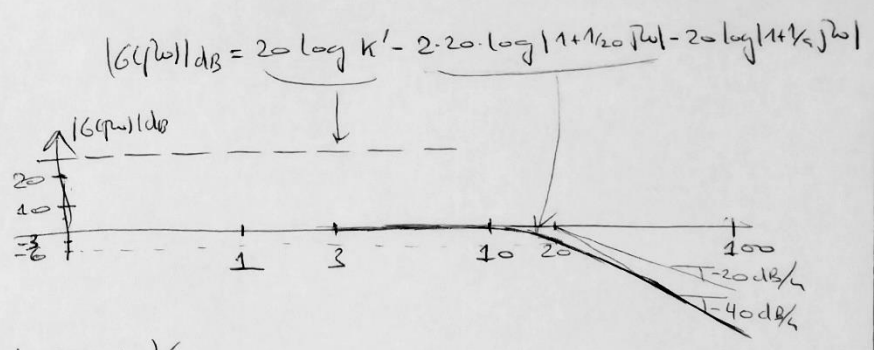
$$\underbrace{20 \log 3125}_{91.89 \text{ dB}}$$

$$20 \log K = -7.823 \text{ dB} \Rightarrow K = 10^{\frac{-7.823}{20}} = 0.4063$$

$\Rightarrow PM' = 40^\circ > \phi \Rightarrow \text{sistema egunkorra de begirte itxian}$

Erregulazio Automatikoa eta Kontrola – Azterketa finala
2021/01/25 – Ohiko deialdia (bigarren zatia)

3.) $G(s) = \frac{K}{(s+20)^2(s+a)} \rightarrow G(j\omega) = \frac{K \cdot 20 \cdot a \cdot K'}{(1 + \frac{1}{20}j\omega)^2 (1 + \frac{1}{a}j\omega)}$



- K' faktoreak ez du eraginik handi zabalera, beraz $K \cdot K'$ are et.

- Bander zabaler, kasu honetan $\omega \rightarrow \infty$ -velako -3 dB ko jentzen eragitea dela uartakun, ω_c , da.

- Goko mada ilus daiteke -20 bi poloek, $(1 + \frac{1}{20}j\omega)^2$ tenudunak, eragin gutxi izango duela $\omega = 3$ rad/s denetan

$$-20 \cdot 2 \cdot \log |1 + \frac{1}{20}j\omega| \Big|_{\omega=3} = -0.1933 \text{ dB}$$

* ordena superstat $K' = 1$ dela $\Rightarrow 20 \log K' = 20 \log 1 = 0$

$\omega \rightarrow \infty$ denetan $\Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = 0$ dB izango da

eta $\omega = 3$ denetan $\Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = -3$ dB izan behar da.

hauela

$$|G(j\omega)|_{dB} \Big|_{\omega=3} = -3 = \underbrace{20 \log K'}_{0} - \underbrace{2 \cdot 20 \cdot \log |1 + \frac{1}{20}j\omega|}_{-0.1933} - 20 \log |1 + \frac{1}{a}j\omega| \Big|_{\omega=3}$$

$$-3 - 0.1933 = -20 \log |1 + \frac{1}{a}j\omega| \Big|_{\omega=3}$$

$$\frac{+2.8067}{+20} = \log |1 + \frac{3}{a}j|$$

$$10^{0.1403} = 1.37239 = 1 + \frac{3}{a}j = \sqrt{1^2 + (\frac{3}{a})^2}$$

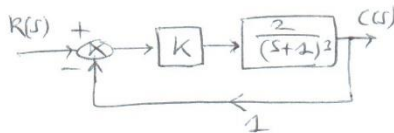
$$0.7239^2 = 1.9081 = 1 + \frac{9}{a^2}$$

$$a = \sqrt{\frac{32}{0.9081}} = 3.1482$$

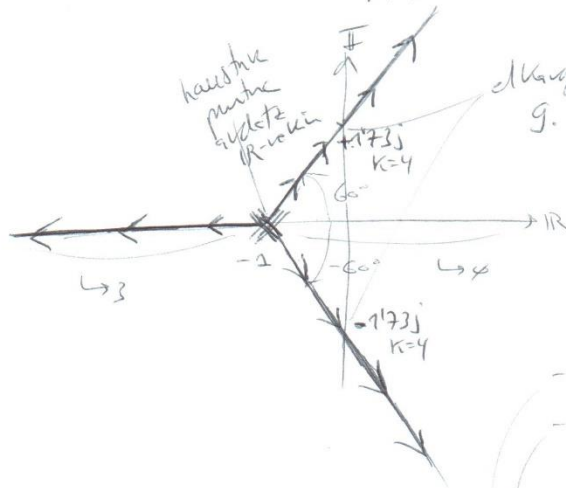
K edozein balio positibo izan daiteke

Erregulazio Automatikoa eta Kontrola – Azterketa finala
2021/01/25 – Ohiko deialdia (bigarren zatia)

5.)



a) ELC $K \cdot C(s) = \frac{2}{(s+2)^2} \rightarrow m=2 \rightarrow n-m=3-2=3$ *3 sarratza, zentruilua*
 $\rightarrow p_{1,2,3} = -2 \rightarrow n=3 \rightarrow 3$ *3 sara* $f = \frac{-1-1-1-0}{3} = \frac{-3}{3} = -1$



g. $\frac{C}{R} = \frac{K \cdot G(s)}{1 + K \cdot G(s) \cdot H(s)} = \frac{K \cdot \frac{2}{(s+2)^2}}{1 + K \cdot \frac{2}{(s+2)^2}}$

$\frac{C}{R} = \frac{2 \cdot K}{(s+2)^2 + 2 \cdot K} = \frac{2 \cdot K}{s^2 + 4s + 4 + 2K}$

R-H

s^3		1	3
s^2		3	1+2K
s^1		$\frac{8-2K}{3}$	ϕ
s^0		1+2K	

$b_1 = \frac{3 \cdot 3 - (1+2K) \cdot 1}{3}$
 $b_1 = \frac{9 - 1 - 2K}{3} = \frac{8 - 2K}{3}$
 $c_1 = \frac{b_1 \cdot (1+2K) - 3 \cdot \phi}{b_1}$
 $c_1 = 1 + 2K$

$s^1 \rightarrow \frac{8-2K}{3} = \phi \rightarrow \frac{8}{3} = \frac{2K}{3} \Rightarrow K = \frac{8}{2} = 4$

$s^2 \rightarrow 3s^2 + (1+2K) = \phi \rightarrow 3s^2 + 9 = \phi$

$3s^2 + (1+2 \cdot 4) = \phi \rightarrow 3s^2 + 9 = \phi$

$s^2 = -\frac{9}{3}$

$s = \pm \sqrt{-3} = \pm 1.73j$

- Ondoren, sisteme egonkara da bezitza itxiak $\phi < K < 4$ den bitartean.
- $K=4$ denean, kritikoak egonkara, eta $K > 4$ bada, erregonkara.

- Egonkara den bitartean, K handitzeak, motelize faktorea (d) txikiatzen du eta berriz sisteme gero eta oszilagarria eta motelagoa.

b) R-H

s^3		4	
s^2		3	
s^1		$\frac{8-2K}{3}$	$\rightarrow 8-2K > \phi \rightarrow 8 > 2K \rightarrow 4 > K$
s^0		1+2K	$\rightarrow 1+2K > \phi \rightarrow 1 > -2K \rightarrow -1 < 2K \rightarrow K > -1/2$

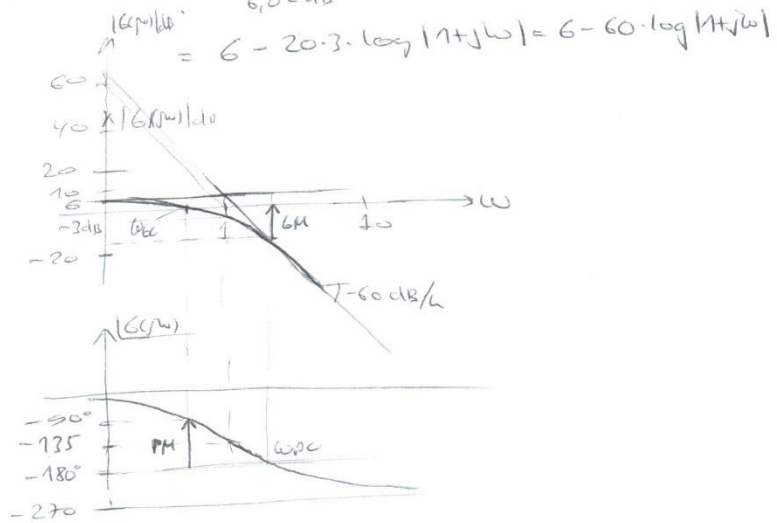
Sisteme egonkara izango da bezitza itxiak $-1/2 < K < 4$ bitartean bade.

Erregulazio Automatikoa eta Kontrola – Azterketa finala
2021/01/25 – Ohiko deialdia (bigarren zatia)

5.) Jantziak

c) $G(s) = \frac{2}{(1+j\omega)^3}$

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log \left| \frac{2}{(1+j\omega)^3} \right| = 20 \log 2 - 20 \log |1+j\omega|^3$$



$$GM = - |G(j\omega)|_{dB} \Big|_{\omega = \omega_{GPC}}$$

$$\omega_{GPC} \rightarrow |G(j\omega_{GPC})| = -180^\circ$$

$$\arg(2) - 3 \cdot \arg(1+j\omega_{GPC}) = -180^\circ$$

$$-3 \cdot \arctan(\omega_{GPC}) = -180^\circ$$

$$+ \arctan(\omega_{GPC}) = 60^\circ$$

$$\omega_{GPC} = 1.7322 \text{ rad/s}$$

$$GM = - (20 \log 2 - 20 \log |1+j\omega_{GPC}|^2)$$

$$GM = - (6 - 60 \cdot \log |1+1.7322j|)$$

$$GM = 12.06 \text{ dB} \quad \checkmark$$

$$PM = 180^\circ + \phi_0, \quad \phi_0 = \angle G(j\omega_{GCC}), \quad \omega_{GCC} \rightarrow |G(j\omega_{GCC})|_{dB} = 0$$

$$PM = 180^\circ + (-111.70^\circ) = 68.29^\circ \quad \checkmark$$

$$20 \log 2 - 3 \cdot 20 \cdot \log |1+j\omega_{GCC}| = 0$$

$$20 \log 2 = 3 \cdot 20 \log |1+j\omega_{GCC}|$$

$$\frac{6.02}{3} =$$

$$\frac{2}{20} = \log |1+j\omega_{GCC}|$$

$$0.1 = \log |1+j\omega_{GCC}|$$

$$\omega_{GCC} = 0.76 \text{ rad/s}$$

$$\phi_0 = \angle G(j\omega_{GCC}) = -111.70^\circ$$

Berri GM bati PM positiboa denez, sistema egonkorre de lajizta izaten.