

ALJEBRA
2011ko UZTAILA

1. (2 puntu) Kalkula ezazu ondoko determinantearen balioa erabili dituzun pausuak azalduz:

$$\begin{vmatrix} 5 & 7 & 6 & 8 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

2. (2 puntu) Izan bedi $E = \{x + y\sqrt{2}/x, y \in \mathbb{Q}\}$ multzoa. Aztertu $(E, +)$ eta (E, \cdot) talde diren eta $(E, +, \cdot)$ eraztun den.
3. (2 puntu) Aurkitu dimentsioa eta eraiki oinarri bat ondoko matrize hauen lau funtsezko azpiespazioentzat:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. (2 puntu) Izan bedi A , f transformazioari dagokion matrizea \mathbb{R}^3 espazioaren oinarri kanonikoan.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{7}{5} & \frac{21}{10} & \frac{-7}{2} \\ \frac{31}{10} & \frac{-9}{2} & \frac{6}{5} \\ -3 & \frac{-27}{10} & \frac{39}{10} \end{pmatrix}$$

Kalkula itzazu oinarri honekiko transformazio matrizea :

$$B = \left\{ (1, 1, 2), \left(2, \frac{43}{10}, \frac{-11}{5}\right), \left(\frac{21}{10}, \frac{-5}{2}, \frac{-9}{10}\right) \right\}$$

5. (2 puntu) Erabaki ezazu ea ondorengo A matrizea diagonalizagarria den, eta hala izatekotan eman bere A' forma diagonal eta P matrize alderantzkarri bat non $P^{-1}AP = A'$, hau da, $AP = PA'$ beteko den.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

OHARRA: Matrize baten alderantzizkoa kalkulatu behar baduzue erabili Gauss-Jordan metodoa.