

# 9. GAIA

## KONBEKZIO NATURALA

### 9.0 - HELBURUAK

2/24

- Konbekzio naturalaren **mekanismo fisikoa** ulertu
- Konbekzio naturala deskribatzeko **ekuazioak** garatu, eta horiek **dimentsiogabetuz**, **Grashofen** zenbaki dimentsiogabea lortu.
- Plano bertikal, horizontal eta inklinatuetako, nahiz zilindro eta esferetako konbekzio naturalaren **Nusselten zenbakia** ebaluatu.
- **Gainazal hegaldunen** konbekzio naturala aztertu, eta **hegal-tarte optimoa** kalkulatu.
- **Itxituren barneko** konbekzio naturala aztertu, hala nola beira bikoitzeko leihoetakoa.
- **Konbekzio natural eta behartu konbinatua** kontuan izan, eta mota bakoitzaren garrantzi erlatiboa neurtu.

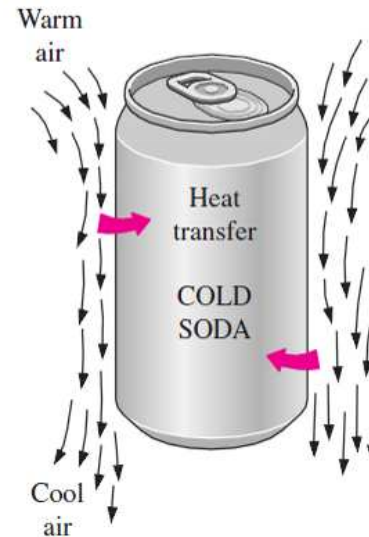
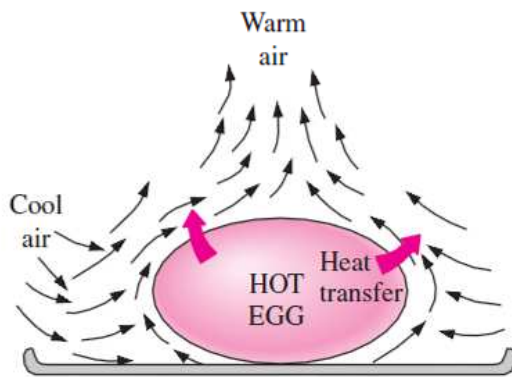
JARIAKINAREN TENPERATURA ALDAKETAREN ONDORIOZ, DENSTITATE ALDAKETA



KONBEKZIO NATURALAREN KORRONTEA



KONBEKZIO NATURALEKO BERO-TRANSFERENTZIA



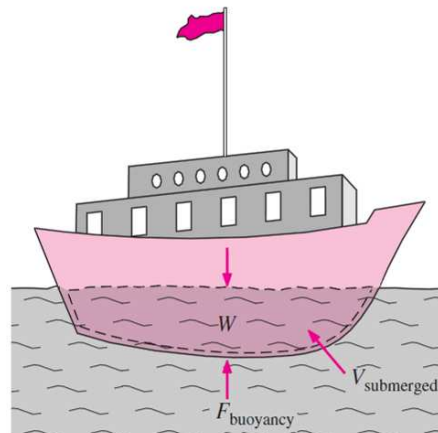
## 9.1 - KONBEKZIO NATURALAREN MEKANISMO FISIKOA

ARKIMEDESEN PRINTZIOA  
(FLOTAZIO EFEKTUA)

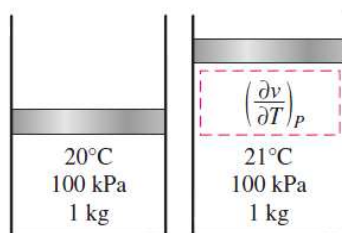
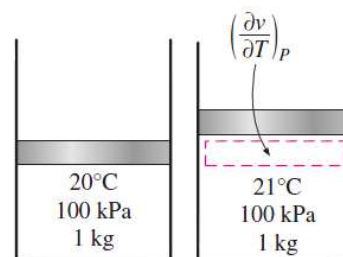
$$F_{\text{buoyancy}} = \rho_{\text{fluid}} g V_{\text{submerged}}$$

$$F_{\text{net}} = W - F_{\text{buoyancy}}$$

$$= \rho_{\text{body}} g V_{\text{body}} - \rho_{\text{fluid}} g V_{\text{submerged}}$$



INTERESA → Jariakin baten dentsitate aldakuntza tenperaturarekiko presio konstantepean

PROPIETATEA → **DILATAZIO KOEFIZIENTE BOLUMETRIKOA:  $\beta$** (a) A substance with a large  $\beta$ (b) A substance with a small  $\beta$

DILATAZIO KOEFIZIENTE BOLUMETRIKOA:  $\beta$ 

$$\beta = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (1/K)$$

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \quad \Rightarrow \quad \rho_\infty - \rho = \rho \beta (T - T_\infty) \quad (\text{at constant } P)$$

**GAS IDEALA**  
( $P = \rho RT$ )

$$\beta_{\text{ideal gas}} = \frac{1}{T} \quad (1/K)$$

Non T temperatura termodinamikoa den

¿ESPAZIOAN KONBEKZIO NATURALA DAGO?



Ez dago grabitate esanguratsurik, eta, beraz, espazio-ontzietan ezin da egon konbekzio natural bidezko bero-transferentziarik, ezta espazio-ontzia airez beteta badago ere.

¿NOLA EZARTZEN DA FLUXU MASIKOA KONBEKZIO NATURALEAN?

Emaria, goranzko bultzadaren eta marruskaduraren balantze dinamikoak finkatzen du.

## 9.2 – HIGIDURAREN EKUAZIOA ETA GRASHOFEN ZENBAKIA

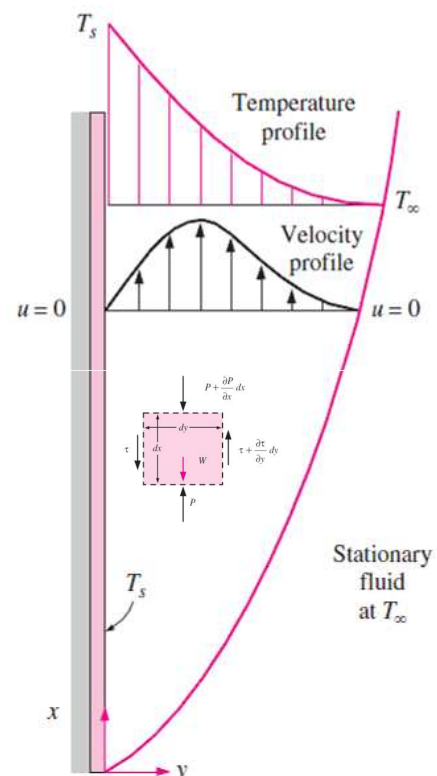
AIRETAN DAGOEN XAFLA BERO BATEN  
GAINEKO KOBKZIO NATURALAREN  
ISOTERMAK ETA ABIADURA PROFILAK



(a) Laminar flow



(b) Turbulent flow



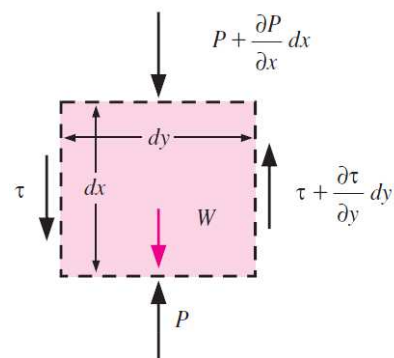
6 GAIA (13/22 diapositiba), **KONBEKZIO BEHARTUARENTZAKO MOMENTUAREN KONTSERBAZIOA** (indarren balantzea)

Jariakinaren masaren azalerazioa

Marruskadura indarrak

Presio indarrak (haizegailua edo ponpa)

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}$$

**KONBEKZIO NATURALARENTZAKO MOMENTUAREN KONTSERBAZIOA** (indarren balantzea)

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g$$

Goranzko bultzadaren indarrak

PRESIOARI DAGOZKION INDARRAK BAKARRIK HIDROSTATIKOAK DIRA

$$\frac{\partial P_{\infty}}{\partial x} = -\rho_{\infty} g$$

TERMOTEKNIKIA

## 9.2 - HIGIDURAREN EKUAZIOA ETA GRASHOFEN ZENBAKIA

## KONBEKZIO NATURALA GOBERNATZEN DUEN EKUAZIO DIFERENTZIALEN LABURPENA

**MASAREN KONTSERBAZIOA** (6 Gaia - 12/22 diapositiba)

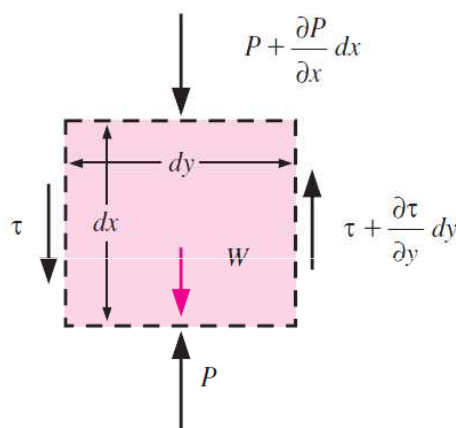
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

**MOMENTUAREN KONTSERBAZIOA**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_{\infty})$$

**ENERGIAREN KOPNTSERBAZIOA** (6 Gaia - 15/22 diapositiba)

$$\rho \cdot c_p \cdot \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$



## GRASHOFEN ZENBAKIA

HIRU EKUAZIO DIFERENTZIALAK ETA MUGALDEKO BALDINTZAK DIMENSTIOGABETUZ

$$x^* = \frac{x}{L_c} \quad y^* = \frac{y}{L_c} \quad u^* = \frac{u}{V} \quad v^* = \frac{v}{V} \quad \text{and} \quad T^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

## MOMENTUAREN EKUAZIO DIFERENTZIAL DIMENTSIOGABETUA

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \left[ \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \right] \frac{T^*}{\text{Re}_L^2} + \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

## GRASHOFEN ZENBAKIA

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$$

- Konbekzio naturalaren efektuak adierazten du.
- Goranzko bultzaden eta biskositate-indarren arteko erlazioa adierazten du.

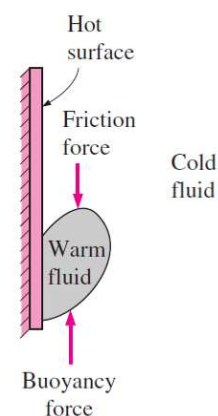
OHARRA: Reynolds (Re) inertzia-indar eta biskositate-indarren arteko erlazioa adierazten du

TERMOTEKNIKIA

## 9.2 - HIGIDURAREN EKUAZIOA ETA GRASHOFEN ZENBAKIA

## GRASHOFEN ZENBAKIA

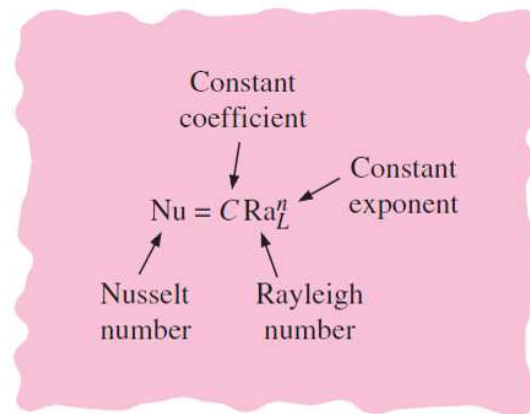
- Grashofen zenbakia da fluidoan eragiten duten goranzko bultzadaren eta kontrako biskositate-indarraren magnitude erlatiboen neurria.
- Konbekzio naturalean fluxua laminarra edo turbulenta den adierazteko balio du.



## KONBEKZIO NATURALA vs. KONBEKZIO BEHARTUA

- Konbekzio naturalaren eragina baztergarria da  $\text{Gr}_L/\text{Re}_L^2 < 0.1$  baldin bada.
- Konbekzio behartuaren eragina baztergarria da  $\text{Gr}_L/\text{Re}_L^2 > 10$  baldin bada.
- Bien eragina esanguratsua da eta kontuan hartu behar dira  $0.1 > \text{Gr}_L/\text{Re}_L^2 > 10$  baldin bada

TERMOTEKNIKIA



$$Nu = \frac{hL_c}{k} = C(Gr_L Pr)^n = C Ra_L^n$$

FLUIDOAREN PROPIETATEAK  
GERUZA-TENPERATURAN

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} Pr$$

$$T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$$

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (W)$$

## 9.3 - GAINAZALEN GAIKEKO KONBEKZIO NATURALA

Empirical correlations for the average Nusselt number for natural convection over surfaces

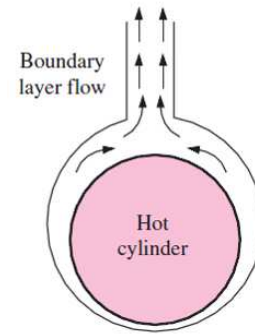
Geometry	Characteristic length $L_c$	Range of Ra	Nu
Vertical plate 	$L$	$10^4-10^9$ $10^9-10^{13}$ Entire range	$Nu = 0.59Ra_L^{1/4}$ (9-19) $Nu = 0.1Ra_L^{1/3}$ (9-20) $Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{1/4}} \right\}^2$ (9-21) (complex but more accurate)
Inclined plate 	$L$		Use vertical plate equations for the upper surface of a cold plate and the lower surface of a hot plate Replace $g$ by $g \cos \theta$ for $Ra < 10^9$
Horizontal plate (Surface area $A$ and perimeter $p$ ) (a) Upper surface of a hot plate (or lower surface of a cold plate) 	$A_s/p$	$10^4-10^7$ $10^7-10^{11}$	$Nu = 0.54Ra_L^{1/4}$ (9-22) $Nu = 0.15Ra_L^{1/3}$ (9-23)
(b) Lower surface of a hot plate (or upper surface of a cold plate) 		$10^5-10^{11}$	$Nu = 0.27Ra_L^{1/4}$ (9-24)
Vertical cylinder 	$L$		A vertical cylinder can be treated as a vertical plate when $D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}}$
Horizontal cylinder 	$D$	$Ra_D \leq 10^{12}$	$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{1/4}} \right\}^2$ (9-25)
Sphere 	$D$	$Ra_D \leq 10^{11}$ ( $Pr \geq 0.7$ )	$Nu = 2 + \frac{0.589Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.469/Pr)^{9/16}]^{1/4}}$ (9-26)



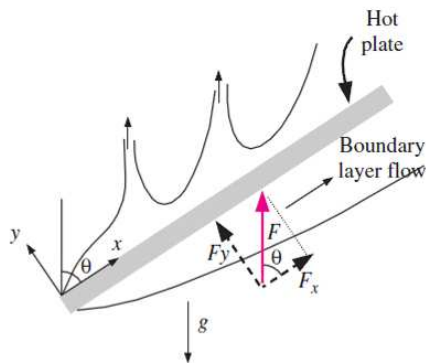
NOLA MUGITZEN DA JARIAKINA?



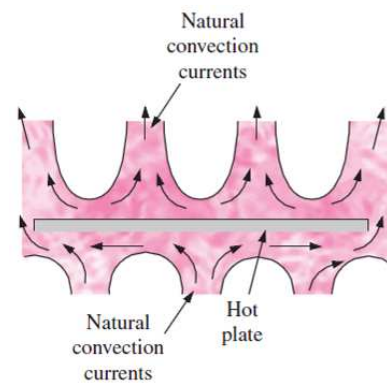
ZILINDRO HORIZONTALA



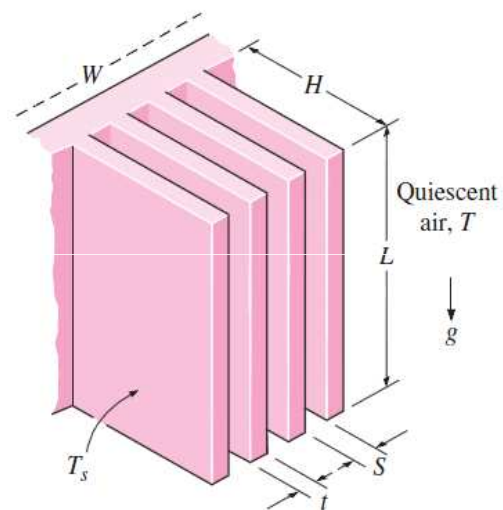
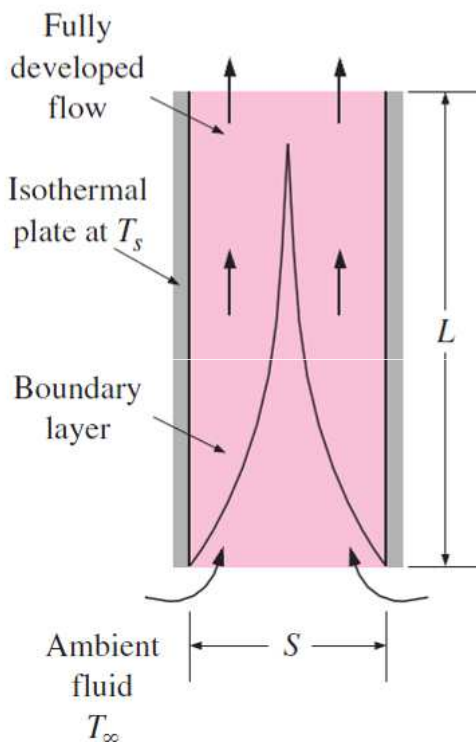
XAFLA INKLINATUA



XAFLA HORIZONTALA



## 9.4 – GAINAZAL HEGALDUNEN ETA ZIRKUITU INPRIMATUEN KONBEKZIO NATURALA



## 9.4 - GAINAZAL HEGALDUNEN ETA ZIRKUITU INPRIMATUEN KONBEKZIO NATURALA

15/24

### KONBEKZIO NATURAL BIDEZKO HOZTEA GAINAZAL HEGALDUNETAN ( $T_s = kte$ )

$$Ra_s = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\nu^2} Pr \quad \text{and} \quad Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} Pr = Ra_s \frac{L^3}{S^3}$$

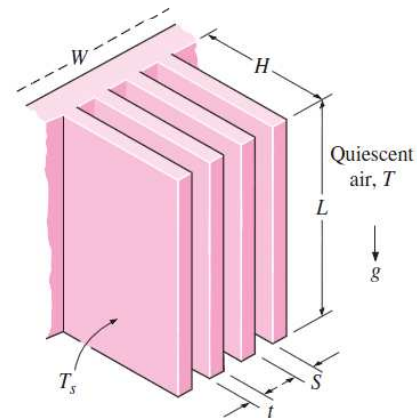
$$T_s = \text{constant:} \quad Nu = \frac{hS}{k} = \left[ \frac{576}{(Ra_s S/L)^2} + \frac{2.873}{(Ra_s S/L)^{0.5}} \right]^{-0.5}$$

$$S_{opt} = 2.714 \left( \frac{S^3 L}{Ra_s} \right)^{0.25} = 2.714 \frac{L}{Ra_L^{0.25}}$$

$$Nu = \frac{hS_{opt}}{k} = 1.307$$

$$\dot{Q} = h(2nLH)(T_s - T_\infty)$$

$$\text{where} \begin{cases} n = W/(S + t) \approx W/S \\ T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty) \end{cases}$$



## 9.4 - GAINAZAL HEGALDUNEN ETA ZIRKUITU INPRIMATUEN KONBEKZIO NATURALA

16/24

### KONBEKZIO NATURAL BIDEZKO HOZTEA ZIRKUITU INPRIMATU BERTIKALETAN ( $\dot{q}_s = kte$ )

$$Ra_s^* = \frac{g\beta \dot{q}_s S^4}{k\nu^2} Pr$$

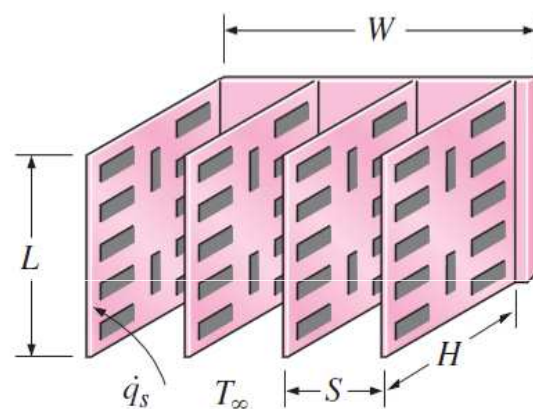
$$Nu_L = \frac{h_L S}{k} = \left[ \frac{48}{Ra_s^* S/L} + \frac{2.51}{(Ra_s^* S/L)^{0.4}} \right]^{-0.5}$$

$$\dot{q}_s = \text{constant:} \quad S_{opt} = 2.12 \left( \frac{S^4 L}{Ra_s^*} \right)^{0.2}$$

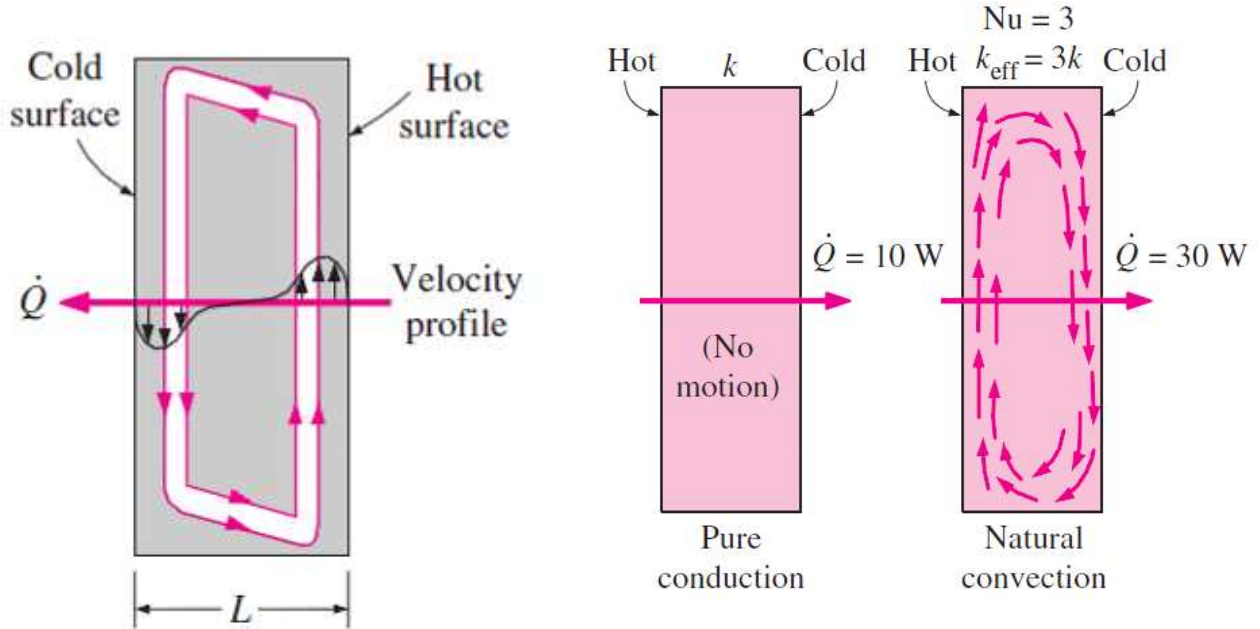
$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{q}_s (2nLH)$$

$$\dot{q}_s = h_L (T_L - T_\infty)$$

$$\text{where} \begin{cases} n = W/(S + t) \approx W/S \\ T_f = (T_L + T_\infty)/2 \end{cases}$$







$$Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2} Pr$$

$$T_{ave} = \frac{(T_1 + T_2)}{2}$$

•  $L_c$  gainazal bero eta hotzaren arteko distantzia da.

•  $T_1$  eta  $T_2$  gainazal beroaren eta gainazal hotzaren tenperaturak dira hurrenez-hurren..

• 9.5 PUNTUKO KASU GUZTIETAN: Jariakinaren propietateak batz besteko tenperaturan kalkulatu behar dira.

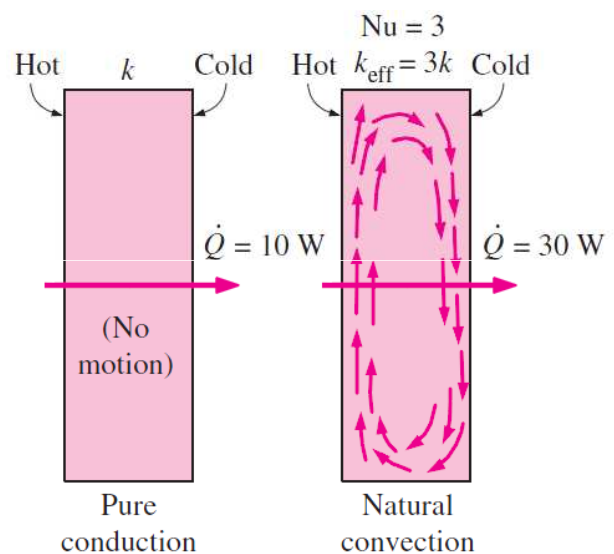
# 9.5 - KONBEKZIO NATURALA ITXITUREN BARNEAN

## EROANKORTASUN TERMIKO ERAGINKORRA

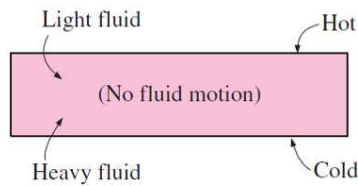
$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = kNuA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c}$$

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c}$$

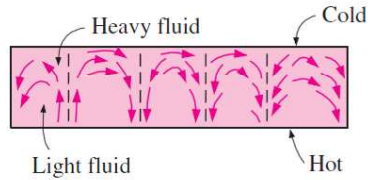
$$k_{\text{eff}} = kNu$$



## ITXITURA ANGELUZUZEN HORIZONTALAK



(a) Hot plate at the top

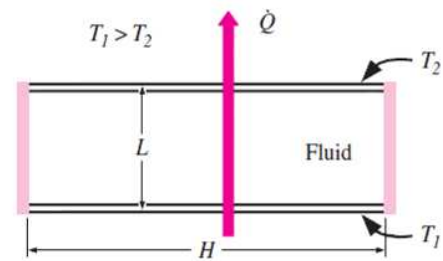


(b) Hot plate at the bottom

- Xafla beroena goian dagoen kasuetarako, bero transferentzia beherantz gertatzen da eroapenez ez baita konbekzio-korronterik izaten ( $Nu=1$ ).

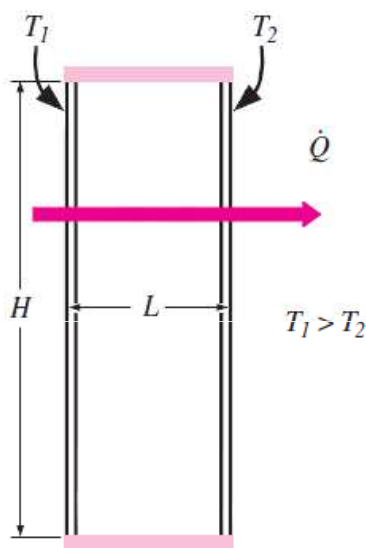
$$Nu = 1 + 1.44 \left[ 1 - \frac{1708}{Ra_L} \right]^+ + \left[ \frac{Ra_L^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad Ra_L < 10^8$$

$[ ]^+$  notazioak adierazten du kortxete arteko kantitatea negatiboa bada, zero jarri beharko litzatekeela.



## 9.5 - KONBEKZIO NATURALA ITXITUREN BARNEAN

## ITXITURA ANGELUZUZEN BERTIKALAK



$$Nu = 0.18 \left( \frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.29}$$

$$1 < H/L < 2$$

any Prandtl number  
 $Ra_L Pr / (0.2 + Pr) > 10^3$

$$Nu = 0.22 \left( \frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.28} \left( \frac{H}{L} \right)^{-1/4}$$

$$2 < H/L < 10$$

any Prandtl number  
 $Ra_L < 10^{10}$

$$Nu = 0.42 Ra_L^{1/4} Pr^{0.012} \left( \frac{H}{L} \right)^{-0.3}$$

$$10 < H/L < 40$$

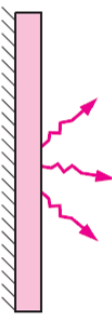
$1 < Pr < 2 \times 10^4$   
 $10^4 < Ra_L < 10^7$

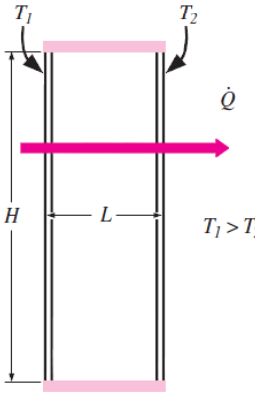
$$Nu = 0.46 Ra_L^{1/3}$$

$$1 < H/L < 40$$

$1 < Pr < 20$   
 $10^6 < Ra_L < 10^9$

## KONBEKZIO NATURALAREN ETA ERRADIAZIOAREN KONBINAZIOA



$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{\text{surr}}^4) \\ \dot{Q}_{\text{conv}} = h A_s (T_s - T_{\infty}) \end{array} \right.$$


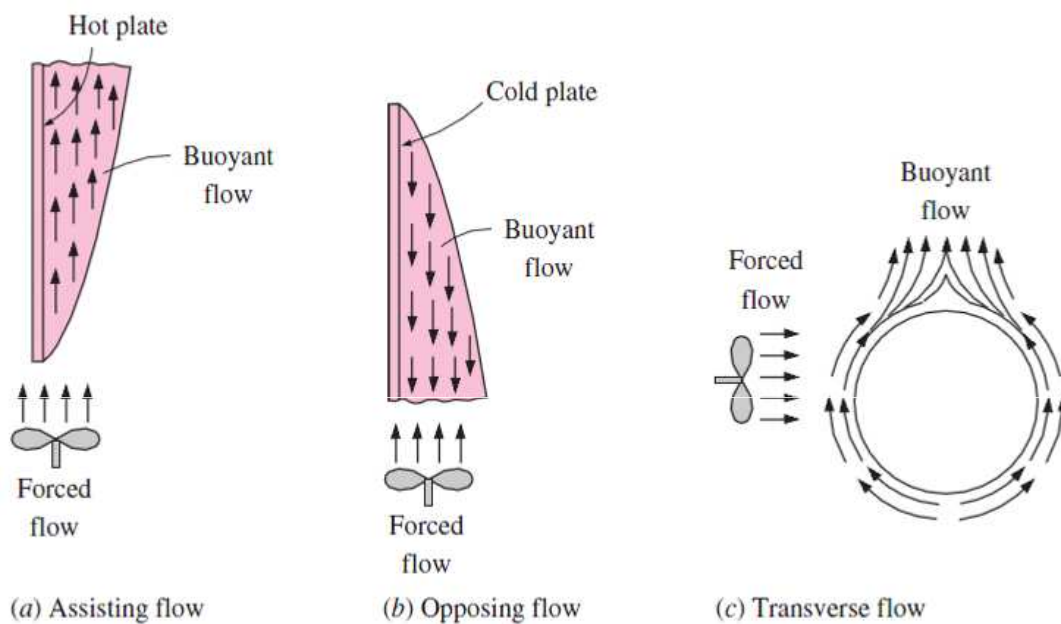
$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}}$$

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \frac{\sigma A_s (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \varepsilon_{\text{effective}} \sigma A_s (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\varepsilon_{\text{effective}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$

$$\dot{Q} = h A_s (T_1 - T_2)$$

## 9.6 – KONBEKZIO NATURAL ETA BEHARTUAREN KONBINAZIOA



Konbekzio naturalak areagotu edo inhibitu egin dezake konbekzio bidezko bero-transferentzia, goranzko bultzadak eragindako mugimenduaren eta konbekzio behartuak eragindako mugimenduaren noranzko erlatiboen arabera

- Konbekzio naturalaren eragina baztergarria da  $Gr_L/Re_L^2 < 0.1$  baldin bada.
- Konbekzio behartuaren eragina baztergarria da  $Gr_L/Re_L^2 > 10$  baldin bada.
- Bien eragina esanguratsua da eta kontuan hartu behar dira  $0.1 > Gr_L/Re_L^2 > 10$  baldin bada.

$$Nu_{\text{combined}} = (Nu_{\text{forced}}^n \pm Nu_{\text{natural}}^n)^{1/n} \quad \text{where } 3 < n < 4$$

- Aldeko fluxuan, bultzadak eragindako mugimendua mugimendu behartuaren **noranzko berekoa** da. Horrenbestez, konbekzio naturalak konbekzio behartuaren **alde** egiten du, eta bero-transferentzia areagotzen du.
- Kontrako fluxuan, bultzadak eragindako mugimenduak mugimendu behartuaren **kontrako noranzkoa** du. Horrenbestez, konbekzio naturalak konbekzio behartua **oztopatzen** du, eta bero-transferentzia txikitzen du.
- Zeharkako fluxuan, bultzadaren mugimendua mugimendu behartuarekiko perpendikularra da. Zeharkako fluxuak gehiago nahasten du fluidoa, eta, beraz, areagotu egiten du bero-transferentzia.

## 9.7 – IRAKATSIKO EZ DIREN ATALAK

- 9.4eko azpiatala: XAFLEN ARTEKO ESPAZIOKO MASA-EMARIA
- 9.5eko azpiatala: ITXITURA ANGELUZUZEN INKLINATUAK
- 9.5eko azpiatala: ZILINDRO ZENTROKIDEAK
- 9.5eko azpiatala: ESFERA ZENTROKIDEAK