

1. Esan hurrengo ekuazio diferentzialen maila zein den eta linealak diren ala ez:

a) $\frac{dy}{dx} + x^2 y = x e^x$ b) $\frac{d^4 y}{dx^4} + 3 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^5 + 5y = 0$. c) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y \sin x = 0$.

2. Egiatzatu, kasu bakoitzean, emandako funtzioa ekuazio diferentzialaren soluzioa dela:

a) $f(x) = x + 3e^{-x}$. $\frac{dy}{dx} + y = x + 1$

b) $f(x) = e^x + 2x^2 + 6x + 7$ $\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$

d) $f(x) = (x^3 + c)e^{-3x}$ $\frac{dy}{dx} + 3y = 3x^2 e^{-3x}$

3. Konprobatu ondorengo ekuazio diferentzialak zehatzak diren ala ez. Ebatzi izatekotan:

$$(2xy + 1)dx + (x^2 + 4y)dy = 0$$

$$(y \sec^2 x + \operatorname{tg} x \sec x)dx + (\operatorname{tg} x + 2y)dy = 0$$

$$(2y \sin x \cos x + y^2 \sin x)dx + (\sin 2x - 2y \cos x)dy = 0$$

4. Ebatzi hasierako baldintzetako problema hauek:

$$\begin{cases} (2x \cos y + 3x^2 y)dx + (x^3 - x^2 \sin y - y)dy = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

5. Kalkulatu "A" konstantearen balioa hurrengo ekuazio diferentzialak zehatzak izan daitezen. Ondoren, ebatzi ekuazioak:

a) $(Ax^2 y + 2y^2)dx + (x^3 + 4xy)dy = 0$ b) $\left(\frac{Ay}{x^3} + \frac{y}{x^2} \right)dx + \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right)dy = 0$

6. Ebatzi hurrengo ekuazio diferentzialak:

$$\frac{dy}{dx} + 3y = 3x^2 e^{-3x}$$

$$(\cos^2 x - y \cos x)dx - (1 + \sin x)dy = 0$$

$$2r(s^2 + 1)dr + (r^4 + 1)ds = 0$$

7. Ebatzi hasierako baldintzetako hurrengo problemak:

$$x \frac{dy}{dx} - 3y = x^4, \quad y(1)=1$$

$$e^y dx + (xe^y + 2y)dy = 0 \quad y(0)=1$$

$$\frac{dy}{dx} + 2y = \frac{1}{1+e^{2x}} \quad y(0) = \ln(\sqrt{2})$$

$$\frac{dy}{dx} + y = f(x), \text{ non } f(x) = \begin{cases} e^{-x}, 0 \leq x \leq 2 \\ e^{-2}, x \geq 2 \end{cases} \quad y(0)=1$$

8. Frogatu lehenengo mailako ekuazio diferentzial lineal baten soluzio orokorra beti hurrengo erara idatz daitezkeela: $y = c f(x) + g(x)$

9. Frogatu hurrengo baieztapena:

" $y = v(x)$ hurrengo ekuazio diferentzial ez-homogeneoaren soluzio bat bada

$$a_0(x) \frac{d^2y}{dx^2} + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_2(x)y = F(x)$$

eta $y=u(x)$ berari dagokion ekuazio homogeneoaren soluzio orokorra bada, orduan $y=u(x)+v(x)$ ekuazio ez-homogeneoaren soluzio orokorra da."

10 Aurkitu ondorengo ekuazio diferentzialen soluzio generalak:

$$4 \frac{d^2y}{dx^2} - 12 \frac{dy}{dx} + 5y = 0 \quad \frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 16y = \sin(x) \quad \frac{d^3y}{dx^3} - 6 \frac{d^2y}{dx^2} + 12 \frac{dy}{dx} - 8y = x^2$$

11. Ebatzi hasierako baldintzetako hurrengo problemak:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 12y = 0 \quad y(0)=3, y'(0)=5$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 29y = 0 \quad y(0)=0, y'(0)=5$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 6 \frac{d^2y}{dx^2} + 11 \frac{dy}{dx} - 6y = 0 \quad y(0)=0, y'(0)=0, y''(0)=2$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 3 \frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0 \quad y(0)=1, y'(0)=-8, y''(0)=-4$$