ALJEBRA: Azterketetako Ariketak
Aplikazio linealak - Emaitzak

2. ARIKETA:

1) $A = \begin{pmatrix} 0 & \beta & \beta \\ 2 & -1 & \alpha-1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\beta = 0$ *edo* $\alpha = 2$

3) $\beta \neq 0$ *eta* $\alpha \neq 2$: $Kerf = \{(0,0,0)\}$ eta $B_{Imf} = \{1, x, x^2\}$

$\beta = 0$ eta $\alpha \neq 2$: $B_{Ker\,f} = \{(1,2,0), (0,(\alpha-1),1)\}$ eta $B_{Im\,f} \equiv \{x\}$

$\beta = 0$ *eta* $\alpha = 2$: $B_{Ker\,f} = \{(1,2,0), (0,1,1)\}$ eta $B_{Im\,f} \equiv \{x\}$

$\beta \neq 0$ eta $\alpha = 2$: $B_{Ker\,f} = \{(-1,-1,1)\}$ eta $B_{Im\,f} \equiv \{2 \cdot x + \beta \cdot x^2, \beta - x - \beta \cdot x^2\}$

4) $\alpha \neq 2 \rightarrow f(S) = \text{Span}\{x\}$.

$\alpha = 2 \rightarrow f(S) = 0_{\mathbb{P}_2(x)}$, hau da, polinomio nulua.

3. ARIKETA:

A) 1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -5/3 & 1 \\ 2 & -10/3 & 2 \end{pmatrix}$

2) dim Ker f=2 eta $B_{Ker\,f} = \left\{ \begin{pmatrix} 5/3 & 1 \\ 0 & -5/3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$; dim Imf=1

B) $\begin{cases} \mathbf{u}_1 = -\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{u}_2 = -2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{u}_3 = 3\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3 \end{cases}$

4. ARIKETA:

A) 1) $\alpha = -4$; $B_{Imf} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ Ekuazio inplizitua: $x_3 - 2x_1 = 0$

$B_{Ker\,f} = \{2\text{-}x+x^2\}$ Ekuazio inplizituak: $\begin{cases} a - 2c = 0 \\ b + c = 0 \end{cases}$

2) $\dim(f(S)) = 2$

B) $A=\begin{pmatrix}1 & 1/2 & -1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

5. ARIKETA:

$$A_{1(mxn)}=\begin{pmatrix}\uparrow & \uparrow & & \uparrow\\ C_{B_F}\left(f(\mathbf{e_1})\right) & C_{B_F}\left(f(\mathbf{e_2})\right) & \cdots & C_{B_F}\left(f(\mathbf{e_n})\right)\\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow\end{pmatrix} A_{2\,(mxn)}=\begin{pmatrix}\uparrow & \uparrow & & \uparrow\\ C_{B_F}\left(f(\mathbf{e'}_1)\right) & C_{B_F}\left(f(\mathbf{e'}_2)\right) & \cdots & C_{B_F}\left(f(\mathbf{e'}_n)\right)\\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow\end{pmatrix}$$

$$A_2=A_1\cdot P$$

6. ARIKETA:

b) $B_{Kerf}=\left\{\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right\}$. Ekuazio kartesiarrak $\begin{cases}a=0\\ b-c=0\\ d=0\end{cases}$ **c)** Bai, betegarriak dira.

7. ARIKETA:

a) $A_1=\begin{pmatrix}1/3 & 1/3 & 1/3 & 0\\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0\\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ **b)** Bektore nulua soilik. **c)** $A_2=\begin{pmatrix}1 & 2/3 & 1/3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1/3 & 2/3 & 1\end{pmatrix}$

8. ARIKETA:

a) $A=\begin{pmatrix}-1 & -1/3 & 1\\ -2 & -2/3 & 2\end{pmatrix}$

b) $\dim(\operatorname{Ker} f)=2$, $\dim(\operatorname{Im} f)=1$ eta $B_{Ker\,f}=\left\{\begin{pmatrix}-1/3 & 1\\ 0 & -1/3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\right\}$

9. ARIKETA:

b) $B_{Kerf}=\{1\}$. Ekuazio inplizituak: $\begin{cases}a_1=0\\ a_2=0\end{cases}$

c) $B_{Im\,f}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. Ekuazio inplizituak: $\begin{cases}a_{12}=0\\ a_{21}=0\end{cases}$

10. ARIKETA:

$\lambda \neq \pm 1$ bada f bijektiboa da.

$\lambda = 1$ bada f ez da injektiboa, f ez da suprajektiboa.

$\lambda = -1$ bada f ez da injektiboa, f ez da suprajektiboa.

11. ARIKETA:

2) a) f bijektiboa da. **b)** $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$

12. ARIKETA:

1) a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **b)** $f(S) = \mathrm{Span}\{-x^2\}$ **c)** $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

2) $a \neq 1, b \neq 1 \Rightarrow$ dim(Imf)=3 dim(Ker f)=0 .

$a = 1, b \neq 1 \Rightarrow \dim(\mathrm{Im}\, f) = 2$ eta dim(Ker f)=1

$a \neq 1, b = 1 \Rightarrow \dim(\mathrm{Im}\, f) = 2$ eta $\dim(\mathrm{Ker} f) = 1$

$a = 1, b = 1 \Rightarrow \dim(\mathrm{Im}\, f) = 1$ eta $\dim(\mathrm{Ker}\, f) = 2$