Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

Automatika eta Kontrola

7. Gaia - Maiztasunaren eremuko azterketa

Sistemen Ingeniaritza eta Automatika Saila

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Irakasgaiaren edukiak
  - Aurkezpena
  - Sarrera
  - Sistema dinamukoen ereduak
  - Sistema dinamikoen Kanpo adierazpidea
  - Denboraren eremuko adierazpidea
  - Sistema berrelikatuak
  - Kontrolagailuen diseinua
  - **Maiztasunaren eremuko adierazpidea**

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Helburuak
  - Edozein sarreraren aurrean, sistema dinamikoak zelan erantzuten duten aztertzea. Horretarako, hainbat maiztasunetako sarrera senoidalei zelan erantzuten dieten aztertuko da (edozein seinale hainbat maiztasunetako seinale senoidalen batuketa bezala deskonposa daiteke).
  - Begizta itxiko sistema batek norainoko egonkortasuna duen kuantifikatzea (egonkortasun erlatiboa).
- Norbenegaratu beharreko gaitasunak
  - Maiztasun-erantzunetik abiatuta, prozesu baten eredua identifikatzea.
  - Begizta irekiko maiztasun-erantzunetik abiatuta, sistema berrelikatu baten egonkortasun-tartea kuantifikatzea.
  - PID kontrolagailuaren ekintzak maiztasunaren eremuan duten eragina ulertu

Nagore Iriondo, Asier Zubizarreta, Marga Marcos, Itziar Cabanes

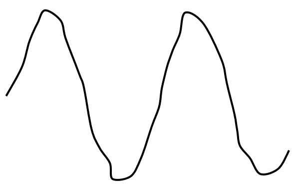
Maiztasunaren eremuko azterketa

Gai zerrenda:

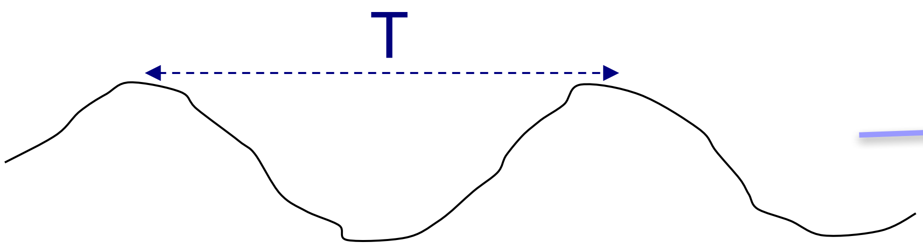
- **Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa**
- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea
- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

Maiztasunaren eremuko azterketa

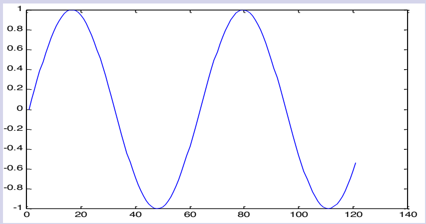
- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Seinale senoidalak:



Maiztasun handiko seinalea:
aldakuntza arina



Maiztasun txikiko seinalea:
aldakuntza geldoa

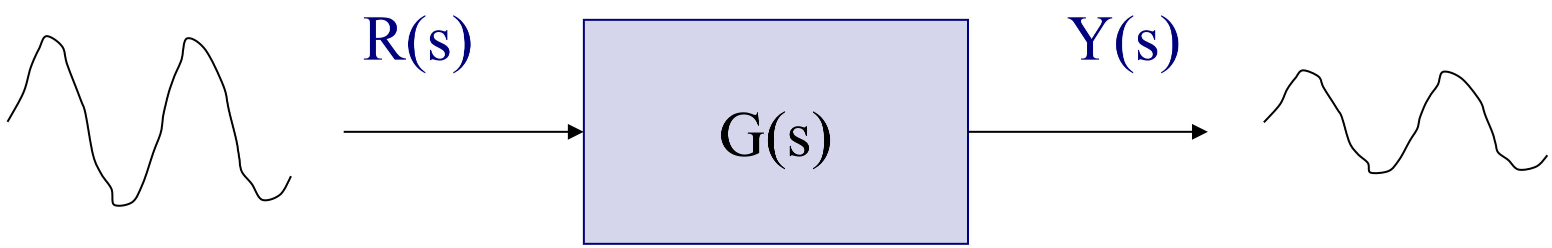


u = A sen(ωt)

$\omega = 2\pi/T$ rad/denbora-unitatea

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:



- **Egoera iraunkorra aztertzen da**

$$Y(s) = G(s)R(s) \qquad R(s) = \frac{\omega A}{s^2 + \omega^2} \qquad G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:

Frakzio sinpletan

$$Y(s) = G(s)R(s) = \frac{G(s)A\omega}{s^2+\omega^2} = \underbrace{\frac{R_1}{s+j\omega} + \frac{R_2}{s-j\omega}}_{\text{Egoera iraunkorra}} + \underbrace{\text{Beste termino batzuk (poloei dagozkienak)}}_{\text{Egoera iragankorra}}$$

$$R(s) = A\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

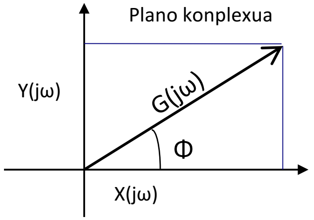
$$R_1 = Y(s)(s+j\omega)\Big|_{s=-j\omega} = \frac{G(s)A\omega}{s-j\omega}\Bigg|_{s=-j\omega} = \frac{G(-j\omega)A\omega}{-2j\omega} = -\frac{AG(-j\omega)}{2j}$$

$$R_2 = Y(s)(s-j\omega)\Big|_{s=j\omega} = \frac{G(s)A\omega}{s+j\omega}\Bigg|_{s=j\omega} = \frac{G(j\omega)A\omega}{2j\omega} = \frac{AG(j\omega)}{2j}$$

$$\boxed{y_{ss}(t) = \frac{-AG(-j\omega)}{2j}e^{-j\omega t} + \frac{AG(j\omega)}{2j}e^{j\omega t}}$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:



G(jω) funtzio konplexua da, beraz:

Modulua: $$\left|G(j\omega)\right| = \sqrt{X^2(\omega)+Y^2(\omega)} = \left|G(-j\omega)\right|$$

Argumentua: $$Arg G(j\omega) = arctg\frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \Phi(\omega)$$

$$G(-j\omega) = \left|G(-j\omega)\right| e^{-j\phi} \;;\; G(j\omega) = \left|G(j\omega)\right| e^{j\phi} \;;\; \left|G(-j\omega)\right| = \left|G(j\omega)\right|$$

$$y_{ss}(t) = \frac{-A}{2j}\left(X(\omega) - jY(\omega)\right)e^{-j\omega t} + \frac{A}{2j}\left(X(\omega) + jY(\omega)\right)e^{j\omega t}$$

$$y_{ss}(t) = AX(\omega)\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} + AY(\omega)\frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

baina: $\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} = sen\omega t$ **eta** $\frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = \cos\omega t$

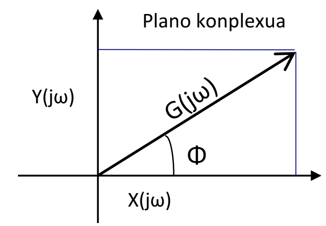
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:

Kontutan izanda:

$$X(\omega)=\sqrt{X^2(\omega)+Y^2(\omega)}\cos\Phi(\omega) \qquad Y(\omega)=\sqrt{X^2(\omega)+Y^2(\omega)}\,sen\Phi(\omega)$$

Φ(ω) G(jω)-ren ardatz errealarekiko angelua da



$$y_{ss}(t)=A\sqrt{X^2(\omega)+Y^2(\omega)}\,sen\left(\omega t+\alpha(\omega)\right)$$

$$\boxed{y_{ss}(t)=A\left|G(j\omega)\right|sen(\omega t+\phi)}$$

Sarreraren **ANPLITUDEA**

Sistemaren modulua **ANPLIFIKAZIOA**

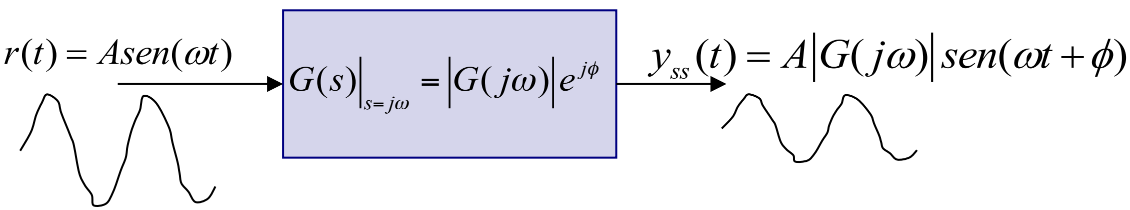
Sarreraren **MAIZTASUNA**

Sistemaren Argumentua **SARRERAREKIKO FASE-ATZERAPENA**

Nagore Iriondo, Asier Zubizarreta, Marga Marcos, Itziar Cabanes

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:
    - **Egoera iraunkorra aztertzen da**



- **Sarrera seonidala denean iraunkorreko erantzuna ere seinale senoidala da:**
  - Sarreraren maiztasun berdinekoa
  - Atenuazio/anplifikazio-faktorea: $\left|G(j\omega)\right|$
  - Desfase-angelua: $\phi = \arg(G(j\omega))$

Irteera-seinalearen anplitudea eta desfasea kitzikadura maiztasunaren menpeko dira, eta transferentzi funtzioak maiztasun horretarako duen modulua eta argumentua kalkulatuz lor daitezke

Maiztasunaren eremuko azterketa

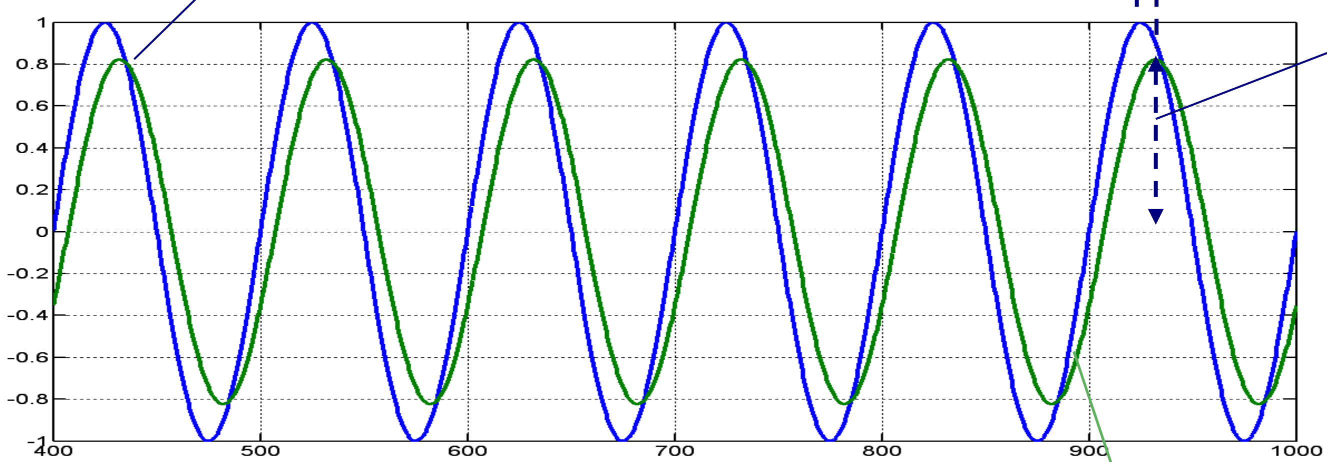
- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:

$$R(s) = A\frac{\omega}{s^2+\omega^2}; \qquad G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$r(t) = A sen\omega t$

$Arg G(j\omega)$

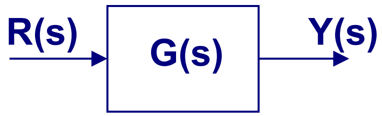
$A|G(j\omega)|$



$$y_{ss}(t) = A|G(j\omega)| sen(\omega t + \Phi(\omega))$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:
    - **1. Ariketa**: Ondorengo sistema kontutan hartuz, G(s),



$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s^2(s+5)}$$

✓ Kalkulatu zein den sistemaren erantzuna honako sarrera sinusoidalaren aurrean: r(t)=2sen3t

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:
    - **2. Ariketa**: Ondorengo sistema kontutan hartuz, G(S),

$$G(s) = \frac{s+4}{s^2+5s+6}$$

✓ Fasea eta magnidudea kalkulatu, ω-ren menpe adieraziz

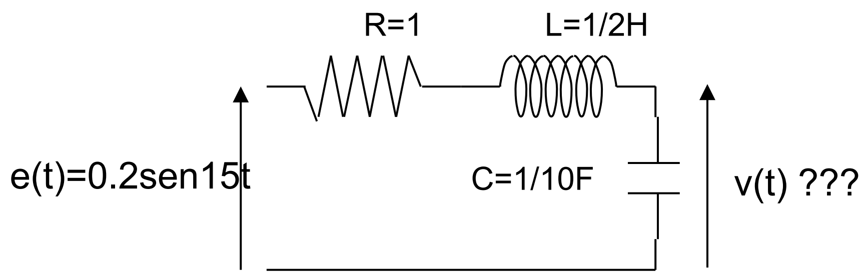
Maiztasunaren eremuko azterketa

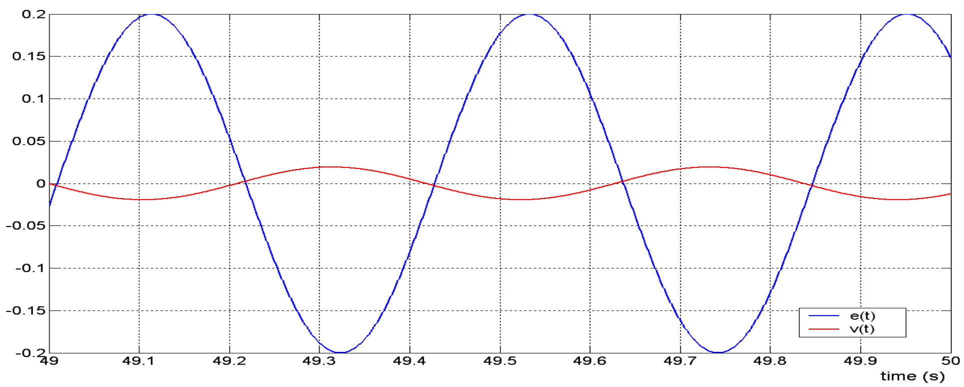
- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
  - ✓ Sistema egonkor baten erantzuna sarrerako maiztasun-seinaleei:
    - **3. Ariketa** : (2013/6/28 azterketa)

Irudiko RLC zirkuitua kontutan hartuz:

a) Kalkulatu *G(s)* transferenti funtzioa, sarrera-tentsioa *e(t)* eta irteera-tentsioa *v(t)* erlazionatzen dituena

b) Zein da *v(t)*-ren adierazpidea *e(t)=0.2sin15t* denean?





Maiztasunaren eremuko azterketa

Gai zerrenda:

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
- **Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak**
- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea
- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Maiztasun-erantzuna:
    - ☐ Sistema lineal batek eragiten duen atenuazioa $|G(j\omega)|$ eta desfasea ϕ=Arg($G(j\omega)$) G(s)-ren menpeko dira bakarrik, eta ω maiztasunaren funtzio bezala adieraz daitezke hainbat diagrama erabiliz.
    - ☐ Horretarako, *G(s)*-n, *s*-ren ordez $j\omega$ ipini eta $G(j\omega)$-ren modulu eta argumentua kalkulatzen dira.

Bode-diagramak

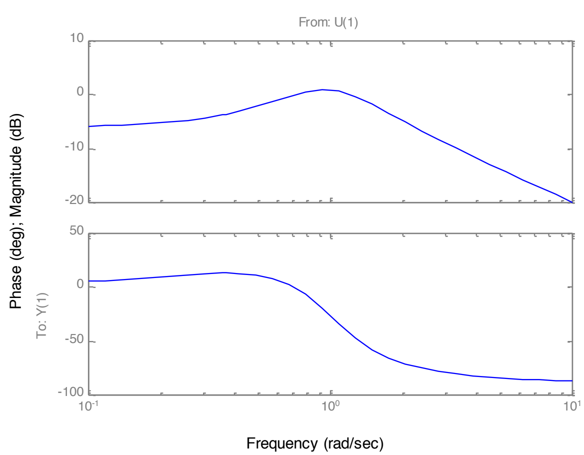
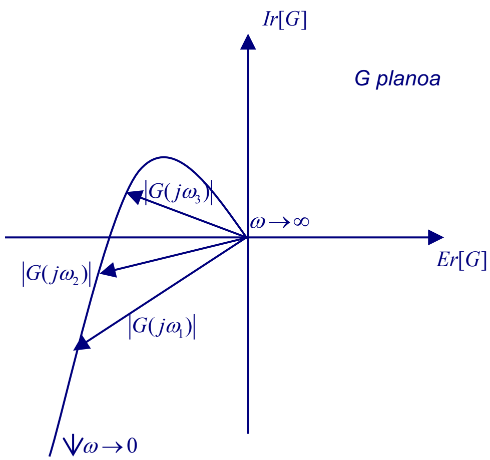
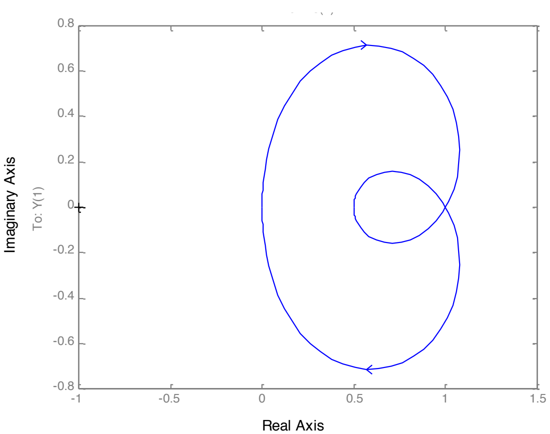


Diagrama polarra



Nyquist diagrama

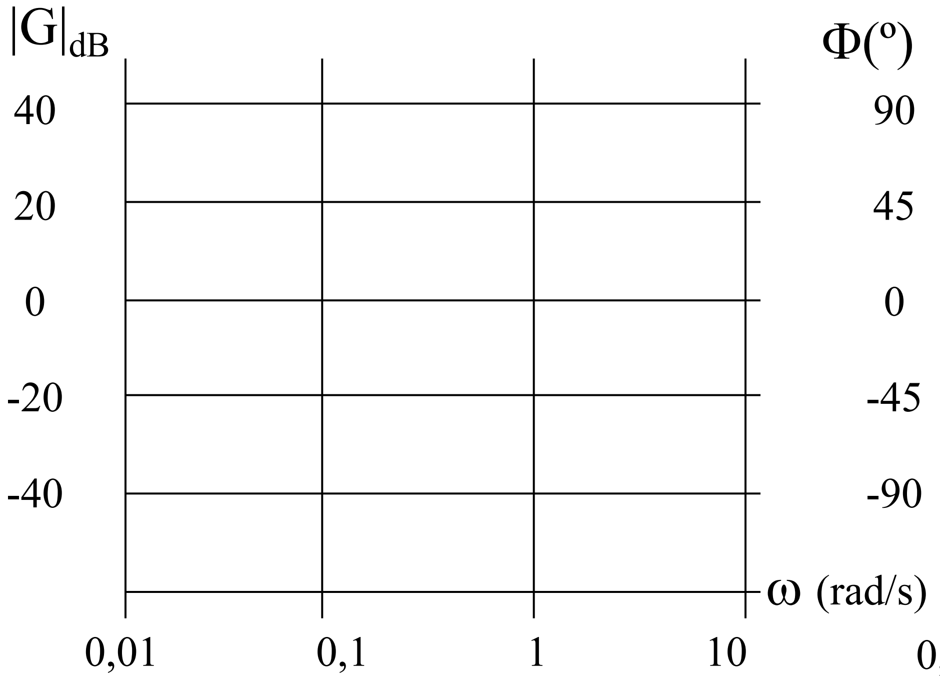


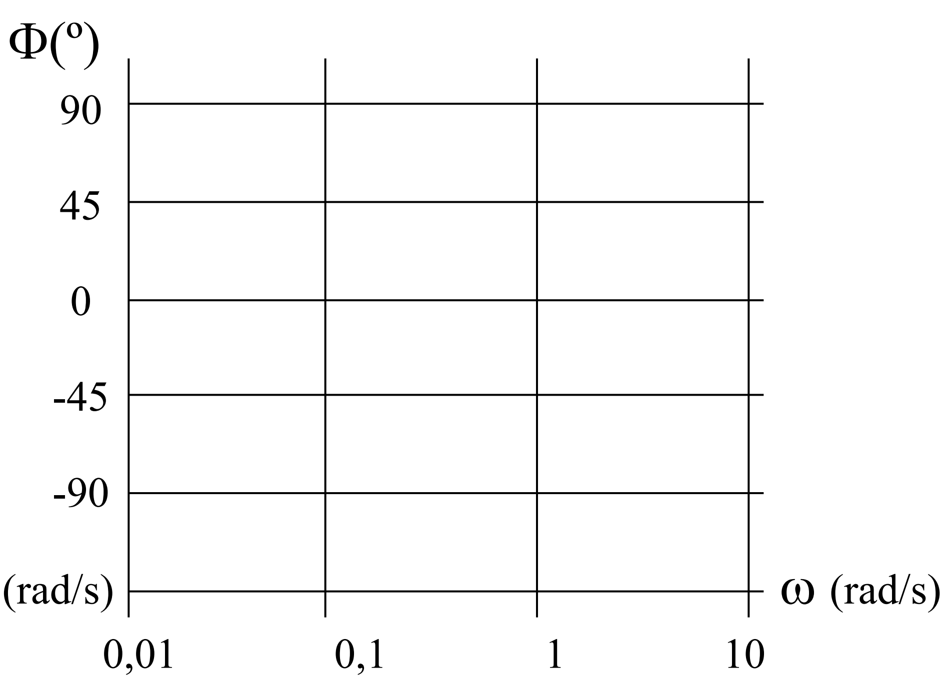
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak

  ✓ **Bode-diagramak**:

  20 log |G(jω)| (dB) eta *Arg G(jω)* adierazi *ω (rad/s)* maiztasunaren menpe

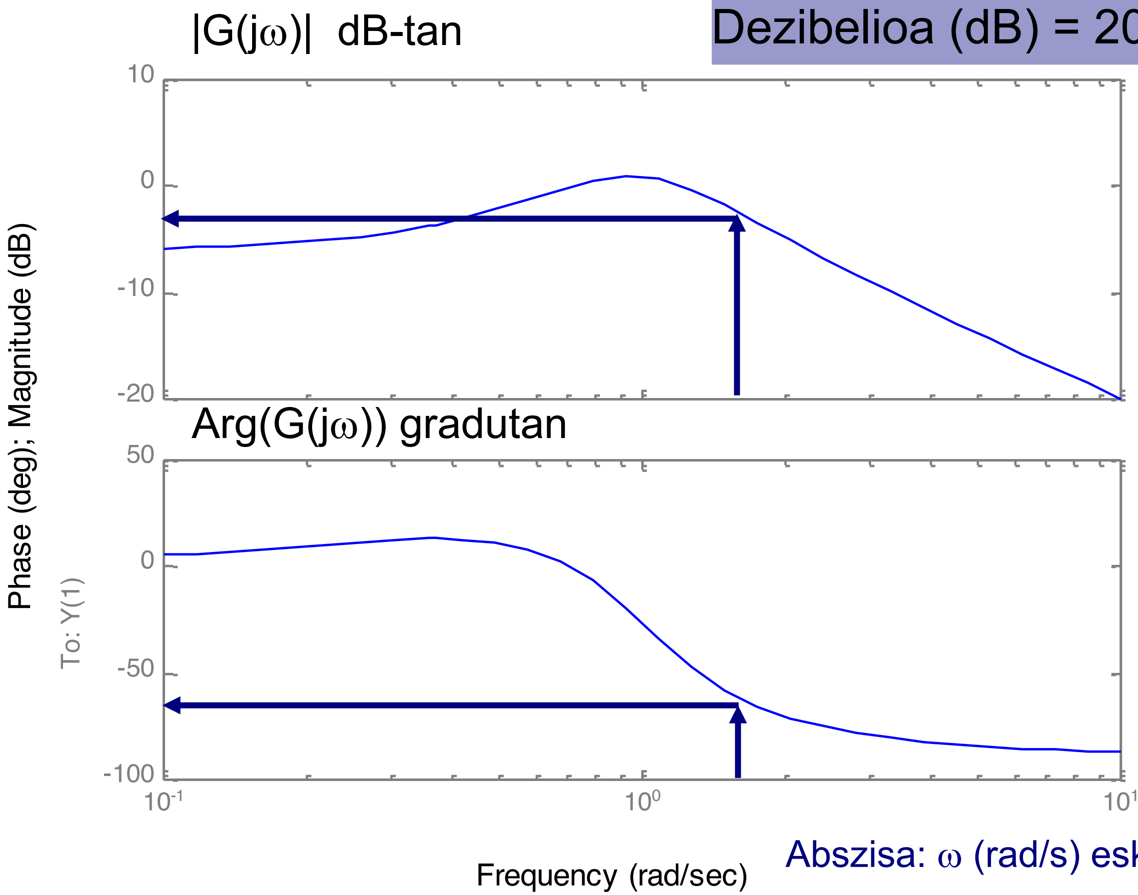




Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ **Bode-diagramak**:

Dezibelioa (dB) = 20 log |G(jω)|



Abszisa: ω (rad/s) eskala logaritmikoan

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ **Bode-diagramak: Zergaitik diagrama logaritmikoak?**
    - Moduluen biderketa batuketa bihurtzen da logaritmoak aplikatzean. Horrez gain, kurba asintotiko hurbildua adieraz daiteke

$$G(s) = K_1 \frac{e^{-t_m s}(s+z_1)(s+z_2)\ldots(s+z_m)}{s(s+p_1)(s+p_2)\ldots(s+p_n)}$$

    - Bode erako adierazpidea

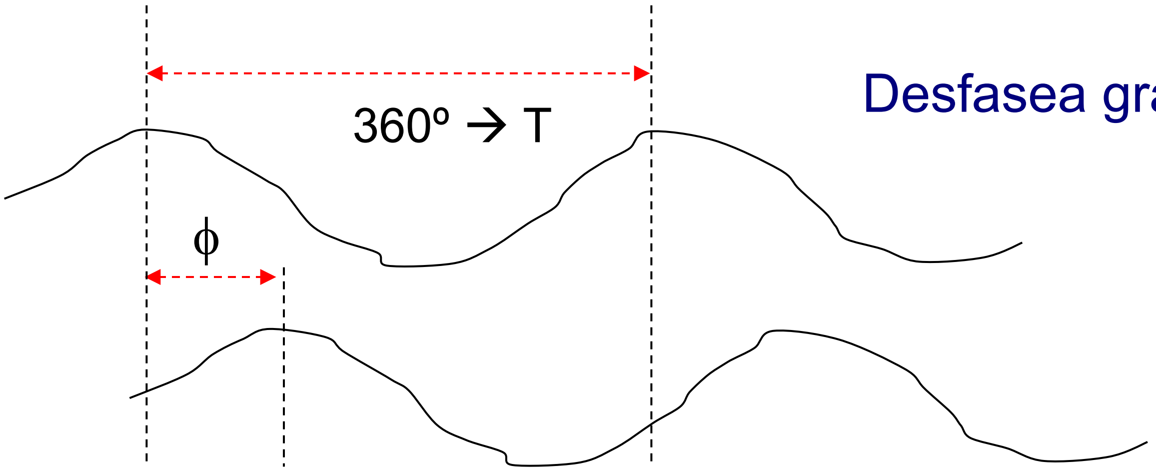
$$G(s) = K \frac{e^{-t_m s}(\tau_a s+1)(\tau_b s+1)\ldots(\tau_m s+1)}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\ldots(\tau_n s+1)} \qquad |G(j\omega)| = K \frac{|e^{-t_m s}||\tau_a j\omega+1||\tau_b j\omega+1|\ldots|\tau_m j\omega+1|}{\omega|\tau_1 j\omega+1||\tau_2 j\omega+1|\ldots|\tau_n j\omega+1|}$$

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20\log G(j\omega) = 20\log K + \sum_i 20\log|\tau_i j\omega+1| - 20\log\omega - \sum_k 20\log|\tau_k\omega+1|$$

$$Arg(G(j\omega)) = Arg(K) + Arg(e^{-j\omega t_m}) + \sum_i Arg(\tau_i j\omega+1) - Arg(j\omega) - \sum_k Arg(\tau_k j\omega+1)$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ **Bode-diagramak**:
    - *dB*-tan, $|G(j\omega)|$-ren diagrama, *G(s)*-ren oinarrizko osagaien (polo, zero, irabazpena, atzerapena) diagramak gainezarriz lor daiteke.



gradutan emandako ϕ desfasea atzerapen-denbora bezala ere adieraz daiteke: $(\phi^{*}T) / 360$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Irabazpen estatikoa K**

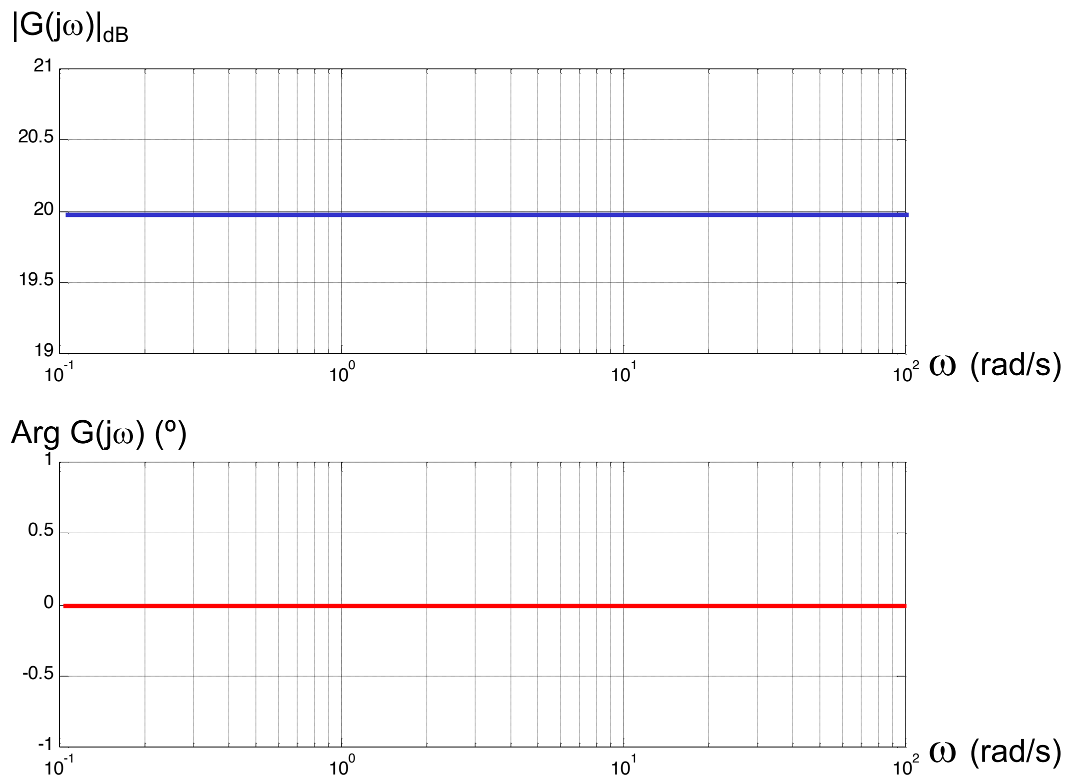
$|G(j\omega)|_{dB}$=20 log |K| = kte   Arg $G(j\omega)$ (º)=0º edo π (K<0 denean)

- *1. Adibidea:*

20log|K| = 20

↓

K=10



Nagore Iriondo, Asier Zubizarreta, Marga Marcos, Itziar Cabanes

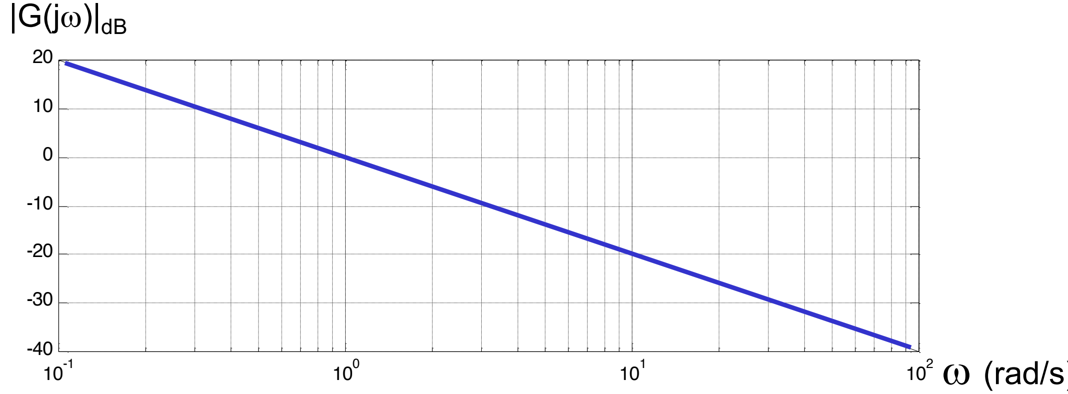
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Poloa jatorrian: G(s)=1/s**

$|G(j\omega)|_{dB}=20\log|1/j\omega| = -20\log\omega$ Arg $G(j\omega)$ (º)=Arg $(1/j\omega) = -90º$

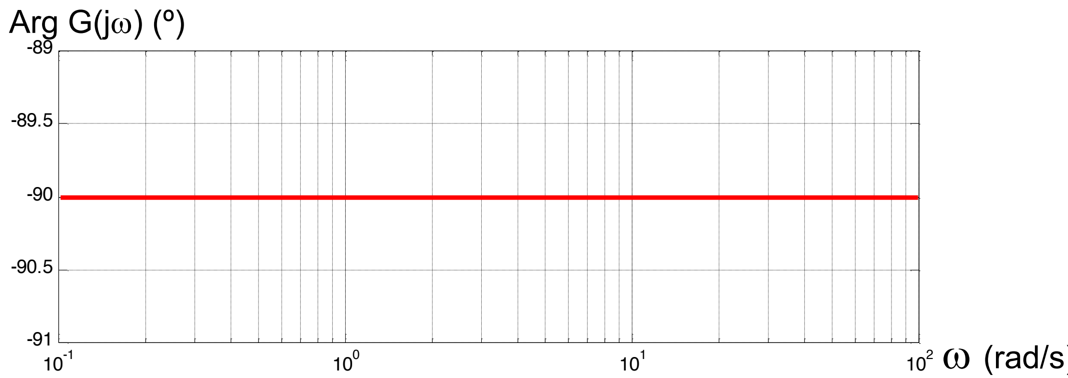
G(s)=1/s

- ***modulua***:
  -20 dB/h maldadun lerro zuzena (ω =1, 0 dB)-tik igarotzen dena
- ***argumentua***:
  -90º $\forall\omega$



G(s)=1/s^n

- ***modulua:***
  -20*n dB/h maldadun lerro zuzena
- ***argumentua***:
  -90*nº $\forall\omega$



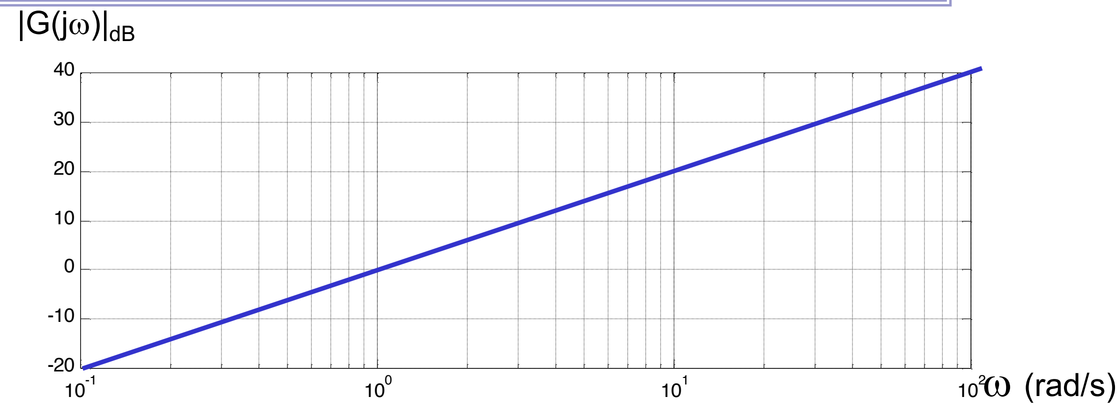
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Zeroa jatorrian: G(s)=s**

$\vert G(j\omega)\vert_{dB}=20 \log \vert j\omega\vert = +20 \log \omega$	Arg $G(j\omega)$ (º)=Arg $(j\,\omega)$ = +90º

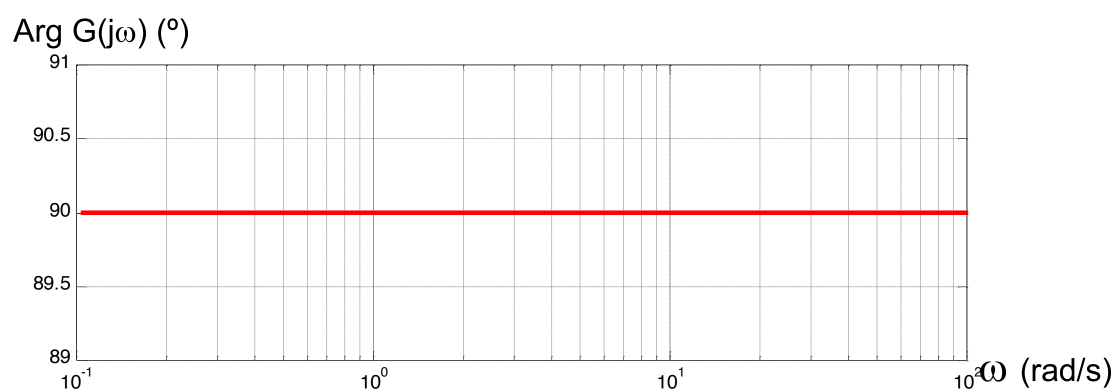
G(s)=s

- ***modulua***:
  +20 dB/h maldadun lerro zuzena (ω =1, 0 dB)-tik igarotzen dena
- ***argumentua***:
  +90º $\forall\omega$



G(s)=s^n

- ***modulua:***
  +20*n dB/h maldadun lerro zuzena
- ***argumentua***:
  +90*nº $\forall\omega$



Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Poloa: G(s)=1/(τs+1)**
    - Modulua dB-tan funtzio monotonoki beherakorra da

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega\tau}\Rightarrow\left|G(j\omega)\right|_{dB}=20\log\left|G(j\omega)\right|=-20\log\left|1+j\omega\tau\right|=-20\log\sqrt{1+\omega^2\tau^2}$$

$$\omega\to 0;\ G(j\omega)\to 1\Rightarrow\left|G(j\omega\right|_{dB}\to 0$$

$$\omega\to\infty;\ G(j\omega)\to\frac{1}{j\omega\tau}\Rightarrow\left|G(j\omega\right|_{dB}\to -20\log\omega\tau$$

    - Argumentua º-tan funtzio monotonoki beherakorra da

$$Arg\,G(j\omega)=Arg\left(\frac{1}{1+j\omega\tau}\right)=-Arg(1+j\omega\tau)=-\operatorname{atan}\omega\tau$$

$$\omega\to 0;\ G(j\omega)\to 1\Rightarrow Arg(G(j\omega))\to 0^{o}$$

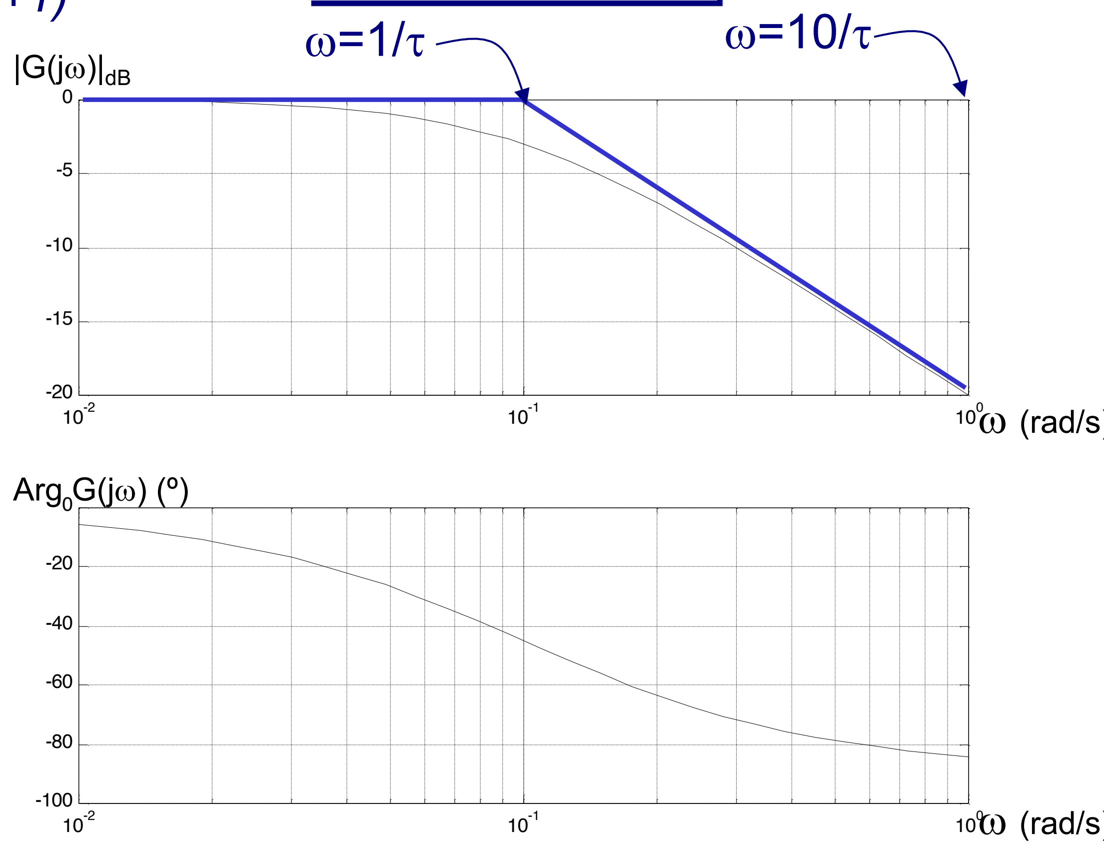
$$\omega=\frac{1}{\tau};G(j\omega)=\frac{1}{1+j};Arg(G(j\omega))=-45^{o}$$

$$\omega\to\infty;\ G(j\omega)\to\frac{1}{j\omega\tau}\Rightarrow Arg(G(j\omega))\to -90^{o}$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Poloa: G(s)=1/(τs+1)**
    - ❑ *2. Adibidea: G(s)=1/(10s+1)*

Hauste maiztasuna



- ◻ Modulu asintotikoa

ω→ 0, G(jω) → 1, |G(jω)|dB ≅0
ω→ ∞, G(jω) →1/ j ωτ, -20 dB/h maldadun zuzena (ω =1, 0 dB)-tik igarotzen dena
1/τ: hauste-maiztasuna(modulu asintotiko kurbak malda aldatzen du)

- ◻ Argumentua

ω→ 0, G(jω) → 1, Φ(ω) ≅0º
ω= 1/τ, G(jω) = 1/(1+j), Φ(ω) =-45º
ω→ ∞, G(jω) →1/ j ωτ, Φ(ω) =-90º

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Poloa: $G(s)=1/(\tau s+1)$**
    - Modulu erreala:

      $\omega = 1/\tau$ denean, $|G(j\omega)|dB \cong -3$ dB

      Polo anizkoitzak (n) daudenean (n), moduluaren eta argumentuaren kurbak n aldiz biderkatzen dira.

    - Laburpena:

      ■ Atenuazioa txikia da $\omega = 1/\tau$ arte, hauste-maiztasunetik aurrera progresiboki handituz doa.
      ■ Sistema geldoak (τ handia, poloa ardatz irudikaritik gertu) hauste-maiztasun txikia dute (atenuazioa maiztasun txikietan hasten da).
      ■ Sistema arinak (τ txikia, poloa ardatz irudikaritik urruti) maiztasun handiagoko seinaleei jarraitzeko gai dira

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Zeroa: G(s)=(τs+1)**
    - Modulua dB-tan funtzio monotonoki gorakorra da

$$G(j\omega)=1+j\omega T \Rightarrow \left|G(j\omega)\right|_{dB}=20\log\left|G(j\omega)\right|=20\log\left|1+j\omega T\right|=20\log\sqrt{1+\omega^2T^2}$$

$$\omega\to 0;\; G(j\omega)\to 1 \Rightarrow \left|G(j\omega\right|_{dB}\to 0$$
$$\omega\to\infty;\; G(j\omega)\to j\omega T \Rightarrow \left|G(j\omega\right|_{dB}\to 20\log\omega T$$

    - Argumentua º-tan funtzio monotonoki gorakorra da

$$Arg\,G(j\omega)=Arg\,(1+j\omega T)=\arctan\omega T$$

$$\omega\to 0;\; G(j\omega)\to 1 \Rightarrow Arg(G(j\omega))\to 0^{\circ}$$
$$\omega=\frac{1}{T};G(j\omega)=1+j;Arg(G(j\omega))=45^{\circ}$$
$$\omega\to\infty;\; G(j\omega)\to j\omega T \Rightarrow Arg(G(j\omega))\to 90^{\circ}$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Zeroa: G(s)=(τs+1)**

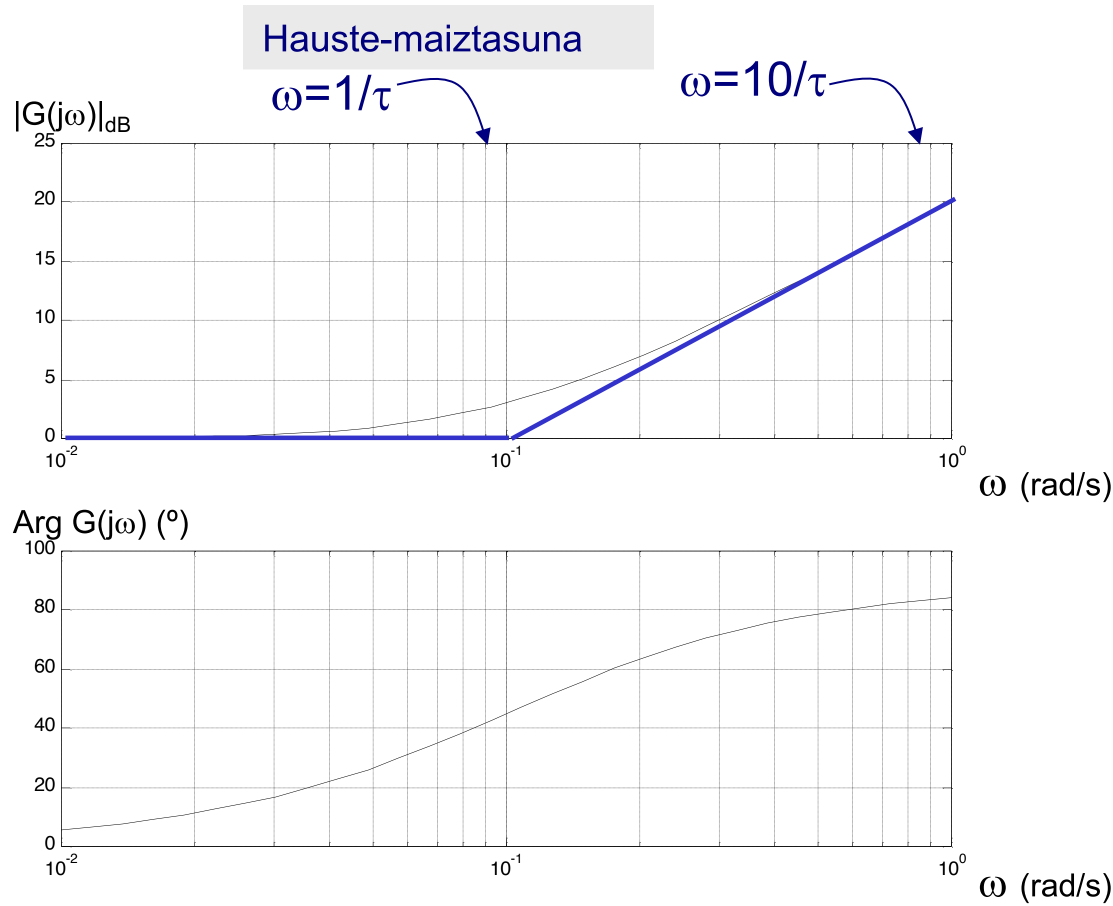
❑ *3. Adibidea: G(s)=10s+1*

- Modulu asintotikoa

$\omega \rightarrow 0$, $G(j\omega) \rightarrow 1$, $|G(j\omega)|dB \cong 0$
$\omega \rightarrow \infty$, $G(j\omega) \rightarrow j\,\omega\tau$, +20 dB/h maldadun zuzena (ω =1, 0 dB)-tik igarotzen dena
$1/\tau$: hauste-maiztasuna(modulu asintotiko kurbak malda aldatzen du)

- Argumentua

$\omega \rightarrow 0$, $G(j\omega) \rightarrow 1$, $\Phi(\omega) \cong 0º$
$\omega = 1/\tau$, $G(j\omega) = (1+j)$, $\Phi(\omega) = +45º$
$\omega \rightarrow \infty$, $G(j\omega) \rightarrow j\,\omega\tau$, $\Phi(\omega) = +90º$



Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Zeroa: G(s)=(τs+1)**
    - Modulu erreala:

      ω =1/τ denean, |G(jω)|dB≅+3 dB

$$\begin{cases} \left|G(j\omega)\right|_{dB} = 20\log\sqrt{1+\omega^2\tau^2} \\ \tau = \dfrac{1}{\omega} \quad \Rightarrow \quad \left|G(j\omega)\right|_{dB} = 20\log\sqrt{2} \approx 3\,dB \end{cases}$$

Zero anizkoitzak (n) daudenean (n), moduluaren eta argumentuaren kurbak n aldiz biderkatzen dira.

- Laburpena:

  ■ <u>Anplifikazioa</u> txikia da ω= 1/τ arte, hauste-maiztasunetik aurrera progresiboki handituz doa.
  ■ Zarata-seinaleak maiztasun handikoak izaten dira → zarata seinaleen anplifikazioa

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **2.ordenako sistema:** $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2}=\dfrac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2}+2\delta\left(\dfrac{s}{\omega_n}\right)+1}$
    - s=jω $\rightarrow G(j\omega)=\dfrac{1}{-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}+j2\delta\left(\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)+1}=\dfrac{1}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}+j2\delta\left(\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)}$
    - Modulua:

$$G(j\omega)=\frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2+j2\delta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}\Rightarrow\left|G(j\omega)\right|_{dB}=-20\log\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(\frac{2\delta\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

Modulua (dB-tan) funtzio monotonoki beherakorra da

$$\omega\rightarrow 0;\ G(j\omega)\rightarrow 1\Rightarrow\left|G(j\omega\right|_{dB}\rightarrow 0$$

$$\omega=\omega_n; G(j\omega)\rightarrow\frac{1}{j2\delta}\Rightarrow\left|G(j\omega)\right|_{dB}=-20\log(2\delta)$$

$$\omega\rightarrow\infty;\ G(j\omega)\rightarrow\frac{1}{-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\Rightarrow\left|G(j\omega\right|_{dB}\rightarrow -20\log\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2=-40\log\frac{\omega}{\omega_n}$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **2.ordenako sistema:** $G(s) = \dfrac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2} + 2\delta\left(\dfrac{s}{\omega_n}\right) + 1}$
    - Argumentua:

$$Arg\, G(j\omega) = -Arg\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + j2\delta\frac{\omega}{\omega_n}\right) = -\arctan\frac{2\delta\dfrac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

Argumentua (º-tan) funtzio monotonoki beherakorra da

$$\omega \to 0;\ G(j\omega) \to 1 \Rightarrow Arg(G(j\omega)) \to 0^{\circ}$$

$$\omega = \omega_n;\ G(j\omega) = \frac{1}{2j\delta};\ Arg(G(j\omega)) = -90^{\circ}$$

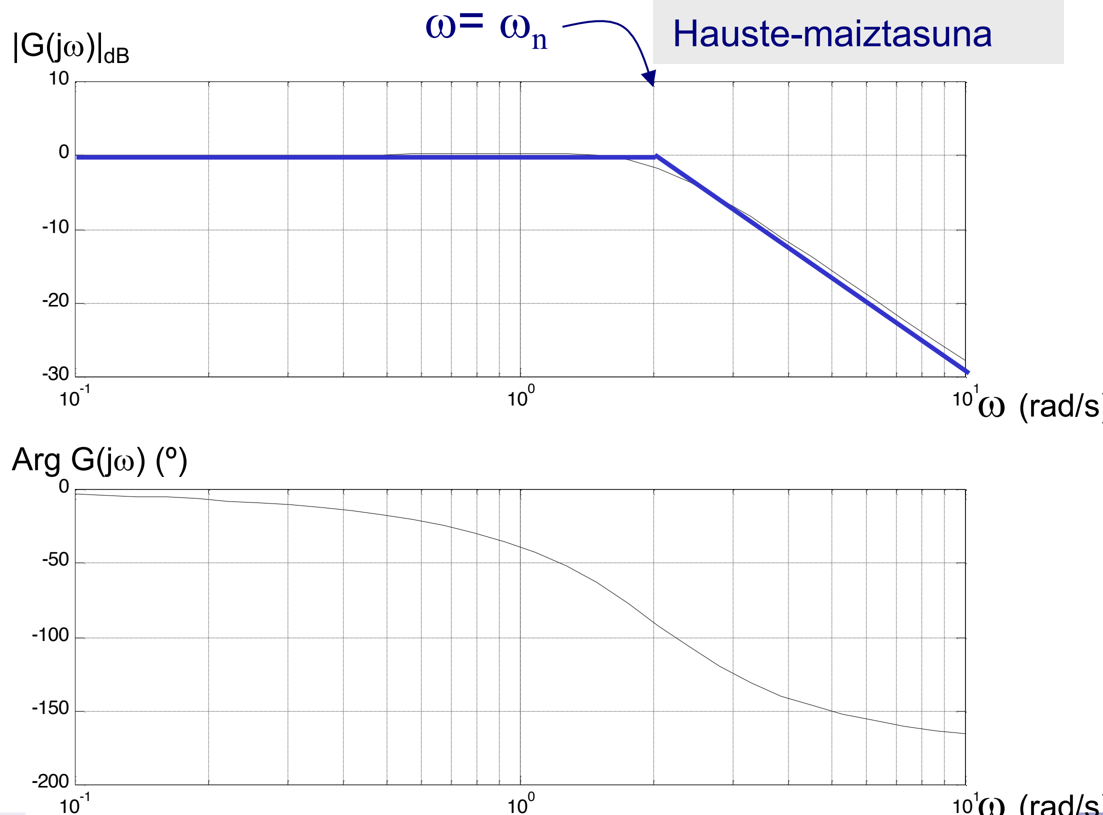
$$\omega \to \infty;\ G(j\omega) \to \frac{1}{-\left(\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \Rightarrow Arg(G(j\omega)) \to -180^{\circ}$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **2.ordenako sistema:** $G(s) = \dfrac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2} + 2\delta\left(\dfrac{s}{\omega_n}\right) + 1}$

❑ *4. Adibidea: $G(s)=4/(s^2+2.4s+4)$, $\delta=1.2$*

(polo erreal bi)



- Modulu asintotikoa

  $\omega \to 0$, $G(j\omega) \to 1$, $|G(j\omega)|dB \cong 0$
  $\omega \to \infty$, $G(j\omega) \to -1/(\omega/\omega_n)^2$,
  $|G(j\omega)|dB$, 40 dB/h maldadun zuzena ($\omega = \omega_n$, 0 dB)-tik igarotzen dena
  ω_n : hauste-maiztasuna (modulu asintotiko kurbak malda aldatzen du hortik aurrera)

- Argumentua

  $\omega \to 0$, $G(j\omega) \to 1$, $\Phi(\omega) \cong 0^\circ$
  $\omega = \omega_n$, $G(j\omega) = 1/(j2\delta)$, $\Phi(\omega) = -90^\circ$
  $\omega \to \infty$, $G(j\omega) \to 1/2(\omega/\omega_n)$,
  $\Phi(\omega) = -180^\circ$

Maiztasunaren eremuko azterketa

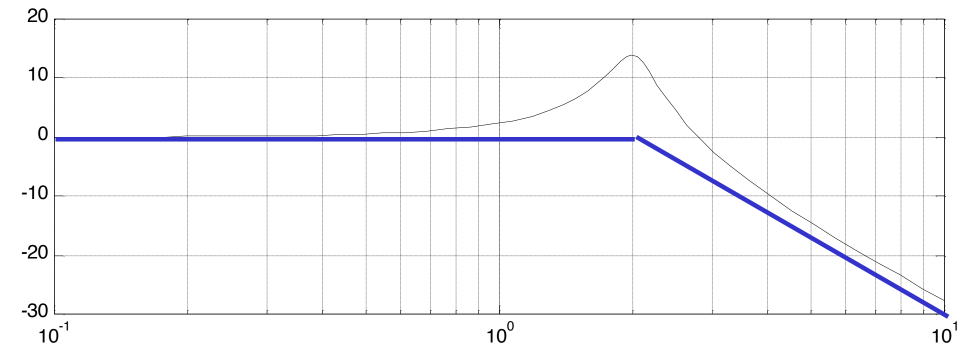
- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **2.ordenako sistema:** $G(s)=\dfrac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2}+2\delta\left(\dfrac{s}{\omega_n}\right)+1}$

- *5. Adibidea: $G(s)=4/(s^2+0.4s+4)$, $\delta=0.1$*

  (polo konplexu konjokatuak)

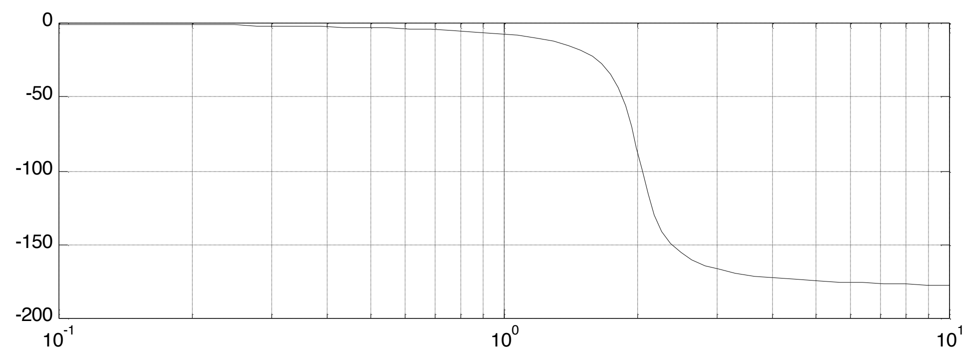
  - Modulu erreala:

    $\omega=\omega_n$, $G(j\omega) = 1/j2\delta$, →
    $|G(j\omega)|_{dB}=20 \log (1/2\delta)=14$ dB



  - Egindako errorea $\omega = \omega_n$ denean

    $\omega=\omega_n$, $G(j\omega) = 1/j2\delta$, →
    $|G(j\omega)|_{dB}=20 \log (1/2\delta)$
    $\delta=1$ → $G_{dB}=-6$
    $\delta=0{,}5$ → $G_{dB}=0$
    $\delta=0{,}1$ → $G_{dB}=+14$
    $\delta=0{,}01$ → $G_{dB}=+40$



Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **2.ordenako sistema:** $G(s) = \dfrac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2} + 2\delta\left(\dfrac{s}{\omega_n}\right) + 1}$

❑ ***Erresonantzia-maiztasuna***

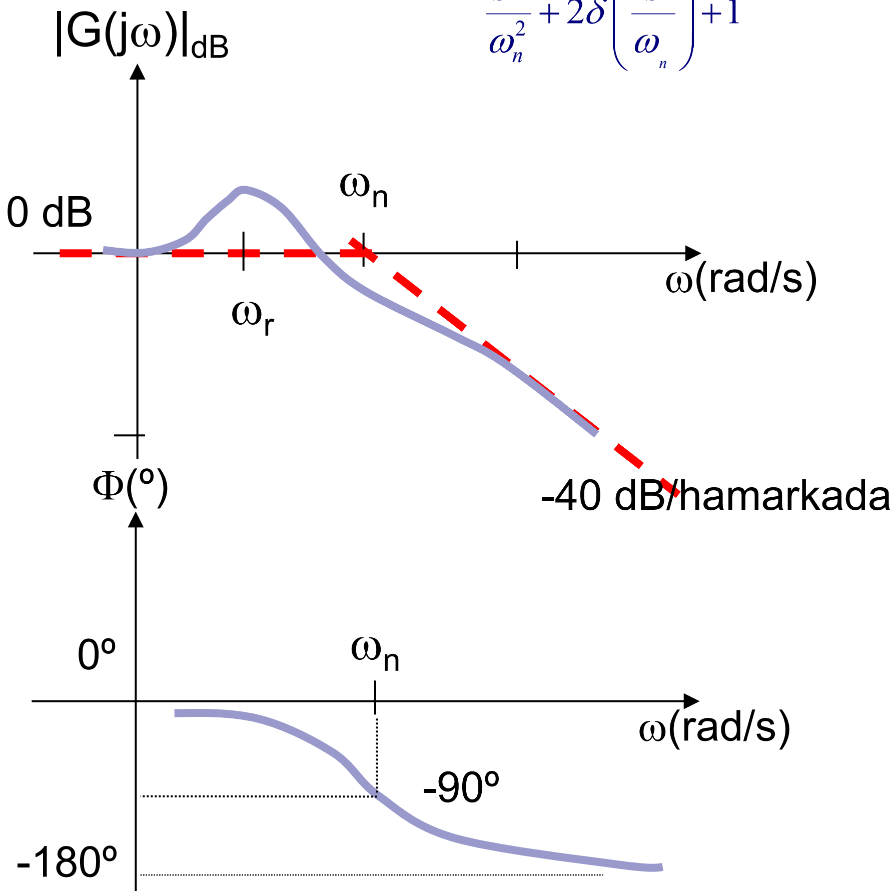
❑ $\delta < 0{,}707$ denean :

- Anplitudearen kurbak maximoa ageri du ω_r maiztasunean:

$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\delta^2}$$

- δ txikitzean maximoa handitzen da:

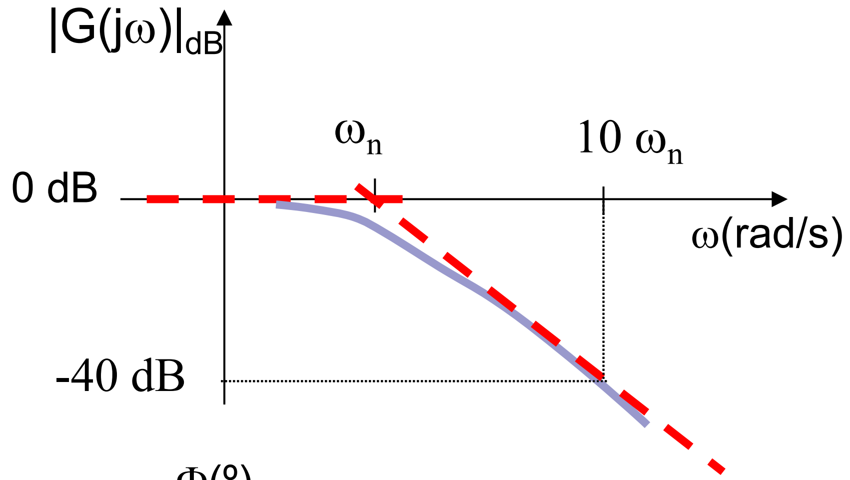
$$M_r = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$$

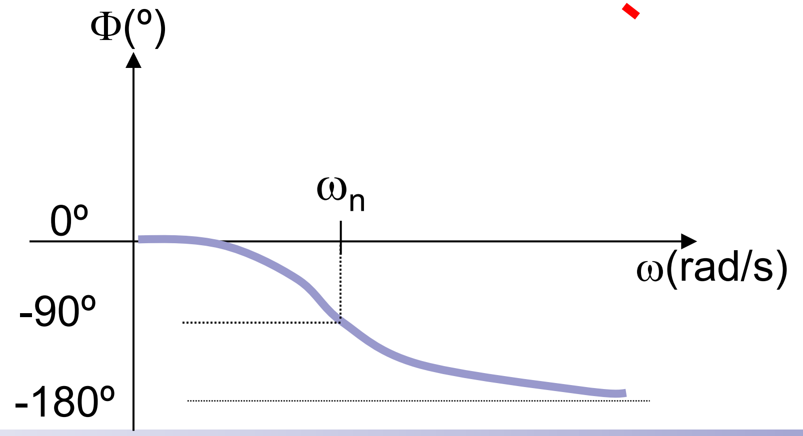


Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **2.ordenako sistema:**

$$G(s)=\frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2}+2\delta\left(\frac{s}{\omega_n}\right)+1}$$





- Erresonantzia-maiztasuna

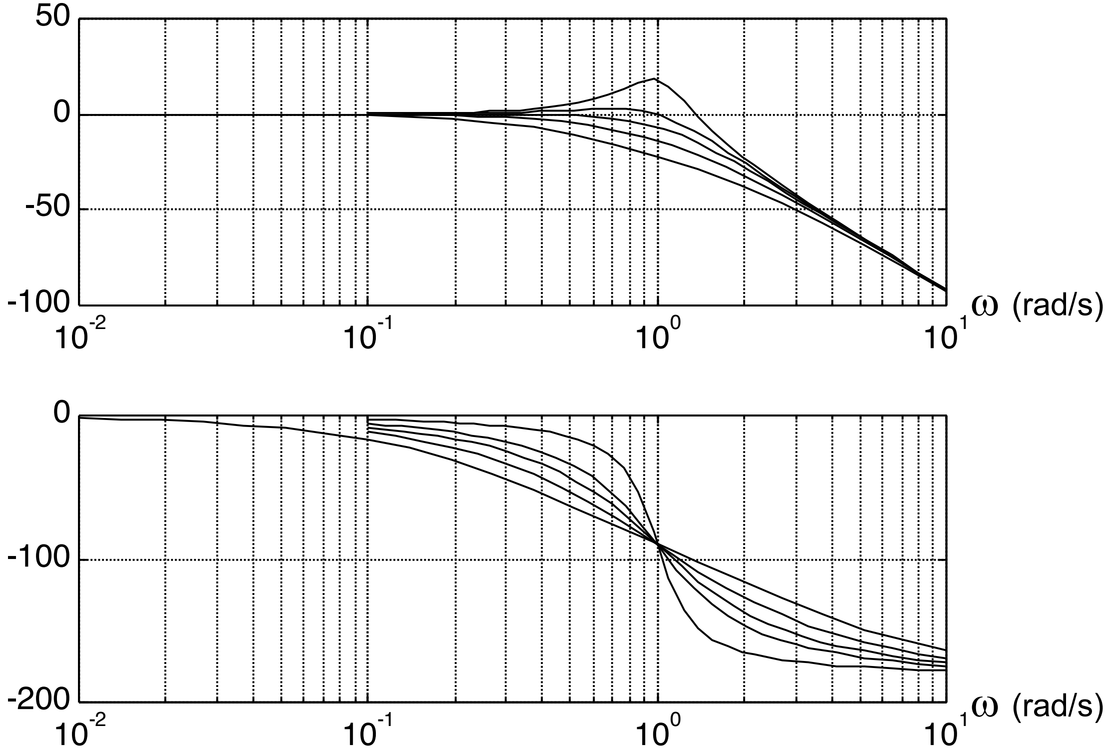
δ > 0,707 denean:

- Anplitudearen kurba monotonoki beherakorra da
- Atenuazioa ω_n –tik aurrera 40 dB/h da

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **2.ordenako sistema:** $G(s)=\dfrac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2}+2\delta\left(\dfrac{s}{\omega_n}\right)+1}$

$$\delta = 0,2;0,5;0,7;1;1,5\ ;\ \omega_n = 1$$



Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Atzerapena: G(s)=e-tms**

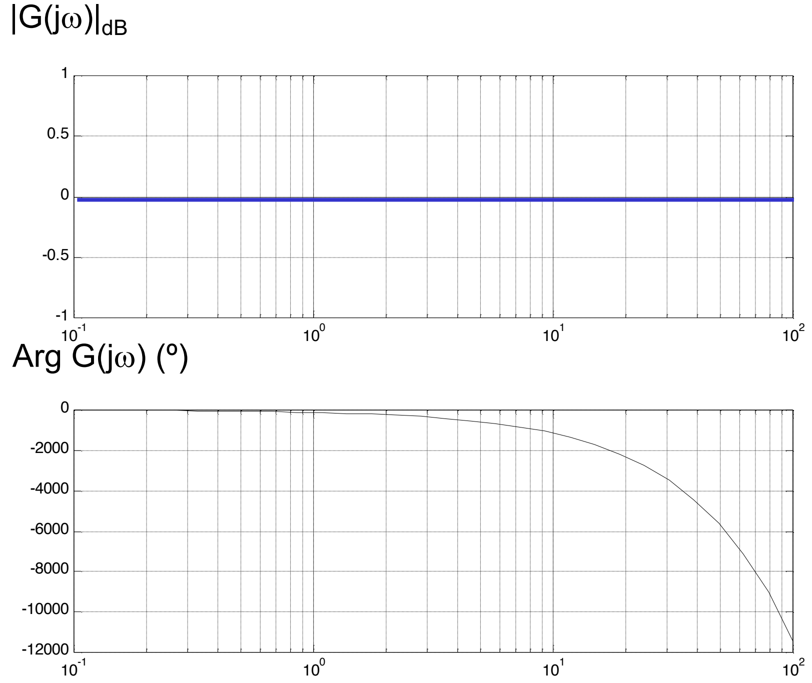
$$G(j\omega) = e^{-j\omega t_m}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{dB} = 20\log\left|e^{-j\omega t_m}\right| = 20\log 1 = 0$$

$$Arg\,G(j\omega) = Arg(e^{-j\omega t_m}) = -\omega\, t_m$$

$$Arg\,G(j\omega) = -\omega t_m \; rad$$

$$Arg\,G(j\omega) = -\frac{360^{\circ}}{2\pi\, rad}\,\omega t_m\, rad = -57{,}3\,\omega t_m{}^{\circ}$$



Fasearen kurba ω-rekin jeisten da (esponeltzialki eskala logaritmikoan)

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **Atzerapena: G(s)=e-$^{\mathbf{tms}}$**

- Maiztasun handietan, atzerapen-angelu handia ematen du, atenuaziorik gabe

$$G(j\omega) = e^{-j\omega t_m} \qquad (e^{-st_m})$$

- Modulua edo magnitudea beti da 1

$$\left|G(j\omega)\right| = \left|\cos\omega t_m - jsen\omega t_m\right| = 1$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{dB} = 20\log\left|\cos\omega t_m - jsen\omega t_m\right| = 0\ dB$$

- Argumentua gero eta negatiboagoa da

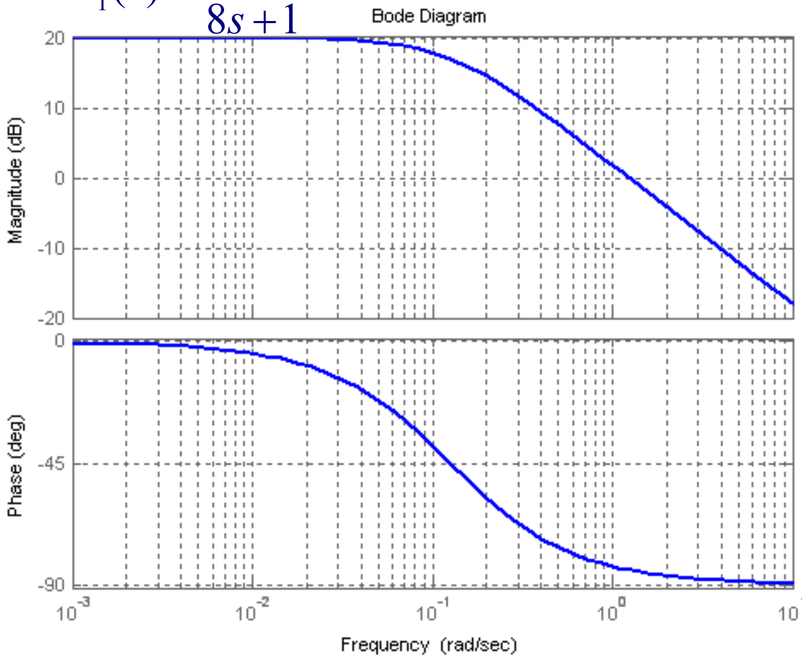
$$\underline{|G(j\omega)} = -\omega t_m\ \left(rad\right) = -57{,}3\omega t_m\ (^{\circ})$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

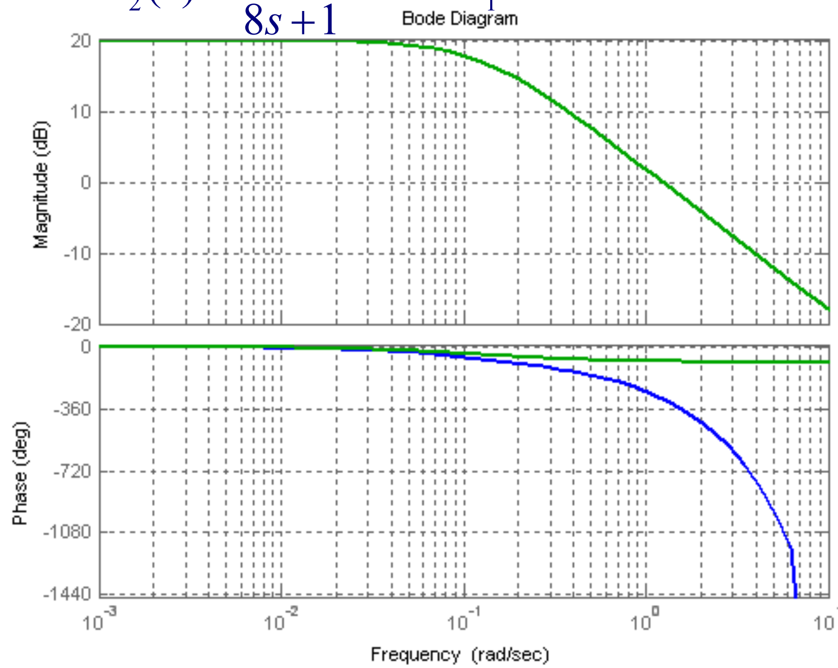
■ Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak

✓ Bode-diagramak: **Atzerapena: G(s)=e-$^{\mathbf{tms}}$**

$$G_1(s)=\frac{10}{8s+1}$$



$$G_2(s)=\frac{10}{8s+1}e^{-Ls}=G_1.e^{-Ls}$$



$$ArgG_1(j\omega)=-arctg8\omega$$

$$ArgG_2(j\omega)=-arctg8\omega-\omega L$$

Atzerapen-terminoak **ez du moduluaren kurba aldatzen**, baina **faseari atzerapena gehitzen dio**; zenbat eta ω handiagoa gero atzerapen handiagoa ageri du.

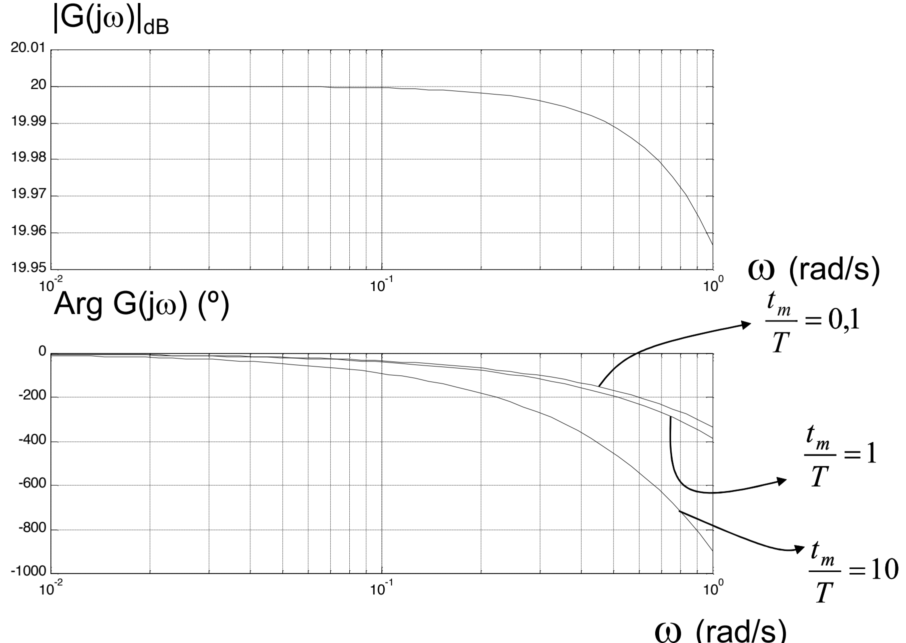
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak: **POMTM: G(s)=e $^{-t_m s}$/(1+τs)**

$$G(j\omega)=\frac{e^{-j\omega t_m}}{1+j\omega\tau}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{dB}=20\log\left|\frac{e^{-j\omega t_m}}{1+j\omega\tau}\right|=-20\log\left|1+j\omega\tau\right|=-20\sqrt{1+\omega^2\tau^2}$$

$$Arg\,G(j\omega)=Arg\left(\frac{e^{-j\omega t_m}}{1+j\omega\tau}\right)=-\omega t_m-\arctan\omega\tau$$



Maiztasunaren eremuko azterketa

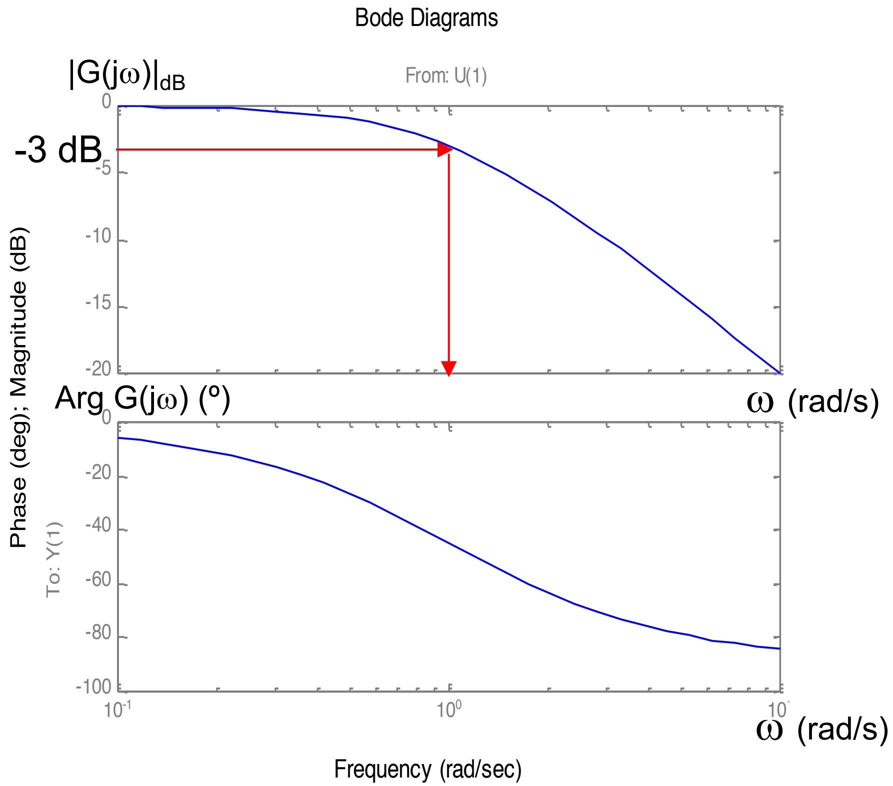
- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak:
    - ❐ **Banda-zabalera**

- Definizioa:

  Maiztasuna, non atenuazioa, maiztasun nuluan dena baino 3 dB txikiagoa den.

- Ezaugarriak:

  Sistemak atenuazio nabarmenik gabe erantzuten duen sarreraren abiadura aldakuntza-tartearen neurria ematen du.



Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak:

❒ 4. Ariketa:

☑ Ondorengo sistemaren Bode-diagrama asintotikoa marraztu:

$$G(s) = \frac{40}{s^2 + s + 4}$$

❒ 5. Ariketa:

☑ Ondorengo sistemaren Bode-diagrama asintotikoa marraztu :

$$G(s) = \frac{10(s+3)}{s(s+2)(s^2+s+2)}$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagrama osoa

6. Ariketa:

- Marraztu ondorengo sistemaren Bode asintotikoa:

$$G(s)=\frac{1}{(s+1)(1+0{,}1s)}$$

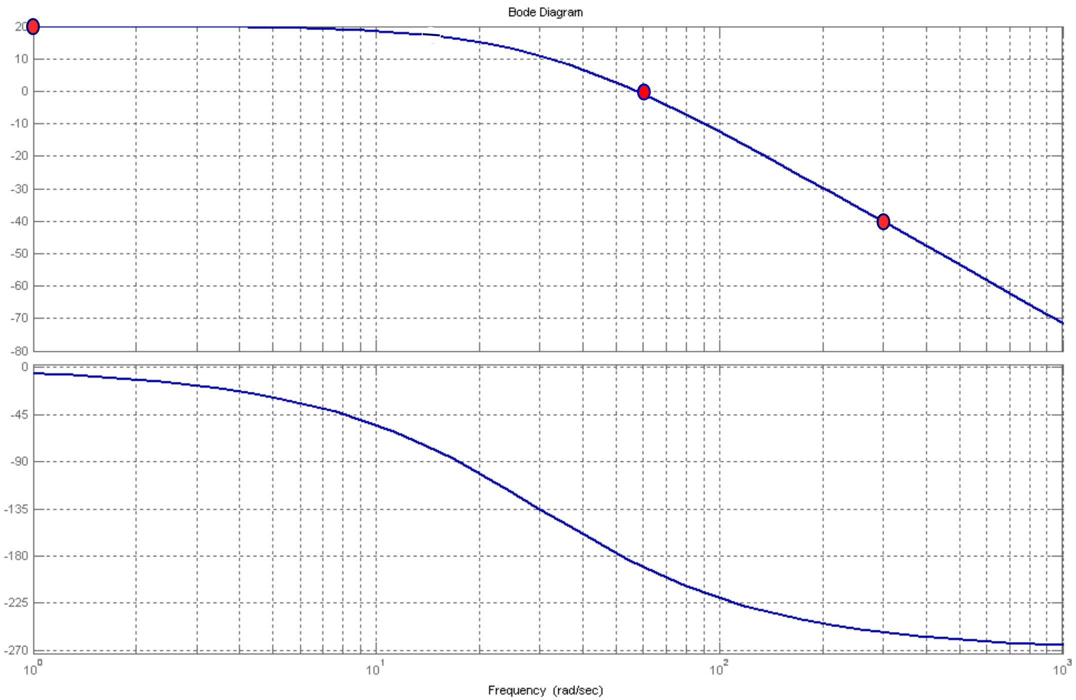
- Kalkulatu sistemaren iraunkorreko erantzuna ondorengo sarrera senoidalak ezartzen zaizkionean. Zein da maiztasunaren eragina anplitude eta desfasearengan?

$$r(t)=2sen0{,}5t$$

$$r(t)=2sen5t$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - ✓ Bode-diagramak:
    - ❑ **Adibidea**: Ondorengo Bode-diagraman, aztertu sistemaren erantzuna ω= 1 rad/s, ω= 300 rad/s eta ω= 15 rad/s maiztasunetako sarrera senoidalak ezartzen zaizkionean



G(s) ez dugu ezagutzen

Zer ezagutzen dugu ?

$\omega = 10^0 = 1\ rad/s$

$|G(j\omega)|_{dB} = 20dB \Rightarrow 20\log|G(j\omega)| = 20 \Rightarrow \log|G(j\omega)| = 1$

$|G(j\omega)|_{\omega=1} = 10$

$\omega = 60\ rad/s$

$|G(j\omega)|_{60} \approx 0\ dB$

$0\ dB = 20\log|G(j\omega)|_{60} \Rightarrow |G(j\omega)|_{60} = 1$

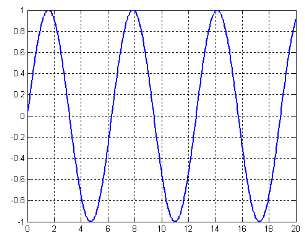
$\omega = 300\ rad/s$

$|G(j\omega)|_{dB} = -40dB \Rightarrow 20\log|G(j\omega)| = -40 \Rightarrow \log|G(j\omega)| = -2$

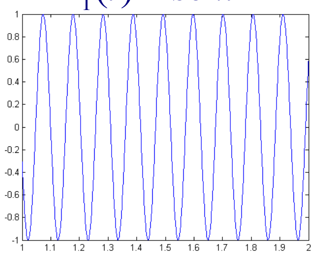
$|G(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = 10^{-2} = 0.01$

Maiztasunaren eremuko azterketa

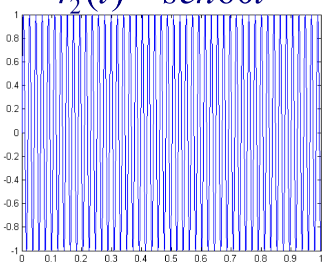
- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
  - **Adibidea**:



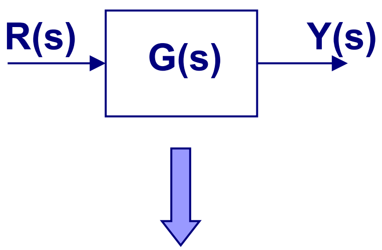
$r_1(t) = sent$



$r_2(t) = sen60t$

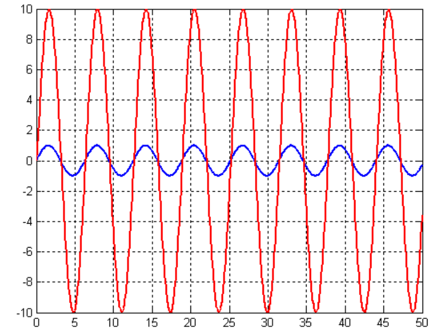


$r_3(t) = sen300t$

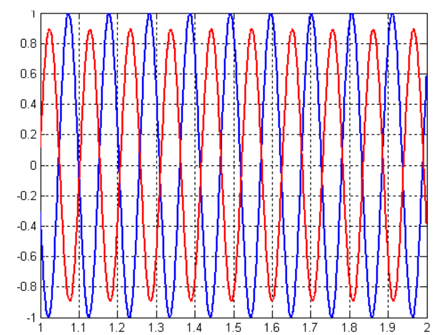


G(s) ez dugu ezagutzen.

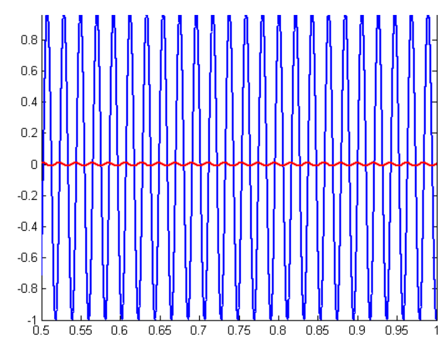
Bode-diagramatik hainbat ω-ri zein modulu eta argumentorekin erantzuten dien jakin dezakegu



$y_1(t) = 10sen(t - 5^{\circ})$



$y_2(t) = 0,9sen(60t - 190^{\circ})$



$y_3(t) = 0,01sen(300t - 250^{\circ})$

Maiztasunaren eremuko azterketa

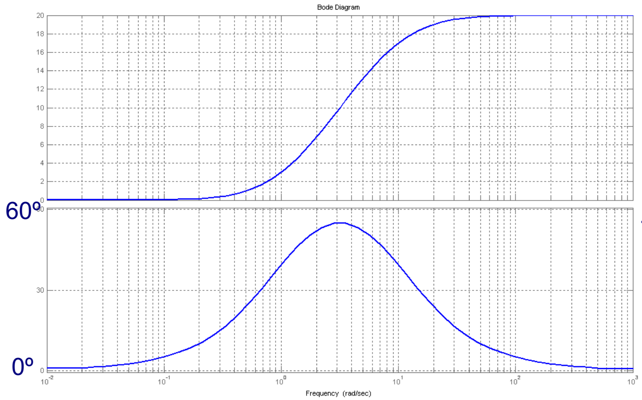
Gai zerrenda:

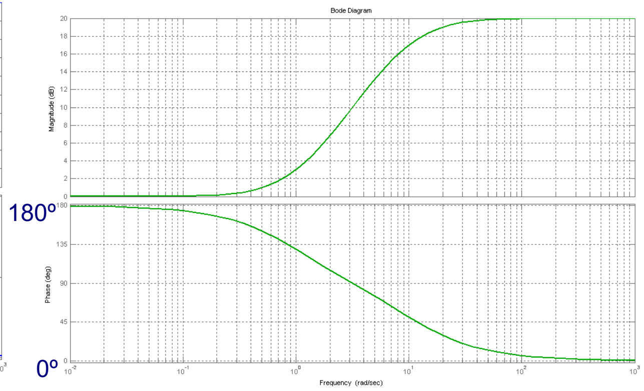
- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
- **Transferentzi funtzio baten identifikazioa**
- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea
- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

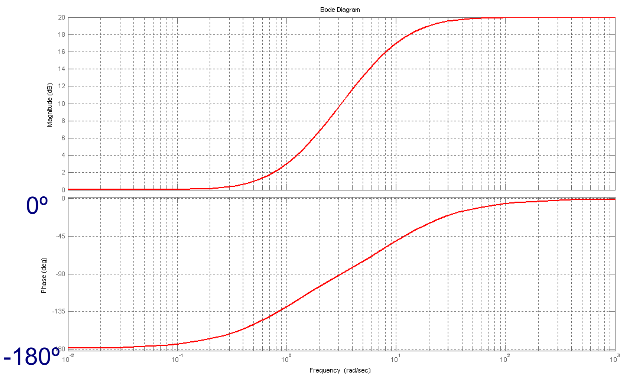
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
  - **Fase minimodun sistemak**:
    - ☑ s-planoaren eskuin planoerdian ez polorik ez zerorik ez duten sistemak dira
    - ☑ Fase-aldakuntza minimoa dute.
    - ☑ Fasearen kurbak behar dira identifikatzeko.

$$G_1(s) = \frac{10(s+1)}{s+10} \qquad G_2(s) = \frac{10(s-1)}{s+10} \qquad G_3(s) = \frac{10(s+1)}{s-10}$$







Maiztasunaren eremuko azterketa

- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
  - **Fase minimodun sistemak**: Identifikazioa

☑ Bode-diagrama fase minimodun sistema bati baldin badagokio, posible da diagramatik G(s) identifikatzea.

Atera daitekeen informazioa:

☑ Behe-maiztasunetako asintotak jatorrian dauden polo/zero kopurua adierazten du : $\pm 20 * n \ \ dB/h;$ **n:** s=0-n dagoen polo/zero kopurua

☑ Asintotak maldarik ez badu, bere altueratik K atera daiteke: $20 * \log K$

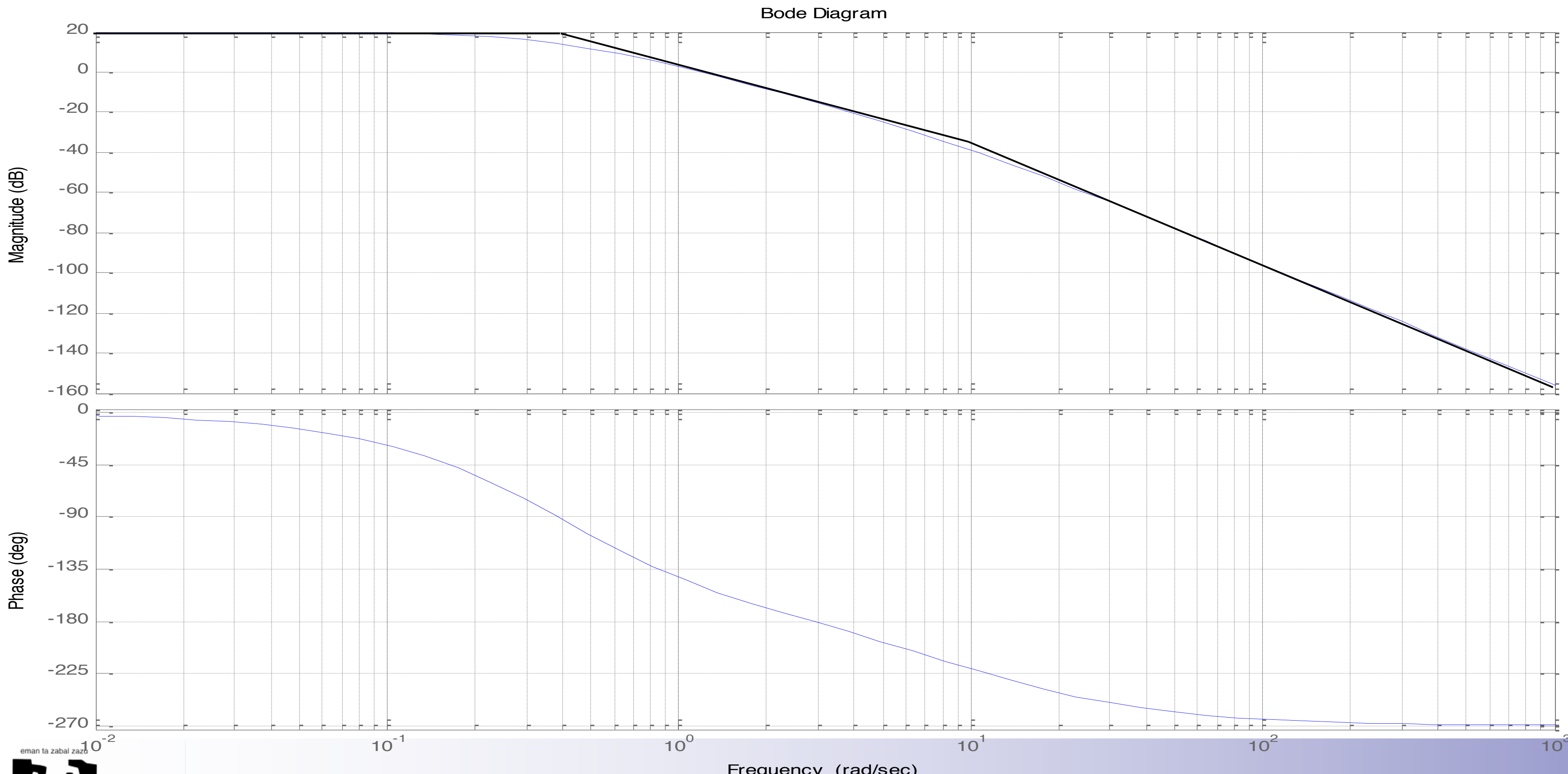
☑ Hauste-maiztasunak: Bode modulu-diagraman malda-aldaketa adierazten duten maiztasunak dira.

- Zero/polo batek +/- 20 dB/h-ko malda gehitzen du

☑ Fasetik zenbat polo eta zenbat zero dauden jakin daiteke. Maiztasun txikietan +/-90*n º. Maiztasun handietan(n-m)*(-90) º

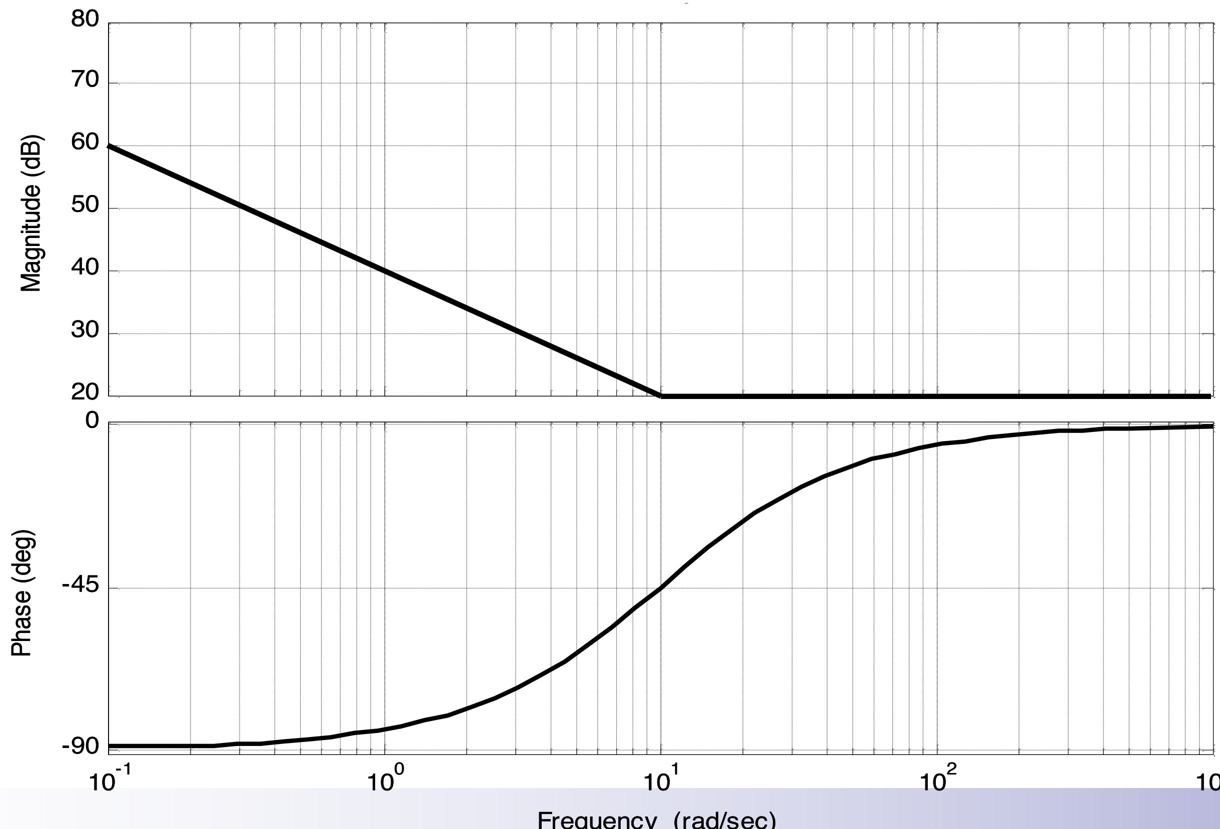
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
  - ✓ **Fase minimodun sistemak**:
    - ❒ **7. Ariketa**: Bode-diagrama hau duen sistema identifikatu



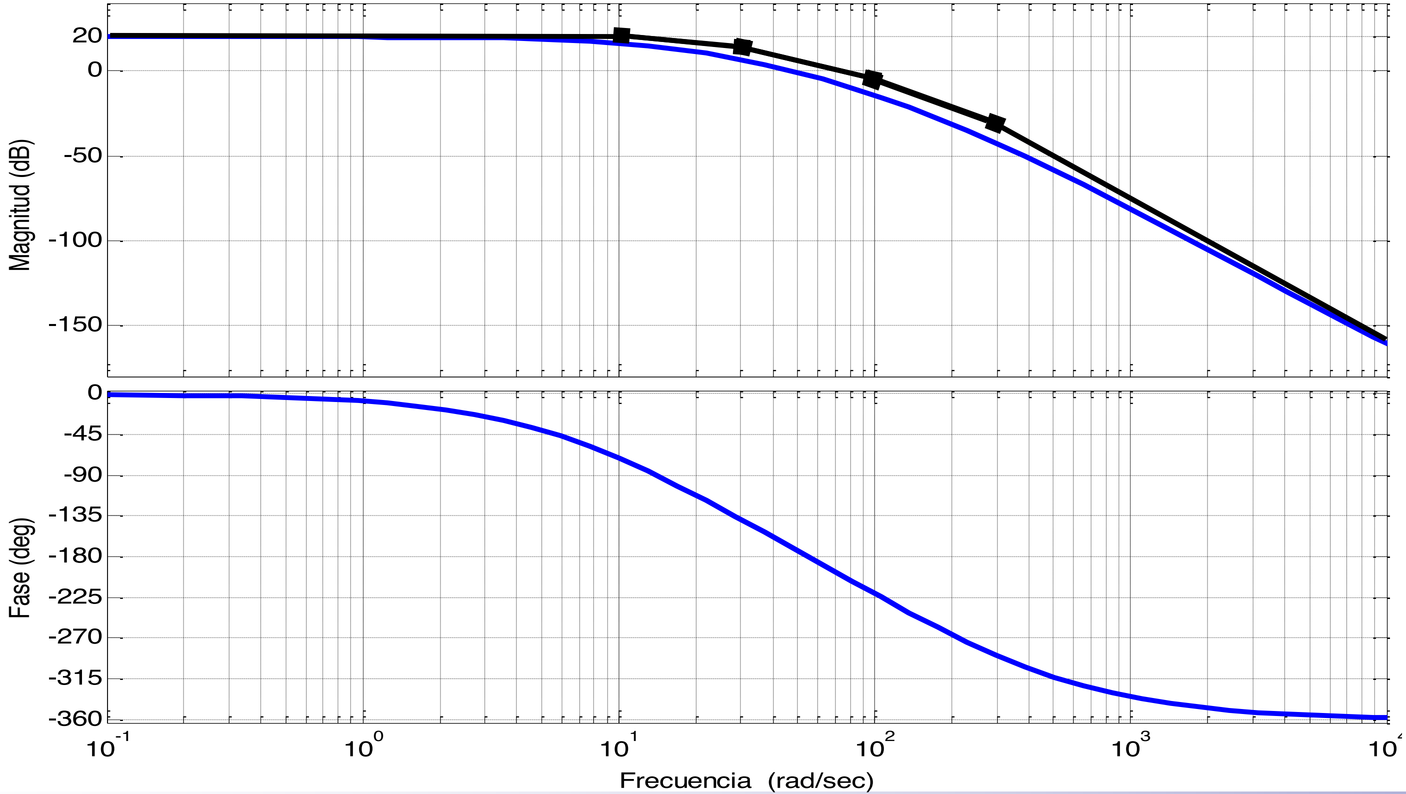
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
  - ✓ **Fase minimodun sistemak**:
    - ☑ **8. Ariketa**: Irudiko diagrama PID motako kontrolagailu baten $G_C(s)$ trasferentzi funtzioari dagokio. Zeintzu ekintza ditu eta zein da bere parametroen balioa?



Maiztasunaren eremuko azterketa

- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
  - ✓ **Fase minimodun sistemak**:
    - ☑ **9. Ariketa**: Irudiko sistema fase minimodun sistema baten G(s)-ri dagokio. Identifikatu G(s).



Maiztasunaren eremuko azterketa

Gai zerrenda:

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
- **Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea**
- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

Maiztasunaren eremuko azterketa

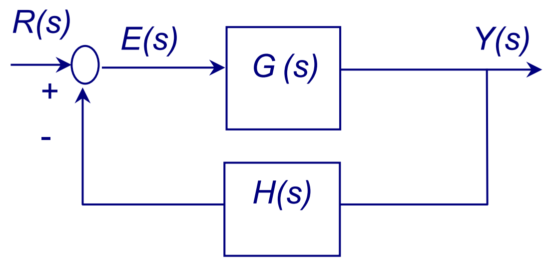
- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea

  - ✓ Egoera iraunkorreko erroreen kalkulurako erabiltzen diren **errore-koefiziente estatikoak** begizta irekiko sistemaren Bode-diagramatik atera daitezke.

- Begizta irekiko Bode-diagraman maiztasun txikietan maldarik gabeko asintota badu → 0 motako sistema berrelikatua da
- Maiztasun txikietako asintotak -20dB/h malda badu → 1 motako sistema berrelikatua → Poloa jatorrian
- Maiztasun txikietako asintotak -40dB/h malda badu → 2 motako sistema berrelikatua → Polo bi jatorrian

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea
  - **Sistemen identifikazioa:**
    - Gogoratu:



$$e_{ssp} = \frac{1}{1+K_p}; \quad K_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s)$$

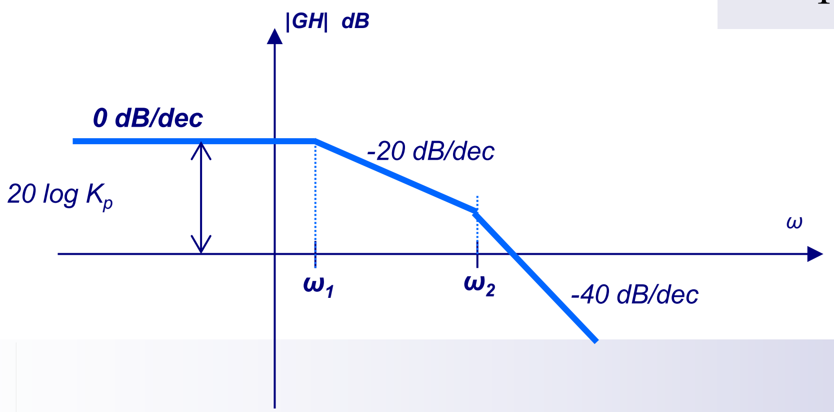
$$e_{ssv} = \frac{1}{K_v}; \quad K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)H(s)$$

$$e_{ssa} = \frac{1}{K_a}; \quad K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s)H(s)$$

- 0 motako sistemak:

$$e_p = \frac{1}{1+K_p}$$

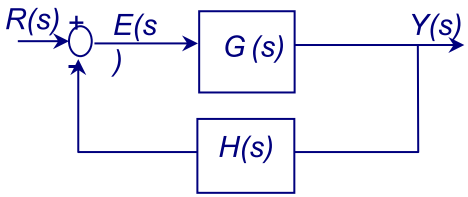
$$K_p = \lim_{\omega\to 0} G(j\omega)H(j\omega)$$



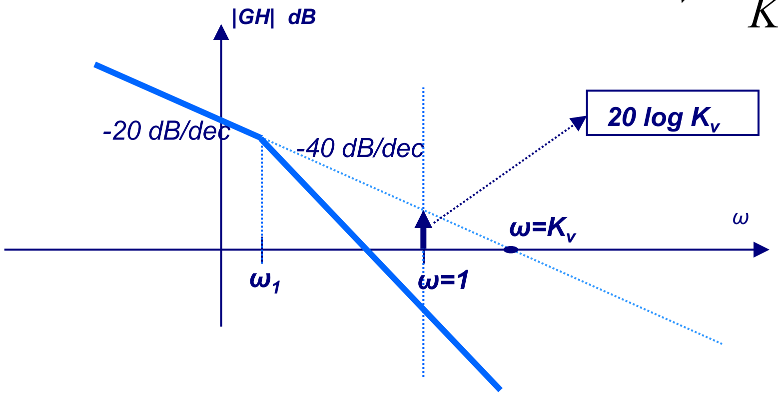
$$\omega \to 0 \Rightarrow \left|G(j\omega)H(j\omega)\right|_{dB} = 20\log K_p$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea
  - ✓ **1 motako sistemen identifikazioa:**



$$e_v = \frac{1}{K_v} \quad K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)H(s)$$



Maiztasun txikietan K_v identifika daiteke:

$$G(s)H(s) = \frac{K_v}{s}$$

- Maiztasun txikietan: $\omega << \omega_1 \quad \rightarrow \quad \left|G(j\omega)H(j\omega)\right| = \left|\frac{K_v}{j\omega}\right|$

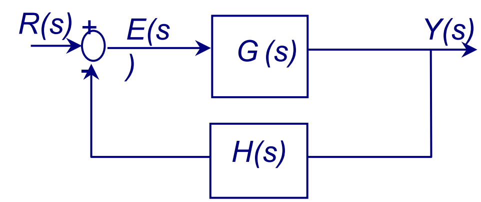
ω=1 denean: $\left|G(j\omega)H(j\omega)\right|_{dB} = 20\log\left|\frac{K_v}{j\omega}\right| = 20\log K_v - 20\log\omega$

$$\left|G(j\omega)H(j\omega)\right| = K_v$$

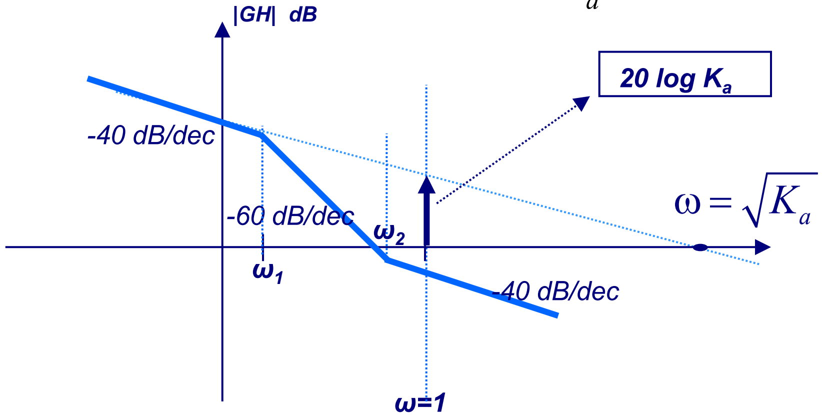
- ω=K_v denean: $\left|G(j\omega)H(j\omega)\right|_{dB} = 20\log K_v \quad \left|G(j\omega)H(j\omega)\right|_{dB} = 0dB$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea
  - ✓ **2 motako sistemen identifikazioa:**



$$e_{ssa} = \frac{1}{K_a} \; ; \; K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s) H(s)$$



Maiztasun txikietan K_a identifika daiteke:

- Maiztasun txikietan: $\omega << \omega_1 \quad \rightarrow \quad |G(j\omega)H(j\omega)| = \left| \frac{K_a}{(j\omega)^2} \right|$

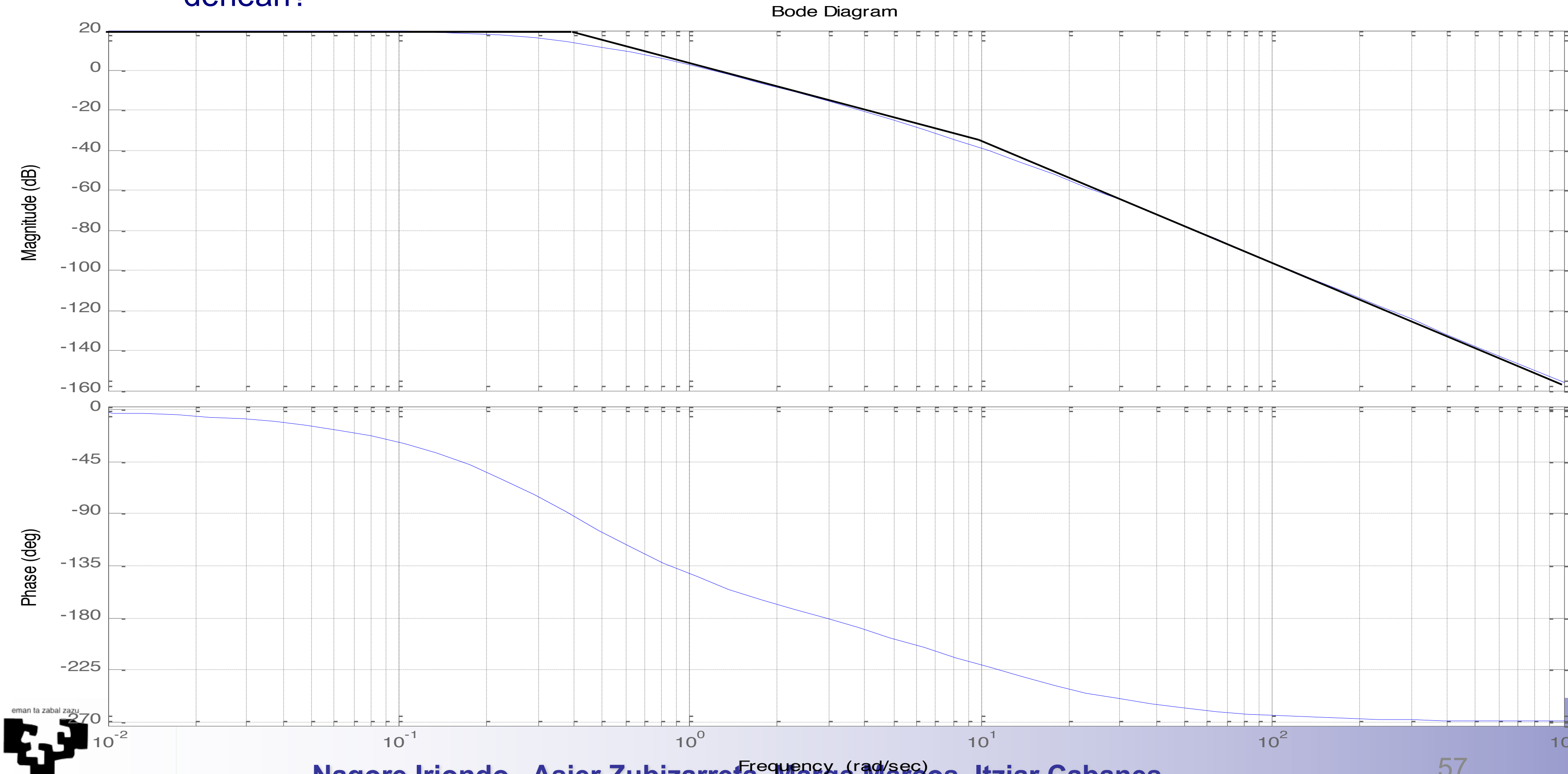
$$|G(j\omega)H(j\omega)|_{dB} = 20 \log \left| \frac{K_a}{(j\omega)^2} \right| = 20 \log K_a - 20 \log \omega^2$$

ω=1 denean: $|G(j\omega)H(j\omega)|_{dB} = 20 \log K_a \qquad |G(j\omega)H(j\omega)| = K_a$

- $\omega = \sqrt{K_a}$ ***denean:*** $|G(j\omega)H(j\omega)|_{dB} = 0dB$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
  - ✓ **Fase minimodun sistemak**:
    - ☑ **10. Ariketa**: Irudiko diagrama sistema berrelikatu baten begizta irekiko $G_{BA}(s)$ trasferentzi funtzioari dagokio. Zein izango da iraunkorreko errorea sarrera-seinalea espaloi unitarioa denean?



Maiztasunaren eremuko azterketa

Gai zerrenda:

- Tranferentzi funtzioa eta maiztasun-erantzunaren arteko erlazioa
- Maiztasun-erantzunaren adierazpide grafikoak
- Transferentzi funtzio baten identifikazioa
- Sistema berrelikatuen egoera iraunkorreko errorea
- **Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa**

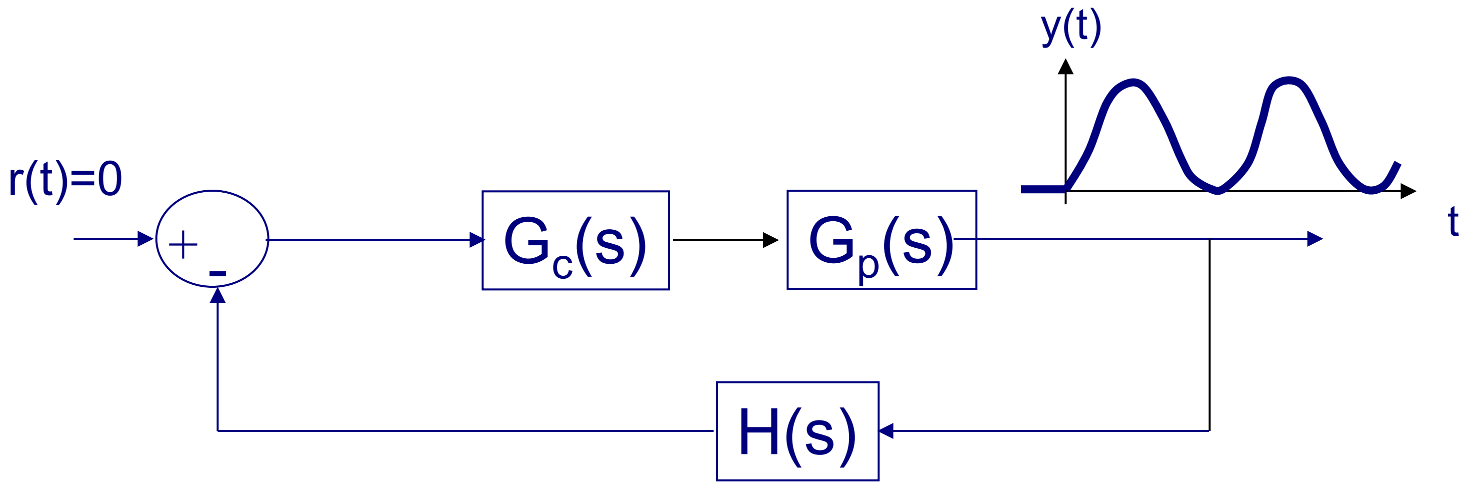
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

  - Kontrolagailua eta begiztako kontrol elementuak oszilazio mantendua emateko doitzen direnean **egonkortasuna kritikoa** da
  - Baldintza hauetan begizta itxiko sistemaren polo bi ardatz irudikarian kokatzen dira eta beste poloak s planoko ezker planoerdian
  - Baldintza hau kuantifikatuz, begizta itxiko sistemaren egonkortasun erlatiboa definitzen da, begizta irekiko maiztasun erantzunetik kalkulatzen dena.

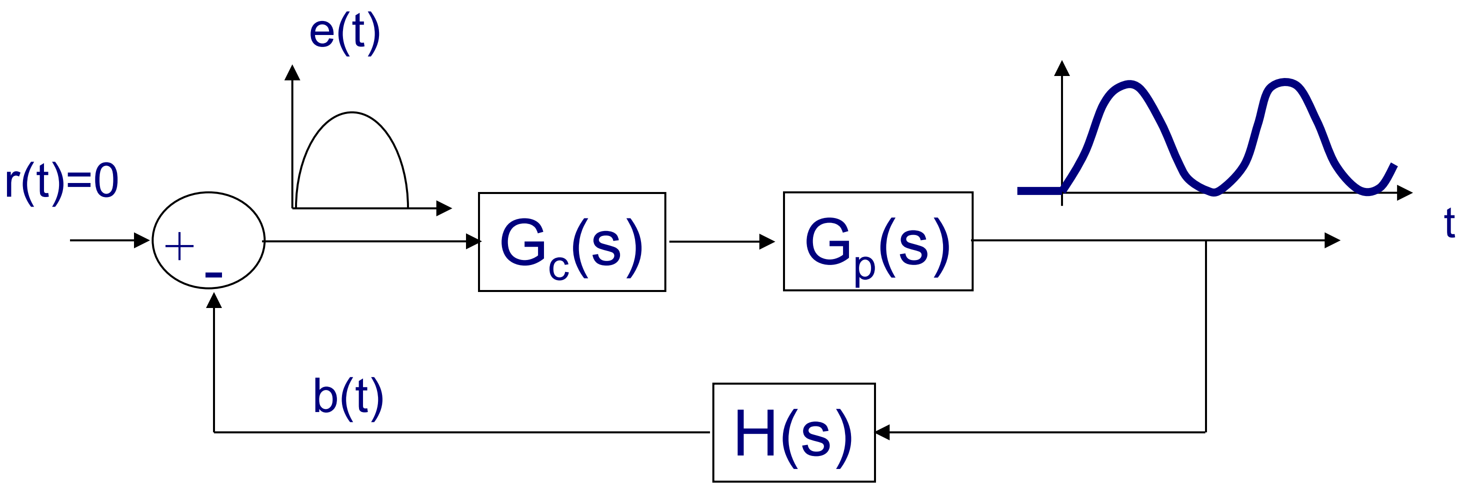
Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa
  - ✓ **Egonkortasun kritikoa**
    - Begiztaren irteera oszilazio mantendua izan dadin eman behar diren baldintzak:



Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa
  - **Egonkortasun kritikoa**
    - Demagun *e(t)*-n periodo erdiko onda senoidal agertzen dela:

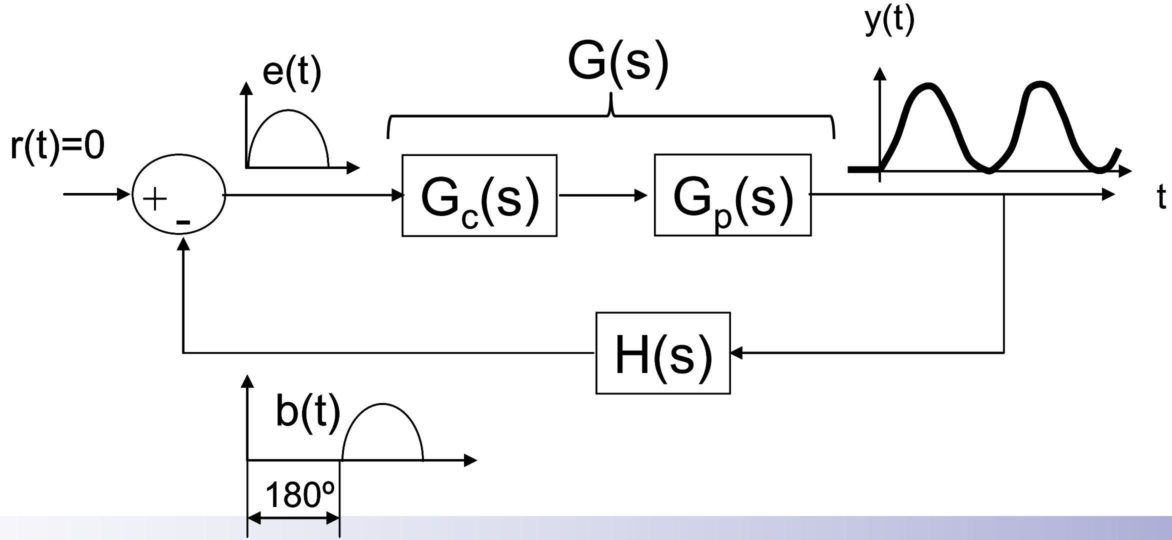


Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa
  - ✓ **Egonkortasun kritikoa**
    - Onda hori osatu eta oszilazio mantendua gerta dadin eman behar diren baldintzak:

$$\boxed{|G(s)H(s)| = 1 \;\; ; \;\; Arg\,G(s)H(s) = -180^{o}}$$

- Seinaleak begiztako elementu guztietatik igaro behar du, eta *b(t)*-n anplitude berarekin eta -180º-ko desfasearekin agertu:



Maiztasunaren eremuko azterketa

❑ Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

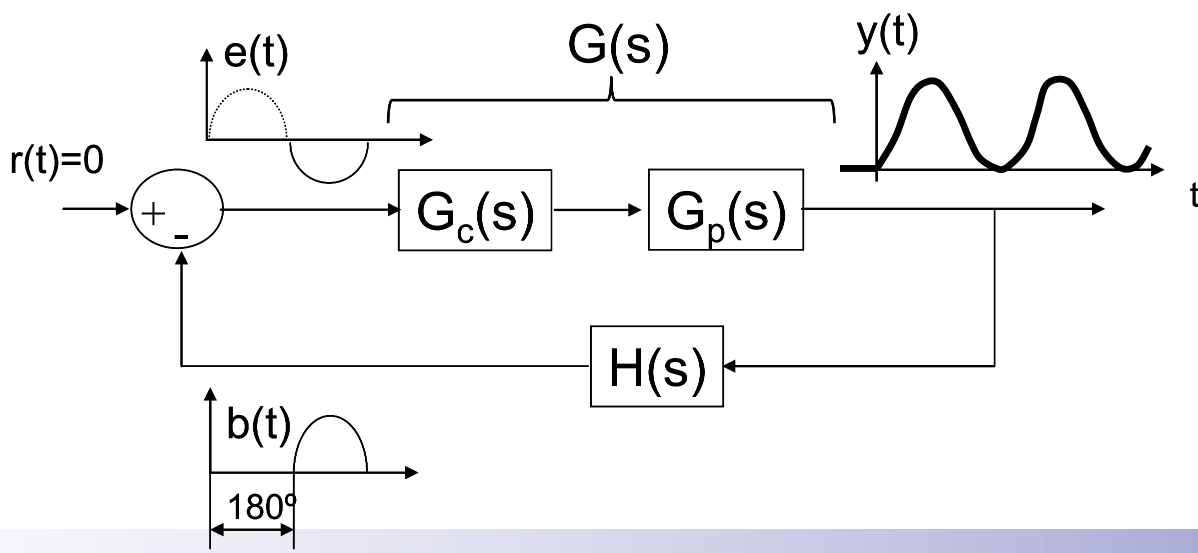
✓ Egonkortasun kritikoa

- ❑ Onda hori osatu eta oszilazio mantendua gerta dadin eman behar diren baldintzak:

$$\boxed{\left|G(s)H(s)\right| = 1 \;\; ; \;\; Arg\,G(s)H(s) = -180^{\circ}}$$

■ Konparagailuak ere 180 º-ko desfasea sartzen duenez, konparagailuaren irteera *e(t)*-rekin fasean izango da, eta honela onda senoidalaren bigarren periodo erdia osatuko du.

$$G_{BC}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

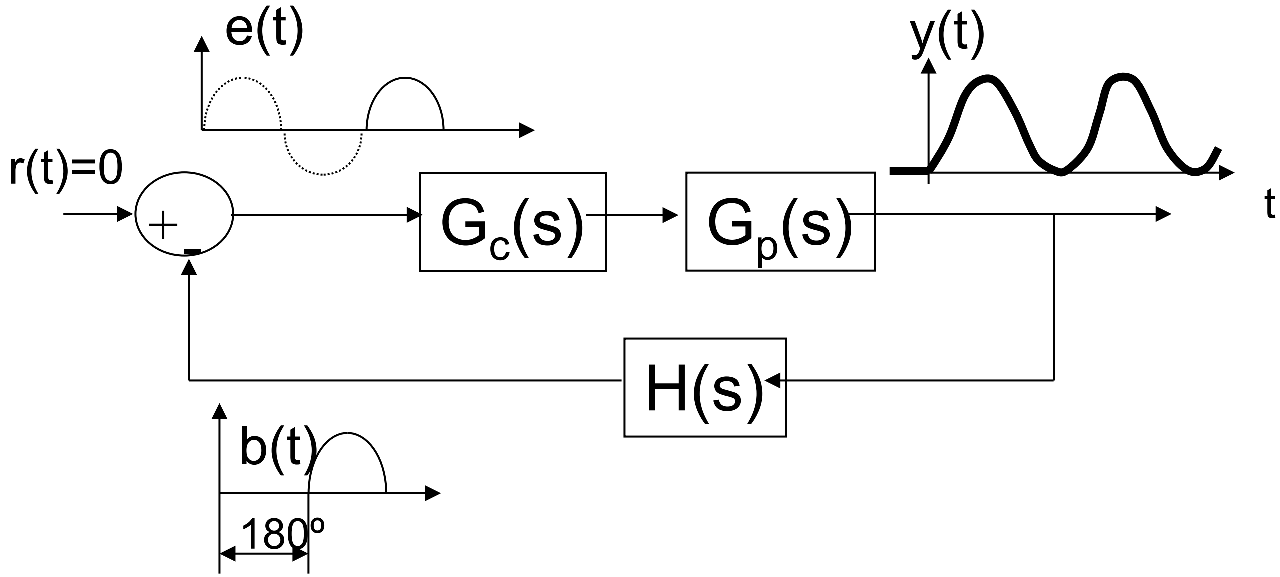


Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa
  - ✓ **Egonkortasun kritikoa**
    - Onda hori osatu eta oszilazio mantendua gerta dadin eman behar diren baldintzak:

$$|G(s)H(s)| = 1 \;\; ; \;\; Arg\,G(s)H(s) = -180^{\circ}$$

- Prozesua errepikatzen da eta irteeran oszilazio mantendua emango da.



Maiztasunaren eremuko azterketa

❐ Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

✓ Egonkortasun kritikoa

❐ Kontrol-sistema lineal batek anplitude konstantez oszilatuko du baldin eta:

$|G(j\omega)H(j\omega)| = 1$ bada $Arg G(j\omega)H(j\omega) = -180°$ gertatzen den ω berdinean

Fase kritikoaren maiztasuna: ***ω = ω$_f$*** $\rightarrow$ $Arg G(j\omega)H(j\omega) = -180°$

- ❐ $|G(j\omega_f)H(j\omega_f)| < 1$ bada oszilazioak moteldu egingo dira => ***Egonkorra***

- ❐ $|G(j\omega_f)H(j\omega_f)| > 1$ bada oszilazioak handitu egingo dira => ***Ezegonkorra***

Maiztasunaren eremuko azterketa

Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

✓ Egonkortasun kritikoa

- Kontrol-sistema lineal batek anplitude konstantez oszilatuko du baldin eta :

$ArgG(j\omega)H(j\omega) = -180^{o}$ bada $|G(j\omega)H(j\omega)| = 1$ gertatzen den ω berdinean

Irabazpen kritikoaren maiztasuna: ***ω = ω$_g$*** $\rightarrow$ $|G(j\omega)H(j\omega)| = 1$

- $ArgG(j\omega_g)H(j\omega_g) < -180^{o}$ bada oszilazioak moteldu egingo dira => ***Sistema Egonkorra***
- $ArgG(j\omega_g)H(j\omega_g) > -180^{o}$ bada oszilazioak handitu egingo dira => ***Sistema Ezegonkorra***

$G_c(s)$-ren diseinua erantzunaren eskakizunak betetzeko begizta irekiko $G_{BA}(s)$ aldatzean datza

Maiztasunaren eremuko azterketa

❑ Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

✓ Definizioak

- **Fase kritikoaren maiztasuna : ω_f**

  Arg $G_{BA}(j\omega)$ lehenengoz -180º egiten duen maiztasuna

  $$ArgG(j\omega_f)H(j\omega_f) = -180^o$$

- **Irabazpenn kritikoaren maiztasuna: ω_g**

  $|G_{BA}(j\omega)|$) lehenengoz 1 balioa egiten duen maiztasuna

  $$\left|G(j\omega_g)H(j\omega_g)\right| = 1$$

- **Fasearen Tartea: MF**

  Fase kritikoa (-180º) baino zenbat gradu txikiagoa den Arg $G_{BA}(j\omega)$ maiztasuna ω_g denean

  MF=180 + Arg $G_{BA}(j\omega_g)$

- **Irabazpenaren Tartea: MG**

  Maiztasuna ω_f denean $|G_{BA}(j\omega)|$=1 (0 dB) izateko biderkatu beharko litzatekeen faktorea

  MG=20 log (1/ $|G_{BA}(j\omega f)|$)

Maiztasunaren eremuko azterketa

❒ Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

✓ Egonkortasun kritikoa

❒ Esperientziak erakusten du kontrol sistema egonkorra eta ezaugarri egokiak lortuko direla baldintza hauek betetzen direnean:

$$Arg G(j\omega_f)H(j\omega_f) = -180^o \quad \text{denean} \quad 0,4 < \left|G(j\omega_f)H(j\omega_f)\right| < 0,5 \quad \text{bada}$$

Hau da : 6 dB < MG < 8 dB

$$\left|G(j\omega_g)H(j\omega_g)\right| = 1 \quad \text{denean} \quad -135^o < Arg G(j\omega_g)H(j\omega_g) < -115^o \quad \text{bada}$$

Hau da : 45º < MF < 65º

Maiztasunaren eremuko azterketa

❑ Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa

- ❑ Arau hauek asintotikoki egonkorrak diren sistemei ezartzen badizkiegu, begizta itxiko erantzunak azpimotelduak izango dira M_p %20 eta %30 bitartean izango dela

- ❑ Arau hauek betetzeak ez du erantzun iraunkor ez eta erantzun abiadura egokia bermatzen

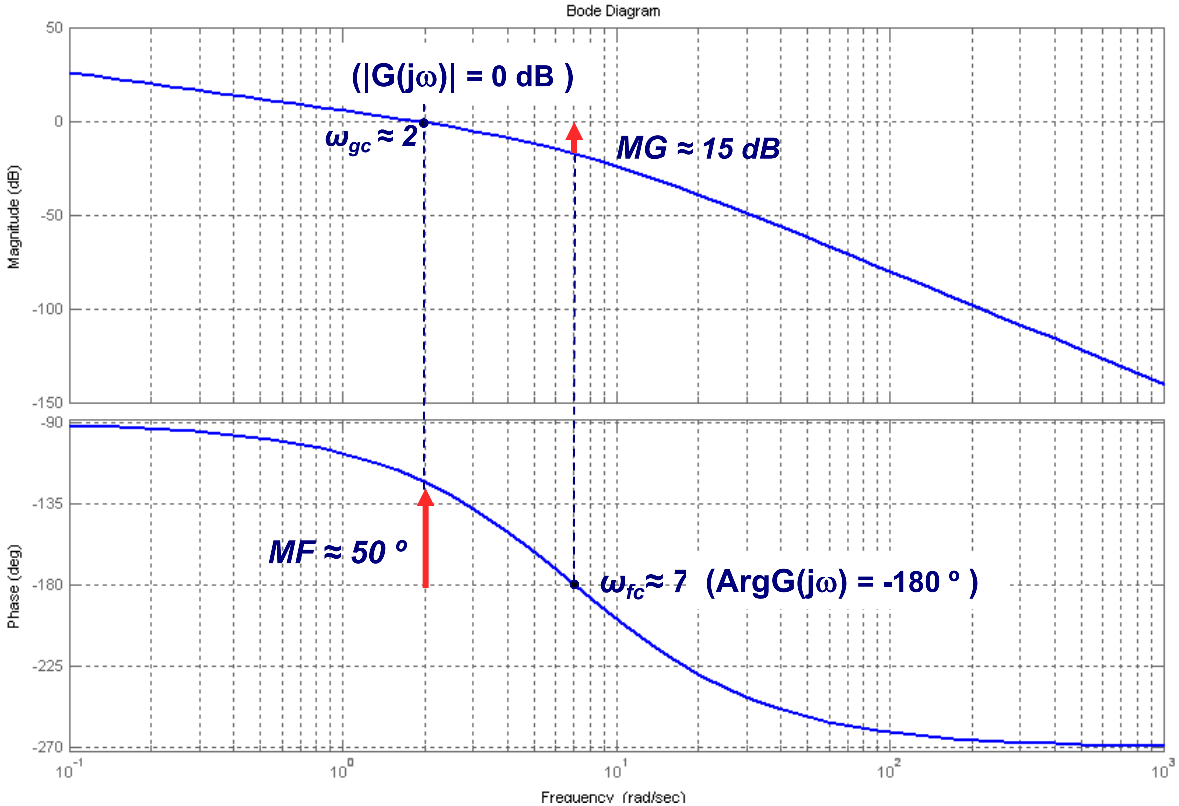
- ❑ 0,1 eta 2 motako sistemen egonkortasuna bermatzen dute

- ❑ Interesatzen zaigun sistemen kasuan egonkortasunaren baldintza:

$$MF > 0 \text{ eta } MG > 0$$

Maiztasunaren eremuko azterketa

- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa
  - ✓ **MF eta MG Bode-diagraman:**



Egonkortasunaren MUGAN:

$$\omega_{gc} = \omega_{fc} = \omega_n$$

Sistema baten egonkortasuna neurtzeko tarte biak dira beharrezkoak, bakarka ez dute informazio nahikorik ematen

Portaera egokia:

MF 30 º eta 60 º bitartean

MG 6 dB-tik gora

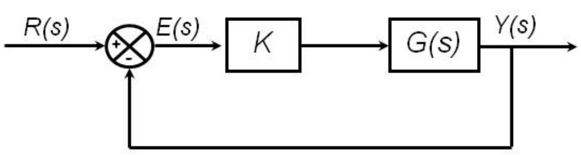
Maiztasunaren eremuko azterketa

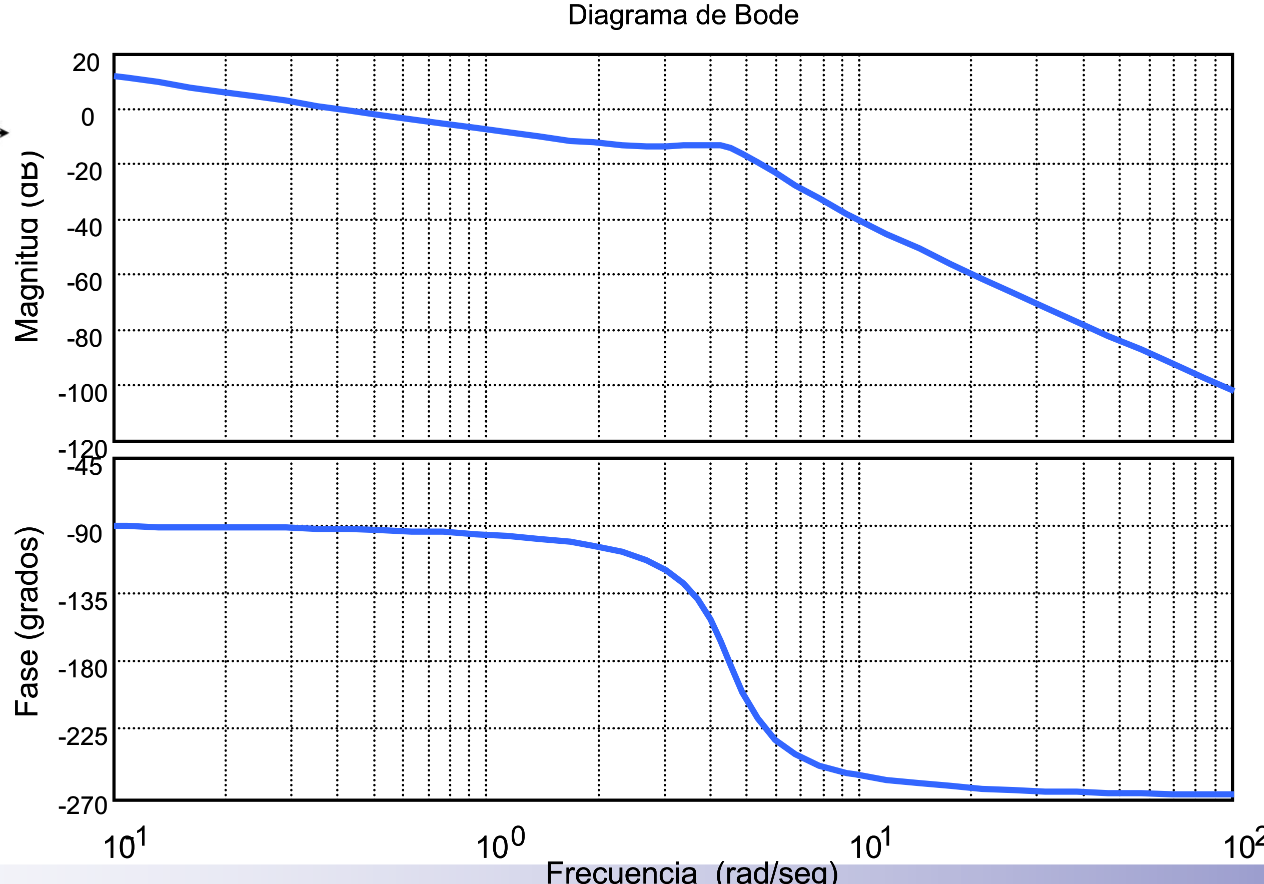
- Sistema berrelikatuen egonkortasun erlatiboa
  - 11. Ariketa:
    - Sistema berrelikatu baten begizta irekiko transferentzi funtzioa $G_{BA}(s)$ da: $$G(s) = \frac{as+1}{s^2}$$
    - Kalkulatu a MF=45° izateko
  - 12. Ariketa:
    - Sistema berrelikatu baten begizta irekiko transferentzi funtzioa G_{BA} (s) da : $$G_{BA}(s) = \frac{ke^{-s}}{s}$$
    - Zein izango da k-ri eman diezaiokegun baliorik handiena egonkortasuna bermatzeko?

Maiztasunaren eremuko azterketa

Ariketak

- **10. Ariketa**: Sistema berrelikatu baten begizta irekiko Bode-diagrama ezaguna da. Kalkulatu sistemaren egonkortasun erlatiboa (MG eta MF). Posible al da irabazpena gehiago handitzea?

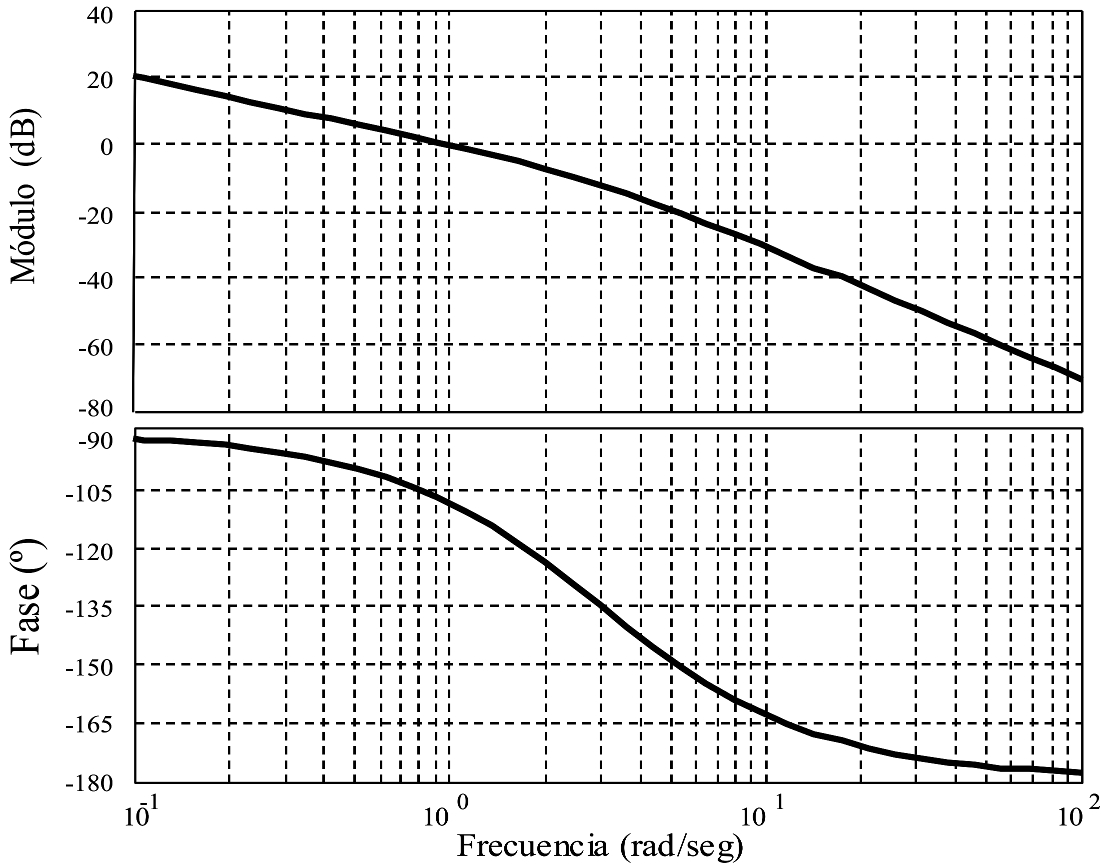


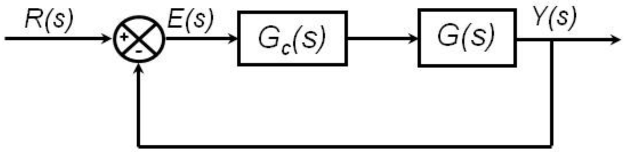


Maiztasunaren eremuko azterketa

Ariketak

- **14. Ariketa**: Sistema berrelikatu baten begizta irekiko Bode-diagrama ezaguna da.



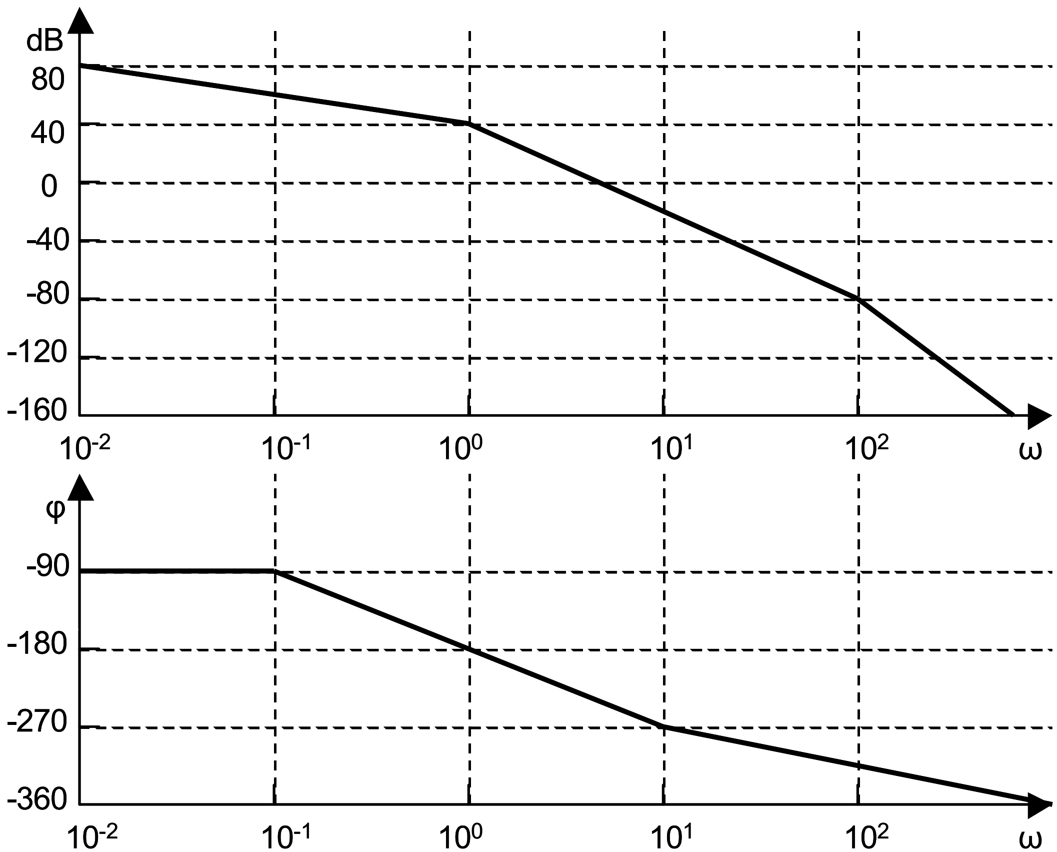


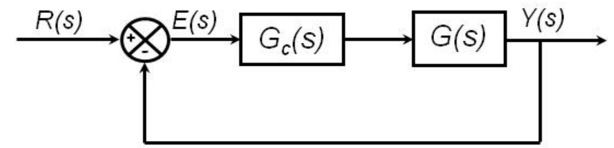
- ✓ Kalkulatu sistemaren egonkortasun erlatiboa (MG eta MF).
- ✓ Posible al da irabazpena gehiago handitzea?
- ✓ Zein izango da sistemaren iraunkorreko errorea 0.5 anplitudeko espaloia ezartzen zaionean?
- ✓ Eta 0.5eko arrapala ezartzen bazaio?

Maiztasunaren eremuko azterketa

Ariketak

- ☑ **15.**-Sistema berrelikatu baten begizta irekiko Bode-diagrama ezaguna da.





- ✓ Kalkulatu sistemaren egonkortasun erlatiboa (MG eta MF).
- ✓ Egonkorra bada, noraino igo daiteke kontrolagailuaren irabazpena sistema ezegonkortu gabe?
- ✓ Ezegonkorra bada, zer egin daiteke sistema egonkortzeko?

Bibliografia

- "Sistemas de Control Moderno". Dorf, Richard C., Bishop, Robert H. (2005). **8. eta 9. Kapituluak**
- "Sistemas de Control Automático" (7ª edición). Benjamín C. Kuo. Pearson (1996). **9. Kapitulua (1-4 eta 14 atalak, problemak)**.
- "Control Automático con herramientas interactivas". JL Guzmán, R Costa, M. Berenguel y S. Dormido (2012). **4. eta 6. Kapituluak.**