Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea
BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

Automatika eta Kontrola

3. Gaia Sistema dinamikoen kanpo-adierazpidea

Sistemen Ingeniaritza eta Automatika Saila

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Gai zerrenda

- Irakasgaiaren edukiak
  - Aurkezpena
  - Sarrera
  - Sistema dinamikoen ereduak
  - **Sistema dinamikoen Kanpo-adierazpidea**
  - Denboraren eremuko adierazpidea
  - Sistema berrelikatuak
  - Kontrolagailuen diseinua
  - Maiztasunaren eremuko adierazpidea

Kanpo-adierazpidea

Helburuak

- Operazio-puntu (O.P.) baten inguruan linealizatutako eredutik abiatuta, sistemaren **transferentzi funtzioa** lortzea. Hau da, kontrolatutako aldagaiaren eta sarrera-aldagaien (kontrol eta perturbazio-aldagaiak) <u>Laplace-n funtzio eraldatuen arteko erlazioa</u>.
- Aldagai kontrolatu bakoitzari eragingo dion sarrera-aldagai esanguratsu bakoitzeko, transferentzi funtzio bat aurkituko dugu.

Norbereganatu beharreko Gaitasunak

- [x] Prozesuaren dinamika (ez izaera fisikoa) adierazten duten transferentzi funtzioak lortzen jakitea.
- [x] Sarrera aldatzen denean, prozesuaren erantzuna ezagutzen ikastea, transferentzi funtzioa eta sarrera horren aldakuntza ezagunak direnean.

Kanpo-adierazpidea

Gai zerrenda:

- **Tresna matematikoa: Laplace-n eraldaketa**
- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
- Kalkulu-prozedura
- Inpultsu-erantzuna
- Blokeen algebra

Kanpo-adierazpidea

- Laplace-n eraldaketa:

  ✓ Ekuazio diferentzialak ekuazio algebraiko bihurtzen dituen tresna matematikoa da

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m\frac{d^m u(t)}{d^m t} + \cdots + b_o u(t)$$

  ✓ Definizioa: $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt = \mathcal{L}\{f(t)\}$

  ✓ Konbergentzia-irizpidea: $\int_0^\infty \left|f(t)e^{-\sigma t}\right|dt < \infty$

kanpo-adierazpidea

- Laplace-n eraldaketa:

  ✓ **s** aldagai konplexua da: $s = \sigma + j\omega$

  $$\begin{cases} \sigma & \text{Zati erreala} \\ \omega & \text{Zati irudikaria} \end{cases}$$

  ✓ F(s) funtzio konplexua da: $F(s) = F_x + jF_y$

  $$\begin{cases} |F(s)| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \theta = \tan^{-1}\left({F_y}/{F_x} \right) \end{cases}$$

Kanpo-adierazpidea

Laplace-n eraldaketa: Ezaugarri batzuk

- ✓ Denboraren eremuko diferentziazioa:

$$\pounds\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0^+)$$

Hasierako baldintzak nuluak direnean :

$$\pounds\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s)$$

- ✓ Kasu orokorra:

$$\pounds\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0^+) - s^{n-2} f'(0^+) - \ldots - f^{n-1)}(0^+)$$

Hasierako baldintzak nuluak direnean : $\pounds\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s)$

Kanpo-adierazpidea

- Laplace- eraldaketa:

  ✓ Ezaugarri nagusiak:

Propiedad	Expresión
Linealidad	$\mathscr{L}[\alpha f(t) + \beta g(t)] = \alpha F(s) + \beta G(s)$
Integración real	$\mathscr{L}[\int_0^t f(\tau)\, d\tau] = \frac{F(s)}{s}$
Derivación real	$\mathscr{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0^+)$
Valor final	$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$
Valor inicial	$\lim_{t\to 0^+} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$
Traslación en el tiempo	$\mathscr{L}[f(t-a)] = e^{-as}F(s)$
Traslación en Laplace	$\mathscr{L}[e^{-as}f(t)] = F(s+a)$
Convolución	$\mathscr{L}[f(t) \otimes g(t)] = F(s)G(s)$
Escalado en el tiempo	$\mathscr{L}[f(\frac{t}{\alpha})] = \alpha F(\alpha s)$

Kanpo-adierazpidea

- Laplace- eraldaketa:
  - ✓ Oinarrizko eraldaketak:

$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
$\boxed{e^{-at}}$	$\boxed{\frac{1}{s+a}}$	t^{k-1}	$\frac{(k-1)!}{s^k}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$e^{-at}-e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$
$t^{k-1}e^{-at}$	$\frac{(k-1)!}{(s+a)^k}$	$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$1-e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$t-\frac{1-e^{-at}}{a}$	$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$\boxed{e^{-at}\sin bt}$	$\boxed{\frac{b}{(s+a)^2+b^2}}$
$1-(1+at)e^{-at}$	$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$\boxed{e^{-at}\cos bt}$	$\boxed{\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}}$

Kanpo-adierazpidea

- Laplace-en eraldaketa:
  - ✓ **Ekuazio diferentzialen ebazpena Laplace-n bidez**
    - ✓ **1. Adibidea:** Ondorengo ekuazioak sistema mekaniko baten *x(t)* desplazamendua adierazten du, *f(t)* indarra ezartzen zaionean:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+2\frac{dx(t)}{dt}+5x(t)=f(t)$$

- Aurki ezazu *x(t)* desplazamenduaren bilakaera sarreran 3N-ko indarra egiten bada, eta hasierako baldintzak hauek direnean: $x(0)=0; \dot{x}(0)=0$

$$s^2X(s)-sX(0)-X'(0)+2sX(s)+5X(s)=F(s)$$

$$(s^2+2s+5)X(s)=\frac{3}{s}\to X(s)=\frac{3}{s(s^2+2s+5)}=\frac{A}{s}+\frac{Bs+C}{(s^2+2s+5)}=\frac{A(s^2+2s+5)+Bs^2+Cs}{s(s^2+2s+5)}$$

$$\begin{cases} s^2\to A=-B \\ s\to 2A+C=0\to C=-6/5 \\ 0\to 3=5A\to A=3/5 \end{cases}$$

$$X(s)=\frac{3/5}{s}+\frac{3}{5}\frac{s+2}{(s^2+2s+5)}\xrightarrow{L^{-1}}x(t)=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-t}\cos 2t-\frac{3}{10}e^{-t}sen2t \quad (t>0)$$

Kanpo-adierazpidea

Laplace- eraldaketa:

✓ **Ekuazio diferentzialen ebazpena Laplace-n bidez**

Denboraren eremua — **Laplace-n eremua**

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+2\frac{dx(t)}{dt}+5x(t)=f(t)$$

$$x(0)=0;\dot{x}(0)=0$$

Ek. Dif. → h.b. →

1. PAUSUA

Eraldaketa (taula)

$$s^2X(s)-sX(0)-X'(0)+2sX(s)+5X(s)=F(s)$$

2. PAUSUA

Ebatzi

$$\mathrm{Y(s)}=\frac{N(s)}{D(s)}$$

$$(s^2+s+5)X(s)=\frac{3}{s}$$

$$X(s)=\frac{3}{s(s^2+s+5)}=\frac{A}{s}+\frac{Bs+C}{(s^2+s+5)}$$

$$X(s)=\frac{A(s^2+s+5)+Bs^2+Cs}{s(s^2+s+5)}$$

3. PAUSUA

D(s) Faktorizatu

Frakzio sinpleetan deskonposatu

$$\begin{cases} s^2 \rightarrow A=-B \\ s \rightarrow 2A+C=0 \rightarrow C=-6/5 \\ 0 \quad \rightarrow 3=5A \rightarrow A=3/5 \end{cases}$$

$$X(s)=\frac{3/5}{s}+\frac{3}{5}\frac{s+2}{(s^2+s+5)}$$

4. PAUSUA

Alderantzizko eraldaketa (taula)

x(t) emaitza

$$x(t)=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}e^{-t}\cos 2t-\frac{3}{10}e^{-t}sen2t$$

Kanpo-adierazpidea

- Laplace-n eraldaketa:

  ✓ Ekuazio diferentzialen ebazpen-adibideak:

  - **1. Ariketa :** Ekuazio diferentziala eta hasierako baldintzak:

    $$3\frac{dx(t)}{dt} + 6x(t) = f(t) \qquad x(0) = 0; \dot{x}(0) = 0$$

    Bilatu *x(t)*-ren denbora-adierazpidea ,pausaguneko egoeran dagoela *f(t)* sarreran espaloi unitarioa (anplitudea = 1) ezartzen bazaio.

  - **2. Ariketa**: Ekuazio diferentziala:

    $$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 3\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t) = f(t)$$

    Bilatu *x(t)*-ren denbora-adierazpidea ,pausaguneko egoeran dagoela, *f(t)*=3 indarra egiten bada (*t<0* denean *f(t)=0* eta *f(t)=3* *t≥0* denean).

Kanpo-adierazpidea

- Laplace-n eraldaketa:

  ✓ Ekuazio diferentzialen ebazpen-adibideak:

  - **3. Ariketa**: Eman dezagun sistema mekaniko bati ezartzen zaion *f(t)* indarra eta eragingo dion desplazamendua erlazionatzen dituen ekuazio diferentziala ezagutzen dugula:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+3\frac{dx(t)}{dt}+6x(t)=f(t)$$

Bilatu *x(t)*-ren denbora-adierazpidea ,pausaguneko egoeran dagoela *f(t)* indar konstantea (anplitudea = *2 N*) ezartzen bazaio, eta hasierako baldintzak hauek direnean:

$$x(0)=0; \dot{x}(0)=3$$

Kanpo-adierazpidea

Gai zerrenda:

- Tresna matematikoa: Laplace-n eraldaketa
- **Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa**
- Kalkulu-prozedura
- Inpultsu-erantzuna
- Blokeen algebra

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa

  - ✓ Kanpo-adierazpidearen ikuspegitik, sistema dinamikoa “kutxa beltz” bat da, irteera bat edo gehiago gobernatzeko manipulatu daitezkeen sarrera bat edo gehiago dituena

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - **Transferentzi funtzioaren** definizioa:
    - Irteeraren eta sarreraren Laplace-funtzio eraldatuen arteko erlazioa, **hasierako baldintzak nuluak direnean**.
    - Ekuazio diferentzial bidez definitutako sistema honetan:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\ldots+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0 y(t)=$$

$$b_m\frac{d^m r(t)}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}r(t)}{dt^{m-1}}+\ldots+b_1\frac{dr(t)}{dt}+b_0 r(t)$$

    - Laplace-n eraldaketa eginez hasierako balintzak nuluak direnean:

$$s^n Y(s)+a_{n-1}s^{n-1}Y(s)+\cdots+a_1 sY(s)+a_0 Y(s)=b_m s^m U(s)+\cdots+b_o U(s)$$

Kanpo-adierazpidea

Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa

- **Transferentzi funtzioaren** definizioa:

$$G(s)=\left.\frac{Y(s)}{U(s)}\right|_{c.i.nulas}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0}$$

G(s): Transferentzi funtzioa

D(s): Sistemaren **poloak**

N(s): Sistemaren **zeroak**

$$G(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{b_m s^m+\cdots+b_o}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

Sistema fisikoki egingarria izan dadin, zenbakitzailearen gradua izendatzailearena baino txikiagoa edo berdina izan behar da.

Kanpo-adierazpidea

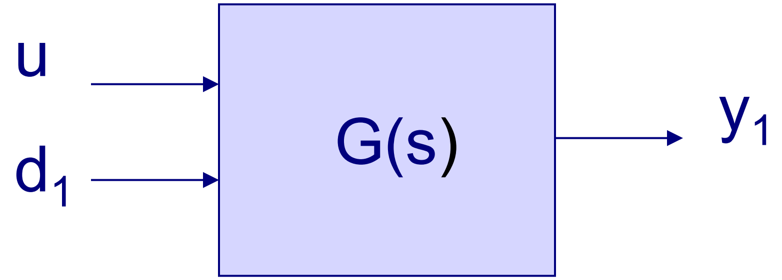
- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - **Transferentzi funtzioaren** definizioa:
    - Transferentzi funtzioa plantaren adierazpide osoa da, edozein *r(t)* sarrerari emango zaion *y(t)* erantzuna kalkultzea ahalbidetzen duelako.
      - ✓ r(t) ezagututa, Laplace-n bidez R(s) lor daiteke:
      - ✓ R(s) eta G(s) ezagututa, y(t) kalkula daiteke, alderantzizko eraldaketa eginez :

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)} \Rightarrow Y(s)=G(s)\,R(s) \quad \Rightarrow \quad \boxed{y(t)=L^{-1}\left\{G(s)\,R(s)\right\}}$$

Orokorrean, ekuazio diferentziala ebaztea baino errazagoa da.

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - **Transferentzi funtzioaren** definizioa:
    - ✓ Kontrol-sarreraz gain perturbazio-sarrerak daudenean, beste transferentzi funtzio batzuk izango ditugu (gainezarmenaren teorema erabiltzen da).



$$Y(s) = G_{11}(s)U(s) + G_{12}(s)D_1(s)$$

Sistema lineala denez, **gainezarmenaren teorema** erabil daiteke:

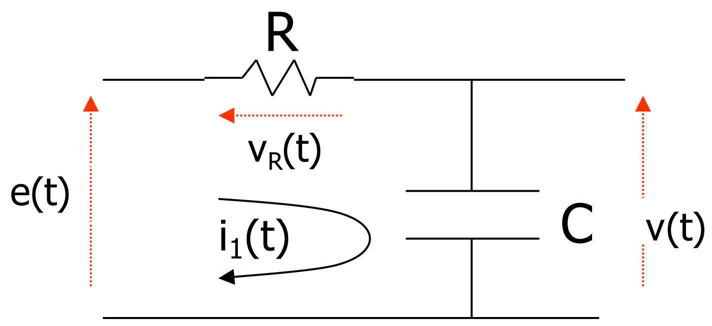
$$G_{11}(s) = \left.\frac{Y_1(s)}{U(s)}\right|_{d_1=0} ; G_{12}(s) = \left.\frac{Y_1(s)}{D_1(s)}\right|_{u=0}$$

Kanpo-adierazpidea

Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa

3. Adibidea:

- ✓ RC zirkuitua
  - Bilatu sarearen sarreran ezartzen den e(t) eta irteeerako v(t) tentsio bien arteko transferentzi funtzioa



✓ Eredu matematikoa:

$$e(t) = v_R(t) + v(t)$$
$$v_R(t) = Ri_1(t)$$
$$v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_1(t)\,dt$$

✓ Laplace-n eraldaketa:

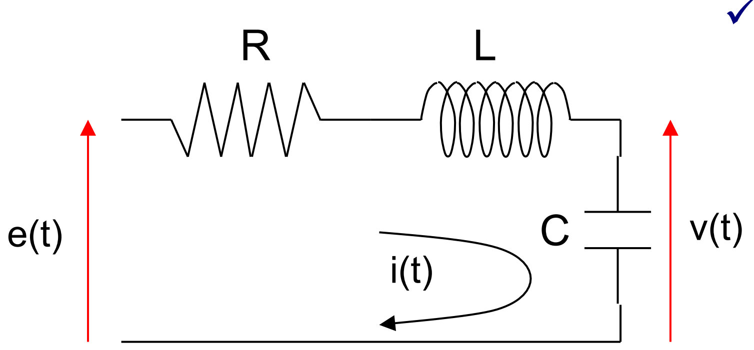
$$E(s) = V_R(s) + V(s)$$
$$V_R(s) = RI_1(s)$$
$$V(s) = \frac{1}{Cs} I_1(s)$$

✓ $V_R(s)$ eta $I_1(s)$ kenduz, bilatutako transferentzi funtzioa lor daiteke:

$$G(s) = \frac{V(s)}{E(s)} = \frac{1}{RCs+1}$$

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - **4. Adibidea**:
    - ✓ RLC zirkuitua
      - Bilatu sarearen sarreran ezartzen den e(t) eta irteerako v(t) tentsio bien arteko transferentzi funtzioa



✓ Eredu matematikoa:

$$e(t) = v_R(t) + v_L(t) + v(t)$$
$$v_R(t) = Ri(t)$$
$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$
$$v(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt$$

✓ Laplace-n eraldaketa:

$$E(s) = V_R(s) + V_L(s) + V(s)$$
$$V_R(s) = RI_1(s)$$
$$V_L(s) = LsI_1(s)$$
$$V(s) = \frac{1}{Cs}I_1(s)$$

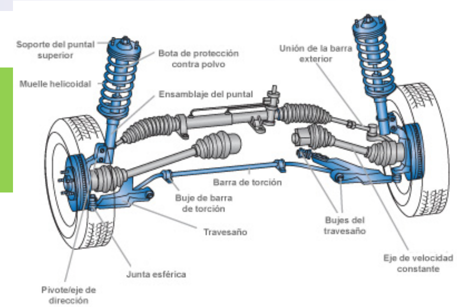
✓ $V_R(s)$ eta $I_1(s)$ kenduz, bilatutako transferentzi funtzioa lor daiteke:

$$G(s) = \frac{V(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 + RCs + LCs^2}$$

Sistema Dinamikoen Ereduak

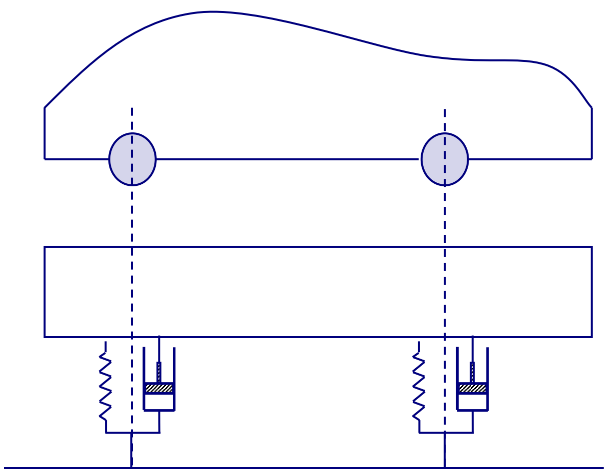
❐ Eredu Matematikoak

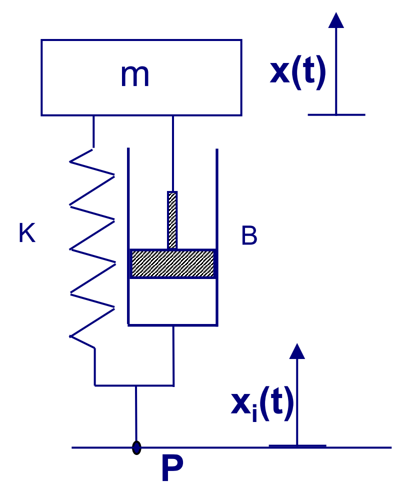
- Traslazio-sistema mekanikoak



✓ **1 Adibidea: Automobil baten esekidura-sistema.** Kotxearen *m* masaren *x(t)* desplazamendua ezagutu nahi da, $x_i(t)$ aldatzerakoan

Eredu matematikoa Newton-en 2. legea aplikatuz lortzen da:





$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

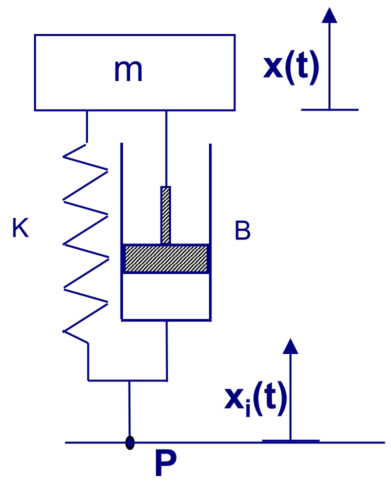
- sarrera: xi(t), irteera: x(t)

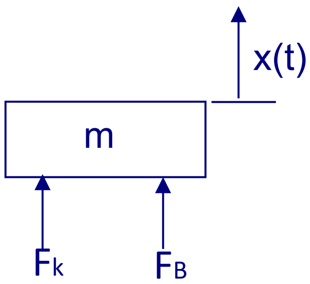
Sistema Dinamikoen Ereduak

❐ Eredu Matematikoak

☐ Translazio-sistema mekanikoak: 1 Adibidea

✓ *m* masan eragiten duten indarrak (eman $x_i > x$ dela)





$$F_K + F_B = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_k = K(x_i(t) - x(t))$$

$$F_B = B\frac{d(x_i(t) - x(t))}{dt}$$

NV= 3 (F_K, F_B, x)
NE= 3, NF=0

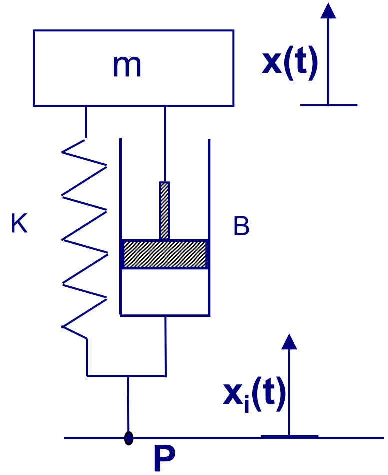
F_B eta F_K kenduz:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + B\frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = B\frac{dx_i(t)}{dt} + Kx_i(t)$$

- sarrera: xi(t), irteera: x(t)

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - **2. Adibidea**: Auto ¼ -ren esekidura-sistema
    - ✓ Bilatu nahi dena: masaren x(t) deplazamendua, $x_i(t)$-ren aldakuntzei erantzunez



✓ Eredu matematikoa:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+B\frac{dx(t)}{dt}+Kx(t)=B\frac{dx_i(t)}{dt}+Kx_i(t)$$

✓ Laplace hasierako baldintzak nuluak direnean:

$$ms^2X(s)+BsX(s)+kX(s)=BsX_i(s)+KX_i(s)$$

✓ Bilatutako transferentzi funtzioa:

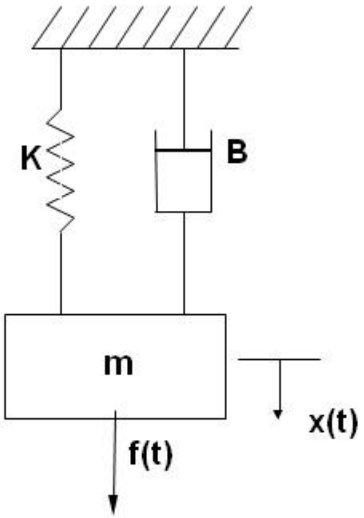
$$G(s)=\frac{X(s)}{X_i(s)}=\frac{Bs+K}{ms^2+Bs+K}$$

Kanpo-adierazpidea

Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa

4. Ariketa:

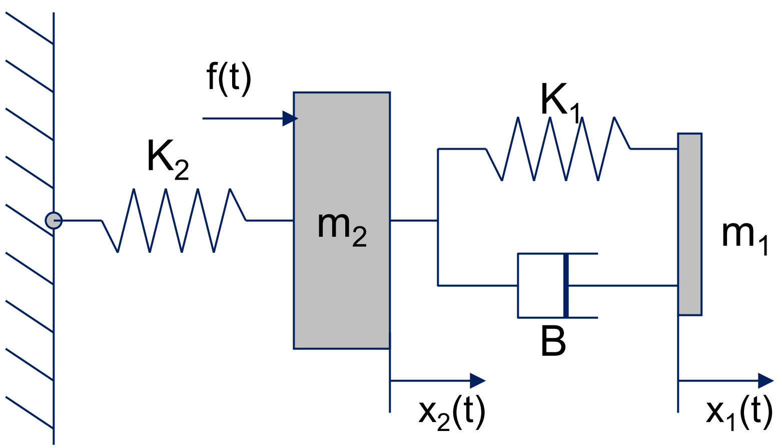
- Masa-malgukia-motelgailua:
  - Bilatu *m* masari ezartzen zaion indarraren eta *x(t)* desplazamenduaren arteko transferentzi funtzioa



  - Bilatu x(t) desplazamenduaren denbora-adierazpidea , *f(t)= 3 N*-ko indar konstantea ezartzen zaionean.

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - **5. Ariketa**:
    - ✓ Energia-xurgatzailea:
      - Bilatu m_2 masari ezartzen zaion f(t) indarraren eta $x_2(t)$ desplazamenduaren arteko transferentzi funtzioa



m_2 = 1000 Kg
K_2 = 1000 N/m
m_1 = 50 Kg
K_1 = 10 N/m
B = 100 Ns/m

- Bilatu $x_2(t)$ desplazamenduaren adierazpidea (denboran) *f(t)= 3 N* indar konstantea ezartzen zaionean.

Kanpo-adierazpidea

Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa

6. Ariketa: CC Motorea

Bilatu sarearen sarreran ezartzen den e(t) tentsioa eta motorraren ardatzaren θ (t) kokapena erlazionatzen duen **transferentzi funtzioa eta bloke-diagrama** marraztu.

- ✓ T(t) indar-parea $i_i(t)$ intentsitatea eta burdintarteko fluxuarekiko proportzionala da:

$$\boxed{T(t) = K_1 \Phi(t) i_i(t)}$$

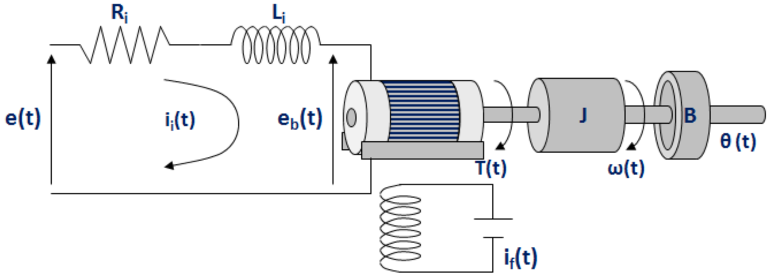
K_1 motorraren indar-parearen konstantea da

$$\boxed{\Phi(t) = K_f i_f(t)}$$

- ✓ Induzituak biratzen duenean bertan indar kontraelektroeragile bat sortzen da ($e_b(t)$ tentsioa), fluxua eta induzituaren abiadurarekiko proportzionala dena.

$$\boxed{e_b(t) = K_b \frac{d\theta(t)}{dt}}$$

K_b motorraren konstante bat da



- ✓ Motorraren alde mekanikoa:

$$\boxed{T(t) = J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B\frac{d\theta(t)}{dt}}$$

- ✓ Induzituaren zirkuitua:

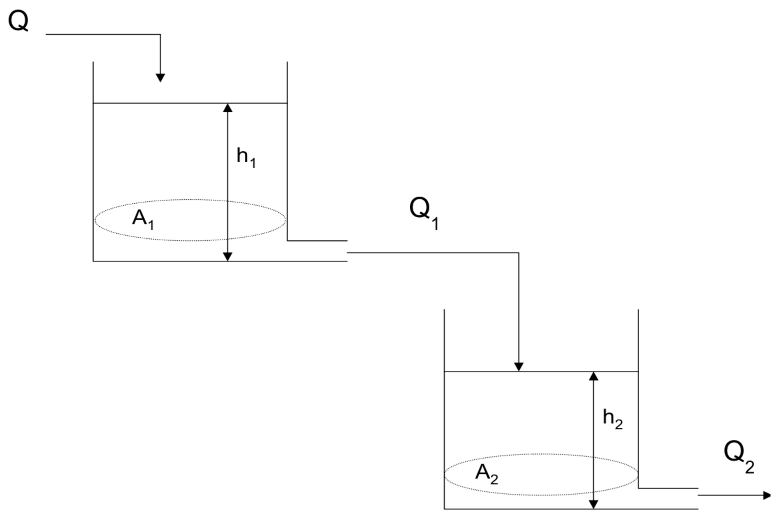
$$\boxed{e(t) = e_b(t) + R_i\, i_i(t) + L_i \frac{di_i(t)}{dt}}$$

- ✓ Eremu magnetikoaren zirkuitua:

$$\boxed{e_f(t) = R_f\, i_f(t) + L_f \frac{di_f(t)}{dt}}$$

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - **7. Ariketa**:
    - Tanke independenteak:
      - Bilatu lehenengo tankeari sartzen zaion $q_{in}(t)$ emariaren eta tanke bietan likidoak hartzen duen altueraren ($h_1(t)$ eta $h_2(t)$) arteko transferentzi funtzioak



Kanpo-adierazpidea

Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa

Irteeraren kalkulua hasierako baldintzak nuluak ez direnean:

✓ G(s) ezagututa, hasierako baldintzak egon arren, erantzuna kalkulatu daiteke, transferentzi funtzioaren eta ekuazio diferentzialaren arteko erlazioa zein den ezagutzen dugulako:

- 1. urratsa:

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{Y(s)}{R(s)} \Rightarrow N(s)R(s) = D(s)Y(s)$$

$$s^k \rightarrow \frac{d^k}{dt^k}$$ (ordezkatu)

- 2. urratsa: Laplace-n eraldaketa aplikatu hasierako baldintzekin
- 3. urratsa: Frakzio sinpletan deskonposatu eta alderantzizko eraldaketa egin

Adibidea: Kalkulatu G(s) sistemaren irteera, y(t), r(t) sarrera inpultsua denean (anplitudea = *3*) eta sistemaren hasierako baldintzak hauek direnean:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 6} \qquad y(0) = 0; \dot{y}(0) = 3$$

Kanpo-adierazpidea

- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
  - Irteeraren kalkulua hasierako baldintzak nuluak ez direnean:

✓ **8. Ariketa**: Sistema baten transferentzi funtzioa G(s) da:

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{s+4}{s^2+s+1}$$

- Kalkulatu G(s) sistemaren irteera (y(t)), r(t) sarrera inpultsua denean (anplitudea = 3) eta sistemaren hasierako baldintzak hauek direnean:

$$y(0)=1; \dot{y}(0)=1$$

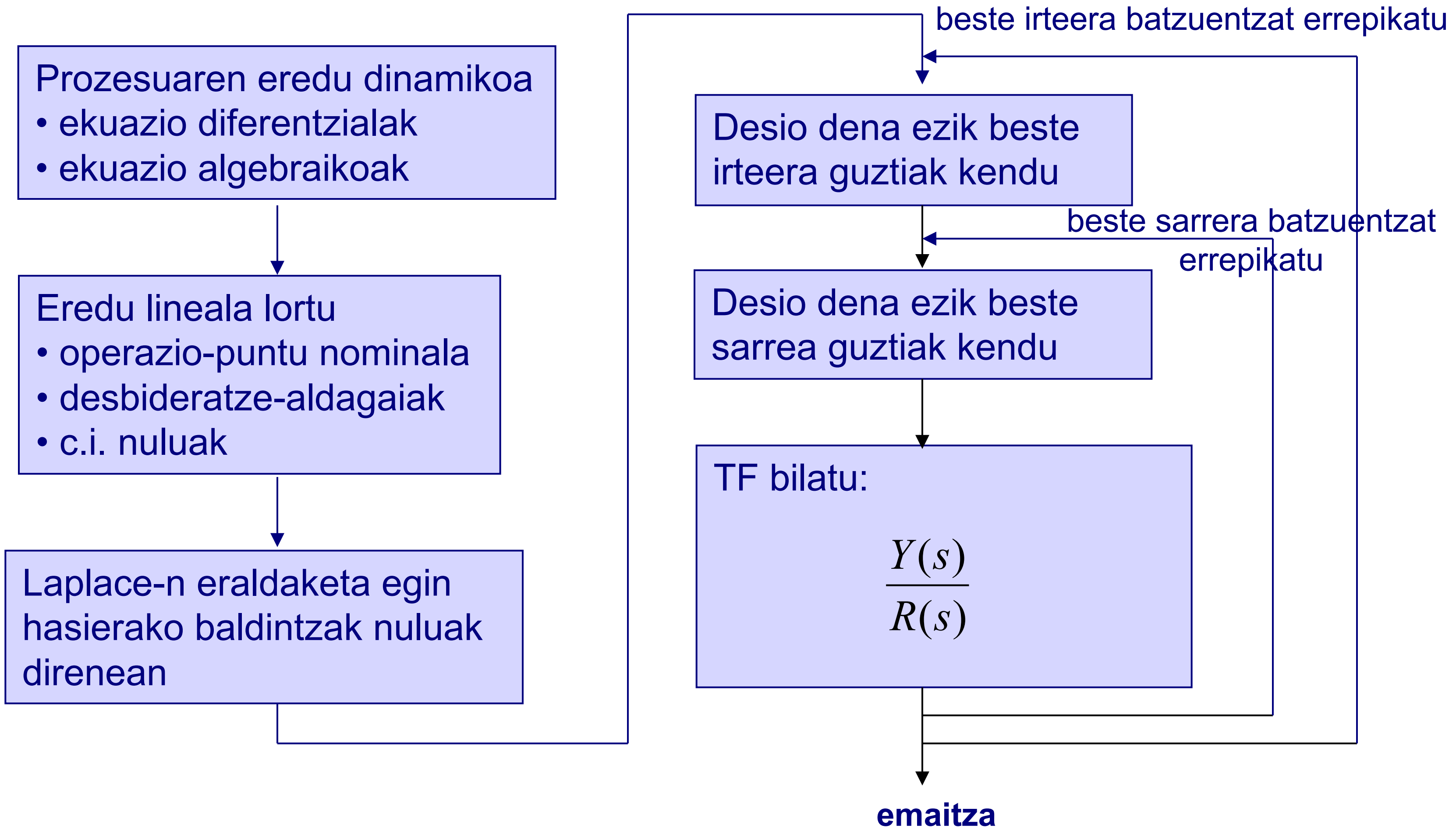
Kanpo-adierazpidea

Gai zerrenda:

- Tresna matematikoa: Laplace-n eraldaketa
- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
- **Kalkulu-prozedura**
- Inpultsu-erantzuna
- Blokeen algebra

Kanpo-adierazpidea

- Kalkulu-prozedura orokorra:



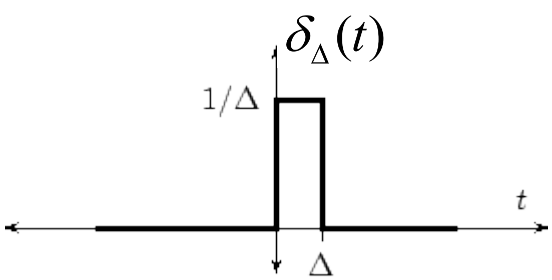
Kanpo-adierazpidea

Gai zerrenda:

- Tresna matematikoa: Laplace-n eraldaketa
- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
- Kalkulu-prozedura
- **Inpultsu-erantzuna**
- Blokeen algebra

Kanpo-adierazpidea

- Inpultsu-erantzuna
  - Demagun ondorengo sarrera:
    - ✓ Δ zabalera eta 1/ Δ altueradun pultsu-funtzioa (azalera = 1):



    - ✓ Inpultsu unitario-funtzioaren definizioa: $\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta(t)$
    - ✓ r(t)=δ(t) → R(s)=1, eta beraz, sistemaren erantzuna transferentzi funtzioaren definizioa da

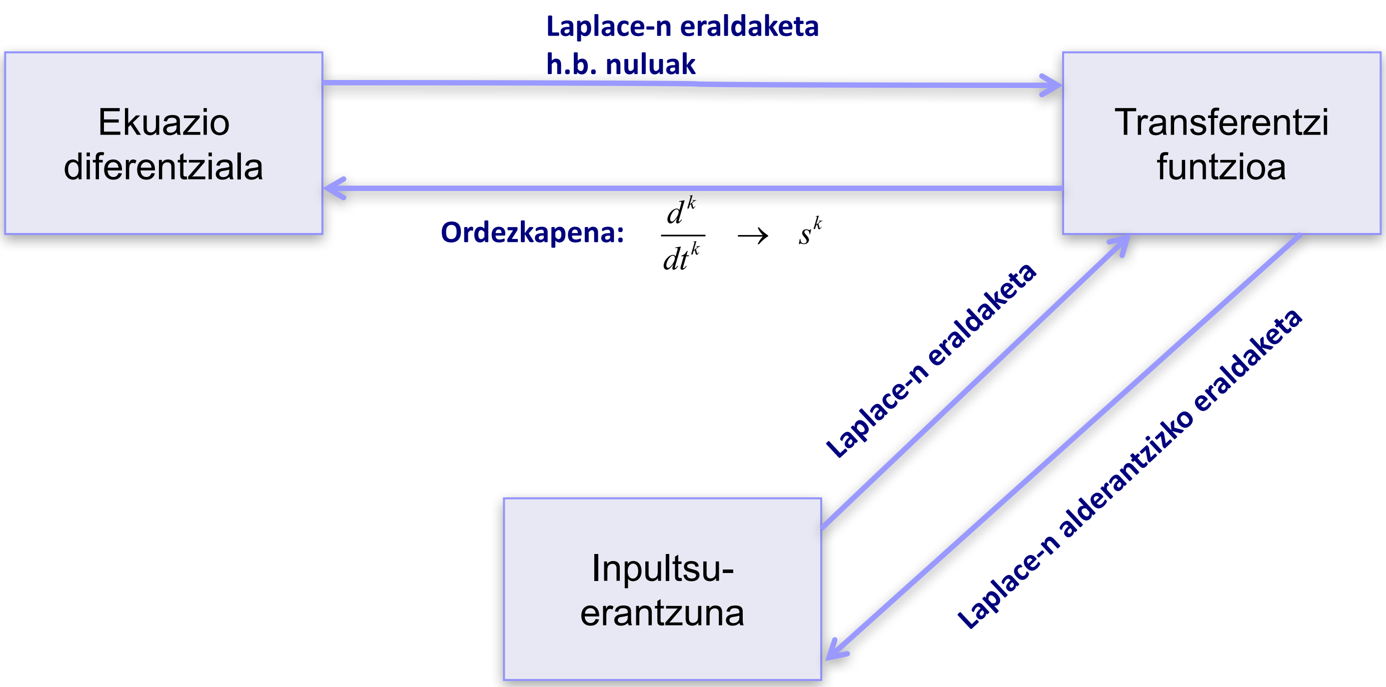
$$Y(s) = G(s)R(s) = G(s) \Rightarrow y(t) = L^{-1}(G(s)) = g(t)$$

      - **Inpultsu-erantzuna transferentzi funtzioaren alderantzizko Laplace-n eraldaketa** da, eta plantaren adierazpide osoa da ere.

Kanpo-adierazpidea

Inpultsu erantzuna

- Ekuazio diferentziala – Inpultsu-erantzuna – transferentzi funtzioa. Hiruen arteko ERLAZIOA.
  - ✓ Δ zabalera eta 1/ Δ altueradun pultsu-funtzioa (azalera = 1):



Kanpo-adierazpidea

Gai zerrenda:

- Tresna matematikoa: Laplace-n eraldaketa
- Ekuazio diferentzialak eta transferentzi funtzioa
- Kalkulu-prozedura
- Inpultsu-erantzuna
- **Blokeen algebra**

Kanpo-adierazpidea

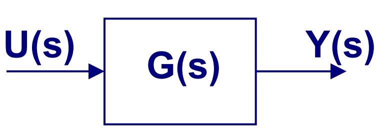
Blokeen algebra

Helburua:

- ✓ Elkar konektatuta dauden azpi-sistema multzo batetik, G(s) transferentzi funtzio erreduzitua bilatu
  - Azpi-sistema bakoitza bere funtzio-blokearen bidez adierazita dago. **Bloke** hori transferentzi funtzioaren adierazlea da.
  - Seinaleak arku bidez adieraziko dira.
  - Azpi-sistemak konektatzeko **arkuak** erabiltzen dira.
- ✓ Osagaiak:

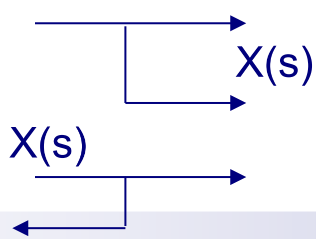
Oinarrizko eragiketak

Blokea

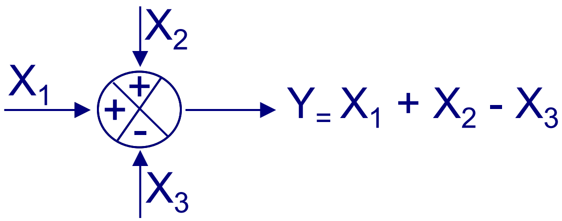


$$Y(s) = G(s).U(s)$$

Adarkatzeak

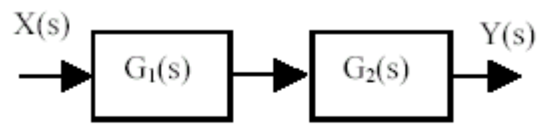
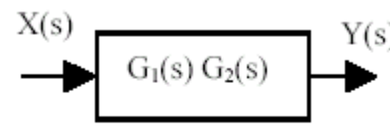
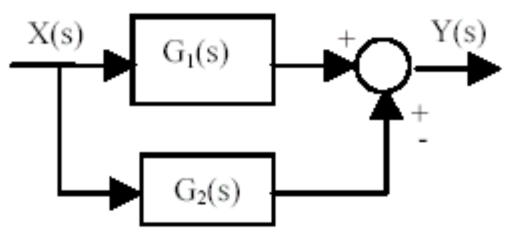
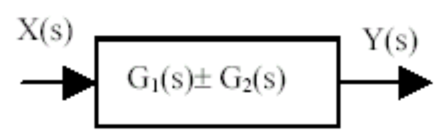
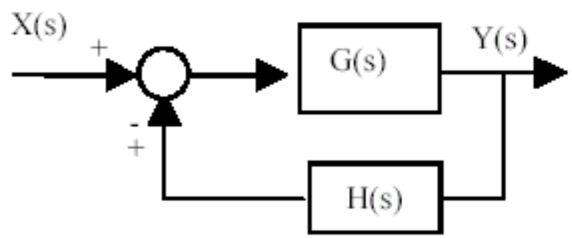
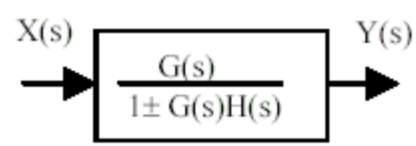


Seinaleen batukaria



Kanpo-adierazpidea

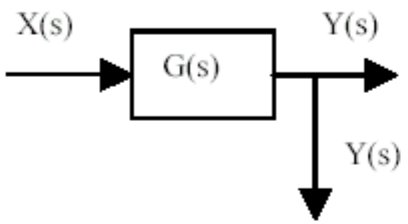
- Blokeen algebra

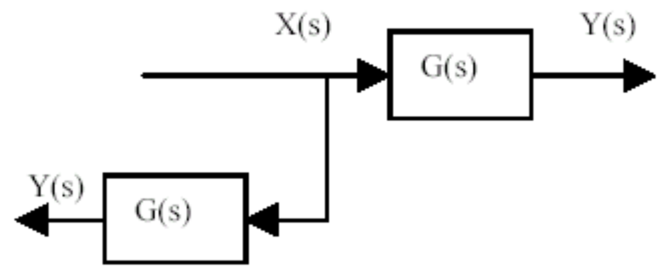
Serie-konekzioa		
Paralelo-konekzioa		
Berrelikadura-begizta baten murrizketa		

Kanpo-adierazpidea

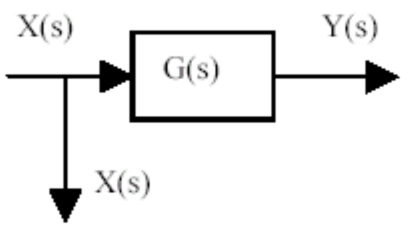
- Blokeen algebra

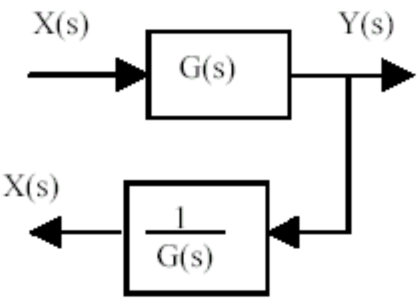
Adarkatze-puntuaren higidura





Adarkatze-puntuaren higidura

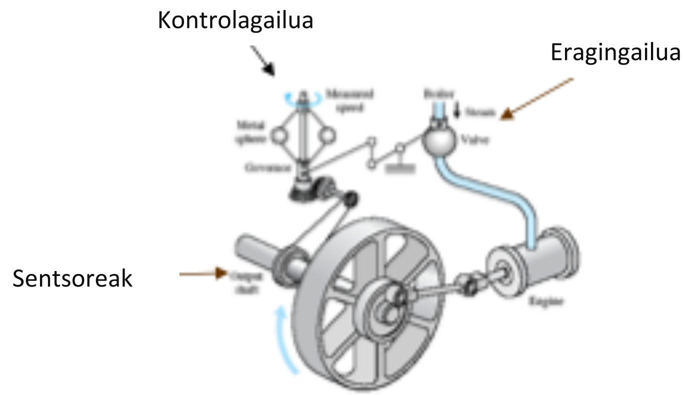


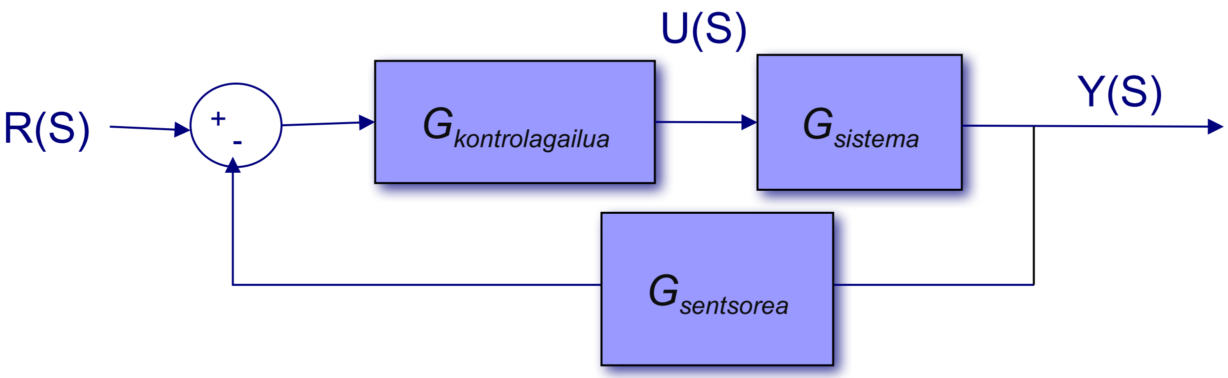


Kanpo-adierazpidea

Blokeen algebra

- ✓ Berrelikadura:





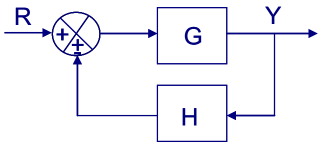
R(S)

$$\frac{G_{kontrolagailua}(s)G_{sistema}(s)}{1+G_{kontrolagailua}(s)G_{sistema}(s)G_{sentsorea}}$$

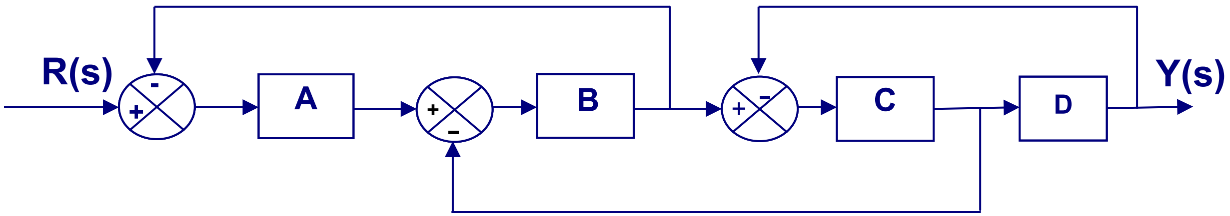
Y(S)

Kanpo-adierazpidea

- Blokeen Algebra



✓ **9. Ariketa**: Ondorengo bloke-diagrama erreduzitu eta TF kalkulatu

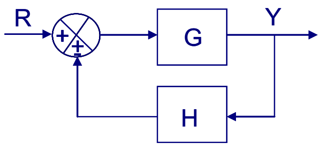


Emaitza:

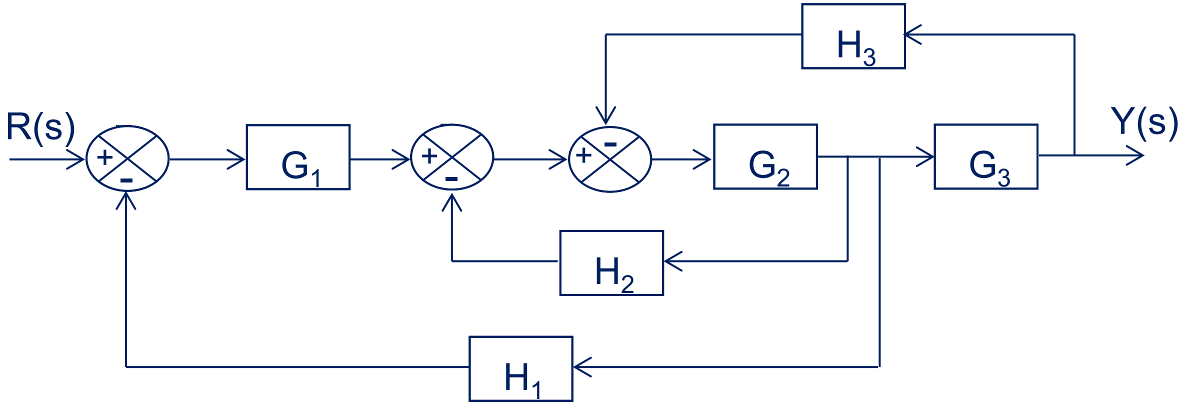
$$\boxed{G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{ABCD}{(1+AB)(1+CD)+BC}}$$

Kanpo-adierazpidea

- Blokeen Algebra



✓ **10. Ariketa**: Ondorengo bloke-diagrama erreduzitu eta TF kalkulatu

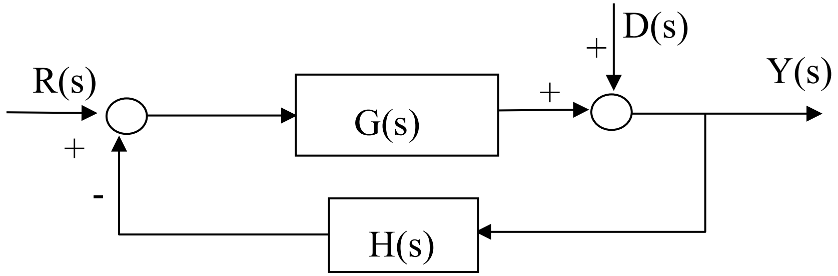


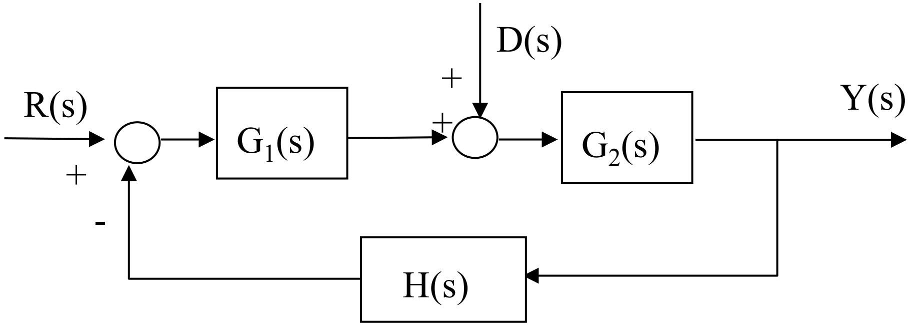
Emaitza:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 + G_2(s)G_3(s)H_3(s) + G_2(s)H_2(s) + G_1(s)G_2(s)H_1(s)}$$

Kanpo-adierazpidea

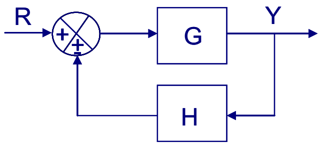
- Blokeen Algebra
  - ✓ **11 eta 12 Ariketak**: Y(s)ren adierazpidea kalkulatu, eta dagozkion transferentzi funtzio guztiak



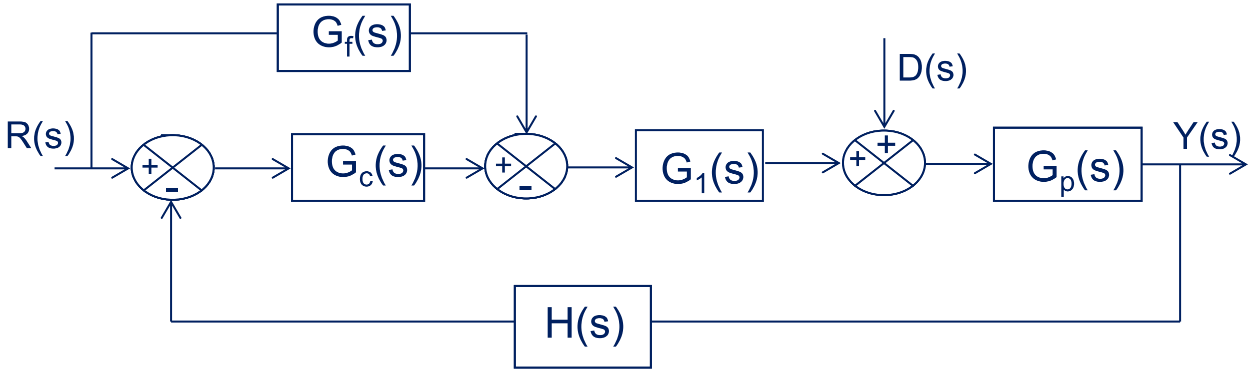


Kanpo-adierazpidea

- Blokeen Algebra

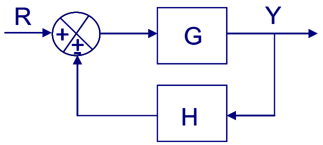


✓ **13. Ariketa**: Y(s)ren adierazpidea kalkulatu, eta dagozkion transferentzi funtzio guztiak

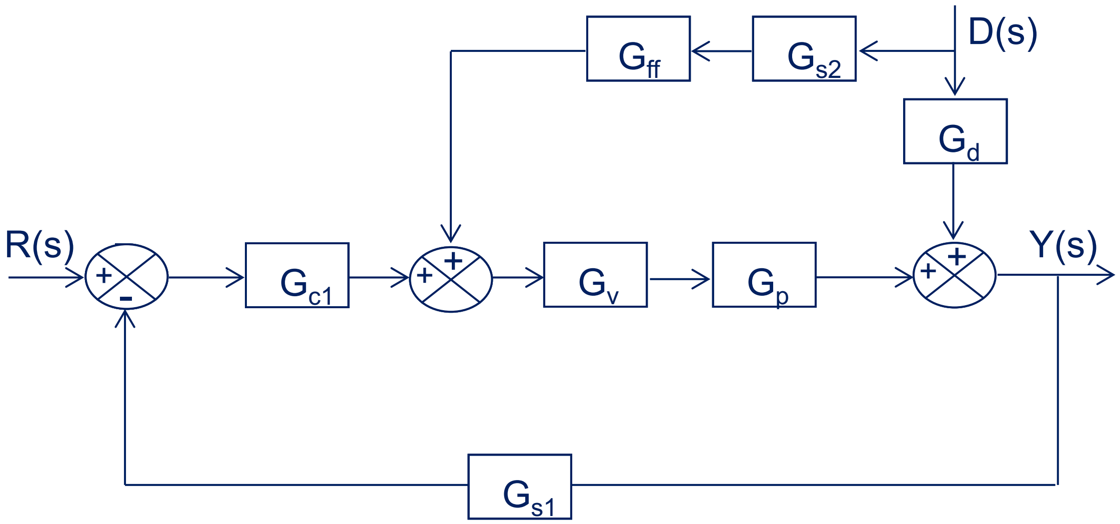


Kanpo-adierazpidea

- Blokeen Algebra

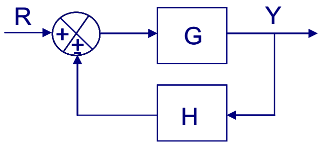


✓ **14. Ariketa**: Y(s)ren adierazpidea kalkulatu, eta dagozkion transferentzi funtzio guztiak

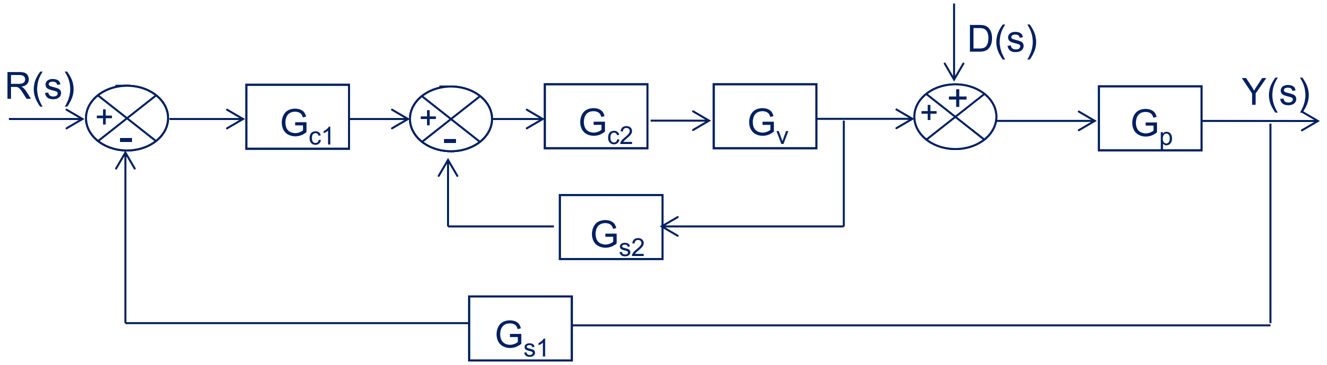


Kanpo-adierazpidea

- Blokeen Algebra

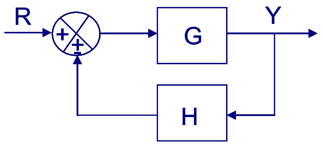


  ✓ **15. Ariketa**: Y(s)ren adierazpidea kalkulatu, eta dagozkion transferentzi funtzio guztiak

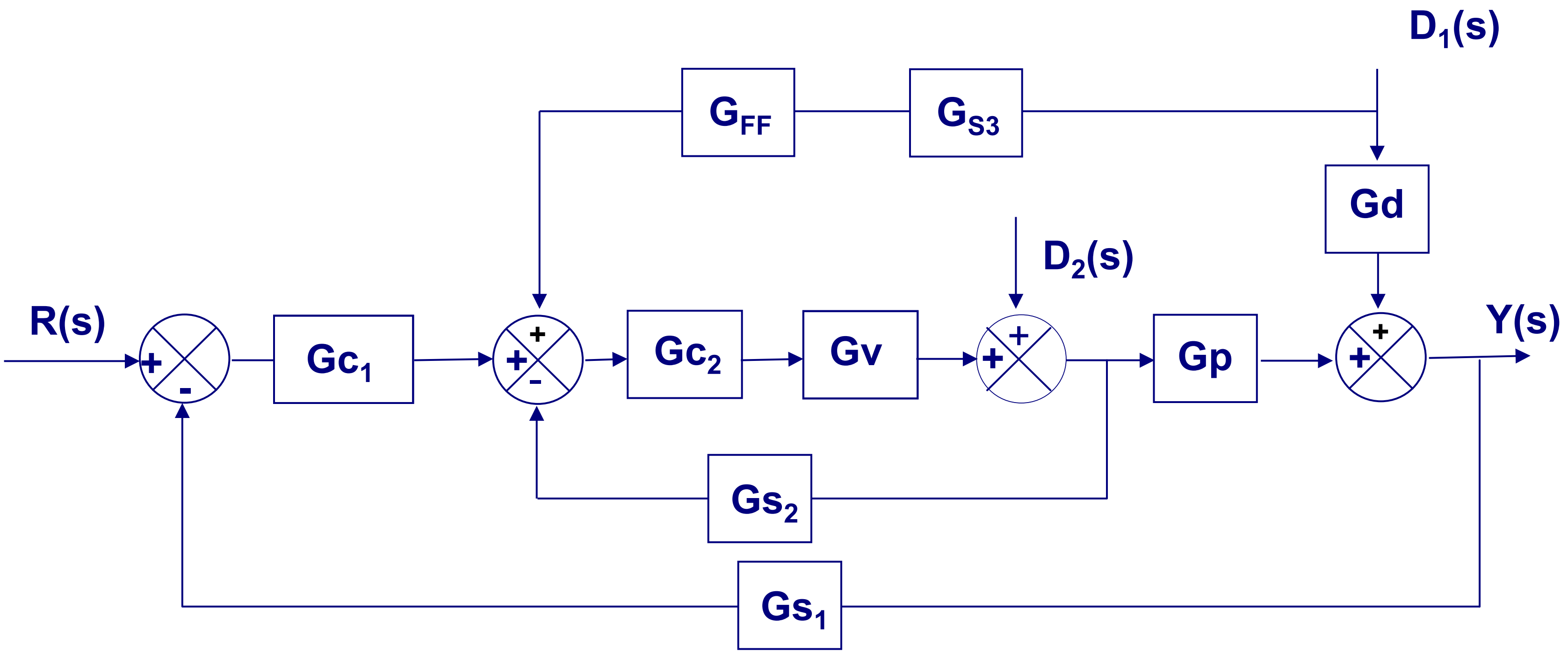


Kanpo-adierazpidea

- Blokeen Algebra



✓ **16. Ariketa**: Y(s)ren adierazpidea kalkulatu, eta dagozkion transferentzi funtzio guztiak



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

Bibliografia

- "Sistemas de Control Moderno". Dorf, Richard C., Bishop, Robert H. (2005). **2. atala (4, 5 eta 6 azpiatalak)**.
- "Sistemas de Control Automático" (7ª edición). Benjamín C. Kuo. Pearson (1996). **3 . atala (1, 2 eta 3 azpiatalak)**.