8. FLUXU EZ BISKOSO ETA KONPRIMAGARRIA GAS PERFEKTUEN ISURKETA ISOENTROPIKOA

1. ENERGIAREN EKUAZIOA GAS PERFEKTUEN JARIO ISOENTROPIKO IRAUNKORREAN APLIKATUTA: SAINT VENANTen EKUAZIOA.
2. JARIAKIN BATEN BARNEAN SOINUAK AURKEZTEN DUEN ABIADURA (`C´) EDO LASTERTASUNA.
3. MACH.en ZENBAKIA. JARIAKIN SUBSONIKO, SONIKO ETA SUPERSONIKOAK.
4. JARIAKIN KONPROMAEZINAREN LIMITERAREN HIPOTESIA.
5. EMARI NEURKETA FLUXU ARINETAN.
6. HUGONIOTen TEOREMAK. TOBERA ETA DIFUSOREAK.

1. ENERGIAREN EKUAZIOA GAS PERFEKTUEN JARIO ISOENTROPIKO IRAUNKORREAN APLIKATUTA: SAINT VENANTen EKUAZIOA.

1. AZTERGAI DUGUN GASAREN PROPIETATEAK.
2. BERNOUILLIREN ADIERAZPENA ERA DIFERENTZIALEAN.
3. GAS PERFEKTO BATI DAGOKION ENERGIAREN EKUAZIOA DIFERENTZIALA.
4. SAINT VENANTen EKUAZIOA.
5. SAINT VENANTen EKUAZIOAREN ADIERAZPEN EZBERDINAK.
6. ONDORIOAK

1. AZTERGAI DUGUN GASAREN PROPIETATEAK.

1. GASAK PISUA DAUKA (γ).
2. GAS IDEAL EDO PERFEKTOA.
3. FLUXUA PERFEKTOA (μ=0, ΔH_1^2 =0).
4. FLUXUAREN ABIADURA (U) ↑↑↑↑ → ΔQ=0 → F. ADIABATIKOA.
5. F. ADIABATIKO + F. ITZULGARRIA (PERFEKTOA) → F. ISOENTROPIKOA.
6. F. ISOENTROPIKOA + GAS IDEALA → F. BAROTROPIKOA ($p=p(\rho)$)

   $p=C\rho^k$, $k=c_p/c_v$ (Gas diatomikoa→1,4)

2. BERNOUILLIREN ADIERAZPENA ERA DIFERENTZIALEAN.

F. Perfektoa + ΔQ =0 → BERNOUILLIREN EKUAZIOA

$$\textit{Bernouilliren ekuazioa fluxu konprimagarri batentzat} \Rightarrow \frac{U^2}{2g} + \int \frac{dp}{\gamma} + z = kte = H$$

$$\textit{Deribatuz} \Rightarrow UdU + \frac{dp}{\rho} + gdz = 0 \ (\textit{Bernouilliren adierazpena era diferentzialean}).$$

3. GAS PERFEKTO BATI DAGOKION ENERGIAREN EKUAZIOA DIFERENTZIALA.

1. Gasa denez, ρ↓↓↓ → ∫ρgdz ≈0

2. Bernouilliren adierazpen diferentziala:

$$\boxed{\rho U dU + dp = 0}$$

3. OHARRA:

   F. iraunkor unidimentsionala + F. perfektoa

   → K.L. gertatzen zaiona, jariakinaren edozein puntuetarako baliogarria da.

4. SAINT VENANTen EKUAZIOA

$$B.E.G \Rightarrow \rho U dU + dp = 0 \quad (1)$$
$$F.I. \Rightarrow p = C\rho^k \quad (2)$$
$$(2) \Rightarrow dp = kC\rho^{k-1}d\rho$$
$$(1) \Rightarrow \rho U dU + dp = 0 \Rightarrow \rho U dU + kC\rho^{k-2}d\rho = 0$$
$$\Rightarrow \int U dU + \int kC\rho^{k-2}d\rho = 0 \Rightarrow \frac{U^2}{2} + \frac{k}{k-1}C\rho^{k-1} = kte = H$$

$$\boxed{\frac{U^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{C\rho^k}{\rho} = \frac{U^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p}{\rho} = H \quad (S.V.\ 1.\ Ekuazioa)}$$

6. ONDORIOAK.

1. G. ISOENTROPIKOETAN → U↑↑↑→T↓↓
2. GASAREN AZELERAKETAK→U↑→T↓

$$\left.\begin{aligned}&\frac{U^2}{2}+\frac{k}{k-1}\frac{p}{\rho}=H \qquad [J/kg]\\ &\frac{U^2}{2g}+\frac{k}{k-1}\frac{p}{\gamma}=H' \qquad [m]\end{aligned}\right\} S.V.\ (1)$$

$$\frac{U^2}{2g}+\frac{k}{k-1}R'T=H',\ \ R'[m/k] \qquad S.V.\ (2)$$

$$S.V_1^2\ (1)\Rightarrow\frac{U_1^{\ 2}-U_2^{\ 2}}{2g}=\frac{k}{k-1}\left(\frac{p_2}{\gamma_2}-\frac{p_1}{\gamma_1}\right)=\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\gamma_1}\left(\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)^{k-1}-1\right)=\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\gamma_1}\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}-1\right)$$

$$S.V_1^2(2)\Rightarrow\frac{U_1^{\ 2}-U_2^{\ 2}}{2g}=\frac{k}{k-1}R'(T_2-T_1),\ R'\ [m/k]$$

$$S.V_1^2(3)\Rightarrow\frac{U_1^{\ 2}-U_2^{\ 2}}{2g}=c'_p\,(T_2-T_1),\ c'_p\ [m/k]$$

2. JARIAKIN BATEN BARNEAN SOINUAK AURKEZTEN DUEN ABIADURA (“C”) EDO LASTERTASUNA.

1. SOINUAREN ABIADURA: C

Jariakin baten barnean, perturbazio batek (adib.: presio uhin batek) denbora unitateko ibiltzen duen distantziari deritzo.

2. SOINUAREN ABIADURAREN ADIERAZPENA: “C”

$$\left.\begin{array}{l} NEWTONEN\ \ ABIADURA\ LEGEA \Rightarrow C = \sqrt{\dfrac{dp}{d\rho}} \quad (1) \\ F.I + G.I. = F.B. \Rightarrow p = C\rho^k \Rightarrow dp = Ck\rho^{k-1}d\rho = kC\dfrac{\rho^k}{\rho}d\rho = kp\dfrac{d\rho}{\rho} \\ \qquad \Rightarrow \dfrac{dp}{p} = k\dfrac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \dfrac{dp}{d\rho} = k\dfrac{p}{\rho} \quad (2) \\ G.I. \Rightarrow p = \gamma R'T \quad (3) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{C = \sqrt{\dfrac{dp}{d\rho}} = \sqrt{k\dfrac{p}{\rho}} = \sqrt{kgR'T}}$$

1. JARIAKIN ISOENTROPIKOETAN “C” BERDINA DA NORABIDE GUZTIETAN .
2. INGURUNEAREN MENPEKOA DA:
   1. GAS MOTAREN MENPEKOA DA [K, R’]
   2. GASAK DUEN Tª ABSOLUTOAREN MENPEKOA.

3. OHARRAK:

1. F. KONPRIMAEZINA → dρ=0→C=∞.
2. T ↑ → C ↑

3. MACH. ZENBAKIA. JARIAKIN SONIKO, SUBSONIKO ETA SUPERSONIKOA.

1. MACH ZENBAKIA (zenbaki adimentsionala).

$$M = \frac{U}{C}, \quad U = Jariakinaren\ abiadura.$$

$$C = soinuak\ \ jariakinean\ duen\ abiadura.$$

2. JARIAKINAREN SAILKAPENA MACH ZENBAKIAREN ARABERA:

1. F. SUBSONIKOA $\rightarrow$ M<1
2. F. SONIKOA $\rightarrow$ M=1
3. F. SUPERSONIKOA $\rightarrow$ M>1

$$M = \frac{U}{C} = \frac{U}{\sqrt{kgR'T}} \Rightarrow M\sqrt{kgR'T} = U$$

5. JARIAKIN KONPRIMAEZINAREN LIMITEAREN HIPOTESIA. FLUXU KONPRIMAEZIN ETA JARIO ISOENTROPIKOAN ZIRKULATZEN ARI DIREN FLUIDO KONPRIMAGARRIEN ARTEKO PORTAERAREN DIFERENTZIA.

$$\frac{p_R}{p_1}=\left[\frac{k-1}{2}M_1^2+1\right]^{\frac{k}{k-1}};\quad \frac{\gamma_R}{\gamma_1}=\left[\frac{k-1}{2}M_1^2+1\right]^{\frac{1}{k-1}};\quad \frac{T_R}{T_1}=\left[\frac{k-1}{2}M_1^2+1\right]$$

Oso gertu diren bi puntuen artean aplikatuz, Newtonen Binomioa aplikatu daiteke:

$$\frac{p_R}{p_1}=\underbrace{\left[\frac{k-1}{2}M_1^2+1\right]^{\frac{k}{k-1}}}_{Newtonen\ Binomioa}=1+\frac{k}{2}M_1^2+\frac{k}{8}M_1^4+\ldots$$

$$\left.\begin{aligned}&p_R-p_1=p_1\frac{k}{2}M_1^2+p_1\frac{k}{8}M_1^4+\ldots=p_1\frac{k}{2}M_1^2\left(1+\frac{1}{4}M_1^2+\ldots\right)=p_1\frac{\rho_1}{\rho_1}\frac{k}{2}M_1^2\left(1+\frac{1}{4}M_1^2+\ldots\right)\\&M=\frac{U}{C}=\frac{U}{\sqrt{\frac{kp}{\rho}}}\Rightarrow M^2=\frac{U^2}{\frac{kp}{\rho}}\Rightarrow M^2\frac{kp}{\rho}=U^2\end{aligned}\right\}\boxed{p_R-p_1=p_1\frac{U_1^2}{2\rho_1}\left(1+\frac{1}{4}M_1^2+\ldots\right)}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&Jariakin\ konprimagarri\ batentzat\Rightarrow p_R-p_1=p_1\frac{U_1^2}{2\rho_1}\left(1+\frac{1}{4}M_1^2+\ldots\right)\\&Jariakin\ konprimaezin\ batentzat\Rightarrow p_1+\frac{U_1^2}{2}+z_1=p_R+\frac{U_R^2}{2}+z_R\Rightarrow p_R-p_1=p_1\frac{U_1^2}{2\rho_1}\end{aligned}}$$

$$Jariakin\ konprimagarri\ batentzat \Rightarrow p_R - p_1 = p_1 \frac{U_1^{\ 2}}{2\rho_1}\left(1 + \frac{1}{4}M_1^2 + \ldots\right)$$

$$Jariakin\ konprimaezin\ batentzat \Rightarrow p_1 + \frac{U_1^{\ 2}}{2} + z_1 = p_R + \frac{U_R^{\ 2}}{2} + z_R \Rightarrow p_R - p_1 = p_1 \frac{U_1^{\ 2}}{2\rho_1}$$

ONDORIOAK:

1. F. KONPRIMEZINA → M=0
2. Fluxu konprimaezinentzako adierazpenak erabilgarriak ↔ M ≤ 0,2
3. M↑↑↑ → gasaren portaera likido baten portaeratik asko urruntzen da.
4. Prandtl hodiaren neurketa:

$$p_{\Pr andtl} = p_R - p$$

$$F.\ Konprimaezina\ (M \le 0{,}2) \Rightarrow p_{\Pr andtl} = p_R - p = \frac{1}{2}\rho U^2 = p_{Dinamikoa}$$

$$F.\ Konprimagarria\,(M > 0{,}2) \Rightarrow p_{\Pr andtl} = p_R - p = \frac{1}{2}\rho U^2\left(1 + \frac{M^2}{4} + \ldots\right) \ne p_{Dinamikoa}$$

6. EMARIAREN NEURKETA FLUXU ARINETAN.

1. AZTERKETAKO FLUXUA:

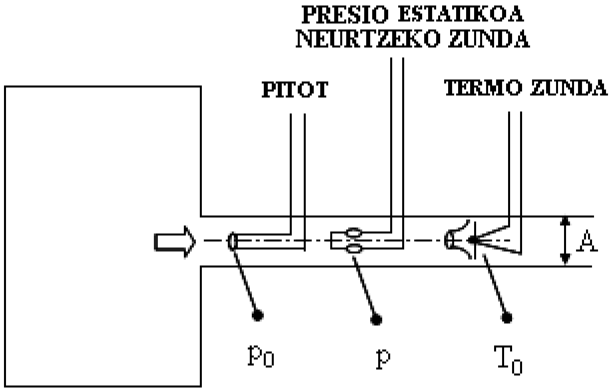
1. J. KONPRIMAGARRIA
2. F. ISOENTROPIKO
3. UNIDIMENTSIONALA

P, U aldaketak luzeran zehar gertatzen dira, ez zeharkako azaleran

2. EMARI MASIKOA KTEA → $q_m=\rho AU$

3. PRESIO ETA Tª NEURGAILUAK:

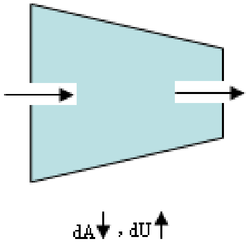
1. PITOT → $p_R= p_0$
2. PRESIO ESTATIKOA NEURTZEKO ZUNDA/ PIEZOMETROA→p
3. TERMO ZUNDA→$T_R= T_0$



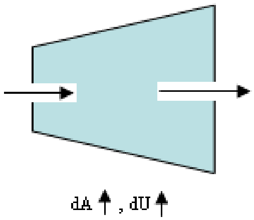
7. HUGONIOTen T^{MAK}

1. HUGONIOTen T^{MAK}:

1. A. SUBSONIKOETAN (M<1) → A ↓→ U ↑



2. A. SUPERSONIKOETAN (M>1) → A ↑→ U ↑



3. U=C ↔ A = A_{min}
4. M≤ 1 EDO M>1 → dU eta dp aldaketa alderantzizkoa da.

2. HUGONIOTen EKUAZIOAK.

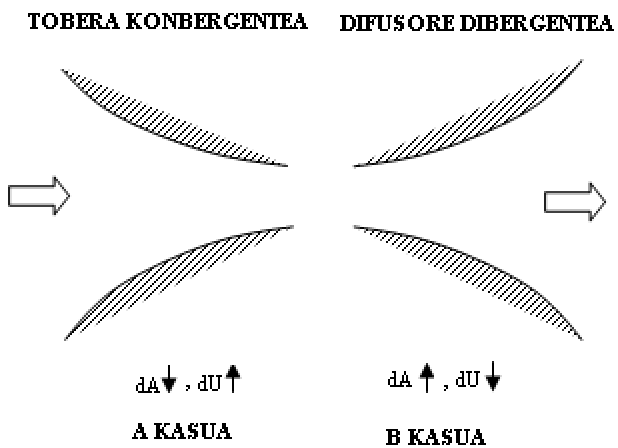
$$(1)\qquad \frac{dA}{A} = \frac{dU}{U}\left(M^2 - 1\right)$$

$$(2)\qquad \frac{dU}{U} = -\frac{1}{kM^2}\frac{dp}{p}$$

3. EKUAZIOEN INTERPRETAZIO FISIKOA:

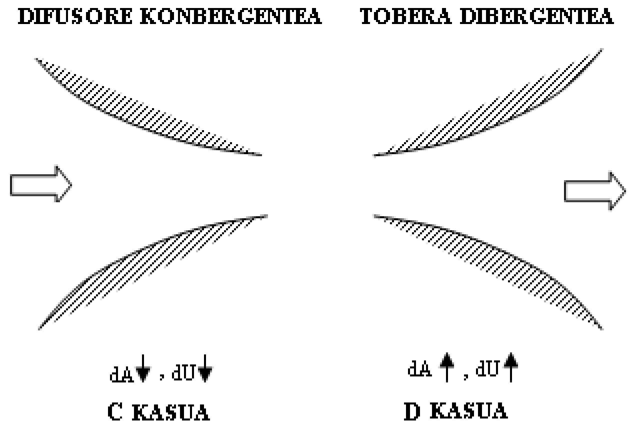
$$(1)\qquad \frac{dA}{A} = \frac{dU}{U}\left(M^2 - 1\right)$$

1. TMA → F. SUBSONIKOA (M<1)



(M^2-1)	dA	dU	
(-)	(-)	(+)	A KASUA
(-)	(+)	(-)	B KASUA

2. TMA →F. SUPERSONIKOA (M>1)

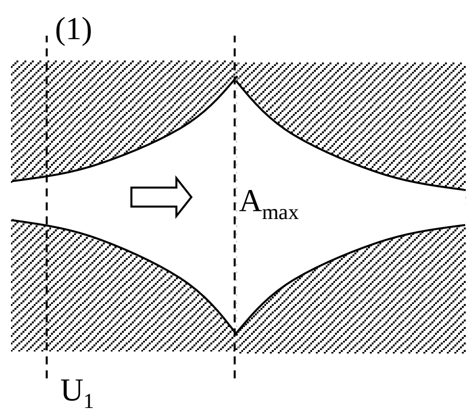


(M^2-1)	dA	dU	
(+)	(-)	(-)	C KASUAN
(+)	(+)	(+)	D KASUAN

3. TMA→F. SONIKOA (M=1)↔A_{min}

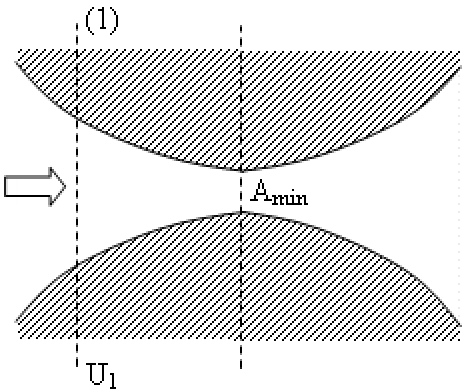
$$\frac{dA}{A}=\frac{dU}{U}\left(M^2-1\right)=\{M=1\}\Rightarrow dA=0\Leftrightarrow A_{max}\ \ edo\ \ A_{min}$$

1. A_{max}



1. $M_1 < 1 \rightarrow$ dA>0, dU<0→M=1 ez da LORTUKO
2. $M_1 > 1 \rightarrow$ dA>0, dU>0→M=1 ez da LORTUKO

2. A_{min}



1. $M_1 < 1 \rightarrow dA<0, dU>0 \rightarrow M=1$ LORTU DAITEKE
2. $M_1 > 1 \rightarrow dA<0, dU<0 \rightarrow M=1$ LORTU DAITEKE

OHARRA:

M=1 ZINTZURREAN BAKARRIK LORTU DAITEKE ETA DISEINUKO BALDINTZA KONKRETU BATZUETAN.

$$(2) \qquad \frac{dU}{U} = -\frac{1}{kM^2}\frac{dp}{p}$$

4. $M \leq 1$ edo $M>1 \rightarrow dU > 0, dp < 0; dU < 0, dp > 0$

4. TOBERA ETA DIFUSOREAK.

1. TOBERA:

JARIAKINAREN HEDAPENA AHALBIDETZEN DUEN DISPOSITIBOA DA:

1. p batetatik p↓ batetara hedatuko da, bidean azeleratzen den heinean → $dp<0$; $dU>0$
2. T eta ρ↓ gertatzen da.

2. DIFUSOREA:

JARIAKINAREN KONPRIMAKETA ERAGITEN DUEN DISPOSITIBOA DA:

1. p batetatik p↑ batetara hedatuko da, bidean desazeleratzen den heinean → $dp>0$; $dU<0$
2. T eta ρ↑ gertatzen da.