

T.8. FISICA CUÁNTICA

1. ¿Cuántos fotones por segundo irradia un emisor de ondas electromagnéticas de $\nu = 100 \text{ MHz}$ que tiene una potencia de salida de 100 kW ? ¿Cuál es el momento lineal de cada fotón?

FÓRMULA
$P = n \cdot E$
↑ nº fotones

ENERGÍA FOTÓN
$E = h \nu$

$\nu = 100 \text{ MHz} = 10^8 \text{ Hz}$
 $P = 100 \text{ kW} = 10^5 \text{ W}$

$$n = \frac{P}{E} = \frac{10^5}{6.63 \cdot 10^{-26}} = \underline{1.51 \cdot 10^3 \text{ fotones/s}}$$

$$p = E/c = \frac{6.63 \cdot 10^{-26}}{3 \cdot 10^8} = \underline{2.21 \cdot 10^{-34} \text{ N}\cdot\text{s}}$$

2. Calcular la energía y el momento lineal de un fotón de 10^6 Hz

$\nu = 10^6 \text{ Hz}$

$$E = h \cdot f = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 10^6 = 6.63 \cdot 10^{-28} \text{ J} = \frac{6.63 \cdot 10^{-18}}{4.6 \cdot 10^{-12}} = \underline{414 \text{ eV}}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h f}{c} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^8} = \underline{2.21 \cdot 10^{-26} \text{ kg}\cdot\text{m/s}}$$

3. Una onda electromagnética plana de 100 MHz incide normalmente con $I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$ sobre una superficie $A = 0.3 \text{ m}^2$, ¿a qué número de fotones por segundo llegan a la superficie?

$\nu = 100 \text{ MHz} = 10^8 \text{ Hz}$

$I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$

$A = 0.3 \text{ m}^2$

Nº FOTONES POR U. TIEMPO
$n = \frac{P}{E f}$

Nº FOTONES POR U. TIEMPO Y AREA
$n = \frac{I S}{f \cdot E}$

$\rightarrow I = \frac{P}{S}$

$$n = \frac{10^{-4} \cdot 0.3}{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 10^8} \Rightarrow$$

$n = 4.52 \cdot 10^{20}$ fotones/s

NOTA

1 eV
"
$1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

4. Los experimentos midiendo los potenciales de frenado de un material para distintas λ :

λ (en Å)	2500	3100	3700	4000
V_0 (en V)	2	1	0.5	0.14

Encontrar la función trabajo de material, y el valor de la constante de Planck que se deduce del experimento.

$$f = c/\lambda \quad 1.2 \cdot 10^{15} \quad 9.5 \cdot 10^{14} \quad 8.1 \cdot 10^{14}$$

$$m = 4 \cdot 10^{15} = \frac{h}{e} \rightarrow h = 4 \cdot 10^{-15} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = \underline{6.4 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}$$

$$b = -2.186 = -\frac{W}{e} \rightarrow W = 2.186 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 4.16 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \underline{2.186 \text{ eV}}$$

$$* m = 4 \cdot 10^{15} \text{ V}\cdot\text{s} \quad ; \quad b = -2.186 \text{ V}$$

$$V_0 = \frac{Wf}{e} - \frac{W}{e} \quad ; \quad y = 4 \cdot 10^{-5} x - 2.186 \quad \leftarrow \text{Para hacer la gráfica}$$

5. Se produce efecto fotoeléctrico sobre una placa de potasio con luz ultravioleta de $\lambda = 250 \text{ nm}$ e $I = 2 \text{ W/m}^2$. La función trabajo del potasio es $W = 2.121 \text{ eV}$.

a. E_{CMAX} de los electrones

$$E_{\text{CMAX}} = eV_0 = hf - W$$

$$\lambda = 250 \cdot 10^{-9} \text{ m} \rightarrow f = c/\lambda = 1.2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$E_{\text{CMAX}} = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 1.2 \cdot 10^{15} - 2.121 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 4.142 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\underline{E_{\text{CMAX}} = 2.176 \text{ eV}}$$

b. El número medio de fotones por unidad de tiempo y unidad de área que inciden sobre la superficie.

$$n = \frac{P}{E_f} = \text{n}^\circ \text{ de fotones por unidad de tiempo}$$

$$n = \frac{P}{SE} \rightarrow \text{n}^\circ \text{ de fotones por unidad de tiempo y área}$$

$$n = \frac{I}{E_f} = \frac{2 \text{ W/m}^2}{h f} = \frac{2}{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 1.2 \cdot 10^{15}} = \underline{2.151 \cdot 10^{13} \text{ fotones/m}^2}$$

6. Sobre dos células fotoeléctricas distintas incide luz $\lambda = 500 \text{ nm}$. La primera de ellas tiene $\lambda_{\text{umbral}} = 600 \text{ nm}$. La mínima energía de extracción de la segunda célula es doble que la primera. Calcula el potencial de frenado en cada caso.

• PRIMERA CÉLULA

$$\lambda_1 = 600 \text{ nm}$$

$$W_1 = h \cdot c \cdot f_{\text{umbral}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} = \underline{3.131 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

← la mitad que en la 2ª célula

$$eV_0 = h\nu - W \rightarrow V_0 = \frac{h\nu}{e} - \frac{W}{e} = \frac{h}{e} \cdot \frac{c}{\lambda} - \frac{W}{e} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 10^{-9}} - \frac{3.131 \cdot 10^{-19}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \underline{V_0 = 0.142 \text{ V}}$$

• SEGUNDA CÉLULA

$$W_2 = 2W_1 = 2 \cdot 3.131 \cdot 10^{-19} = 6.262 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_2 = hf_2 = h \frac{c}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{hc}{W_2} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

NO HAY EFECTO FOTOELÉCTRICO ya que $\lambda < \lambda_2$
 $f > f_2$

7. El potencial de frenado para los fotoelectrones emitidos por una superficie iluminada por luz $\lambda = 491 \text{ nm}$ es de 0.17 V . ¿Cuál es el valor de la función trabajo?

$$\lambda = 491 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$V_0 = 0.17 \text{ V}$$

FÓRMULA

$$W = h \cdot c \cdot f_{\text{umbral}}$$

$$W = h\nu - eV_0 \rightarrow W = h \cdot \frac{c}{\lambda} - eV_0$$

$$W = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{491 \cdot 10^{-9}} - 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.17$$

$$W = 2.193 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \underline{1.37 \text{ eV}}$$

¿Cuáles es la nueva λ si ahora el potencial de frenado es 1.43 V ?

$$V_0 = 1.43 \text{ V}$$

$$W = h\nu - eV_0 \rightarrow W + eV_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{eV_0 + W}$$

$$\lambda = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.43 + 2.193 \cdot 10^{-19}} = \underline{381 \text{ nm}}$$

8. Al producirse dispersión Compton en una determinada sustancia la E_{max} de retroceso del e^- ($\theta = \pi$) es de 60 KeV. ¿Cuál es la longitud de onda incidente?

$$E_c \rightarrow 60 \cdot 10^3 \text{ eV}$$

$$E = h \cdot \nu \quad \text{---} \quad E_p = 0 \quad \text{---} \quad E' = h \nu'$$

Por conservación de la energía

$$E = E' + E_c \rightarrow E_c = h\nu - h\nu' = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{\text{Julios}}$$

$$\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{9.6 \cdot 10^{-15}}{hc} = 4.183 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

→ UNA ECUACIÓN

EFFECTO COMPTON

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda' - \lambda = 2.43 \cdot 10^{-12} (1 - (-1))$$

$$\lambda' - \lambda = 4.86 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

→ OTRA ECUACIÓN

• Sistema dos ecuaciones dos incógnitas •

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'} = 4.183 \cdot 10^{10}$$

$$4.16 \cdot 10^{-12} = 4.183 \cdot 10^{10} \cdot \lambda \lambda'$$

$$\lambda = 7.86 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

~~$$\lambda = -1.293 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$~~

NO TIENE SENTIDO FÍSICO

9. Un fotón de $W = 10^5 \text{ eV}$ es dispersado por un electrón libre en reposo. El fotón es dispersado ~~per~~ formado un ángulo de 135° con la dirección de incidencia. Encontrar:

a. La λ del fotón dispersado

$$E = h\nu$$

$$E = 10^5 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E = h\nu = 1.6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} = 1.6 \cdot 10^{-14} \rightarrow \lambda = 1.24 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

CONSERVACION DE ENERGIA

$$E = E' + E_c$$

$$1.6 \cdot 10^{-14} = h\nu' + E_c$$

$$E_c = 1.6 \cdot 10^{-14} = \frac{hc}{\lambda'}$$

EFFECTO COMPTON

$$\lambda - \lambda' = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda - \lambda' = 2.45 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 135)$$

$$\lambda - \lambda' = 4.15 \cdot 10^{-12}$$

$$\lambda' = 1.24 \cdot 10^{-11} + 4.15 \cdot 10^{-12} = 1.66 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$0.166 \text{ \AA}$$

b. E_c del electrón

$$E_c = 1.6 \cdot 10^{-14} - \frac{hc}{\lambda'} = 4.02 \cdot 10^{-5} \text{ J} = 25 \text{ keV}$$

c. Dirección en la que sale el electrón

Conservación del momento lineal

$$\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}'$$

$$\vec{p}_e = \vec{p} - \vec{p}' = \frac{h}{\lambda} \hat{i} - \left(\frac{h}{\lambda'} \cos \theta \hat{i} + \frac{h}{\lambda'} \sin \theta \hat{j} \right) =$$

$$= \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos 135 \right) \hat{i} - \frac{h}{\lambda'} \sin 135 \hat{j} =$$

$$= 8.17 \cdot 10^{-23} \hat{i} + 2.82 \cdot 10^{-25} \hat{j} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \leftarrow \text{dirección del momento lineal. Módulo}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{2.82 \cdot 10^{-25}}{8.17 \cdot 10^{-23}} = 0.35 \Rightarrow \boxed{\alpha = 19^\circ}$$

$$\sqrt{2^2 + 2^2}$$

10. Un fotón de $E = 10^4 \text{ eV}$ choca contra un e^- libre en reposo y se dispersa un ángulo de 60° . Hallar:

a. Las variaciones de energía y λ del fotón

$$\begin{aligned} \text{Pide} \rightarrow \Delta\lambda &= \lambda' - \lambda \\ \Delta E &= E' - E \end{aligned}$$

EFEECTO COMPTON

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

$$\Delta\lambda = 2.45 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 60) = \underline{\underline{0.012 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0.012 \text{ \AA}}}$$

$$E = 1.6 \cdot 10^{-15} \text{ J} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.6 \cdot 10^{-15}} = 1.2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\Delta\lambda = 0.012 \cdot 10^{-10} = \lambda' - \lambda \rightarrow \lambda' = 0.012 \cdot 10^{-10} + 1.2 \cdot 10^{-10} = 1.212 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.212 \cdot 10^{-10}} = 1.59 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$\Delta E = E' - E = 1.59 \cdot 10^{-15} - 1.6 \cdot 10^{-15} = \underline{\underline{-1.54 \cdot 10^{-21} \text{ J} = -9.61 \text{ eV}}}$$

b. E_c y dirección del movimiento $1.6 \cdot 10^{-19}$

$$E_c = -\Delta E = 9.61 \text{ eV}$$

Dirección \rightarrow conservación del momento lineal, igual que el apartado c del ejercicio anterior (el 9)

11. Se mide el momento lineal de una partícula con una precisión del \pm por mil. Encontrar la incertidumbre en su posición

a) Si se trata de un perdigón de 2g a $v = 10 \text{ m/s}$.

$$\begin{aligned} m &= 2 \text{ g} \\ v &= 10 \text{ m/s} \end{aligned} \left\{ \rightarrow p = mv = 0.02 \text{ kg m/s} \right.$$

$$\Delta x \approx \frac{1000 \cdot \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{2\pi}}{0.02} = \underline{\underline{5.15 \cdot 10^{-30} \text{ m}}}$$

b. Un electrón con una $E_c = 50 \text{ eV}$

$$E_c = 50 \text{ eV} ; E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \underline{\underline{4.12 \cdot 10^6 \text{ m/s}}}$$

$$p = m_e v = 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 4.12 \cdot 10^6 = 3.75 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$$

$$\Delta x = \frac{\hbar 1000}{p} = 2.76 \cdot 10^{-8} \text{ m} = \underline{\underline{27.6 \text{ \AA}}}$$