EJERCICIOS RESUELTOS DEL LIBRO

T.6 ~ ONDAS

1. Di si las siguientes funciones representan una onda que se propaga sin deformación y con velocidad = cte en el eje X:

a) $\varphi(x,t) = A(x - \underset{\overset{\shortparallel}{v}}{C}t)^2 + B(x - Ct)$

• Si, en el sentido creciente de las x, con velocidad **C**. En la Pag. 116 te lo explica. "hacia la derecha"

ECUACIÓN DE ONDAS DE D'ALEMBERT

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = C^2\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right) \longrightarrow \phi(r,t) = \frac{1}{r} f(r - Ct)$$

b) $\Phi(x,t) = x^2 + 2xAt + A^2t^2$

• Si, hacia la izquierda en el sentido decreciente de las x con velocidad A.

• A continuación demostramos que satisface la ecuación de ondas de d'Alembert:

Demostracion pag 116:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \qquad \frac{\partial \phi}{\partial t} = -v\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} + v\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right) = -v\frac{\partial}{\partial x}\left(-v\frac{\partial \phi}{\partial x}\right) = v^2\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

2. Onda armónica transversal que se propaga por una cuerda

$$y(x,t) = (\underset{0'0125m}{1'25cm}) \cdot sen[\underbrace{\pi(0'25\,cm^{-1})}_{K}x + \underbrace{\pi(500\,s^{-1})}_{\omega}t]$$

$\rightarrow y(x,t) = A \cdot sen[Kx + \omega t]$

a) ¿En que sentido se desplaza la onda?

Decreciente en el sentido de las x, osea, hacia la izquierda.

b) Calcular:

- Numero de ondas (K) $\rightarrow 0'25\pi\ cm^{-1}$
- Longitud de onda (λ) $\rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \rightarrow \quad = 8\,cm$
- Frecuencia (ω) $\rightarrow 500\pi\ s^{-1}$
- Periodo $\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0'04\ s$
- Frecuencia angular $\rightarrow f = \frac{1}{T} = 250\ Hz$

c) ¿Con que velocidad se propaga la onda? Si la masa por unidad de longitud es 0'5kg/m, ¿cual es la tensión de la misma?

FÓRMULA

$$\boxed{v_p = \frac{\lambda}{T}} = \frac{8 \cdot 10^{-2}\,m}{0'04\,s} = \underline{20\,m/s}$$

FÓRMULA

$$\boxed{v_p = \sqrt{\frac{T_{ensión}}{\rho}}} \Rightarrow T = v_p^2 \cdot \rho = 20^2 \cdot 0'5 = \underline{200N}$$

d) ¿Cuál es la velocidad máxima de un punto sobre la cuerda? ¿Y la aceleración máxima?

Tanto la velocidad como la aceleración son máximas cuando ese punto está situado en la amplitud de la onda armónica.

$$v_{max} = \omega \cdot A = 500\pi \cdot 0'0125 = 19'63\ m \cdot s^{-1}$$

$$\boxed{v_{max} = 19'63\ m \cdot s^{-1}}$$

$$a_{max} = \omega^2 \cdot A = (500 \cdot \pi)^2 \cdot 0'0125 = 3'08 \cdot 10^4\ m \cdot s^{-2}$$

$$\boxed{a_{max} = 3'08 \cdot 10^4\ m \cdot s^{-2}}$$

3. Onda sinusoidal que se mueve a lo largo de una cuerda de de $\rho = 20\ g/m$, bajo una $T = 40\ N$, con $A = 5\cdot10^{-3}\ m$ y $f = 80\ Hz$.

a) Escribir una expresión para $y = f(x,t)$

$y(x,t) = A\cdot\sin(kx - \omega t)$

$y = 5\cdot10^{-3}\sin(11'2\,x - 160\pi t)\ m$

b) Velocidad de la onda

$v_p = \sqrt{T/\rho} = 4'47\ m\cdot s^{-1}$

c) $S = 1\ cm^2$, calcula la densidad volumica de masa (ρ_v) $\rightarrow \rho_L = 0'02\ kg/m = \frac{m}{L}$

$\rho_v = \frac{m}{V} = \frac{m}{L\cdot S} = \frac{\rho_L}{S} = \frac{0'02}{10^{-4}} = 200\ kg/m$

* $\omega = 2\pi f = 160\pi$
* $v_{prop} = \sqrt{\frac{Ten}{\rho}} = \sqrt{\frac{40}{0'02}} = 44'7\ m\cdot s^{-1}$
* $T = 1/f = 0'0125\ s$
* $\lambda = T\cdot v_p = 0'56$
* $k = 2\pi/\lambda = 11'24$

FÓRMULAS

- Densidad media de energía $\langle \rho_E \rangle = \frac{1}{2}\cdot\rho_v\cdot\omega^2\cdot y_0^2 = 632\ J/m^3$
- Potencia e intensidad $\longrightarrow P = F\cdot v = 2'82\ W \rightarrow I = P/S = 28200\ W/m^2$

4. Calcular la velocidad del sonido en el aire a una temperatura de 0°C. ¿Cuánto vale la velocidad a 20°C?

*NOTA: Considerar aire un gas ideal diatómico de $\gamma = 1.4$ y $\mu = 29.1\ g/mol$

A 0°

$T = 273\ K$

$\gamma = 1'4$

$\mu = 0'0291\ kg/mol$

$\boxed{R_{cte} = 8'31\ J/mol\cdot K}$

$v = \sqrt{\frac{1'4\cdot 273\cdot 8'31}{0'0291}}$

FÓRMULA

$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{\mu}}$

$v_{0°} = 330'37\ m/s$ a 0°C

A 20°

Solo cambia $T = 293\ K$

$v_{20°} = \sqrt{\frac{1'4\cdot 293\cdot 8'31}{0'0291}} = 342'26\ m/s$ a 20°C

5. A una frecuencia de 400 Hz el umbral de audición es $7'2 \times 10^{-12}$ W/m²

a) ¿Cuánto vale el nivel de intensidad?

FÓRMULA

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{5'18 \cdot 10^{-11}}{7'2 \cdot 10^{-12}} = \underline{8'57 \text{ dB}}$$

b) ¿Cuál es la amplitud (cambio) de presión? P_0

DATOS: $v = 340 \text{ m} \cdot s^{-1}$; $\rho_{aire} = 1'3 \text{ kg} \cdot m^{-3}$; $f = 400$ Hz

FORMULA

$$I = \frac{P_0^2}{2v\rho} \rightarrow P_0 = \sqrt{I \cdot 2 \cdot v \cdot \rho} = \sqrt{7'2 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 340 \cdot 1'3} = \underline{8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}}$$

c. ¿Y la amplitud del desplazamiento? y_0

FÓRMULA

$$\langle p_E \rangle = (1/2) \cdot \rho \omega^2 y_0^2$$

$$P_0 = 2\pi f \cdot \rho \cdot v \cdot y_0 \rightarrow$$

$$y_0 = \frac{P_0}{\underbrace{2\pi f}_{\omega} \cdot \rho \cdot v} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{340 \cdot 1'3 \cdot 2'5 \cdot 10^{3}}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 400 = 2'5 \cdot 10^{3} \text{ rad/s}$$

$$\underline{y_0 = 7'15 \cdot 10^{-11}}$$ de orden atómico y molecular.

6. Cuando un conjunto de fuentes sonoras independientes emiten sonido sus intensidades se suman.

- Un seguidor del Athletic en un grito, $\rightarrow B = 80$ dB

Calcular el nivel de intensidad de 40000 aficionados que hay en San Mamés.

INTENSIDADES SE SUMAN

- Un seguidor $\rightarrow 80 \text{ dB} = I_1$
- 40.000 $\rightarrow ??? = 40000 I_1$

FÓRMULA

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$B = 10 \log \frac{40000 I_1}{I_0} = 10 \left[\log 40000 + \log \frac{I_1}{I_0} \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \underline{B = 126 \text{ dB}}$$

$$* \frac{I}{I_0} = 10^8 \Rightarrow I = 10^8 \cdot I_{0\,MINIMA}$$

$$I_{total} = 40000 \cdot I = 4 \cdot 10^{12} I_0$$

$$B = 10 \log \frac{4 \cdot 10^{12} \cdot \cancel{I_0}}{\cancel{I_0}}$$

7. Una onda electromagnética plana y armónica se propaga a través del vacío con un $\vec{E}(\vec{r},t) = 1942 \cos(\underset{\times}{\underline{10y - 3\times 10^9 t}})\hat{k}$ V/m.

a) ¿En qué dirección se propaga la onda?

$\bar{k}\bar{r} - \omega t = 10y - 3\cdot 10^9 t$

- Se propaga perpendicularmente a $\hat{k}$

$k = 10\hat{j}\ m^{-1} \rightarrow$ en el sentido positivo del eje y

b) Indicar el plano de polarización

- El plano contiene a $\vec{E}$ y $\vec{k}$; $\vec{E} \rightarrow z$, $\hat{k} \rightarrow y \Rightarrow \boxed{OYZ}$

c) Calcular λ y f. ¿Qué tipo de onda es?

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10} = 0'628\ m$$

$$\nu = f = \omega/2\pi = 3\cdot 10^9/2\pi = 4'77\cdot 10^8\ Hz$$

} Onda de radio

d) Calcular el campo magnético $\vec{B}(r,t)$

$\vec{B} = \bar{B}_0 \cos(\vec{k}\bar{r} - \omega t) = \bar{B}_0 \cos(10y - 3\ 10^9 t)$

Como $\vec{B} \perp \vec{E}$ y $\vec{B} \perp \hat{k} \rightarrow \vec{B_0} = B_0\vec{i}$

$|B_0| = |\vec{E_0}|/c = 1942/3\cdot 10^8 = 6'47\cdot 10^{-6}$ T

$$B = 6'47\cdot 10^{-6}\cdot \cos(10y - 3\cdot 10^9 t)\hat{i}\ T$$

e) Calcular la irradiancia

$$I = \frac{\langle|\vec{E}(r,t)|^2\rangle}{\mu_0 c} = \frac{\langle|\vec{E}_0|^2\rangle\langle\cos^2(\dots)\rangle}{\mu_0 c} = \frac{E^2}{2\underset{4\pi\cdot 10^{-7}}{\mu_0} c} = 5000\ W/m^2$$

f) Calcular $\vec{E}$ y $\vec{B}$ si la onda penetra en un dieléctrico

DATOS $\rightarrow \varepsilon = 6'25\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$

$$I = \frac{1}{2}\frac{E_0^2}{\mu_0 c} = \frac{1}{2}\frac{E'^2}{\mu}$$

$$1/2\cdot\frac{E_0^2}{\mu_0 c} = \frac{1}{2}\cdot\frac{E^2}{\mu_0 v}$$

FÓRMULA

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\frac{6'25\cancel{\varepsilon_0}\cancel{\mu_0}}{\cancel{\varepsilon_0}\cancel{\mu_0}}} = 2'5$$

$$E'^2 = v/c\cdot E_0^2 = E_0^2/n$$

$$E' = \frac{1942}{\sqrt{25}} = 1228\ V/m$$

$$B' = |B^2| = \frac{|\vec{E}|}{\underset{=\frac{c}{n}}{v}} = \frac{n\vec{E}}{c} = 1'02\cdot 10^{-5}\ T$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E}' &= 1228\cos(25y - 3\cdot 10^9 t)\hat{k}\ V/m\\ \vec{B} &= 1'02\cdot 10^{-5}\cos(25y - 3\cdot 10^9 t)\hat{i}\ T\end{aligned}}$$

8. a) La irradiancia de la luz solar que incide sobre la parte superior de la atmosfera = $1'4\ KW/m^2$. ¿cuales serán las amplitudes de oscilación de $\vec{B}$ y $\vec{E}$? → suponiendo la luz linealmente polarizada

FÓRMULA

$$I = \frac{E_{0\,max}^2}{2\mu_0 c} \longrightarrow E_{0\,max} = \sqrt{I \cdot 2\mu_0 c} = \sqrt{1'4 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8}$$

$$\boxed{E_{0\,max} = 1027'4\ N/C} \text{ ó } V/m$$

FÓRMULA

$$B_{0\,MAX} = \frac{E_{0\,MAX}}{c} = \frac{1027'4}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{B_{0\,MAX} = 3'4 \cdot 10^{-6}\ T}$$

b. Calcular las amplitudes de oscilación de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ si la irradiancia solar sobre la tierra es $0'75\ kW/m^2$.

$I = 0'75 \cdot 10^3\ W/m^2$

$$E_{0\,MAX} = \sqrt{I\ 2\mu_0 c} = \sqrt{0'75 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^8 \cdot 3}$$

$$\boxed{E_{0\,MAX} = 751'9\ V/m}$$

$$B_{0\,MAX} = \frac{E_{0\,MAX}}{c} = \frac{751'9}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{B_{0\,MAX} = 2'5 \cdot 10^{-6}\ T}$$

*c) Se tiene un sistema de conversión del 30% de rendimiento y se necesita un minimo de 25 kW. ¿que área efectiva deberán tener los paneles solares si son absorventes perfectos?

FORMULA

$$I = \frac{P}{S}\ \frac{W}{m^2} \longrightarrow 0'75\ \frac{W}{m^2} = \frac{25\ kW}{S} \Rightarrow S = \frac{25}{0'75} = \underline{33'33\ m^2}$$

Rendimiento

$$\eta \Rightarrow S_{efectiva} = \frac{S}{0'3} = \boxed{111'1\ m^2 = A}$$

9. Hallar la longitud de onda correspondiente a:

a. Una onda de radio de AM típica con frecuencia = 1000 kHz

$\nu = 10^6$ Hz

FÓRMULA $\boxed{\lambda = \frac{c}{\nu}}$

$$\lambda = \frac{3\cdot 10^8}{10^6} = 3\cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{\lambda = 300\ m}$$

b. Una onda FM típica con 100 MHz

$\nu = 100\cdot 10^6$ Hz

$$\lambda = \frac{3\cdot 10^8}{100\cdot 10^6} \Rightarrow \boxed{\lambda = 3\ m}$$

c. Onda armónica isótropa linealmente polarizada con $P = 50$ kW por AM. Calcular amplitudes de $\vec{B}$ y $\vec{E}$ para:

c.1. Distancia 500m

ISOTROPA → Se propaga igual en todas las direcciones, frente de ondas esférico.

$P = 50\cdot 10^3$ W

Área esfera $= 4\pi r^2$

FÓRMULA

$$\boxed{I = \frac{P}{S}} = \frac{50\cdot 10^3}{4\pi (500)^2} \Rightarrow I = 15'9\cdot 10^{-3}\ \frac{W}{m^2}$$

Dato a cambiar en los otros apartados.

FÓRMULA

$$\boxed{I = \frac{E_{0\,máx}^2}{2\mu_0 c}} \rightarrow E_{0\,MAX} = \sqrt{I\cdot 2\cdot \mu_0\cdot c} =$$

$$= \sqrt{15'9\cdot 10^{-3}\cdot 2\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 3\cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{E_{0\,MAX} = 3'46\ \frac{V}{m}}$$

FÓRMULA

$$\boxed{B_0 = \frac{E_0}{c}} \rightarrow B_{0\,MAX} = \frac{3'46}{3\cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{B_{0\,MAX} = 1'15\cdot 10^{-8}\ T}$$

- Los demás apartados son exactamente igual cambiando el valor de la distancia solamente.

10. Un haz de luz no polarizada de irradiancia I pasa a través de una serie de dos polarizadores lineales, ¿cuál debe ser la orientación relativa de sus ejes si el haz saliente tiene irradiancia de:

NO POLARIZADOS

N. POL	POL	
I $\vec{E}$	I $\uparrow$ $\vec{E}_n$	I_2

$$I_1 = \frac{\langle |\vec{E}(\vec{r},t)|^2 \rangle}{\mu_0 C} \; ; \; \frac{\langle \cos^2(\theta,t) \rangle}{1/2} = I_2$$

$I_0 = I$

- Tras pasar el primer polarizador queda POLARIZADA !!

$$I_2 = \frac{\langle |E_1(\vec{r},t)|^2 \rangle}{\mu_0 C} \cdot \cos^2\theta = I_1 \cos^2\theta = I_1 \cos^2\theta = \frac{I}{2}\cos^2\theta$$

a) $I_2 = I/2 \rightarrow \cancel{I/2} = \cancel{I/2} \cdot \cos^2\theta \rightarrow \cos^2\theta \rightarrow \cos\theta = \pm 1 \Rightarrow \underline{\theta = 0^\circ}$

b) $I_2 = I/4 \rightarrow I/4 = I/2 \cdot \cos^2\theta \rightarrow \cos^2\theta = 1/2 \rightarrow \cos\theta = \sqrt{2}/2 \rightarrow \underline{\theta = 45^\circ}$

11. Las direcciones de los ejes de dos polarizadores lineales forman 45°. Una onda electromagnética cuya dirección = 2º polarizador incide sobre el primero. Si la irradiancia es I_0, ¿cuánto vale la irradiancia I de la onda emergente?

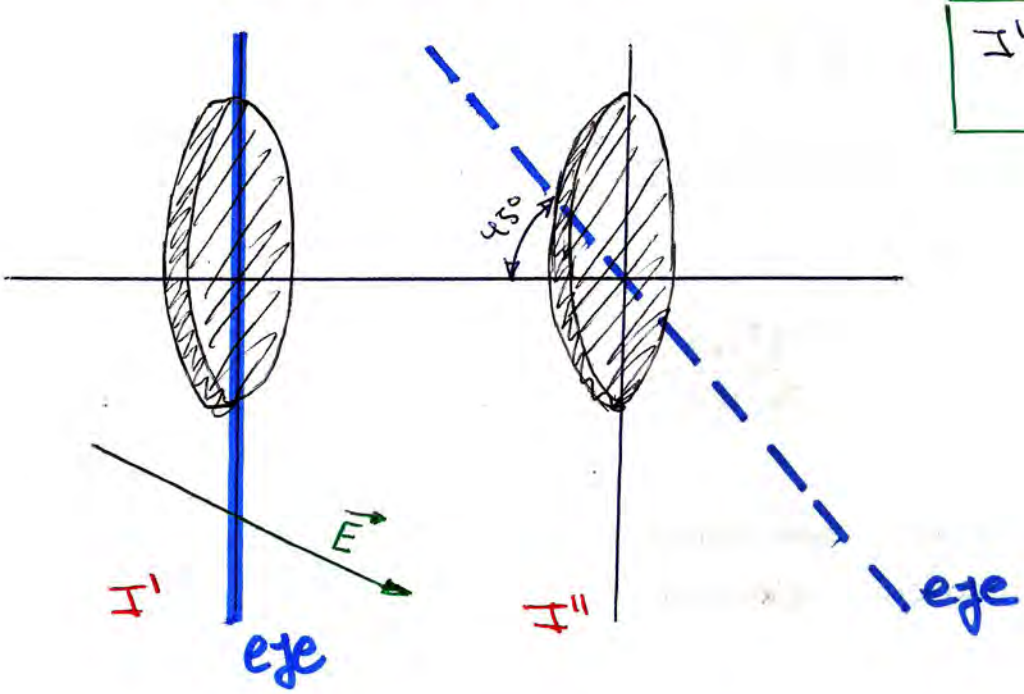
$$I' = I_0 \cdot \cos^2\theta = I_0 \cdot \frac{1}{2}$$

$0''$ campo eléctrico con el eje del polarizador

$$I'' = \frac{I_0}{2} \cdot \cos^2\theta =$$

$$= \frac{I_0}{2} \cdot \cos^2 45 = \frac{I_0}{4}$$

$$\boxed{I'' = \frac{I_0}{4}}$$



12. Se tiene un polarizador lineal que gira con $\omega = cte$ entre un par de polarizadores estáticos similares cuyos ejes $\angle = 90°$. Los planos de los tres polarizadores son // entre sí y $\perp$ a la dirección de propagación de la onda electromagnética que incide sobre ellos. Demostrar $I_{(3)} = \frac{I_o}{8}(1-\cos(4\omega t))$ → I_o ⇒ I de la onda emergente en el (a) pol.

$I_a = I_o$

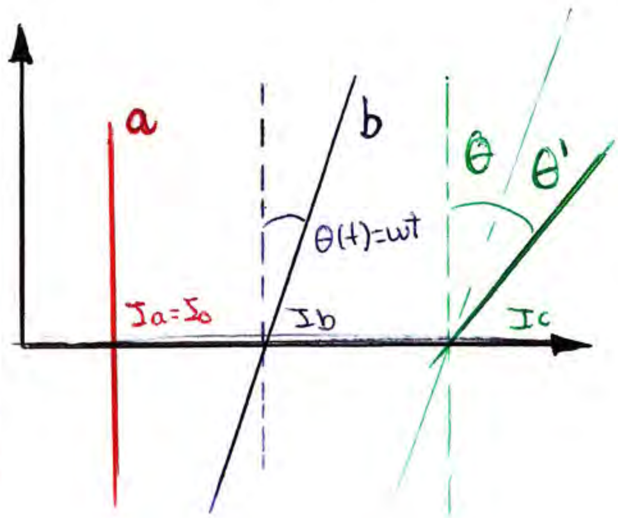
$I_b = I_o \cdot \cos^2\theta = I_o \cdot \cos^2 \omega t$

$I_c = I_b \cdot \cos^2(\pi/2 - \omega t) =$

$= I_o \cos^2 \omega t \cdot \sin^2 \omega t = 2\sin A \cos A =$

$= \sin 2A = I_o \dfrac{\sin^2 2\omega t}{4}$ $\left\{ \begin{array}{l} \cos 2A = 2\cos^2 A - 1 \\ \cos^2 A = 1 - \sin^2 A \end{array} \right.$

$= I_o/4 \cdot \dfrac{1-\cos 4\omega t}{2} \Rightarrow \dfrac{I_o}{8}(1-\cos 4\omega t)$



13. Una cuerda de un violín de 50 cm de longitud y 0'5 g de masa está fija en los dos extremos. Se toca la nota LA (440 Hz).

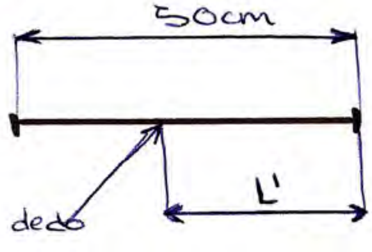
a) ¿Cuál es la tensión que debe aplicarse?

$\rho_e = m/L = 0'5 \cdot 10^{-3} / 0'5 = 10^{-3}$ Kg/m

Modo fundamental
$\lambda = 2L = 1m$ → $v = \lambda/2 = \lambda \nu = 1 \cdot 440 = 440$ m/s

$v = \sqrt{T/\rho_e} \Rightarrow T = \rho_e v^2 = 10^{-3} \cdot 440^2 = 193'6$ N

b) ¿Dónde debe ponerse el dedo para tocar DO (528 Hz)?



$v = \lambda' \nu' = 2L' \cdot 528 = 440$

$L' = 0'42$ m $= 42$ cm

• Colocamos el dedo a 8 cm del extremo de la cuerda.

14. Una cuerda de 3m y $\rho_L = 0'0025$ kg/m está sujeta por ambos extremos. Una de sus frecuencias de resonancia es 252 Hz, la siguiente 336 Hz. Hallar:

FÓRMULA

$\nu_n = 252 = n \cdot \nu_1$

$\nu_{n+1} = 336 = (n+1)\,\nu_1$

a) La frecuencia fundamental

$$\nu_{n+1} - \nu_n = (336-252) = (n+1-n)\,\nu_1 \Rightarrow$$

$$\boxed{\nu_1 = 84\ Hz}$$

modo fundamental

b) La tensión de la cuerda

$\nu_1 = 84\ Hz \quad ; \quad \lambda_1 = 2L = 2 \cdot 3 = 6\ m$

$v = \nu_1 \cdot \lambda_1 = 84 \cdot 6 = 504\ m/s$

$$v = \sqrt{T/\rho} \Rightarrow T = v^2 \cdot \rho = 504^2 \cdot 0'0025 \rightarrow \boxed{T = 635'04\ N}$$

15. Medimos las posiciones de dos franjas consecutivas de máx y min, donde $y(max) = 1'5$ cm, $y(min) = 1'25$ cm. Si la distancia entre rendijas es de 0'02 cm y entre rendijas y pantalla 2m, determina:

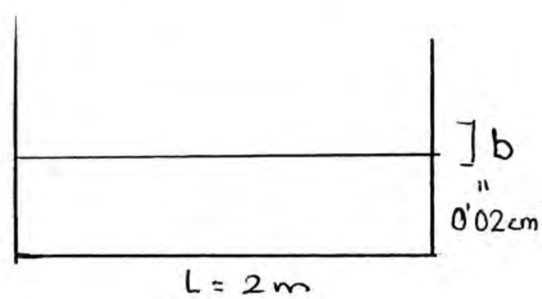
a) Longitud de onda utilizada

$\Delta y = \frac{\lambda L}{b}$ → distancia entre dos máximos consecutivos

$\parallel$

$$y_1(Max) - y_2(max) = (y(max) - y(max)) \cdot 2 = \frac{\lambda L}{b}$$

$$\lambda = \frac{1'5 \cdot 10^{-2} - 1'25 \cdot 10^{-2} \cdot 0'02 \cdot 10^{-2}}{2} = \underline{500\ nm}$$



b) El orden interferencial de cada franja

Para interfaz constructiva

$$y_n = \frac{n \lambda L}{b} \Rightarrow n = \frac{1'5 \cdot 10^{-2} \cdot 0'02 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 2} = 3 \rightarrow \underline{n_{MAX} = 3}$$

$$y_n = L \sin\theta = L \cdot \frac{z}{b} = \left(n + \tfrac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{b}$$

$z = b \sin\theta$ $\qquad$ $z = (n + 1/2)\lambda$ ← destructiva

$$1'25 \cdot 10^{-2} = \frac{5 \cdot 10^{-7} \cdot 2}{0'02 \cdot 10^{-2}} \left(n + \tfrac{1}{2}\right) \rightarrow \underline{n_{MIN} = 2}$$

17. Un haz de luz monocromática de 500 nm incide sobre una red de difracción de 1200 líneas por mm. Encontrar la localización de las tres primeras franjas brillantes.

$\lambda = 500\ nm = 5 \cdot 10^{-7}\ m$

consec.

$1200\ líneas/mm \Rightarrow b = 1\ línea/1200 = 10^{-3}\ m/1200 = 8'3 \cdot 10^{-7}\ m$

$\sin\theta = n\dfrac{\lambda}{b} \rightarrow n=1 \rightarrow \sin\theta_1 = \dfrac{1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{8'3 \cdot 10^{-7}} = 0'6 \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 37^\circ}$

$\rightarrow n=2 \rightarrow \sin\theta_2 = \dfrac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{8'3 \cdot 10^{-7}} = 1'2 \Rightarrow \theta_2 = \nexists$, $\theta_3 = \nexists$] inobservables

18. Una luz blanca que se extiende entre los 390-780 nm incide sobre una red de difracción de 1000 líneas/cm.

a) Encontrar la expresión del espectro de primer orden.

$\lambda = 39 \cdot 10^{-8} - 78 \cdot 10^{-8}\ m$

$1000\ líneas/cm \Rightarrow b = \dfrac{1\ línea}{1000} = 10^{-5}\ m$

ESPECTRO DE PRIMER ORDEN

$\sin\theta = n\dfrac{\lambda}{b} \rightarrow n=1 \rightarrow \sin\theta_1 = \dfrac{1 \cdot 39 \cdot 10^{-8}}{10^{-5}} \rightarrow \boxed{\theta = 2'23^\circ}$

b) Si incidiese ahora sobre una red de 10000 líneas/cm ...

$10000\ \dfrac{líneas}{cm} \Rightarrow b = \dfrac{1\ línea}{10000} = \dfrac{10^{-2}}{10000} = 10^{-6}\ m$ distancia entre rejas pasada a metros.

$\sin\theta = n\dfrac{\lambda}{b} \Rightarrow \sin\theta = 1 \cdot \dfrac{4'74 \cdot 10^{-7}}{10^{-6}} = \boxed{28'31^\circ} = \theta$

c) ¿Longitud de onda máxima en orden dos?

La longitud de onda es máxima cuando el ángulo formado en perpendicular, es decir, $\theta = 90^\circ$

$\sin 90 = 2 \cdot \dfrac{\lambda_{max}}{10^{-6}} \rightarrow \underline{\underline{\lambda = 5 \cdot 10^{-7}\ m = 500\ nm}}$

19. Una fuente de luz de 633 nm incide sobre una rendija larga y estrecha y el patrón se observa sobre una pared a d=1m. La anchura del máximo central es de 10 cm. Calcular la anchura de la rendija.

$\lambda = 633\,nm = 633 \cdot 10^{-9} m$

$\sin\theta = n \cdot \lambda / a$

$tg\,\theta = y/L = \frac{0'1/2}{1} = 0'05$

$\theta \simeq 0'05\,rad = 2'86°$

$\sin 2'86 = 0'05 = n \cdot \lambda/a = 1 \cdot \frac{633 \cdot 10^{-9}}{a}$

$\boxed{a = 1'266 \cdot 10^{-2} m = 12'66\,mm}$

20. Se quiere diseñar una red de difracción que a $\lambda = 500\,nm$, dé el máximo de orden 1 a 45° de la dirección incidente, y que la anchura angular en seno de ese máximo sea $\Delta(\sin\theta) = 0'1\,mrad$. Calcular: nº rendijas / mm y tamaño mínimo de la red.

$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} m$

$\theta = 45°$

$n = 1$

$\Delta(\sin\theta) = 0'1 \cdot 10^{-3}\,rad = 5'73°$

FÓRMULA

$\Delta(\sin\theta) \simeq \frac{\lambda}{Nb}$

$b = \frac{\lambda}{\Delta(\sin\theta) \cdot N} = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 0'1 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-3} m \rightarrow$ distancia entre rendijas

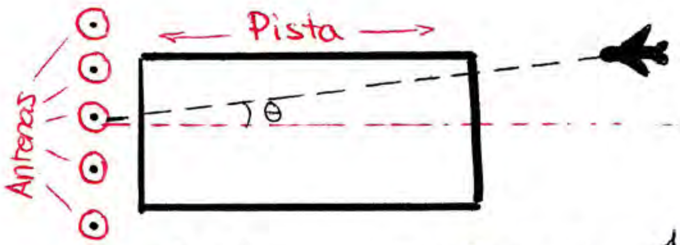
- Ahora calculamos el nº de rendijas mínimas de la red, y dividirlas entre el espacio entre ellas para obtener líneas/mm.

$\sin 45 = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot b} \rightarrow b = 7'07 \cdot 10^{-7} \rightarrow \frac{10^{-3}}{7'07 \cdot 10^{-7}} = 1414$ líneas/mm

* Para $\lambda = 1m$ Mismo procedimiento cambiando el valor de la longitud de onda.

21. Se disponen cinco antenas que emiten ondas esfericas de $f = 30\ MHz$ separadadas 12 m entre sí y cada una emite una señal de $1W$ = Potencia

a) Los ángulos maximos principales de interferencia respecto a la pista de aterrizaje.



$N = 5$

$f = 30 \cdot 10^6 Hz \rightarrow \lambda = c/f = \dfrac{3 \cdot 10^{-8}}{30 \cdot 10^6}$

$\lambda = 10\ m$

- Posición de los máximos

$\sin \theta_n = n \dfrac{\lambda}{b}$

$n=1 \qquad \sin \theta_1 = 1 \cdot \dfrac{10}{12} \rightarrow \theta_1 = \arcsin \dfrac{10}{2} = \underline{\underline{56°}}$

$n=2 \qquad \sin \theta_2 = 2 \cdot \dfrac{10}{12} \rightarrow \theta_2 = \arcsin \dfrac{20}{12} = \nexists$

b) Anchura angular de esos máximos de interferencia

$\Delta(\sin\theta) = \dfrac{\lambda}{Nb} = \dfrac{10}{5 \cdot 12} = 0'17$ (en seno)

c) Si $I = 10^{-8} W/m^2$, calcular d a la que detecta la pista

$I = N^2 I_0 \rightarrow I_0 = I/N^2 = 10^{-8}/25 = 4 \cdot 10^{-10}\ W/m^2$

$I_0 = P_0/S = P_0/4\pi r^2 \rightarrow r = \sqrt{\dfrac{P_0 = 1}{4\pi I_0}} = \underline{\underline{14'05\ m}}$

23. Calcular las frecuencias que percibe el observador:

a) 2s antes del paso del diapasón. DATO: $f_0 = 520\ Hz$

CAIDA LIBRE

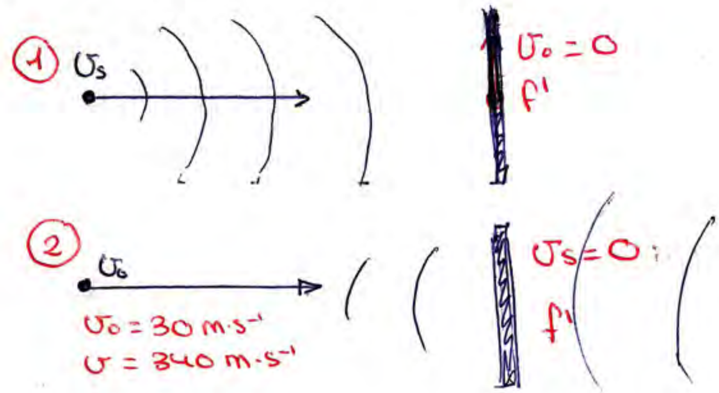
$\Delta x = \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 45 = 10/2 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3s \rightarrow$ tarda en llegar al observador

- Dos segundos antes $\Rightarrow t = 1s$

$v = \cancel{v_0} + gt = 10\ m \cdot s^{-1}$

22. Calcular la frecuencia de ondas reflejadas que oye el policía, si en la reflexión la frecuencia de ondas no se altera.

$f_{sirena} = 1500\,Hz$
$v_{sirena} = v = 30\,m \cdot s^{-1}$ } fuente
$v_{observador} = 0\,m \cdot s^{-1}$ } observador



FÓRMULA EFECTO DOPLER

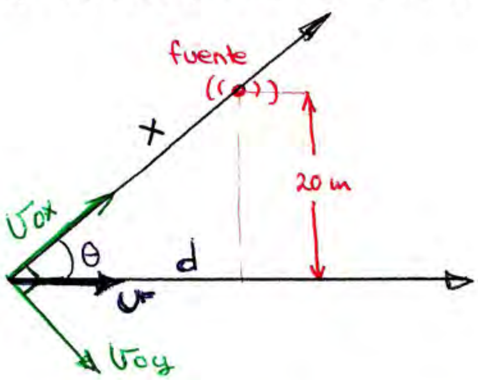
$$\boxed{f' = \frac{v - v_o}{v - v_s} f}$$

$$f' = \frac{340 - 0}{340 - 30} \cdot 1500 = 1645\,Hz$$

frecuencia de la onda cuando llega a la pared!

$$\Rightarrow f'' = \frac{340 + 30}{340 + 0} \cdot 1645 = 1790\,Hz$$

24. Calcular la frecuencia aparente que oye el conductor en función de la distancia de la fuente.



$$v_{ox} = v_o \cos\theta = v_o \cdot d/x = \pm v_o \frac{\sqrt{x^2 - h^2}}{x}$$

$v_{ox} > 0$ acercamiento
$v_{ox} < 0$ alejamiento

$$f' = \left(\frac{v - v_o}{v - v_s}\right) f = \left(\frac{v \pm v_o \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}}{v - v_s}\right) f = \left(\frac{v}{v} + \frac{v_o}{v} \cdot \frac{\sqrt{x^2 - h^2}}{x}\right) f =$$

$$\boxed{f' = 500\left(1 \pm 0'065 \frac{\sqrt{x^2 + 400}}{x}\right) Hz}$$

25. Una estrella emite una luz de $\lambda = 4109'74$ Å. En la tierra las longitudes de onda de la luz provinientes de los bordes opuestos de la estrella son $\underset{\text{aleja } \lambda'}{\underline{4101'77 \text{ Å}}}$ y $\underset{\text{acerca } \lambda}{\underline{4101'71 \text{ Å}}}$

a) ¿Cuáles son las velocidades de alejamiento y aproximación respecto a la tierra de ambos bordes?

FÓRMULA

$$f' = \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \pm v/c}} \cdot f$$

$$f' \downarrow \frac{c}{\lambda'} \qquad f \downarrow \frac{c}{\lambda}$$

$$\rightarrow 4101'77 = 4101'71 \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

$$\left(\frac{4101'77}{4101'74}\right)^2 = \frac{1 + v/c}{1 - v/c}$$

$$1'0009146\,(1 - v/c) = (1 + v/c)$$

$$1'0000146 - 1'000146\, v/c = 1 + v/c$$

$$\boxed{v_{alej} = 7'29 \cdot 10^6\, c = 2189'98 \ \frac{m}{s}}$$

$V_{alej} = V_{aprox}$

b) $R = 7 \cdot 10^8\,m$

Eje de rotación $\perp$ a la linea visual, ω? T?

$$\boxed{\text{FÓRMULA} \quad \omega = \frac{V}{R}} = \frac{2'89'98\ m/s}{7 \cdot 10^8\ m} \Rightarrow \underline{\omega = 3'13 \cdot 10^{-6}}\ rad/s$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3'13 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \underline{\underline{T = 2'008 \cdot 10^6\ s}}$$

* Pasandolo a días

$$2'008 \cdot 10^6\,s \cdot \frac{1\ h}{3600\ s} \cdot \frac{1\ \text{día}}{24\ h} \Rightarrow \underline{\underline{T = 23'24 \text{ días terrestres}}}$$