5. ANALISI DIMENTSIONALA ETA ANTZEKOTASUN DINAMIKOA

1. NOLABAITEKO ESKALAN EGIN BEHARREKO ENTSEGU ESPERIMENTALAK
2. ANTZEKOTASUN DINAMIKOA
3. ANALISI DINAMIKOA ETA ANTZEKOTASUNA.
4. ANTZEKOTASUN ABSOLUTOA MODELO ETA PROTOTIPOAREN ARTEAN.
    1. ANTZEKOTASUN GEOMETRIKOA. ANTZEKOTASUN ZINETMATIKOA ETA DINAMIKOA.
    2. ANTZEKOTASUN ABSOLUTOA ETA ANTZEKOTASUN MURRIZTUA.
5. Π ZENBAKIAK: VASCHY-BUCKINGHAM. T^{MA}
6. FLUIDOEN GAINEAN ERAGITEN DUTEN MOTA DESBERDIRNETAKO INDARRAK.
7. ZENBAKI ADIMENTSIONALAK. ESANAHI FISIKOA.
8. ANTZEKOTASUN MURRIZTUA.
9. DENBORA ERLAZIOAK.

1. NOLABAITEKO ESKALAN EGIN BEHARREKO ENTSEGU ESPERIMETALAK.

J. M. ETA I. H. ARLOKO PROBLEMAK EBAZTEKO IKUSPUNTU EZBERDINAK:

1. I. ANALITIKOA → J.M. EKUAZIOAK (J.E, E.k.PPIOA, H.K.k.PPIOa)
2. I. KONPUTAZIONALA → J.M. EKUAZIOEN EBAZPENERAKO.
3. I. ESPERIMENTALA.

   Sarritan, esperimentazioa, sistema batek baldintza konkretu batzuen pean aurkezten duen portamoldea ezagutzeko dagoen aukera bakarra da:

   prototipo batek (eskala errealekoa) aurkezten duen portamoldea ezagutzeko, modelo baten gainean esperimentatzen da (eskalako modeloa).

   <u>MODELOA ETA PROTOTIPOA ALDERAGARRIAK DIRELA ZIURTATZEKO ANTZEKOTASUNAZ BALIATUKO GARA, HAU, ANALISI DIMENTSIONALEAN OINARRITZEN DELARIK</u>.

2. HOMOGENEOTASUN DIMENTSIONALA.

HOMOGENEOTASUN DIMENTSIONALAREN PPIOA:

“Analitikoki ondorioztaturiko edozein ekuazio bat fenomeno fisiko baten adierazpena bada, hau unitate sistema guztietan bete beharko da. Ondorioz, ekuazio horretan agertzen diren termino guztiak dimentsio berdina izango dute.”

Adib. Bernouilli: $$\frac{p}{\gamma}+\frac{U^2}{2g}+z=Kte\ \ [m]$$

→ Edozein ekuazioa era adimentsionalean adierazi daiteke.

3. ANTZEKOTASUNA ETA ANALISI DIMENTSION.

ANALISI DIMENTSIONALAREN 3 HELBURU NAGUSIAK:

1. Esperimentuen diseinurako, eta hauetatik lortutako emaitzen ulerpenerako, lagungarriak diren parametro adimentsionalen eraketa.
2. Aurresan modelo baten bitartez prototipo batek aurkeztuko lukeen portaera.
3. Aurresan lortutako parametroek aurkezten duten erlazioaren joera.

→ <u>ANALISI DIMENTSIONALAK ANTZEKOTASUNAREN PPIOA BARNERATZEN DU.</u>

4. ANTZEKOTASUN ABSOLUTOA MODELO ETA PROTOTIPOAREN ARTEAN. ANTZEKOTASUN MURRIZTUA

1. ANTZEKOTASUN GEOMETRIKOA:

BALIOKIDETASUNA LUZERAN DA: LUZERARI DAGOKIONEZ, ESKALA BAT MANTENDUKO DA.

$$\frac{L_m}{L_p} = L_r = \lambda, \quad \frac{A_m}{A_p} = A_r = L_r^2 = \lambda^2, \quad \frac{V_m}{V_p} = V_r = L_r^3 = \lambda^3$$

1. HIRU DIMENTSIOTAN (x, y ,z) ERLAZIO GEOMETRIKO ESKALAR BERDINA IZANGO DA: λ

MODELO ETA PROTOTIPOAN FLUXUAREN ANGELUA ETA NORABIDEA BERDINAK DIRA.

2. ANTZEKOTASUN ZINEMATIKOA:

BALIOKIDETASUNA DENBORA ESKALAN DA.

$$\frac{U_{\mathrm{m}}}{U_{\mathrm{p}}} = \frac{L_{\mathrm{m}}/T_m}{L_{\mathrm{p}}/T_p} = \frac{L_{\mathrm{m}}/L_{\mathrm{p}}}{T_{\mathrm{m}}/T_{\mathrm{p}}} = \frac{L_{\mathrm{r}}}{T_{\mathrm{r}}}$$

1. MODELOAREN EDOZEIN PUNTUTAN FLUXUAK AURKEZTEN DUEN “U” ABIADURA, FLUXUAK PROTOTIPOAREN PUNTU HOMOLOGOAN DUEN “U” ABIADURAREKIKO PROPORTSIONALA IZANGO DA: partikula higikor homologoen ibilbideak geometrikoki antzekoak dira.
2. ABIADURA HONEK ERE NORABIDE ERLATIBO BERDINA JARRAITUKO DU.

MODELOAREN KORRONTE LERROAK, PROTOTIPOAN AGERTZEN DIRENEN KOPIA BAT DIRA.

3. ANTZEKOTASUN DINAMIKOA $\leftrightarrow$ AG+AZ

BALIOKIDETASUNA INDARRAN.

$$\frac{\Sigma F_m}{\Sigma F_p} = \frac{M_m a_m}{M_p a_p} = M_r L_r T_r^{-2} = \rho_r L_r^3 L_r T_r^{-2}$$

MODELOAREN FLUXUAN GERTATZEN DIREN INDARRAK PROTOTIPOAREN FUXUAN GERTATZEN DIREN INDARREKIKO FAKTORE KONSTANTE BATEN BITARTEZ ESKALATZEN DIRA.

4. ANTZEKOTASUN ABSOLUTOA $\leftrightarrow$ AG+AZ+AD

1. MODELOA ETA PROTOTIPOA GEOMETRIKOKI ANTZEKOAK DIRA.
2. MODELOA ETA PROTOTIPOA ZINEMATIKOKI ANTZEKOAK DIRA.
3. MODELOA ETA PROTOTIPOA DINAMIKOKI ANTZEKOAK DIRA.
4. LORTZEN DIREN π_i ZENBAKI GUZTIAK BERDINAK IZANGO DIRA MODELOAN ETA PROTOTIPOAN.

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \ldots) \rightarrow \pi_{2m} = \pi_{2p},\ \pi_{3m} = \pi_{3p}, \ldots \rightarrow \pi_{1m} = \pi_{1p}$$

5. Π_i ZENBAKIAK: VASCHY-BUCKINGHAM T^MA^

Aztergai dugun fenomenoa zuzentzen duen ekuazioaren lorpena**.**

n magnitude → (n-m) π_i zenbaki (adimentsionalak)

$F.\ HOMOGENEO\ OSOA \Rightarrow f(A, B, C, ..., N) = 0 = \phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, ..., \pi_{n-m})$

n : Aldagai fisiko zenbaki kopurua : $A, B, C, ..., N.$

m : Oinarrizko magnitude zenbaki kopurua $(M,\ L,\ T$ ó $L, F, T)$.

$\pi_i = A^{\alpha_i} B^{\beta_i} C^{\gamma_i} ... N^{\nu_i}$

1. T^{MA} APLIKATZEKO PROZEDURA

1. “n” ALGAI FISIKOAK ADIERAZI AURKEZTEN DITUZTEN DIMENTSIOEN ARABERA.
2. EZARRI OINARRIZKO “m” MAGNITUDEAK → M, L, T.
3. AUKERATU “n” ALDAGAI FISIKOETATIK OINARRIZKO “m” ALDAGAIAK (ERREPIKATUAK):
    1. OINARRIZKO DIMENTSIO GUZTIAK (OINARRIZKO MAGN.) AGERTU BEHAR DITUZTE:

       J.M → ρ, U, L
    2. GUZTIAK DIMENTSIONALAK IZANGO DIRA.
    3. EZINGO DITUZTE AURKEZTU BERDINAK EDO EXPONENTE BATENGATIK BAKARRIK EZBERDINTZEN DIREN DIMENTSIOAK.
    4. HAUEN ARTEAN EZIN DUTE ZENBAKI ADIMENTSIONALIK ERATU.

       BIDERKADURA EDO BERREKETEN BITARTEZ EZIN DUTE ZENBAKI ADIMENTSIONALIK ERATU.

    BALDINTZA HAU EZIN BADA BETE AGERTZEN DIREN ALDAGAIEKIN:
    1. OINARRIZKO ALDAGAI KOPURUA (A. ERREPIKATUAK) “m-1” IZANGO DA, ETA π_i ZENBAKI ADIMENTSIONALEN KOPURUA “(n-m)+1” .
    2. HORRELA EZ BADA BETETZEN ERE BALDINTZA HAU:

       OINARRIZKO ALDAGAI (A. ERREPIKATUAK) KOPURUA “m-2”→ π_i ZENBAKI ADIMENTSIONALEN KOPURUA “(n-m)+2”.

4. Π_i ZENBAKI adimentsionalak: “n-m”.
5. π_i ZENBAKIAK ANALISI DIMENTSIONALAREN BITARTEZ LORTUKO DIRA.

2. BALIOGARRIAK DIREN ERLAZIOAK:

1. “n” ALDAGAI FISIKOETAKO BAT ADIMENTSIONALA BADA → $\pi_i(\alpha)$
2. 2 ALDAGAI FISIKO DIMENTSIO BERDINAK BADITUZTE (Adib: a eta g) → $\pi_i=(a/g)$.
3. EDOZEIN π_i ZENBAKIA BERE BERREKETA BATEGAITIK ALDATU DAITEKE → $\pi_i= \pi_i^{-1}, \pi_i^{2}, \pi_i^{5}, \pi_i^{1/2}, \ldots$
4. EDOZEIN π_i ZENBAKIA BERA ETA “K” KONSTANTE BATEN BIDERKETA BATEGAITIK ALDATU DAITEKE → $\pi_i= K\,\pi_i$.
5. EDOZEIN π_i ZENBAKIA BESTE π_i ZENBAKIEKIN LORTUTAKO FUNTZIOAREN ARABERA ADIERAZI DAITEKE → $\pi_i= f(\pi_{1,},\pi_2,\ldots)$
6. BI π_i ZENBAKIEN ARTEKO ZATIDURA BESTE π_i ZENBAKI BERRI BAT ERATUKO DUTE ETA ZATIDURA ERATZEN DUTEN EDOZEIN π_i ZENBAKIETAKO BAT ORDEZKATU DEZAKE.

	Magnitud	Símbolo	(a) *F-L-T*	(b) *M-L-T*
(*a*)	Area A en m^2	A	L^2	L^2
(*b*)	Volumen v en m^3	v	L^3	L^3
(*c*)	Velocidad V en m/s	V	LT^{-1}	LT^{-1}
(*d*)	Aceleración a o g en m/s^2	a, g	LT^{-2}	LT^{-2}
(*e*)	Velocidad angular ω en rad/s	ω	T^{-1}	T^{-1}
(*f*)	Fuerza F en kp o N	F	F	MLT^{-2}
(*g*)	Masa M en kp s^2/m o kg	M	FT^2L^{-1}	M
(*h*)	Peso específico γ en kp/m^3 o N/m^3	γ	FL^{-3}	$ML^{-2}T^{-2}$
(*i*)	Densidad ρ en kp s^2/m^4 o kg/m^3	ρ	FT^2L^{-4}	ML^{-3}
(*j*)	Presión p en kp/m^2 o Pa	p	FL^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$
(*k*)	Viscosidad absoluta μ en kp s/m^2 o Ns/m^2	μ	FTL^{-2}	$ML^{-1}T^{-1}$
(*l*)	Viscosidad cinemática ν en m^2/s	ν	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}
(*m*)	Módulo de elasticidad E en kp/m^2 o Pa	E	FL^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$
(*n*)	Potencia P en kpm/s o Nm/s	P	FLT^{-1}	ML^2T^{-3}
(*o*)	Par T en mkp o mN	T	FL	ML^2T^{-2}
(*p*)	Caudal Q en m^3/s	Q	L^3T^{-1}	L^3T^{-1}
(*q*)	Tensión cortante τ en kp/m^2 o Pa	τ	FL^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$
(*r*)	Tensión superficial σ en kp/m o N/m	σ	FL^{-1}	MT^{-2}
(*s*)	Peso W en kp o N	W	F	MLT^{-2}
(*t*)	Caudal en peso W en kp/s o N/s	W	FT^{-1}	MLT^{-3}

6. FLUIDOEN GAINEAN ERAGITEN DUTEN INDAR EZBERDINAK

INERTZIA-INDARRAK	$F_i = ma$
BISKOSITATE-INDARRAK	$F_\mu = \mu A \, {dU}/{dy}$
PRESIO-INDARRAK	$F_p = pA$
INDAR GRABITATORIOAK	$F_g = mg$
GAINAZAL-TENTSIOZKO INDARRAK	$F_\sigma = \sigma l$
INDAR ELASTIKOAK	$F_E = E_v A$

7. Z. ADIMENTSIONALAK. ESANAHI FISIKOA

Z. Adimentsional PPalek aipatutako indarrak inertzi indarrarekiko duten erlazioa agertzen dute.

ZENBAKIA	ESANAHI FISIKOA	APLIKAZIOA	ADIERAZPENA
EULER (Eu)	F inertzia/F presioa (1/Eu)	U handiko isurketa konprimagarrietan (ρ≠Kte) (M>0,2). Zuloetan zeharreko isurketetan. Kabitazioa denean.	$Eu = \frac{P}{\rho U^2}$
REYNOLDS (Re)	F inertzia/F biskositatea (Re)	Barne fluxuetan: hodiak, ponpak, turbinak. Kanpo fluxuetan: Guztiz murgildutako gorputzetan.	$Re = \frac{\rho l U}{\mu}$
FROUDE (Fr)	F inertzia/F grabitatorioa (Fr^2)	Gainazal askea aurkezten duten fluxuetan: - Flotatzen diren higikarietan. - Kanal irekietan, egitura hidraulikoetan (zubiak, eta abar), gorapen hidraulikoetan.	$Fr = \frac{U}{\sqrt{gl}}$
MACH (M)	F inertzia/ F elastikoak (M^2)	Fluxu konprimagarrietan (M>0,2) (Aerodinamikan)	$M = \frac{U}{C}$
WEBER (We)	F inertzia/F gainazal tentsioa (We^2)	- Gas/likido edo likido /likido banaketa gainazaletan, eta gainazal hauek kontaktuan diren ingurunean. - Zulo eta isurbideetan gertatzen diren deskargetan (Q txikietan)	$W = \frac{\rho U^2 l}{\sigma}$

1. J.M. ERABILITAKO ZENBAKI ADIMENTSIONAL PRINTZIPALAK

Froude $Fr = \dfrac{U}{\sqrt{gl}}$

Reynolds $Re = \dfrac{\rho l U}{\mu}$

Euler $Eu = \dfrac{P}{\rho U^2}$

Mach $M = \dfrac{U}{C}$

Egoera ekuazioa $\dfrac{k_m}{k_p} = 1$

2. J.M. INTERESA DUTEN BESTE Z ADIMENTSIONALAK

Número de Weber: $W = \dfrac{\rho U^2 l}{\sigma}$

Número de Strouthal: $S = \dfrac{\varpi l}{U}$

donde:

U:	Velocidad del fluido	C:	Velocidad del sonido
μ:	Viscosidad dinámica del fluido	υ	Viscosidad cinemática del fluido
ρ:	Densidad del fluido	σ:	Tensión superficial (F/L)
g:	Aceleración de gravedad	l:	Longitud característica del cuerpo
P:	Presión	k	relación de calores específico
ϖ	frecuencia de oscilación		

3. BESTE ZENBAKI ADIMENTSIONAL BATZUK

Aplicación a cuerpos inmersos en fluidos, máquinas de fluidos , agitación de fluidos.

En general los grupos adimensionales Re, Fr, M, W y S son parámetros independientes. Sin embargo es posible relacionar las variables físicas de tal manera que se obtienen otros grupos adimensionales que son dependientes, en general de los anteriormente señalados:

Coeficiente de resistencia: $C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho l^2 U^2}$ $\quad C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho A U^2}$

Coeficiente de sustentación: $C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho l^2 U^2}$ $\quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho A U^2}$

Coeficiente de caudal: $C_q = \frac{Q}{ND^3}$

Coeficiente de Potencia $\frac{P}{\rho N^3 D^5} = \text{cte}$

Coeficiente de carga: $\frac{gH}{N^2 D^2}$

F_L Fuerza de sustentación
A Area característica del cuerpo inmerso en el fluido
U Velocidad del fluido relativa al objeto
Q: Caudal volumétrico circulante
N: Número de revoluciones
H: Altura energética (energía por unidad de peso). En una bomba hidráulica es la altura manométrica, y en una turbina, la altura neta
D: Diámetro del rodete, diámetro de pala.
P: Potencia

Grupo adimensional	Fórmula	Significado	Campo de aplicación
Coeficiente de fricción	$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2}$		Todo tipo de flujo con esfuerzo cortante
Coeficiente de fricción o de pérdida de carga	$K = \frac{g\Delta H}{\frac{1}{2}U^2}$		Flujos internos
Coeficiente de Caudal	$C_q = \frac{Q}{ND^3}$		Máquinas rotodinámicas
Coeficiente de Potencia	$N_P = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$		Máquinas rotodinámicas
Coeficiente de resistencia	$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho L^2 U^2}$	Fuerzas de resistencia sobre un objetoa fuerzas de inercia	Flujos externos
Coeficiente de sustentación	$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho L^2 U^2}$	Fuerzas de sustentación sobre un objeto a fuerzas de inercia	Flujos externos

8. ANTZEKOTASUN MURRIZTUA.

Antzekotasuna bakarrik ezarri daiteke fenomenoa agintzen duten π_i zenbakien arabera.

1. Fr/ Re INKONPATIBILITATEA.

$$Fr_m = Fr_p \Rightarrow \left.\frac{U}{\sqrt{gL}}\right|_m = \left.\frac{U}{\sqrt{gL}}\right|_p \Rightarrow \frac{U_m}{U_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$$

$$\mathrm{Re}_m = \mathrm{Re}_p \Rightarrow \left.\frac{\rho UL}{\mu}\right|_m = \left.\frac{\rho UL}{\mu}\right|_p \Rightarrow \frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{\mu_m}{\mu_p}\frac{U_p L_p}{U_m L_m} = \frac{\mu_m}{\mu_p}\left(\frac{L_p}{L_m}\right)^{3/2}$$

$$\frac{\nu_p}{\nu_m} = \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^{3/2}$$

9. DENBORA ERLAZIOAK.

KONTUTAN HARTUTA FLUXUAN DEN INDAR NAGUSIA, EREDUAN ETA MODELOAN PORTAERA JAKIN BAT GERTATZEKO PASATU BEHAR DIREN DENBORA TARTEEN ARTEKO ERLAZIOA:

INERTZIA-INDARRAK

$$F_i = ma = \left[MLT^{-2}\right] \Rightarrow T = \sqrt{L/a} \Rightarrow T_r = \sqrt{L_r/a_r}$$

BISKOSITATE-INDARRAK

$$F_\mu = \mu A \, dU/dy \Rightarrow \mu = \frac{F_\mu dy}{AdU} = \left[\frac{MLT^{-2}L}{L^2LT^{-1}}\right] \Rightarrow T = \frac{M}{\mu L} = \frac{\rho L^3}{\mu L} \Rightarrow T_r = L^2{}_r/\nu_r$$

INDAR GRABITATORIOAK

$$F_g = mg = \left[MLT^{-2}\right] \Rightarrow T = \sqrt{L/g} \Rightarrow T_r = \sqrt{L_r/g_r}$$

INDAR ELASTIKOAK

$$F_E = E_v A = \left[MLT^{-2}\right] \Rightarrow E_v L^2 = \left[MLT^{-2}\right] \Rightarrow T = \sqrt{\frac{\rho L^2}{E}} \Rightarrow T_r = L_r\sqrt{\frac{\rho_r}{E_r}}$$

PRESIO-INDARRAK

$$F_p = pA = \left[MLT^{-2}\right] \Rightarrow pL^2 = \left[MLT^{-2}\right] \Rightarrow T = \sqrt{\frac{\rho L^2}{p}} \Rightarrow T_r = L_r\sqrt{\frac{\rho_r}{p_r}}$$

GAINAZAL-TENTSIOZKO INDARRAK

$$F_\sigma = \sigma l = \left[MLT^{-2}\right] \Rightarrow T = \sqrt{\frac{\rho L^3}{\sigma}} \Rightarrow T_r = \sqrt{\frac{\rho_r L_r{}^3}{\sigma_r}}$$