

4. ENERGIAREN EKUAZIOA

1. ENERGIAREN EKUAZIO OROKORRA.
2. ENERGIA MEKANIKOAREN EKUAZIO OROKORRA. ENERGIA GALERAK.
3. BERNOUILLIREN EKUAZIOA.
4. ENERGIA NEURTZEKO ADIERAZPEN EZBERDINAK.
5. DENBORA UNITATEKO ENERGIAREN TERMINOekin ERLAZIONATURIKO KONTZEPTUAK: POTENTZIA. MAKINA HIDRAULIKOEN ETEKINAK.

1. ENERGIAREN EKUAZIO OROKORRA

1. ENERGIAREN KONTSERBAZIO PPIOA.
 1. ENERGIA TRANSFERENTZIA: Q y W .
 2. SISTEMA BATEN ENERGIA INTRINSEKOA.
 1. E. ZINETIKOA.
 2. E. POTENTZIALA.
 3. BARNE ENERGIA.
 4. E. KIMIKOA.
 5. E. NUCLEARRA.
2. REYNOLDSen GARRAIO T^{MA} ENERGIAREN KONTSERBAZIO PPIOA.
 1. T^{MA} ren APLIKAZIOA.
 2. Q TRANSFERENTZIA MOTA EZBERDINAK.
 3. SISTEMAK KANPOKALDEAREKIN TRUKATZEN DITUEN LAN MEKANIKO MOTA EZBERDINAK.
3. ENERGIAREN EKUAZIO OROKORRA.
 1. ADIERAZPEN OROKORRA.
 2. BATAZ BESTEKO ABIADURA ETA PROPIETATEAK.
 3. ADIERAZPEN PARTIKULARRAK.
 1. ERREG. IRAUNKORRARI DAGOKION ADIERAZPENA.
 2. ERREG. IRAUNKOR UNIFORMEARI DAGOKION ADIERAZPENA.
 4. ENERGIAREN EKUAZIO OROKORRA KORRONTE LERRO BATETAN APLIKATUTA.

1. ENERGIAREN KONTSERBAZIO PPIOA.

ENERGIAREN KONTSERBAZIO PPIOA:

“Energia ez da sortzen, ezta deuseztatzen ere. Energia soilik bihurtu, garraiatu edo bildu daiteke. Ondorioz, sistema batetan gertatzen den energia aldaketa, sistema berak denborarekiko pairatzen duen energia-fluxuaren bitartez kalkulatu da.”

$$\{ \text{Sistemaren energia aldaketa} \} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Sistemak pairatzen duen energia transferentzia} \\ \text{(sistemara sartzen den } Q \text{ beroa edo sistemak egiten duen } W \text{ lana, denbora unitateko)} \end{array} \right\}$$

$$\frac{dE^S}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt}$$

2. REYNOLDSen GARRAIO T^{MA}ren ERABILERA ENERGIAREN KONTSERBAZIO PPIOAren KASURAKO.

1. T^{MA} ren ERABILERA.

$$\frac{dB^S}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho b dV + \oiint_{KG} \rho b \vec{U} d\vec{A}$$

$$b = e = \text{masa unitateko izango den energia espezifikoa} = \hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz$$

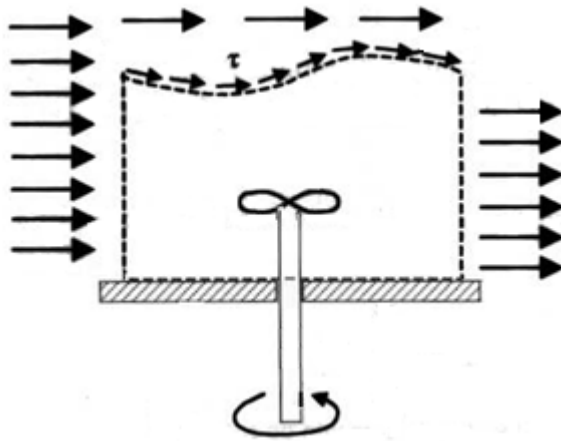
$$\frac{dE^S}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho e dV + \oiint_{KG} \rho e \vec{U}_r d\vec{A}$$

\vec{U}_r = Suposatuta aztergai den KB higitzen eta deformatzen ari dela, partikulek aurkezten duten abiadura erlatiboa KG – rekiko.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) dV + \oiint_{KG} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) \vec{U}_r d\vec{A} \quad [J/s]$$

2. Q TRANSFERENTZIA MOTA EZBERDINAK:

3. SISTEMAK KANPOKALDEAREKIN TRUKATZEN DITUEN LAN MEKANIKO MOTA EZBERDINAK:



$$\dot{Q} - \left(\dot{W}_e + \dot{W}_{b.e.} + \underbrace{\iint_{KG} P \vec{U}_c d\vec{A}}_{\dot{W}_{deformazio}} + \underbrace{\iint_{KG} p \vec{U}_r d\vec{A}}_{\dot{W}_{fluxu}} \right) = \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) dV + \iint_{KG} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) \vec{U}_r d\vec{A}$$

3. ENERGIAREN EKUAZIO OROKORRA.

1. ADIERAZPEN OROKORRA.

$$\dot{Q} - \left(\dot{W}_e + \dot{W}_{b.e.} + \underbrace{\iint_{KG} P \bar{U}_C d\bar{A}}_{\dot{W}_{deformazio}} + \underbrace{\iint_{KG} p \bar{U}_r d\bar{A}}_{\dot{W}_{fluxu}} \right) = \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) dV + \iint_{KG} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) \bar{U}_r d\bar{A}$$

Bilduz:

$$\dot{Q} - \left(\dot{W}_e + \dot{W}_{b.e.} + \underbrace{\iint_{KG} p \bar{U}_C d\bar{A}}_{\dot{W}_{deformazio}} \right) = \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) dV + \iint_{KG} \rho \left(\frac{p}{\rho} + \hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) \bar{U}_r d\bar{A}$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) dV + \iint_{KG} \rho \left(\frac{p}{\rho} + \hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) \bar{U} d\bar{A} \quad [J/s]$$

2. BATAZ BESTEKO ABIADURA ETA PROPIETATEAK

$$\alpha \text{ Coriolis koefizientea} = \frac{A - \text{ri dagokion } E_{\text{zinetiko erreala}}}{A - k \text{ duen } U_m \text{ dagokion } E_{\text{zinetikoa}}} = \frac{\iint_A \frac{1}{2} U^2 dq_m}{\iint_A \frac{1}{2} U_m^2 dq_m} = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{U}{U_m} \right)^3 dA$$

F.LAMINARRA $\Rightarrow \alpha = 2$

F.TURBULENTOA $\Rightarrow \alpha = 1$

3. ADIERAZPEN PARTIKULARRAK

1. ERREG. IRAUNKORRARI DAGOKION ADIERAZPENA

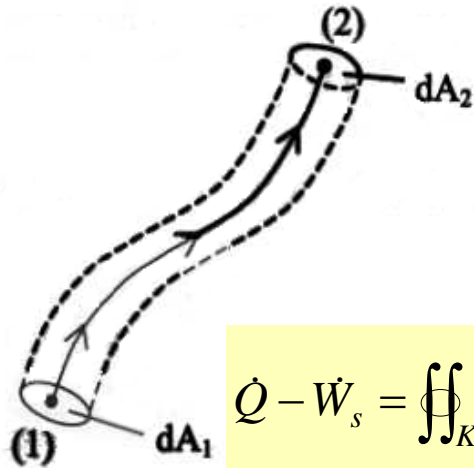
$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \iiint_{KB} \rho \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) dV = 0$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \oiint_{KG} \rho \left(\frac{P}{\rho} + \hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) \vec{U} d\vec{A}$$

2. ERREG. IRAUNKOR UNIFORMEARI DAGOKION ADIERAZPENA.

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \sum_{\text{irteera}} \underbrace{\rho U_m \cdot A}_{m=q_m} \left(\frac{P}{\rho} + \hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) - \sum_{\text{sarrera}} \underbrace{\rho U_m \cdot A}_{m=q_m} \left(\frac{P}{\rho} + \hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right)$$

4. ENERGIAREN EKUAZIO OROKORRA KORRONTE LERRO BATETAN APLIKATUTA.



$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \iint_{KG} \rho \left(\frac{p}{\rho} + \hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) \vec{U} d\vec{A} \quad \left[\frac{J}{s} \right]$$

$$d\dot{Q} - d\dot{W}_s = \rho_2 U_2 dA_2 \left(\frac{p_2}{\rho_2} + \hat{u}_2 + \frac{U_2^2}{2} + gz_2 \right) - \rho_1 U_1 dA_1 \left(\frac{p_1}{\rho_1} + \hat{u}_1 + \frac{U_1^2}{2} + gz_1 \right) \quad \left[\frac{J}{s} \right]$$

$$d\dot{Q} - d\dot{W}_s = dq_{m2} \left(\frac{p_2}{\rho_2} + \hat{u}_2 + \frac{U_2^2}{2} + gz_2 \right) - dq_{m1} \left(\frac{p_1}{\rho_1} + \hat{u}_1 + \frac{U_1^2}{2} + gz_1 \right) \quad \left[\frac{J}{s} \right] [1]$$

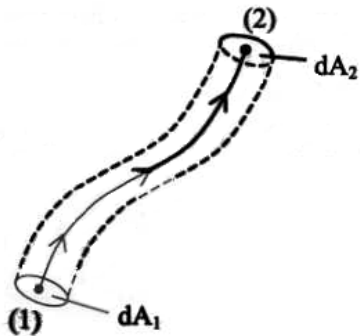
$$\frac{[1]}{dq_m} \Rightarrow \dot{q} - \dot{w}_s = (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) + \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right) + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

2. ENERGI MEKANIKOAREN EKUAZIO OROKORRA

1. ENERGI MEKANIKOAREN EKUAZIO OROKORRAREN ADIERAZPENAREN LORPENA.
2. ENERGIA GALEREN DEFINIZIOA.
3. ADIERAZPENAK.
 1. ENERGI MEKANIKOAREN EKUAZIO OROKORRA.
 2. ENERGI MEKANIKOAREN EKUAZIOA J. KONPRIMAEZINARENTZAT.

1. ENERGI MEKANIKOAREN EKUAZIO OROKORRAREN ADIERAZPENAREN LORPENA.

1. ENERGI MEKANIKOAREN EKUAZIO OROKORRAREN ADIERAZPENAREN LORPENA, KORRONTE LERRO BATI DAGOKION ADIERAZPENATIK ABIATUTA:



$$\dot{q} - w_s = (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) + \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right) + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

2. ENERGIA GALEREN DEFINIZIOA.

“Energia galera, jariakinak lan mekaniko bat egiteko aurkezten duen gaitasun galerari deritzo.

Masa unitateko gertatzen den energi mekanikoaren galerari deritzo.”

$$\dot{q} - \dot{w}_s = (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) + \underbrace{\left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right)}_{\int_1^2 d\left(\frac{p}{\rho}\right) = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \int_1^2 p dv} + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$\dot{q} - \dot{w}_s = (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) + \left(\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \int_1^2 p dv \right) + \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$\underbrace{-\dot{w}_s - \left(\frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} \right) - g(z_2 - z_1) - \int_1^2 \frac{dp}{\rho}}_{\text{GAI MEKANIKOAK}} = \underbrace{(\hat{u}_2 - \hat{u}_1) + \int_1^2 p dv}_{\text{GAI TERMIKOAK}} - \dot{q} = \underbrace{g\Delta h_1^2}_{\text{GALERAK}} \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$-\dot{w}_s + \left(\frac{U_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = g\Delta h_1^2 = \underbrace{\int_1^2 T ds - \dot{q}}_{\text{TERMODINAMIKA 2. PPIOA}} \geq 0 \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$\hat{u}_2 - \hat{u}_1 = C_V (T_2 - T_1); C_V \left[\frac{J}{K kg} \right]; T [K]$$

3. ADIERAZPENAK

1. ENERGIA MEKANIKOAREN EKUAZIO OROKORRA

$$-\dot{w}_s + \left(\frac{U_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = g\Delta h_1^2 \geq 0 \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$
$$g\Delta h_1^2 = (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) + \int_1^2 p dv - \dot{q} \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

2. ENERGIA MEKANIKOAREN EKUAZIOA J. KONPRIMAEZIN BATERAKO

$$-\dot{w}_s + \left(\frac{U_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) - \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) = g\Delta h_1^2 \geq 0 \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$
$$g\Delta h_1^2 = (\hat{u}_2 - \hat{u}_1) - \dot{q} = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

3. BERNOUILLIREN EKUAZIO

1. BERNOUILLIren EKUAZIO OROKORRAREN LORPENA. APLIKAZIO BALDINTZAK.
2. BERNOUILLIren EKUAZIO OROKORRA
3. ADIERAZPENAK.

1. BERNOUILLIren EKUAZIO OROKORRAREN LORPENA. APLIKAZIO BALDINTZAK.

2. BERNOUILLIren EKUAZIO OROKORRA

$$\left(\frac{U_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

1. ADIERAZPENAK.

$$F. \text{ KONPRIMAGARRIA} \Rightarrow \left(\frac{U_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$\frac{U_1^2}{2} + gz_1 - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{U_2^2}{2} + gz_2$$

$$F. \text{ KONPRIMAEZINA} \Rightarrow \frac{U_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{U_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

4. ENERGIA NEURTZEKO ADIERAZPEN EZBERDINAK .

$$J. \text{ KONPRIMAGARRI BATENTZAT} \Rightarrow \left(\frac{U_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$\frac{U_1^2}{2} + gz_1 - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{U_2^2}{2} + gz_2 \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$\frac{U_1^2}{2g} + z_1 - \int_1^2 \frac{dp}{\rho g} = \frac{U_2^2}{2g} + z_2 \quad [m]$$

$$J. \text{ KONPRIMAEZIN BATENTZAT} \Rightarrow \frac{U_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{U_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} = E = KTE \quad \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$\frac{U_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{U_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = H = KTE \quad [m]$$

$$ENERGIA \text{ ADIERAZPENAK} \Rightarrow \begin{cases} \frac{U^2}{2} : \text{Jariakinari dagokion energia zinetikoa, masa unitateko} & \left[\frac{J}{kg} \right] \\ gz : \text{Jariakinari dagokion energia potentziala, masa unitateko} & \left[\frac{J}{kg} \right] \\ \frac{p}{\rho} : \text{Jariakinari dagokion presio energia, masa unitateko} & \left[\frac{J}{kg} \right] \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{ALTUERA BIDEZ ADIERAZITA} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{U^2}{2g} : \text{Altuera zinetikoa} \quad [m] \\
 z : \text{Altuera geodesikoa edo geometrikoa} \quad [m] \\
 \frac{p}{\gamma} : \text{Presio altuera} \quad [m] \\
 \frac{p}{\gamma} + z = \text{Altuera piezometrikoa} \quad [m] \\
 \frac{p}{\gamma} + z + \frac{U^2}{2g} = H_{TOTALA} = \text{"Bernouilli altuera"} \quad [m]
 \end{array} \right. \\
 \\
 \text{PRESIO BIDEZ ADIERAZITA} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l}
 \rho \frac{U^2}{2} : \text{Presio DINAMIKOA} \quad [Pa] \\
 \gamma z : \text{Presio HIDROSTATIKOA} \quad [Pa] \\
 p : \text{Presio ESTATIKOA} \quad [Pa] \\
 P_{TOTALA=GELDIUNEKO} = p + \rho \frac{U^2}{2} + \gamma z \quad [Pa]
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

5. DENBORA UNITATEKO ENERGIAREN TERMINOEKIN ERLAZIONATURIKO KONTZEPTUAK: POTENTZIA ETA MAKINA HIDRAULIKOEN ETEKINA.

1. POTENTZIA: DEFINIZIOA ETA KALKULOAK.

1. POTENTZIA.
2. XAHUTUTAKO POTENTZIA.

2. M. HIDRAULIKOAK: DEFINIZIOA ETA ETEKINA.

1. PONPA.
2. TURBINA.

1. POTENTZIA: DEFINIZIOA ETA KALKULOA.

1. POTENTZIA:

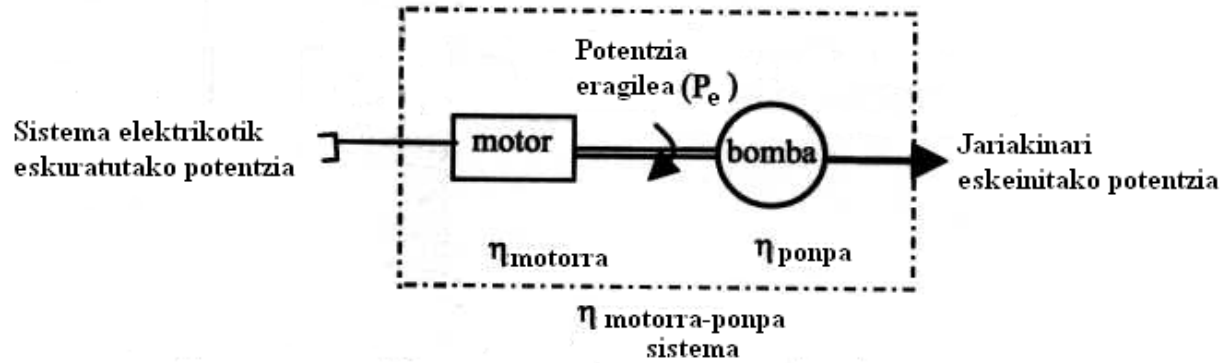
$$P = \dot{W} = \gamma Q H \quad \left[\frac{J}{s} = \frac{Nm}{s} = k \frac{m}{s^2} \frac{m}{s} = k \frac{m^2}{s^3} \right]$$

2. XAHUTUTAKO POTENTZIA:

$$P = \dot{W} = \gamma Q \Delta H_1^2 \quad \left[\frac{J}{s} = \frac{Nm}{s} = k \frac{m}{s^2} \frac{m}{s} = k \frac{m^2}{s^3} \right]$$

2. MAKINA HIDRAULIKOAK: DEFINIZIOA ETA ETEKINA.

1. PONPA:



2. TURBINA:

