

# MATEMATIKA AURRERATUA. 2017-2018

## Hirugarren Mintegirako Ariketak – Aldagai Konplexuko Funtzioak

### 1. ARIKETA

- A) Deduzitu  $\operatorname{arccsc}(z)$ -ren eta  $\operatorname{arccsc}(1/z)$ -ren adierazpen logaritmikoak.
- B) Frogatu  $f(z) = z^3$  funtzioa osoa dela eta  $f'(z) = 3z^2$  dela.
- C) Ebatzi ondoko ekuazioa:  $\operatorname{Sh}(z) = \operatorname{Sh}(\bar{z})$ .

### 2. ARIKETA

- A) Erantzun ezazu, arrazoituz, ea ondoko berdintzak egia ala gezurra diren:

a)  $\operatorname{Arg}\left((\sqrt{3} + i)^i\right) = L|2|$

b)  $\left|e^{z^2}\right| = e^{|z^2|}$

c)  $\operatorname{Log}\left(\frac{-1+i}{i}\right) = \operatorname{Log}(-1+i) - \operatorname{Log}(i)$

d)  $\operatorname{Log}(i^3) = 3\operatorname{Log}(i)$

e)  $1^i = 1$

- B) Lortu  $f(z) = \frac{\operatorname{Log}(1-z^2)}{z \cdot (e^z - 1)}$  funtzioaren puntu singularrak.

### 3. ARIKETA

- A) Deduzitu  $\operatorname{arcsec}(z)$ -ren adierazpen logaritmikoa.

- B) Kalkulatu ondoko funtzioaren singularutasunak:

$$f(z) = \frac{(z^2 + 1)^i \cdot \operatorname{ctg}(z)}{(e^{4iz} - 2 + 2e^{2iz}) \cdot (z^4 - z^3 + z^2 - z)}$$

**Oharra:** Erabili berretura konplexuaren balio nagusia.

#### **4. ARIKETA**

- A) Ondoriozta ezazu  $\sin(z)$  funtzioaren zeroen adierazpena, bi era desberdinetan.
- B) Lor itzazu, arrazoituz, honako funtzio honen puntu singularrak:  $f(z) = \frac{\text{Log}(z^2 + 1)}{(\text{ctg}(z) - 2i) \cdot (z^9 + 2z^5 + z)}$
- C) Froga ezazu ea  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + i \cdot L|2|\right) = -\frac{3}{4}i$  berdintza betetzen den ala ez.

#### **5. ARIKETA**

- A) Kalkulatu  $z^4 - 6z^3 + 18z^2 - 30z + 25 = 0$  ekuazioaren erroak, erro horietako bat  $2 - i$  dela jakinda.
- B) Cauchy-Riemannen ekuazioen bidez, froga itzazu  $f(z) = \sin(z)$  funtzioa osoa dela eta  $f'(z) = \cos(z)$  dela.
- C) Froga ezazu  $\overline{\cos(i \cdot z)} = \cos(i \cdot \bar{z}) \quad \forall z \in \mathbb{C}$  betetzen dela.

#### **6. ARIKETA**

- A) Existitzen al da  $z = 1 + \sqrt{3}i$  zenbaki konplexuaren  $n$ -garren erroen bat, zeinaren logaritmo nagusia erreal den? Egin beharrezko kalkuluak, galdera erantzuteko.
- B) Deduzitu  $\text{Sh}(z)$  funtzioaren era binomikoa.
- C) Lortu eta irudikatu  $f(z) = \frac{\text{Log}[\text{Sh}(z)]}{z^6 + 1}$  funtzioaren puntu singularrak.