## SERIES POTENCIALES

**1.- Dada la serie potencial** $\sum_{n=1}^{\infty} 2n \cdot x^{2n-1}$ **:**

**a) Hallar su campo de convergencia.**

**b) Calcular su suma para** $x = \frac{1}{2}$**.** **Septiembre 2009**

**2.- Hallar la suma de la serie potencial** $\sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{Ch}(n) \cdot x^n$**, indicando su campo de convergencia.**

**<u>Nota</u>: Se recuerda que** $\mathrm{Ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ **Junio 2010**

**3.- Dada la serie potencial** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ **:**

**a) Hallar su campo de convergencia.**

**b) Calcular su suma para los valores en los que es convergente.**

**Septiembre 2010**

---

**4.- Hallar el campo de convergencia y la suma en dicho campo de la serie potencial** $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{4n+2}}{2n+1}$ **Enero 2011**

**5.- Dada la serie potencial** $1 - \frac{2x}{3} + \frac{3x^2}{9} - \frac{4x^3}{27} + \ldots$**, indicar para cuáles de los siguientes valores de *x* existe suma finita, y calcularla para esos casos:**

$x = e\,,\quad x = \pi\,,\quad x = -1\,,\quad x = 3$ **Julio 2012**

**6.- Dada la serie de potencias** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n}$

**a) Hallar su campo de convergencia**

**b) Calcular su suma donde sea convergente.** **Julio 2013**

**7.- a) Calcular la suma de la serie de potencias** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(-1)^n x^n}{e^n}$ **indicando dónde es válida.**

**b) Teniendo en cuenta el apartado anterior, obtener el valor de** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{2^n e^n}$ **y de** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)3^n}{e^n}$**.** **Enero 2014**

**8.- Hallar el campo de convergencia de la serie potencial** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{3n}}{3n}$ **y calcular su suma.** **Junio 2015**

## SERIES POTENCIALES: Soluciones

**1.- a)** $\sum_{n=1}^{\infty} 2n \cdot x^{2n-1} = \dfrac{2x}{(1-x^2)^2} \quad \forall x \in (-1,1)$ **:**

**b)** $\dfrac{1}{2} \in (-1,1) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} 2n \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2n-1} = \dfrac{2\left(\dfrac{1}{2}\right)}{(1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2)^2} = \dfrac{16}{9}$ **.**

**2.-** $\sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{Ch}(n) \cdot x^n$ **=** $\dfrac{(e^2-1) \cdot x}{2(1-ex)(e-x)} \qquad \forall x \in \left(-\dfrac{1}{e}, \dfrac{1}{e}\right)$**.**

**3.-** a) campo de convergencia [-2,2).

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n \cdot 2^n} = L(2) - L(2-x) \quad \forall x \in [-2,2)$

---

**4.-** Campo de convergencia [-1,1] y la suma

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{4n+2}}{2n+1} = \arctan(x^2) \qquad \forall x \in [-1,1].$$

**5.-** $S(x) = 1 - \dfrac{2x}{3} + \dfrac{3x^2}{9} - \dfrac{4x^3}{27} + \ldots \Rightarrow S(e) = \dfrac{9}{(3+e)^2}$**,** $S(-1) = \dfrac{9}{(3-1)^2}$ **.**

$\left.\begin{matrix}\pi \\ 3\end{matrix}\right\} \notin \textit{campo convergencia}$ **.**

**6.-** a) Campo de convergencia $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$.

b) $h(x) = -L(1-2x) = \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n x^n}{n} \quad \forall x \in \left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$.

**7**.- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)(-1)^n x^n}{e^n} = \dfrac{-x(2e+x)}{(e+x)^2} = H(x) \quad \forall x \in (-e,e)$ .

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n (n+1)}{2^n e^n} = H\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{-\dfrac{1}{2}(2e+\dfrac{1}{2})}{(e+\dfrac{1}{2})^2}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)3^n}{e^n}$ serie divergente de términos no negativos..

**8.-** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot\frac{x^{3n}}{3n}=\frac{1}{3}L(1+x^3) \quad \forall x\in(-1,1].$