2014.11.07

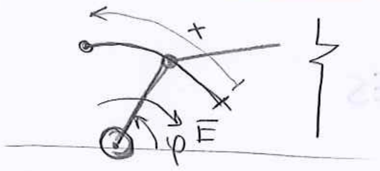
4. SÍNTESIS DIMENSIONAL DE MECANISMOS PLANOS.

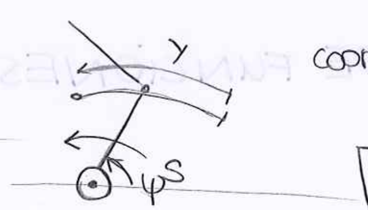
(Tema 1: diseño de un mecanismo)

P.33. Ciclo de diseño de un mecanismo.

4.1.1. TIPOS DE SÍNTESIS DIMENSIONAL. (P.226)

1- Generación de función





coordinación entre entrada y salida (E, S)

$\boxed{\psi = \psi(\varphi)}$ coord. angular.

$\boxed{y = f(x)}$ coord. desplazamientos.

$\Delta X = X_{n+1} - X_0$

Queremos que se verifique la función entre E: X_0 ———— X_{n+1}

S: Y_0 ———— Y_{n+1}

ΔY

$Y_g = f_g(x)$

$\parallel$

Y La función generada (Y_g) y la deseada (y) (prescrita) han de coincidir en ciertos puntos que se llaman puntos de precisión ($P_1, P_2 \dots$) {ver gráfica 4.1} (Es muy difícil que sean exactamente la misma función)

$\boxed{E = Y_g - Y}$

2- Generación de trayectorias. (P.228)

Buscamos que el elemento flotante (un determinado punto) genere cierta trayectoria.

Es muy difícil general exactamente una trayectoria

Generamos una que coincide en ciertos puntos de precisión "síntesis de generación de trayectoria con restricción del elemento de entrada". Para P_1, la entrada ha de tener un valor; para P_2 ha de tener otro valor...

3- Guiado de sólido rígido.

Buscamos que un elemento flotante de un mecanismo se sitúe según una secuencia de posiciones determinada (posiciones discretas)
Posiciones de precisión.

4.2. SÍNTESIS DE GENERACIÓN DE FUNCIONES.

(Volvemos a p.227).

Podemos trabajar con x e y, pero es más fácil con φ y ψ.

$\boxed{x, y}$ → $\Delta x = x_{n+1} - x_0$ → n puntos de precisión $(x_1, x_2 \dots x_n)$
x_{n+1} y x_0 establecen el rango.
→ $\Delta y = y_{n+1} - y_0$ → (idem).

↓ ↓

$\boxed{\varphi, \psi}$
$\varphi_{n+1} = \varphi_0 + \Delta\varphi$
$\psi_{n+1} = \psi_0 + \Delta\psi$

arco = radio x ang (rad)
→ relación →

$$\frac{x_j - x_0}{\Delta x} = \frac{\overset{?}{\varphi_j} - \varphi_0}{\Delta\varphi} \Rightarrow \varphi_j = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}(x_j - x_0) + \varphi_0$$

$\Delta\varphi$ ↓ $\varphi_{n+1} - \varphi_0$

$$\frac{y_j - y_0}{\Delta y} = \frac{\psi_j - \psi_0}{\Delta\psi}$$

/Var. lineales o angulares/

ANGULARES: parámetros $\begin{cases} \varphi_{n+1},\ \varphi_0 \ / \ \varphi_0,\ \Delta\varphi \\ \psi_{n+1},\ \psi_0 \ / \ \psi_0,\ \Delta\psi \end{cases}$

2014.11.07

$\boxed{1\,gdl}$

MECANISMO. $a_1, a_2 \dots a_n$ → generación función (φ, ψ)

$f(a_1, \dots, a_n, \varphi, \psi) = 0$

Ecuac. de lazo del mecanismo (No como antes, φ y ψ dato: $a_1, a_2 \dots a_n$: incógnitas)

DATO: $\psi_d = \psi_i(\varphi)$

Tabla p. precisión

φ	ψ
φ_1	ψ_1
φ_2	ψ_2
$\vdots$	$\vdots$

¿Cuántos ptos de precisión? n → para que sea determinado. o menos puntos.

$$\left.\begin{array}{ll} P1. & f(a_1, \dots, a_n, \varphi_1, \psi_1) = 0 \\ P_2. & f(a_1, \dots, a_n, \varphi_2, \psi_2) = 0 \\ \vdots & \\ P_n & f(a_1, \dots, a_n, \varphi_n, \psi_n) = 0 \end{array}\right\}$$

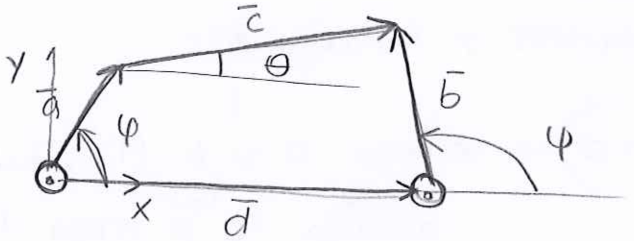
sistema ecuaciones:

si pongo menos ptos: menos ecuaciones que incógnitas

si pongo n ptos: tantas ec. como incógn.

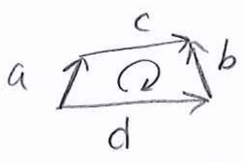
si pongo más ptos: han de ser ecuaciones comp: no tiene interés.

Vamos a verlo con un cuadrilátero articulado: (P. 230, fig 4.5)



$f(a, b, c, d, \varphi, \psi) = 0$

Lazos



$$\begin{cases} x) & a\cos\varphi + c\cos\theta = d + b\cos\psi \\ y) & a\,\mathrm{sen}\,\varphi + c\,\mathrm{sen}\,\theta = b\,\mathrm{sen}\,\psi \end{cases}$$

busco eliminar θ:

$(c\cdot\cos\theta = d + b\cos\psi - a\cos\varphi)^2$

$(c\,\mathrm{sen}\,\theta = b\,\mathrm{sen}\,\psi - a\,\mathrm{sen}\,\varphi)^2$

(*)

(*) $c^2 = d^2 + b^2\cos^2\psi \ldots\ldots \Rightarrow c^2 = d^2+b^2+a^2-2ab\cos(\psi-\varphi)-2ad\cdot\cos\varphi+2db\cdot\cos\psi$

ya la tenemos.

$$\boxed{f(a,b,c,d,\varphi,\psi)=0}$$

(Es una ecuación no lineal)

$$f(\underbrace{a,b,c,d}, \varphi,\psi)=0$$

4 variables $\longrightarrow$ 4 ptos. precisión — NO LINEAL.

3 variables $\longrightarrow$ 3 ptos. precisión — LINEAL ✓

buscamos convertir $a,b,c,d \rightarrow k_1, k_2, k_3$

$$\frac{2ab(\cos\psi-\varphi)}{2ab} = \underbrace{\frac{d^2+b^2+a^2-c^2}{2ab}}_{k_1} - \underbrace{\frac{2ad}{2ab}}_{k_2}\cos\varphi + \underbrace{\frac{2db}{2ab}}_{k_3}\cdot\cos\psi$$

$k_1, k_2, k_3 \rightarrow$ 3 ptos. de precisión (φ_1,ψ_1) (φ_2,ψ_2) (φ_3,ψ_3)

↳ 3 ecuaciones y 3 incógnitas $\Rightarrow$ resolvemos

$$\boxed{k_1, k_2, k_3}$$

$k_1 = \dfrac{d}{a}$ (1)

$k_2 = \dfrac{d}{b}$ (2)

$k_3 = \dfrac{d^2+b^2+a^2-c^2}{2ab}$ (3)

a, b, c, d

3 ecuaciones y 4 incógnitas.

⇓

fijo d $\Rightarrow$ obtengo a y b. (1) y (2)

⇓ (3)

obtengo c $\Rightarrow$ tengo 1 soluc.

{según qué relación nos den, (θ,φ) (θ,ψ) (φ,ψ) eliminamos la vble. angular que convenga}

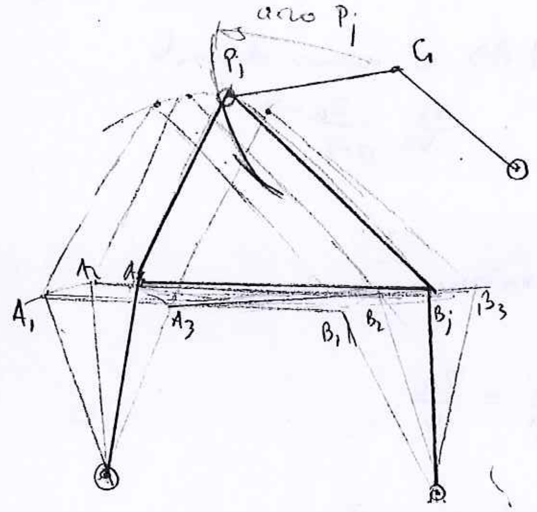
{Si nos sale que alguna de las longitudes es negativo querrá decir que el vector lo hemos planteado en sentido contrario $(+\pi)$}

TEMA 3

10 3.2.1.

3.2.2

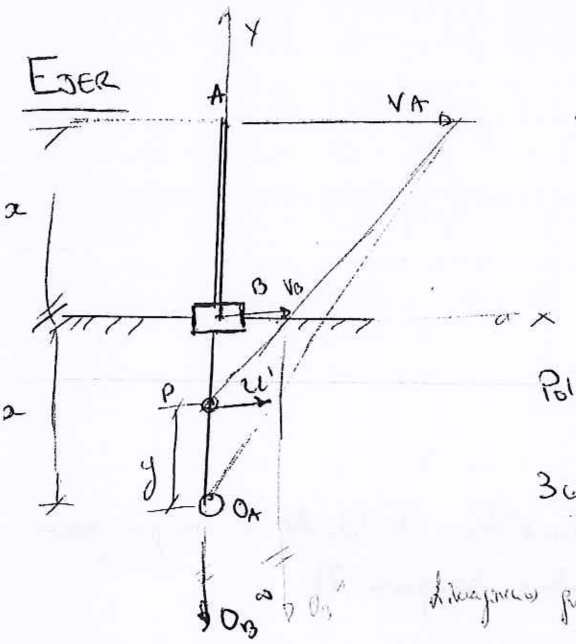
MÉTODO INTERPOLACIÓN



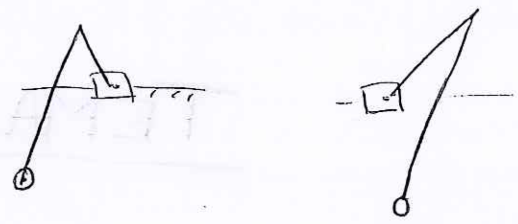
Movemos el cuadrilátero articulado de modo que genere la trayectoria del punto P_j.

- Débilmente acoplados: puede realizarse una parte y otra separadas
- Fuertemente acoplados: todo de golpe

EJER



posibles movimientos



$Polo_{AB} \to$ eje Y

3 condiciones

Dibujamos que el polo está en P

*1) AB ∈ mismo elemento

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{2a-Y}{a-Y}$$

2) Hartmann pto A

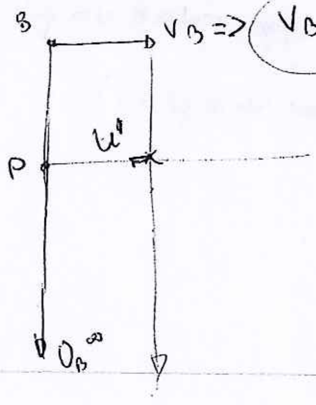
$$\frac{V_A}{u'} = \frac{2a}{Y}$$

$$\frac{2a-Y}{a-Y} = \frac{2a}{Y}$$

$\Downarrow$

y { • $0,586\,a$ (la sol representada) ; • $3,414\,a$

3) Hartmann a B



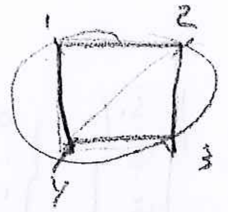
$V_B \Rightarrow V_B = u'$

Pg 171

$P_e = \vec{F}_e \cdot \vec{v}_e = F_e v_e \cos\alpha_e = F_e \omega_e \underbrace{d_e \cos\alpha}_{r_e} = F_e \omega_e \cdot r_e$ $\qquad V_M = \frac{F_s}{F_e} = \frac{\omega_e}{\omega_s} \cdot \frac{r_e}{r_s}$

$P_s = F_s \omega_s \cdot r_s$

{buscamos P_{24} porque la velocidad de este punto es la misma como perteneciente a 2 que como perteneciente a 4}

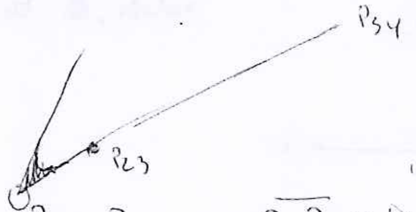


$V_{P_{24}}^{(2)} = V_{P_{24}}^{(4)}$

$\frac{\omega_e}{\omega_s} = \frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{\overline{P_{14}P_{24}}}{\overline{P_{12}P_{24}}} \rightarrow \omega_2 \overline{P_{12}P_{24}} = \omega_4 \overline{P_{14}P_{24}}$

$P_{24} \begin{cases} P_{21}\ P_{41} \\ P_{23}\ P_{43} \\ \cancel{P_{25}\ P_{45}} \end{cases}$

{Cuando la barra gira hasta alinearse 2 con 3, P_{24} coincide con P_{12} → PUNTO MUERTO}



$P_{12} \equiv P_{24} \Rightarrow \overline{P_{12}P_{24}} = 0$

* Pag 206

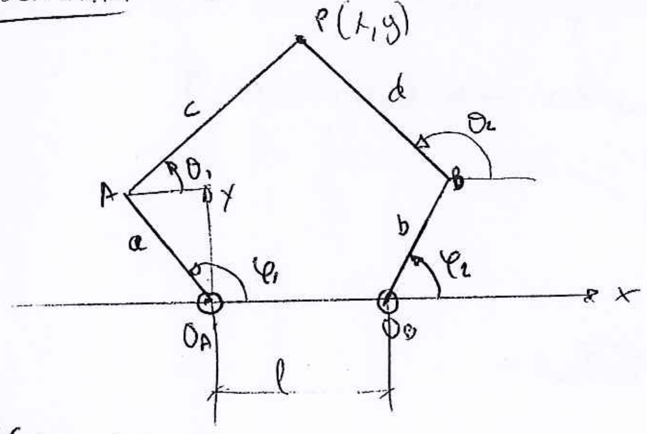
$$\frac{\partial f_1}{\partial s_i} \cdot \dot{s}_1 + \dots \frac{\partial f_i}{\partial s} \quad ||$$

ff ord gdg $\left\{ \begin{array}{l} F \text{ gdl} \rightarrow \varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_F \text{ (datos)} \\ n \text{ var. secund} \rightarrow s_1, s_2 \dots s_n \left\{ \begin{array}{l} \text{V Pasivas } (n-F) \\ \text{v. salida } (F) \end{array} \right\} \text{incognitas} \end{array} \right.$

$$\underset{n\times n}{[J]} \begin{Bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \vdots \\ \dot{\varphi}_F \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \; ; \; \underset{n\times n}{[J_s]} \underset{n}{\{\dot{s}\}} = -\underset{n\times F}{[J_e]}\{\dot{\varphi}\} \text{ no es vector}$$

$$G = \underbrace{n+F} - \text{rang}[J] = F+1$$

EJER EXAM



entradas: φ_1, φ_2 datos: a, b, c, d, l

salida: θ_1, θ_2

1°) Ecuac de posic

$$l + b\cos\varphi_2 + d\cos\theta_2 - c\cos\theta_1 - a\cos\varphi_1 = 0$$

$$b\,\text{sen}\,\varphi_2 + d\,\text{sen}\,\theta_2 - c\,\text{sen}\,\theta_1 - a\,\text{sen}\,\varphi_1 = 0$$

2°) Ecuac. veloc.

J, J_s, J_e

$$-b\,\text{sen}\,\varphi_2\,\dot{\varphi}_2 - d\,\text{sen}\,\theta_2\,\dot{\theta}_2 + c\,\text{sen}\,\theta_1\,\dot{\theta}_1 + a\,\text{sen}\,\varphi_1\,\dot{\varphi}_1 = 0$$

$$b\cos\varphi_2\,\dot{\varphi}_2 + d\cos\theta_2\,\dot{\theta}_2 - c\cos\theta_1\,\dot{\theta}_1 - a\cos\varphi_1\,\dot{\varphi}_1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} c\,\text{sen}\,\theta_1 & -d\,\text{sen}\,\theta_2 & a\,\text{sen}\,\varphi_1 & -b\,\text{sen}\,\varphi_2 \\ -c\cos\theta_1 & d\cos\theta_2 & -a\cos\varphi_1 & b\cos\varphi_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} c\,\text{sen}\,\theta_1 & -d\,\text{sen}\,\theta_2 \\ -c\cos\theta_1 & d\cos\theta_2 \end{bmatrix}}_{J_s} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} = -\underbrace{\begin{bmatrix} a\,\text{sen}\,\varphi_1 & -b\,\text{sen}\,\varphi_2 \\ -a\cos\varphi_1 & b\cos\varphi_2 \end{bmatrix}}_{J_E} \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{Bmatrix}$$

$\varphi_1=\pi$; $\varphi_2=0$ / $\theta_1=0$; $\theta_2=\pi$

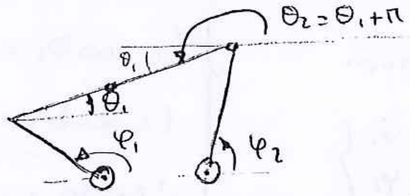
$$[J]\begin{Bmatrix}\dot{s}\\ \dot{\varphi}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ -c & -d & a & b\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\varphi}_1\\ \dot{\varphi}_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix}$$

$G=$ Nº coord lagrang $-$ nº ec indep $=4-1=3$ (en esa pos) } posición indeterminación

$\quad\quad\quad\quad\quad$ ‖

$\quad\quad\quad\quad$ Rango $[J]$



$\boxed{\theta_2=\theta_1+\pi}$

} aparece J_s y no J_ϵ

$|J_s|=cd\,(\operatorname{sen}\theta_1\cdot\cos(\theta_1+\pi)-\operatorname{sen}(\theta_1+\pi)\cos\theta_1)=$

$\cos(\theta_1+\pi)=\cos\theta_1\cos\pi-\operatorname{sen}\theta_1\operatorname{sen}\pi=-\cos\theta_1$

$\operatorname{sen}(\theta_1+\pi)=\operatorname{sen}\theta_1\cos\pi+\cos\theta_1\operatorname{sen}\pi=-\operatorname{sen}\theta_1$

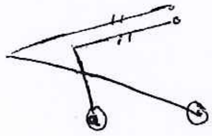
$=cd\,(\operatorname{sen}\theta_1\cos\theta_1-\operatorname{sen}\theta_1\cos\theta_1)=0$ } siempre

Sing probl directo } en este caso he perdido un gdl. φ_1 y φ_2 han de estar coordinadas para salir de dicha posición }

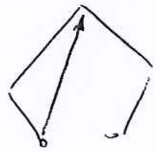
$|J_s|=0$; $\quad \underbrace{cd\operatorname{sen}(\theta_1-\theta_2)=0}_{}$ → forma genérica de J_s

$\theta_1-\theta_2=0,\pi,-\pi$

estas son las condiciones para las singularidades



entr: φ_1,φ_2



Coord. secundarias $\left\{\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\theta_1\\ \theta_2\end{array}\right\}\text{ pasivas}\\[1em] \left.\begin{array}{l}x\\ y\end{array}\right\}\text{ salida}\end{array}\right\}$ incógnitas

2 lazos $\left\{\begin{array}{l}\vec{a}+\vec{c}=\vec{OP}\\ \vec{l}+\vec{b}+\vec{d}=\vec{OP}\end{array}\right\}$ →

$$\left.\begin{array}{l}a\cos\varphi_1+c\cos\theta_1=x\\ a\operatorname{sen}\varphi_1+c\operatorname{sen}\theta_1=y\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}l+b\cos\varphi_2+d\cos\theta_2=x\\ b\operatorname{sen}\varphi_2+d\operatorname{sen}\theta_2=y\end{array}\right\}$$

} derivando →

$$[J]\cdot\begin{Bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\varphi}_1\\ \dot{\varphi}_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\\0\end{Bmatrix}\qquad [J_s]\begin{Bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\end{Bmatrix}=-[J_\epsilon]\cdot\begin{Bmatrix}\dot{\varphi}_1\\ \dot{\varphi}_2\end{Bmatrix}$$

Eliminar las variables pasivas

$$[J_S]\cdot\left\{\begin{matrix}\dot{x}\\ \dot{y}\end{matrix}\right\} = -[J_\Sigma]\left\{\begin{matrix}\dot{\varphi}_1\\ \dot{\varphi}_2\end{matrix}\right\}$$

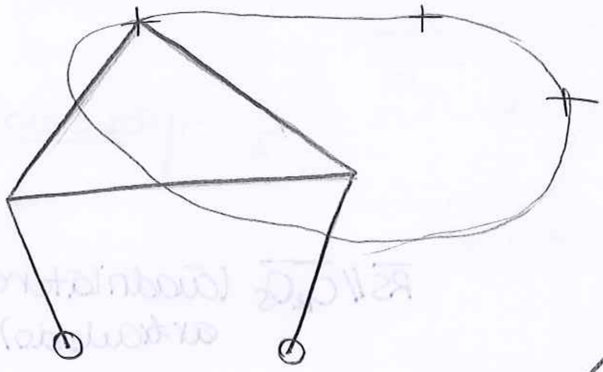
$$\begin{cases} (c\cdot\cos\theta_1 = x - a\cos\varphi_1)^2 \\ (c\,\mathrm{sen}\,\theta_1 = y - a\,\mathrm{sen}\,\varphi_1)^2 \end{cases}$$

{elimina θ_1 y luego tiene que eliminar θ_2}

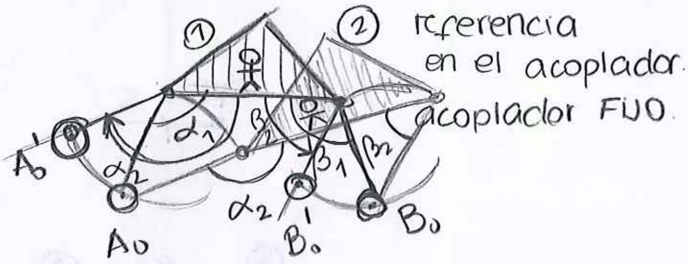
$$c^2(\mathrm{sen}^2\theta_1 + \cos^2\theta_1) = x^2 + a^2\cos^2\varphi_1 - 2ax\cos\varphi_1 + y^2 + a^2\,\mathrm{sen}^2\varphi_1 - 2ay\,\mathrm{sen}\,\varphi_1$$

$$\boxed{c^2 = x^2 + a^2 + y^2 - 2ax\cos\varphi_1 - 2ay\,\mathrm{sen}\,\varphi_1}$$

4.3.4. Métodos gráficos de síntesis.



INVERSIÓN:



(A_0, B_0): pos 1

(A_0', B_0') pos 2 siendo acopl. fijo)

Figura 4.27

Hay que hallar A_0, A_0' y A_0'' para obtener A_1.

Ejemplo pag. 256.

4.3.6. Cuadriláteros cognados.

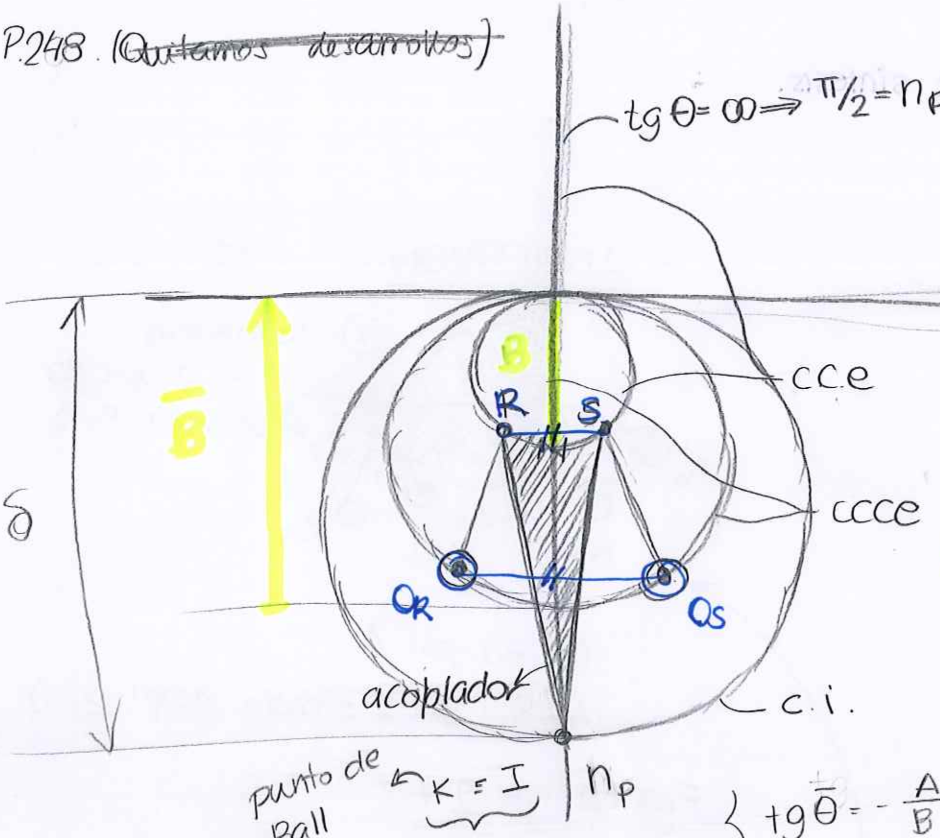
(Mirar en libro).

Figura 4.34

$\omega_2 = \omega_4 = \omega_6$ $\qquad$ $\omega_5 = \omega_{10} = \omega_3$

$\alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_6$ $\qquad$ $\alpha_5 = \alpha_{10} = \alpha_3$

P.248. (~~Quitamos desarrollos~~) 2014.11.18



$\boxed{\frac{1}{A} = 0}$ Pos cicloidal

$\overline{RS} \,//\, \overline{O_R O_S}$ (cuadrilátero articulado).

$\underbrace{K \equiv I}_{\text{porque es (la pos. cicloidal}}$

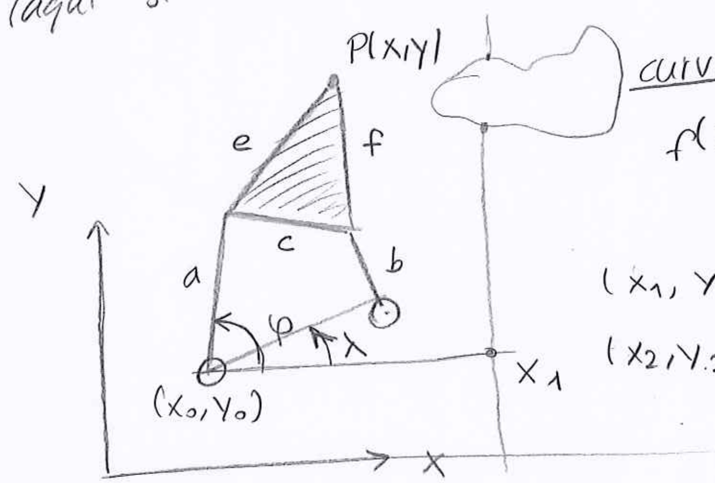
$\left\{ tg\,\overline{\theta} = -\frac{A}{B} \simeq \infty \quad \theta = \pi/2 \right\}$

$\overline{B}, B, \delta$

$$\boxed{\frac{1}{\overline{B}} = \frac{1}{B} - \frac{1}{\delta}}$$

δ → diámetro de la c.i

~~4.3.2~~
(aquí sin desarrollos).



curva del acoplador:

$$f(x, y, \varphi, \underbrace{x_0, y_0, \lambda, a, b, c, d, e, f}_{\text{(hasta 9 parámetros)}}) = 0$$

$(x_1, y_1) \longrightarrow f(x, y \dots) = 0$ (1ª ecuación)

$(x_2, y_2) \longrightarrow f(x, y \dots) = 0$ (2ª ecuación).

9 incógnitas ⇒ 5 puntos: 5 ecuaciones. (Tengo que elegir parámetros incógnita).

(4.33. NO ENTRA)

2014.11.18

4.4. Síntesis de guiado de sólido rígido.

vamos a obtener mecanismos que tienen $w=0$ permanentemente