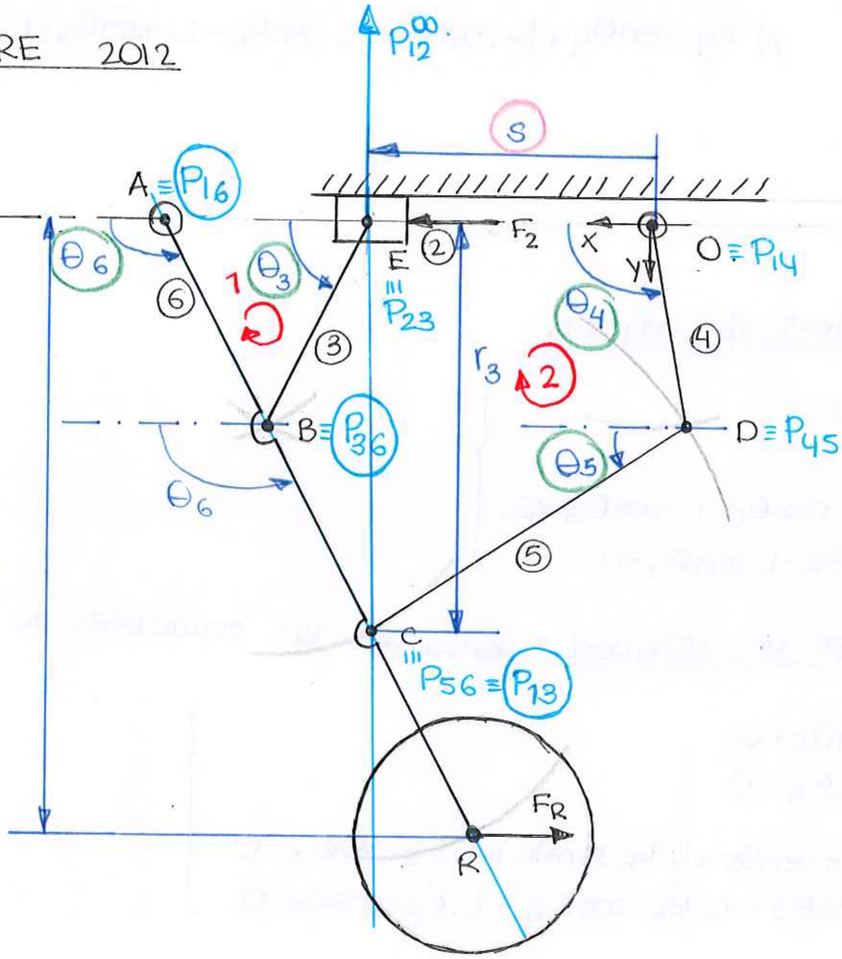
Problemas tema 3

NOVIEMBRE 2012



$$\begin{cases} \overline{OA} = 2L \\ \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CR} = \overline{EB} = L \\ \overline{OD} = l_4 \\ \overline{DC} = l_5 \end{cases}$$

○ variables principales

○ variables secundarias

1) obtener las ecuaciones de posición y velocidad del mecanismo a partir de los parámetros de la figura donde s es el parámetro de entrada.

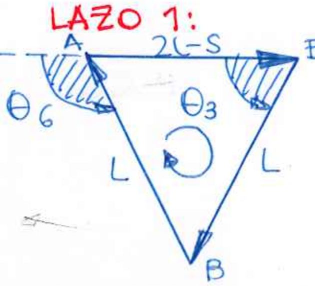
nº de grados de libertad → $G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II} \Rightarrow \begin{cases} N = 6 \\ P_I = 7 \end{cases}$

$G = 3 \cdot 5 - 14 = 1 \Rightarrow$ sólo tiene una variable de entrada (s).

Necesitamos tantas ecuaciones escalares como variables secundarias tengamos. De una ecuación vectorial se sacan 2 ecuaciones escalares, por lo que se necesitan la mitad de ecuaciones vectoriales.

En este caso tenemos 4 variable secundarias $(\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$ por lo que necesitamos 2 ecuaciones vectoriales que obtenemos de dos lazos independientes.

LAZO 1:

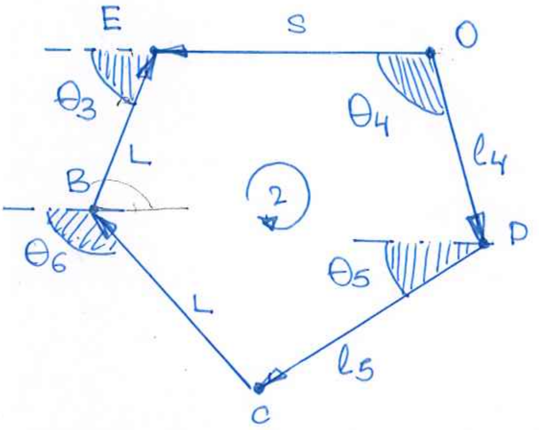


$\overline{AE} + \overline{EB} + \overline{BA} = \overline{O}$

x) $-(2L-s) + L \cdot \cos\theta_3 - L \cdot \cos\theta_6 = 0$. (1)

y) $L \cdot \operatorname{sen}\theta_3 - L \cdot \operatorname{sen}\theta_6 = 0$. (2)

LAZO 2:



$$-\overline{OE}+\overline{OD}+\overline{DC}+\overline{CB}+\overline{BE}=0.$$

x) $-S+l_4.\cos\theta_4+l_5.\cos\theta_5-L.\cos\theta_6-L.\cos\theta_3=0$ (3)

y) $l_4.\text{sen}\theta_4+l_5.\text{sen}\theta_5-L.\text{sen}\theta_6-L.\text{sen}\theta_3=0$ (4)

Ya tenemos las <u>4 ecuaciones de posición</u>.

$$\left.\begin{aligned}
&(1)\ -2L+S+L.\cos\theta_3-L.\cos\theta_6=0.\\
&(2)\ L.\text{sen}\theta_3-L.\text{sen}\theta_6=0.\\
&(3)\ -S+l_4.\cos\theta_4+l_5.\cos\theta_5-L.\cos\theta_6-L.\cos\theta_3=0.\\
&(4)\ l_4.\text{sen}\theta_4+l_5.\text{sen}\theta_5-L.\text{sen}\theta_6-L.\text{sen}\theta_3=0.
\end{aligned}\right\}$$

Para obtener <u>las ecuaciones de velocidad</u> derivamos las ecuaciones de posición respecto al tiempo:

$$\left.\begin{aligned}
&(1)\ \dot{S}-L.\dot{\theta}_3.\text{sen}\theta_3+L.\dot{\theta}_6.\text{sen}\theta_6=0.\\
&(2)\ L.\dot{\theta}_3.\cos\theta_3-L.\dot{\theta}_6.\cos\theta_6=0\\
&(3)\ -\dot{S}-l_4.\dot{\theta}_4.\text{sen}\theta_4-l_5.\dot{\theta}_5.\text{sen}\theta_5+L.\dot{\theta}_6.\text{sen}\theta_6+L.\dot{\theta}_3.\text{sen}\theta_3=0.\\
&(4)\ l_4.\dot{\theta}_4.\cos\theta_4+l_5.\dot{\theta}_5.\cos\theta_5-L.\dot{\theta}_6.\cos\theta_6-L.\dot{\theta}_3.\cos\theta_3=0.
\end{aligned}\right\}$$

De forma matricial:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}-L.s\theta_3 & 0 & 0 & L.s\theta_6\\ L.c\theta_3 & 0 & 0 & -L.c\theta_6\\ L.s\theta_3 & -l_4.s\theta_4 & -l_5.s\theta_5 & L.s\theta_6\\ -L.c\theta_3 & l_4.c\theta_4 & l_5.c\theta_5 & -L.c\theta_6\end{bmatrix}}_{[J_S]}\begin{Bmatrix}\dot{\theta}_3\\ \dot{\theta}_4\\ \dot{\theta}_5\\ \dot{\theta}_6\end{Bmatrix}=\dot{S}\begin{Bmatrix}-1\\0\\1\\0\end{Bmatrix}$$

2) El tren de aterrizaje se acciona mediante F_2 que permite vencer la fuerza de resistencia al aire F_R sobre el eje de la rueda. Obtener VM del mecanismo. Dibujar los polos que aparezcan en la ecuación de VM.

La VM indica la calidad de un mecanismo para transmitir fuerzas y momentos.

$$VM=\frac{F_s}{F_e}=\frac{T_s}{r_s}\cdot\frac{r_e}{T_e}=\frac{T_s.r_e}{T_e.r_s}=\frac{W_e.r_e}{W_s.r_s}$$

Tenemos que calcular el polo del mov. relativo entre el elemento de entrada y el de salida: $P_{es} \Rightarrow \overline{V}_{P_{es}} \left\{ \begin{array}{l} \omega_e \overline{P_{es}P_{e1}} \\ \omega_s \overline{P_{es}P_{s1}} \end{array} \right\} \frac{\omega_e}{\omega_s} = \frac{\overline{P_{es}P_{s1}}}{\overline{P_{es}P_{e1}}}$

$$\boxed{VM = \frac{\omega_e \cdot r_e}{\omega_s \cdot r_s} = \frac{\overline{P_{es}P_{s1}}}{\overline{P_{es}P_{e1}}} \cdot \frac{r_e}{r_s}}$$

$\rightarrow$ r: distancia mínima desde el polo hasta la dirección de la fuerza.

En nuestro caso el elemento de entrada es 2 y el de salida es 6.

$$\left.\begin{array}{l} P_{es} = P_{26} \\ P_{e1} = P_{21} \equiv \infty \\ P_{s1} = P_{61} \equiv A \end{array}\right\} VM = \frac{\overline{P_{26} \cdot P_{16}}}{\underset{\infty}{\underbrace{\overline{P_{26} \cdot P_{12}}}}} \cdot \frac{r_2^{\,=\infty}}{r_6} = \frac{\infty}{\infty} = IDT$$

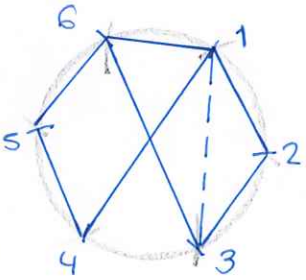
Elegimos otro elemento como elemento de entrada, en este caso el 3.

$P_{es} = P_{36} \equiv B$

$P_{e1} = P_{31} \equiv C$

$P_{s1} = P_{61} \equiv A$

Diagrama del círculo:

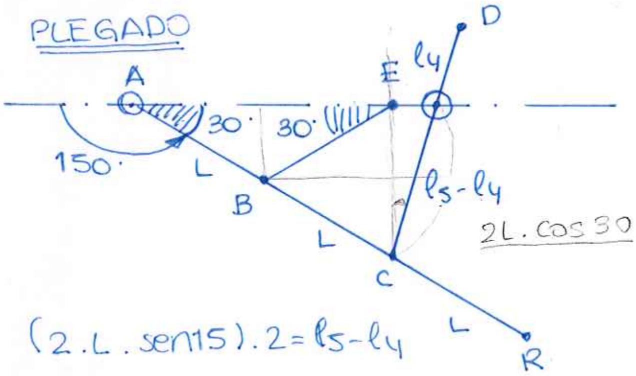


$$VM = \frac{\overline{P_{36}P_{31}}}{\overline{P_{36}P_{61}}} \cdot \frac{r_3}{r_6} = \frac{L}{L} \cdot \frac{2L \cdot \cos(180-\theta_6)}{3L \cdot \cos(180-\theta_6)} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{VM = \frac{2}{3}}$$

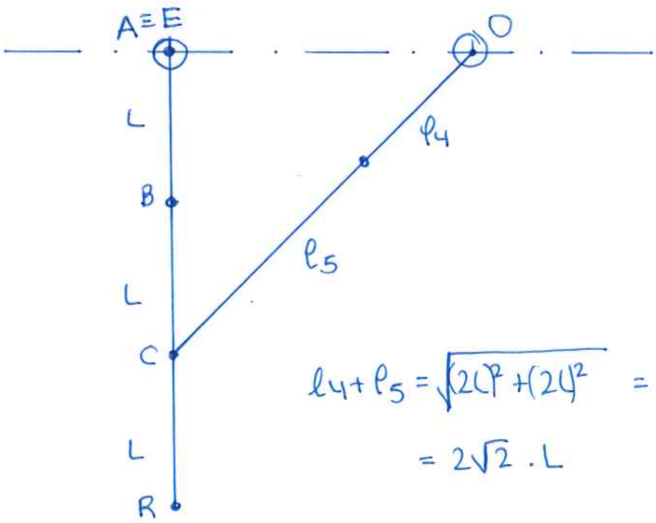
3) Obtener las longitudes ℓ_4 y ℓ_5 de los elementos 4 y 5 para que las posiciones plegada ($\theta_6 = 150°$) y desplegada ($\theta_6 = 90°$) coincidan con las posiciones de bloqueo.

PLEGADO



$(2 \cdot L \cdot \text{sen} 15) \cdot 2 = \ell_5 - \ell_4$

DESPLEGAGO.



$\ell_4 + \ell_5 = \sqrt{(2L)^2 + (2L)^2} =$

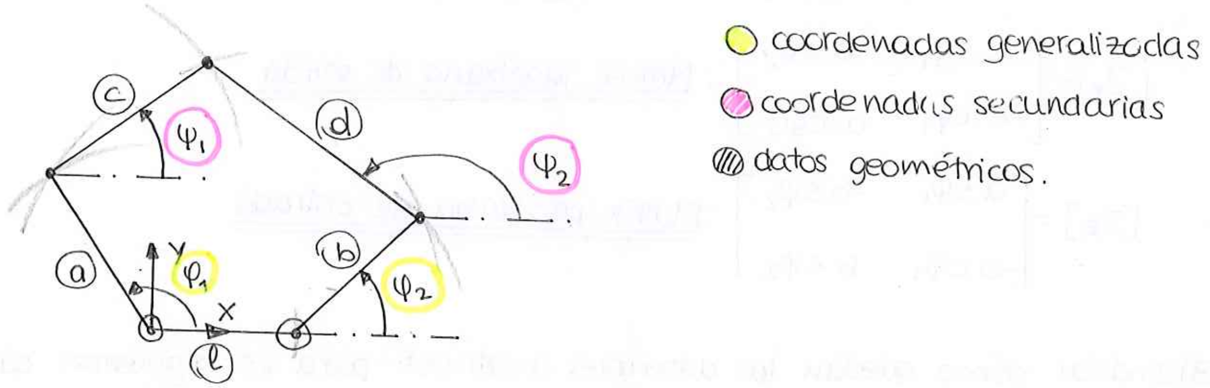
$= 2\sqrt{2} \cdot L$

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_5 - \ell_4 = 4L \cdot \text{sen} 15 \\ \ell_5 + \ell_4 = 2\sqrt{2} \cdot L \end{array} \right.$$

$2\ell_5 = (4 \cdot \text{sen} 15 + 2\sqrt{2}) \cdot L \Rightarrow \boxed{\ell_5 = (2 \cdot \text{sen} 15 + \sqrt{2}) \cdot L}$

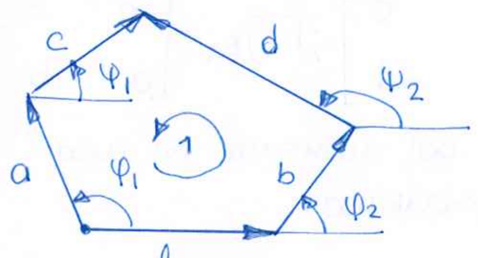
$$\boxed{\ell_4 = (\sqrt{2} - 2 \cdot \text{sen} 15) \cdot L}$$

DICIEMBRE 2004



1) Ecuaciones de posición

Tenemos dos coordenadas secundarias o incógnitas luego necesitamos dos ecuaciones escalares, es decir, una vectorial. La obtenemos del único lazo independiente



x) $l + b.\cos\varphi_2 + d.\cos\varphi_2 - c.\cos\psi_1 - a.\cos\varphi_1 = 0.$

y) $b.\operatorname{sen}\varphi_2 + d.\operatorname{sen}\psi_2 - c.\operatorname{sen}\psi_1 - a.\operatorname{sen}\varphi_1 = 0.$

Las ecuaciones de posición quedan:

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & l + b.\cos\varphi_2 + d.\cos\psi_2 - c.\cos\psi_1 - a.\cos\varphi_1 = 0 \\ (2) & b.\operatorname{sen}\varphi_2 + d.\operatorname{sen}\psi_2 - c.\operatorname{sen}\psi_1 - a.\operatorname{sen}\varphi_1 = 0.\end{array}\right\}$$

2) Ecuaciones de velocidad. Obtener la matriz jacobiana total J y las matrices jacobianas parciales J_S y J_E.

Para obtener las ecuaciones de velocidad, derivamos las de posición.

(1) $-b.\dot\varphi_2.\operatorname{sen}\varphi_2 - d.\dot\psi_2.\operatorname{sen}\psi_2 + c.\dot\psi_1.\operatorname{sen}\psi_1 + a.\dot\varphi_1.\operatorname{sen}\varphi_1 = 0.$

(2) $b.\dot\varphi_2\cos\varphi_2 + d.\dot\psi_2.\cos\psi_2 - c.\dot\psi_1.\cos\psi_1 - a.\dot\varphi_1.\cos\varphi_1 = 0.$

Expresado de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a.\operatorname{sen}\varphi_1 & -b.\operatorname{sen}\varphi_2 & c.\operatorname{sen}\psi_1 & -d.\operatorname{sen}\psi_2 \\ -a.\cos\varphi_1 & b.\cos\varphi_2 & -c.\cos\psi_1 & d\cos\psi_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot\varphi_1 \\ \dot\varphi_2 \\ \dot\psi_1 \\ \dot\psi_2 \end{Bmatrix} = \{0\}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} a.s\varphi_1 & -b.s\varphi_2 & c.s\psi_1 & -d s\psi_2 \\ -a.c\varphi_1 & b.c\varphi_2 & -c.c\psi_1 & d.c\varphi_2 \end{bmatrix}$$: Matriz jacobiana total

$$\begin{bmatrix} c.sen\varphi_1 & -d.sen\varphi_2 \\ -c.\cos\varphi_1 & d.\cos\varphi_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} a.sen\varphi_1 & -b.sen\varphi_2 \\ -a.\cos\varphi_1 & b.\cos\varphi_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{Bmatrix}$$

$$[J_S] = \begin{bmatrix} c.s\varphi_1 & -d.s\varphi_2 \\ -c.c\varphi_1 & d.c\varphi_2 \end{bmatrix}$$: Matriz jacobiana de salida

$$[J_E] = \begin{bmatrix} a.s\varphi_1 & -b.s\varphi_2 \\ -a.c\varphi_1 & b.c\varphi_2 \end{bmatrix}$$: Matriz jacobiana de entrada

3) Indicar cómo quedan las anteriores matrices para los siguientes casos, ¿a qué tipo de posiciones corresponde cada caso?

CASO A:

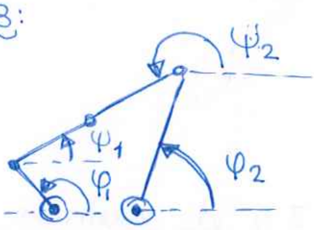
$\varphi_1 = 180$ $\quad \varphi_2 = 0$

$\varphi_1 = 0.$ $\quad \varphi_2 = 180.$

$$[J]_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & -c & -d \end{bmatrix} \Rightarrow [J]_{S_A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -c & -d \end{bmatrix} ; [J]_{E_A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{bmatrix}$$

El rango de [J] disminuye en 1, luego el número de gdl aumenta en uno, se trata de una singularidad con aumento de movilidad.

CASO B:



$\psi_2 - \psi_1 = 180$

$\cos\psi_2 = \cos(180+\psi_1) = -\cos\psi_1$

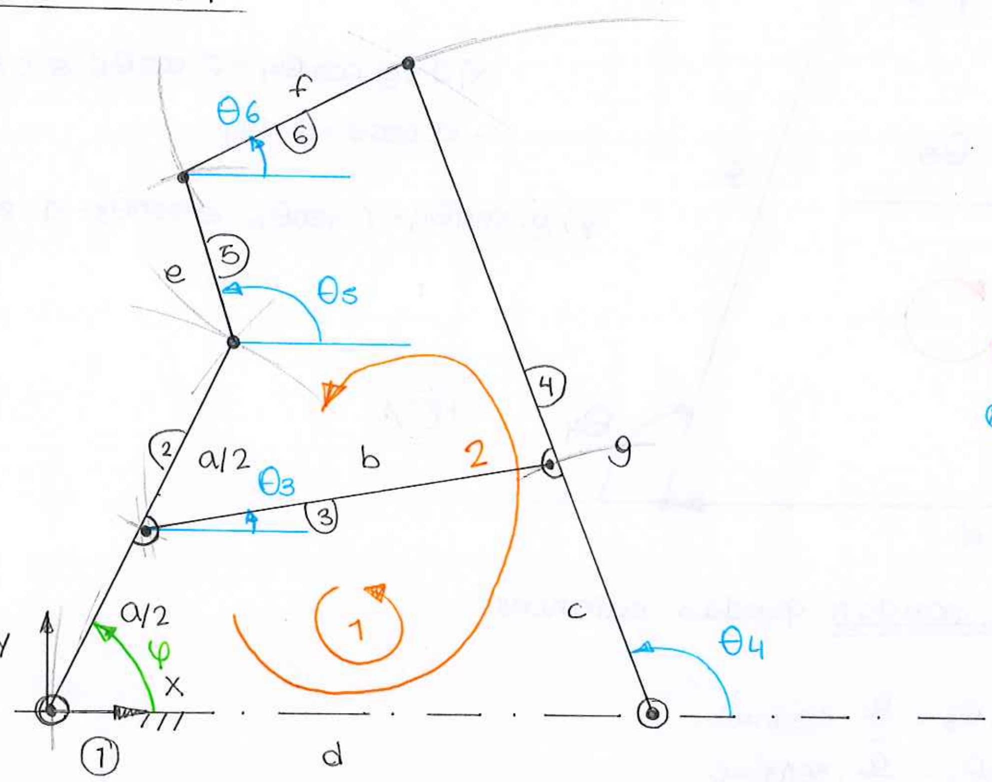
$sen\,\psi_2 = sen\,(180+\psi_1) = -sen\,\psi_1$

$$[J]_B = \begin{bmatrix} a.s\varphi_1 & -b.s\varphi_2 & c.s\psi_1 & d.s\psi_1 \\ -a.c\varphi_1 & b.c\varphi_2 & -c.c\psi_1 & -d.c\psi_1 \end{bmatrix}$$

$$[J]_{S_B} = \begin{bmatrix} c.s\psi_1 & d.s\psi_1 \\ -c.c\psi_1 & -d.c\psi_1 \end{bmatrix} ; [J]_{E_B} = \begin{bmatrix} a s\varphi_1 & -b.s\varphi_2 \\ -a.c\varphi_1 & b.c\varphi_2 \end{bmatrix}$$

El rango de [J] no varía luego es una singularidad en el problema directo. porque $|J_S|_B = 0$.

DICIEMBRE 2009



Variable de entrada

variables secundarias

1) Aplicando el criterio de Grübler, calcular el número de gdl del mecanismo.

$$G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II}$$
$$N = 6$$
$$P_I = 7$$
$$G = 3.5 - 2.7 = 1 \Rightarrow \boxed{G=1}$$

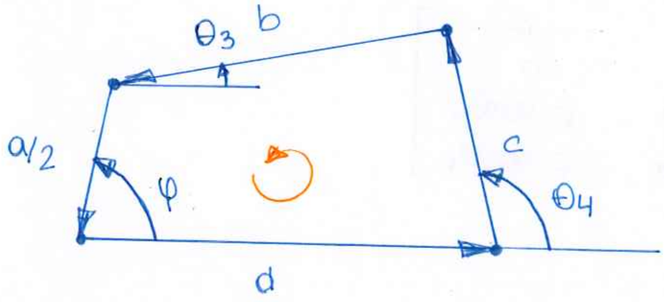
2) Considerando φ como variable de entrada definir las variables secundarias del mecanismo.

Las variables secundarias son $\theta_3, \theta_4, \theta_5$ y θ_6 indicadas en la figura.

3) Plantear las ecuaciones de posición y velocidad del mecanismo.

Necesitamos 4 ecuaciones escalares, es decir, 2 ecuaciones vectoriales que obtendremos de dos lazos independientes.

LAZO 1

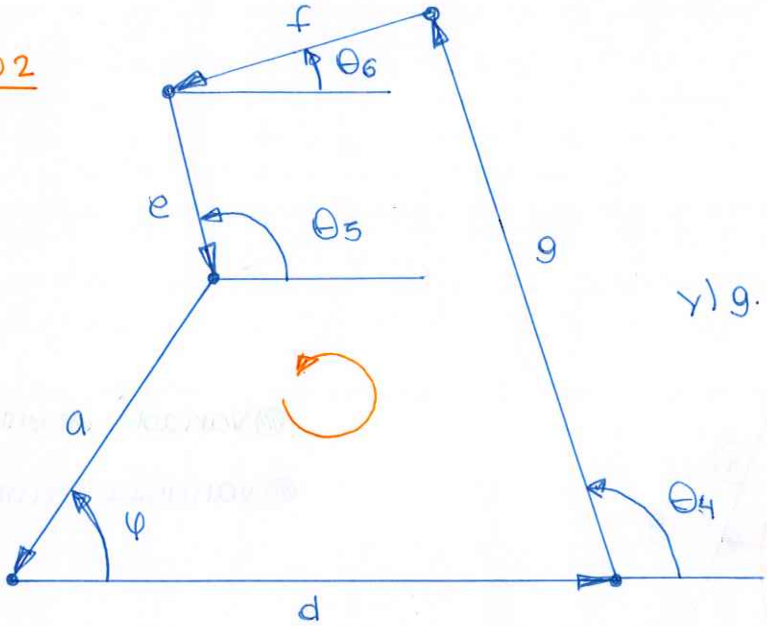


x) $d + c.\cos\theta_4 - b.\cos\theta_3 - \frac{a}{2}\cdot\cos\varphi = 0.$ (1)

y) $c.\text{sen}\theta_4 - b.\text{sen}\theta_3 - \frac{a}{2}\cdot\text{sen}\varphi = 0.$ (2)

$-d - c.$

LAZO 2



x) $d + g.\cos\theta_4 - f.\cos\theta_6 - e.c.\theta_5 - a.\cos\varphi = 0$ (3)

y) $g.\operatorname{sen}\theta_4 - f.\operatorname{sen}\theta_6 - e.\operatorname{sen}\theta_5 - a.\operatorname{sen}\varphi = 0$ (4)

Las ecuaciones de posición quedan entonces:

(1) $d + c.\cos\theta_4 - b.\cos\theta_3 - \frac{a}{2}.\cos\varphi = 0.$

(2) $c.\operatorname{sen}\theta_4 - b.\operatorname{sen}\theta_3 - \frac{a}{2}.\operatorname{sen}\varphi = 0$

(3) $d + g.\cos\theta_4 - f.\cos\theta_6 - e.\cos\theta_5 - a.\cos\varphi = 0.$

(4) $g.\operatorname{sen}\theta_4 - f.\operatorname{sen}\theta_6 - e.\operatorname{sen}\theta_5 - a.\operatorname{sen}\varphi = 0.$

Para obtener las ecuaciones de velocidad derivamos las de posición respecto del tiempo:

(1) $-c.\dot\theta_4.\operatorname{sen}\theta_4 + b.\dot\theta_3.\operatorname{sen}\theta_3 + \frac{a}{2}.\dot\varphi.\operatorname{sen}\varphi = 0.$

(2) $c.\dot\theta_4.\cos\theta_4 - b.\dot\theta_3.\cos\theta_3 - \frac{a}{2}.\dot\varphi.\cos\varphi = 0.$

(3) $-g.\dot\theta_4.\operatorname{sen}\theta_4 + f.\dot\theta_6.\operatorname{sen}\theta_6 + e.\dot\theta_5.\operatorname{sen}\theta_5 + a.\dot\varphi.\operatorname{sen}\varphi = 0.$

(4) $g.\dot\theta_4.\cos\theta_4 - f.\dot\theta_6.\cos\theta_6 - e.\dot\theta_5.\cos\theta_5 - a.\dot\varphi.\cos\varphi = 0.$

4) Obtener la matriz jacobiana de variabes secundarias J_S:

$$\begin{bmatrix} b.\operatorname{sen}\theta_3 & -c.\operatorname{sen}\theta_4 & 0 & 0 \\ -b.\cos\theta_3 & c.\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & -g.\operatorname{sen}\theta_4 & e\operatorname{sen}\theta_5 & f.\operatorname{sen}\theta_6 \\ 0 & g.\cos\theta_4 & -e.\cos\theta_5 & -f.\cos\theta_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot\theta_3 \\ \dot\theta_4 \\ \dot\theta_5 \\ \dot\theta_6 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{a}{2}\operatorname{sen}\varphi \\ -\frac{a}{2}\cos\varphi \\ a.\operatorname{sen}\varphi \\ -a.\cos\varphi \end{Bmatrix} \dot\varphi$$

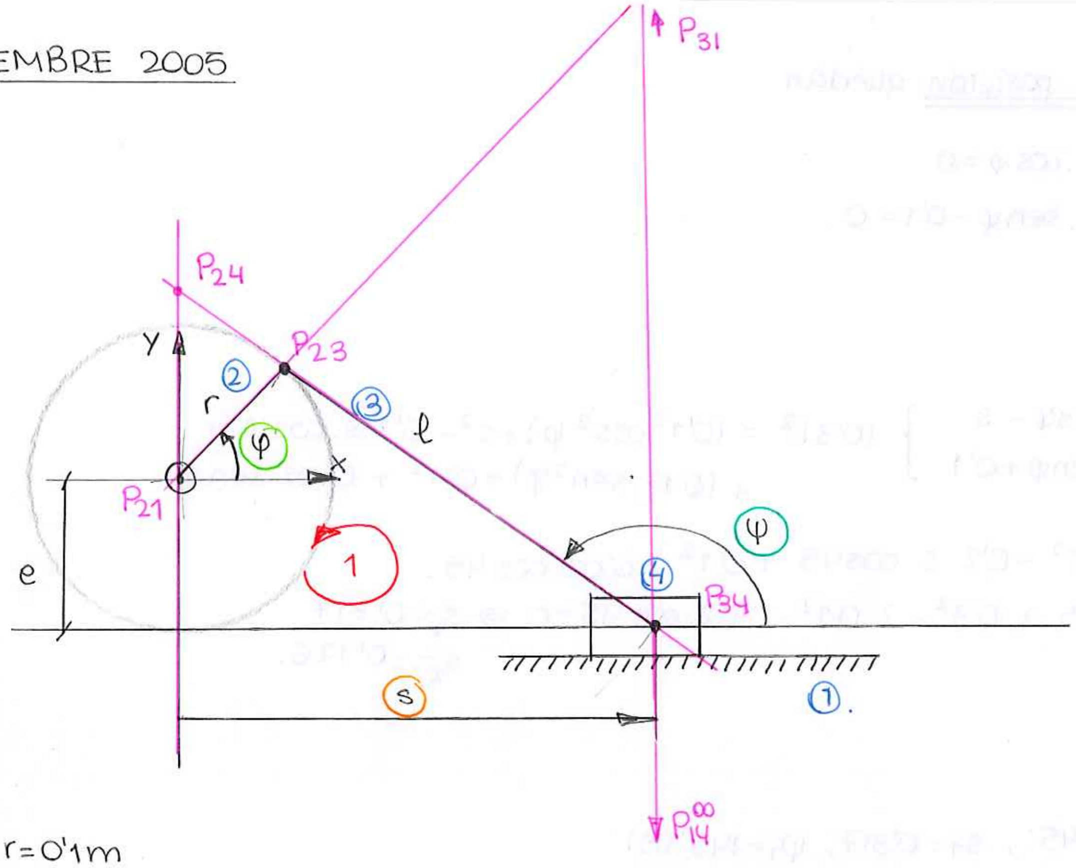
$$[J]_s = \begin{bmatrix} b.\operatorname{sen}\theta_3 & -c.\operatorname{sen}\theta_4 & 0 & 0 \\ -b.\cos\theta_3 & c.\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & -g.\operatorname{sen}\theta_4 & e.\operatorname{sen}\theta_5 & f.\operatorname{sen}\theta_6 \\ 0 & g.\cos\theta_4 & -e.\cos\theta_5 & -f.\cos\theta_6 \end{bmatrix}$$

5) A partir de la matriz anterior, obtener y representar las correspondientes posiciones singulares.

Las posiciones singulares se caracterizan porque $|J_S| = 0$.

$$\begin{vmatrix} b.\text{sen}\theta_3 & -c.\text{sen}\theta_4 & 0 & 0 \\ -b.\cos\theta_3 & c.\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & -g.\text{sen}\theta_4 & e.\text{sen}\theta_5 & f.\text{sen}\theta_6 \\ 0 & g.\cos\theta_4 & -e.\cos\theta_5 & -f.\cos\theta_6 \end{vmatrix} = 0$$

DICIEMBRE 2005



$$\begin{cases} r = 0'1\,m \\ \ell = 0'3\,m \\ e = 0'1\,m \end{cases}$$

1) ¿Qué puede decirse de la rotabilidad de los elementos del mecanismo? Justificar la conveniencia de las dimensiones adoptadas para los mismos.

La barra r es la única que puede dar vueltas completas respecto al resto de los elementos puesto que cumple la ley de Grashof.

$\ell_{min} + e < \ell \Rightarrow 0'1 + 0'1 = 0'2 < 0'3$

2) Indicar en el mecanismo las variables de entrada y las secundarias, y entre las secundarias, las variables de salida y las variables pasivas.

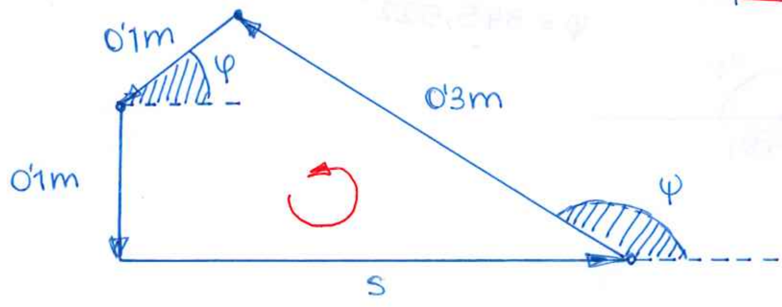
- variables de entrada. (φ)
- variables secundarias pasivas (ψ)
- variables secundarias de salida (s)

3) Plantear las ecuaciones de posición y resolverlas analíticamente para los siguientes casos:

a. φ = 45°

b. Las posiciones en las que la VH es máxima.

Tenemos dos variables secundarias luego necesitamos una ecuación vectorial que obtendremos del único lazo independiente.



x) $s + 0'3 \cdot \cos\psi - 0'1 \cdot \cos\varphi = 0$ (1)

y) $0'3 \cdot \operatorname{sen}\psi - 0'1 \cdot \operatorname{sen}\varphi - 0'1 = 0$ (2)

Las ecuaciones de posición quedan

(1) $s + 0'3 \cdot \cos\varphi - 0'1 \cdot \cos\varphi = 0$

(2) $0'3 \ \mathrm{sen}\varphi - 0'1 \cdot \mathrm{sen}\varphi - 0'1 = 0.$

$\boxed{\varphi = 45^\circ}$

$$\left.\begin{aligned} 0'3 \cdot \cos\varphi &= 0'1 \cdot \cos\varphi - s \\ 0'3 \cdot \mathrm{sen}\varphi &= 0'1 \ \mathrm{sen}\varphi + 0'1 \end{aligned}\right\} (0'3)^2 = (0'1^2 \cos^2\varphi) + s^2 - 0'2\, s \cdot \cos\varphi + (0'1^2 \cdot \mathrm{sen}^2\varphi) + 0'1^2 + 0'02 \ \mathrm{sen}\,\varphi$$

$$(0'3)^2 = (0'1)^2 + s^2 - 0'2 \cdot s \cdot \cos 45 + 0'1^2 + 0'02 \cdot \cos 45.$$

$$-s^2 + 0'2 \cdot s \cdot \cos 45 + 0'3^2 - 2 \cdot 0'1^2 - 0'02 \cdot \cos 45 = 0 \Rightarrow s_1 = 0'317 \quad s_2 = -0'176.$$

$\psi_1 = 145,181^\circ$

$\psi_2 = 34'683^\circ$

Solución 1: $\varphi_1 = 45^\circ$, $s_1 = 0'317$, $\psi_1 = 145'181^\circ$

Solución 2: $\varphi_2 = 45^\circ$, $s_2 = -0'176$, $\psi_2 = 34'683^\circ$

$\boxed{VM = \text{máx}}$

$VM(max) = \infty$.

$$VM = \frac{\overline{P_{e1} P_{es}}}{\overline{P_{s1} P_{es}}} \cdot \frac{r_e}{r_s}$$

$\begin{cases} \text{entrada} = \text{elemento } (2) \\ \text{salida} = \text{elemento } (4) \end{cases}$

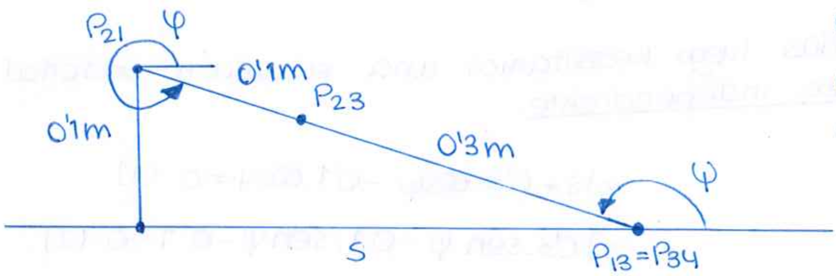
$P_{e1} = P_{21}$
$P_{es} = P_{24}$
$P_{s1} = P_{14} = \infty$

Tomo como elemento de salida el elemento (3).

$P_{e1} = P_{21}$
$P_{es} = P_{23}$
$P_{s1} = P_{31}$

Para que $VM = \text{máx} \Rightarrow r_s = 0$ (porque $\overline{P_{e1}P_{es}}$ y $\overline{P_{s1}P_{es}}$ finitos).

$P_{13} = P_{34}$.



$0'1^2 + s^2 = 0'4^2 \Rightarrow s = 0'387\,m$

$\varphi = 165,522^\circ$

$\varphi = 345,522^\circ$

4) Adoptando las soluciones para las que $s>0$, plantear las ecuaciones de velocidad y de aceleración y resolverlas para una entrada angular de 1 rpm y una aceleración angular nula en las siguientes posiciones:

a. $\varphi = 45^\circ$

b. Las posiciones en las que la VM es máxima

Las ecuaciones de velocidad las obtenemos derivando las de posición respecto del tiempo.

(1) $\dot{s} - 0'3 . \dot{\psi} . \operatorname{sen}\psi + 0'1 . \dot{\varphi} . \operatorname{sen}\varphi = 0.$

(2) $0'3 . \dot{\psi} . \cos\psi - 0'1 . \dot{\varphi} . \cos\varphi = 0.$

$\boxed{\varphi = 45^\circ ; \dot{\varphi} = 1 \text{ rpm}}$

$$\begin{cases} s_1 = 0'317 \text{ m} \\ \psi_1 = 145'181^\circ \end{cases}$$

$$1 \text{rpm} = 1 \frac{\text{rev}}{\text{min}} . \frac{2\pi \text{rad}}{1 \text{rev}} . \frac{1 \text{min}}{60 \text{s}} = 0'105 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\dot{s} - 0'3\dot{\psi} . \operatorname{sen} 145'181 = -0'1 . 0'105 . \operatorname{sen}45$$

$$0'3\dot{\psi} . \cos 145'181 = 0'1 . 0'105 . \cos 45 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \dot{\psi} = -0'03 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \dot{s} = -2,261 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array}}$$

$\boxed{\text{VM} = \text{máx}}$

$\varphi = 345,522^\circ$

$\psi = 165,522^\circ$

$s = 0'387 \text{m}$

$\dot{\varphi} = 0'105 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\dot{s} - 0'3\dot{\psi} . \operatorname{sen} 165,522 = -0'1 . 0'105 . \operatorname{sen} 345,522 .$$

$$0'3\dot{\psi} . \cos 165,522 = 0'1 . 0'105 . \cos 345,522 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \dot{\psi} = -0'035 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \dot{s} = 0. \end{array}}$$

Las ecuaciones de aceleración las obtenemos derivando las de velocidad respecto del tiempo.

(1) $\ddot{s} - 0'3[\ddot{\psi} . \operatorname{sen}\psi + \dot{\psi}^2 . \cos\psi] + 0'1[\ddot{\varphi} . \operatorname{sen}\varphi + \dot{\varphi}^2 . \cos\varphi] = 0.$

(2) $0'3[\ddot{\psi} \cos\psi - \dot{\psi}^2 . \operatorname{sen}\psi] - 0'1[\ddot{\varphi} . \cos\varphi - \dot{\varphi}^2 . \operatorname{sen}\varphi] = 0.$

$\boxed{\varphi = 45^\circ ; \dot{\varphi} = 1 \text{rpm} ; \ddot{\varphi} = 0}$

$$\ddot{s} - 0'3\dot{\psi}^2 . \cos\psi + 0'1 . \dot{\varphi}^2 . \cos\varphi = 0. \Rightarrow \boxed{\ddot{s} = -1.10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$\boxed{\text{VM} = \text{máx}}$

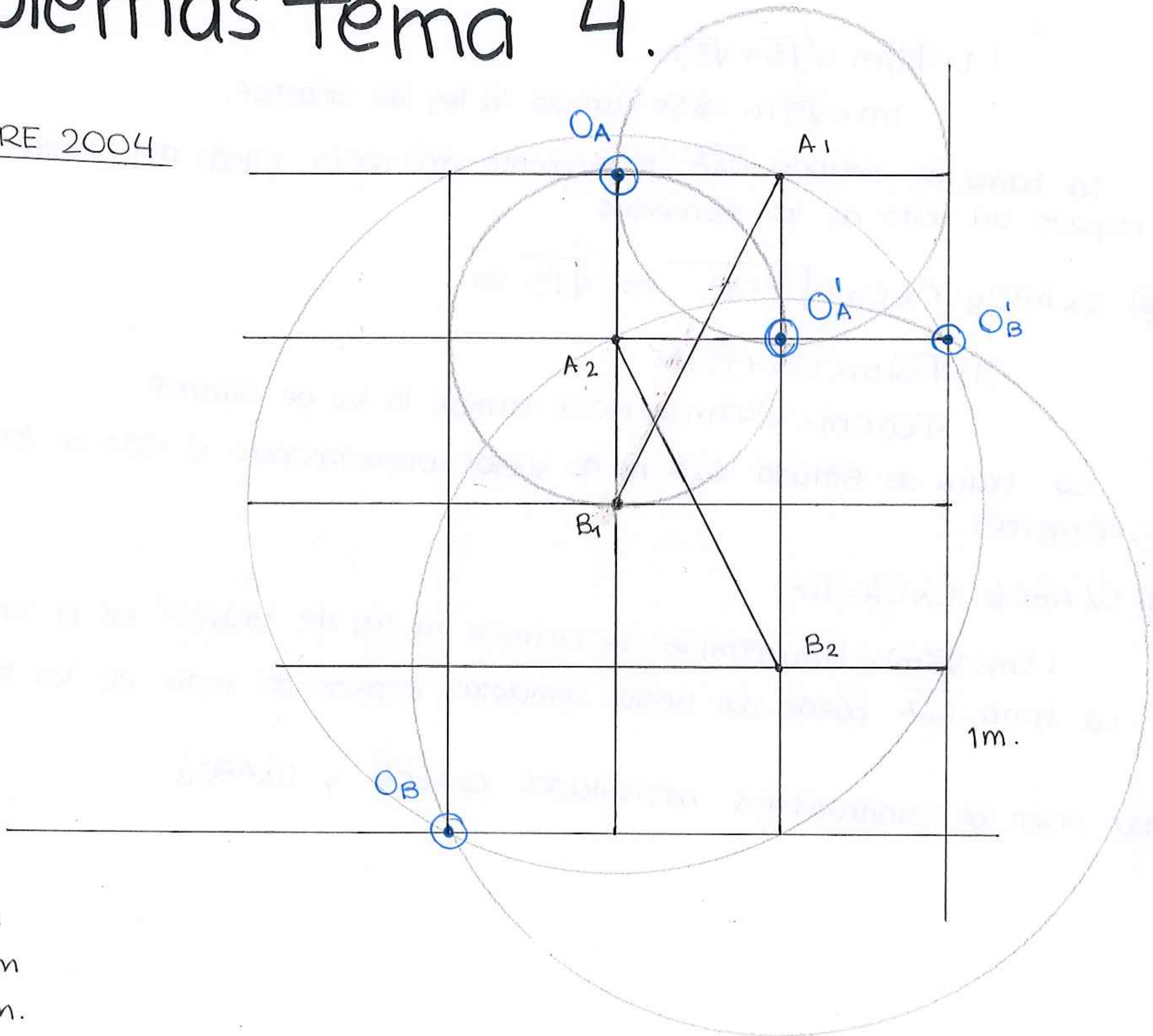
$$\ddot{s} - 0'3\dot{\psi}^2 . \cos\psi + 0'1\dot{\varphi}^2 . \cos\varphi = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{s} = -1'423.10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

5) ¿Existe en este mecanismo alguna posición de bloqueo o de aumento instantáneo del número de grados de libertad? Razonar la respuesta.

No existe ninguna posición de bloqueo puesto que el elemento de entrada r tiene rotación completa y tampoco existe una posición de aumento instantáneo del número de gdl puesto que no hay bifurcación en el circuito.

Problemas tema 4.

DICIEMBRE 2004



$O_A A = 1m$
$O_B B = \sqrt{5} m$
$AB = \sqrt{5}$ m.

1) Determinar todas las posibles posiciones de las articulaciones fijas O_A y O_B.

Trazamos dos circunferencias de radio $O_A A = 1m$ con centro A_1 y A_2, siendo las dos intersecciones las dos posibles articulaciones fijas O_A y O'_A.

Trazamos dos circunferencias de radio $O_B B = \sqrt{5} m$ con centro B_1 y B_2, siendo las dos intersecciones las dos posibles articulaciones fijas O_B y O'_B.

2) Se desea que la entrada esté accionada por un motor de rotación continua. Verificar la rotabilidad de todos los diseños obtenidos.

Tenemos que comprobar si en los 4 diseños obtenidos se cumple la ley de Grashof.

① $O_A A B O_B$: $O_A O_B = \sqrt{(1m)^2 + (4m)^2} = \sqrt{17}$ m.

$1m + \sqrt{17}\ m < \sqrt{5} m + \sqrt{5} m$

$5'123 m < 4'472 m$ ⇒ No se cumple la Ley de Grashof. La barra de entrada no tiene rotabilidad completa sobre el resto de los elementos.

② $O_A A B O'_B$: $O_A O'_B = \sqrt{1^2+2^2}\ m = \sqrt{5} m$

$(1+\sqrt{5})m < (\sqrt{5}+\sqrt{5})m$

$1m < \sqrt{5}m \Rightarrow$ Se cumple la ley de Grashof.

La barra de entrada $\overline{O_A A}$ (el elemento más corto) puede dar vueltas completas respecto del resto de los elementos.

③. $O'_A A B O_B$: $O'_A O_B = \sqrt{2^2+3^2}\ m = \sqrt{13}\ m$.

$(1+\sqrt{13})m < (\sqrt{5}+\sqrt{5})m$

$4'606m < 4'47m \Rightarrow$ No se cumple la ley de Grashof.

La barra de entrada $O'_A A$ no da vueltas completas sobre el resto de los elementos.

④ $O'_A A B O'_B$: $O'_A O'_B = 1m$

$(1m+\sqrt{5}m) < (1m+\sqrt{5}m) \Rightarrow$ Se cumple la ley de Grashof en el límite, la barra $\overline{O'_A A}$ puede dar vueltas completas respecto del resto de los elementos.

* Nos sirven los cuadriláteros articulados $O_A A B O'_B$ y $O'_A A B O'_B$

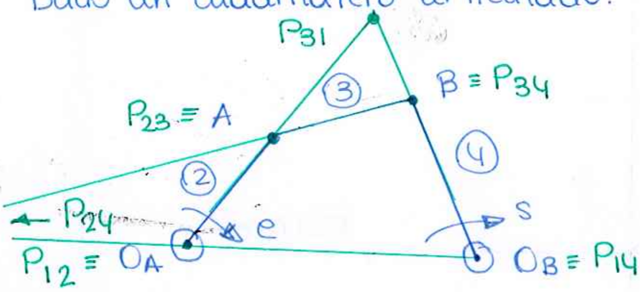
SEPTIEMBRE 2002 (teoría)

3. Definición de ventaja mecánica. Dibujar las posiciones de VM_{max} y VM_{min} en un cuadrilátero articulado.

- Ventaja mecánica: es el cociente entre el módulo de la fuerza de salida y el módulo de la fuerza de entrada.

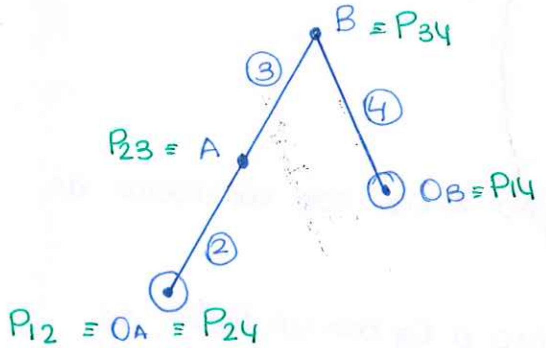
$$VM = \frac{F_s}{F_e} = \frac{T_s \cdot r_e}{T_e \cdot r_s} = \frac{\omega_e \cdot r_e}{\omega_s r_s} \Rightarrow VM = \frac{\overline{P_{1s} P_{es}}}{\overline{P_{1e} P_{es}}} \cdot \frac{r_e}{r_s}$$

Dado un cuadrilátero articulado:

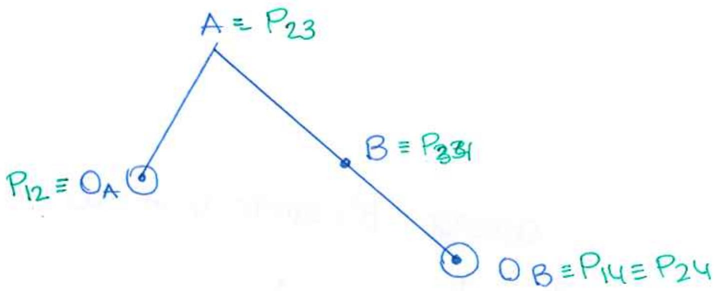


El elemento de entrada es el ② y el de salida es el ④.

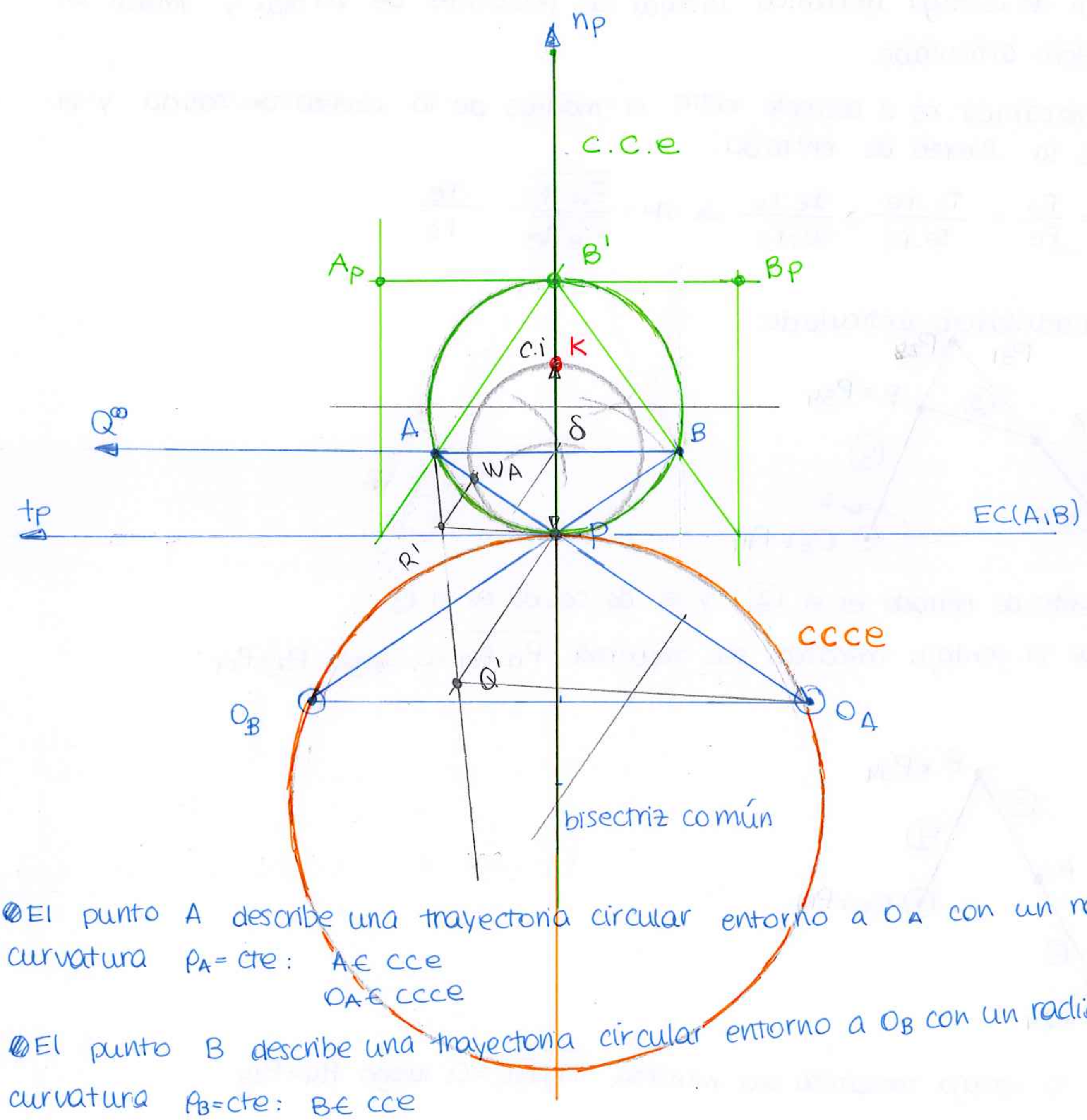
Para que la ventaja mecánica sea máxima $\overline{P_{12} P_{24}} = 0$, luego $P_{12} = P_{24}$:



Para que la ventaja mecánica sea mínima $\overline{P_{14} P_{24}} = 0$, luego $P_{14} = P_{24}$:



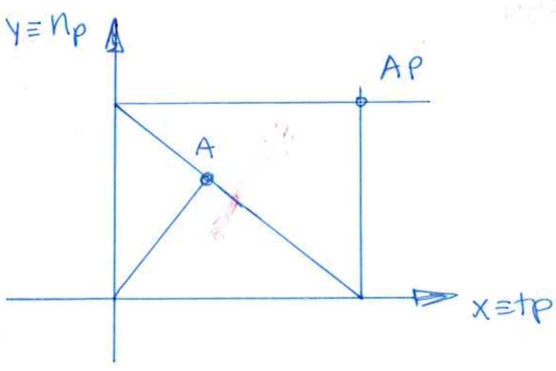
4. c.c.e, c.c.c.e y punto de Ball.



- El punto A describe una trayectoria circular entorno a O_A con un radio de curvatura $\rho_A = cte$: $A \in cce$
  $O_A \in ccce$
- El punto B describe una trayectoria circular entorno a O_B con un radio de curvatura $\rho_B = cte$: $B \in cce$
  $O_B \in ccce$

$\boxed{c.c.e}$

sacamos A_P y B_P.



Obtengo $B' =$ finito y $A' = \infty$.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{A'.\cos\theta} + \frac{1}{B'\operatorname{sen}\theta}$$

$$\frac{1}{A'} = \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{B'\operatorname{sen}\theta}\right)\cos\theta = 0. \quad \begin{cases} r = B'\operatorname{sen}\theta \\ \cos\theta = 0. \end{cases}$$

$\theta = 90^\circ$

$\boxed{\text{c.c.c.e}}$

$$\frac{1}{\bar{r}} = \frac{1}{A'\cos\theta} + \frac{1}{\bar{B}'\,\text{sen}\theta} \quad \begin{cases} A' = \infty. \\ \dfrac{1}{\bar{B}'} = \dfrac{1}{B'} - \dfrac{1}{\delta} \end{cases}$$

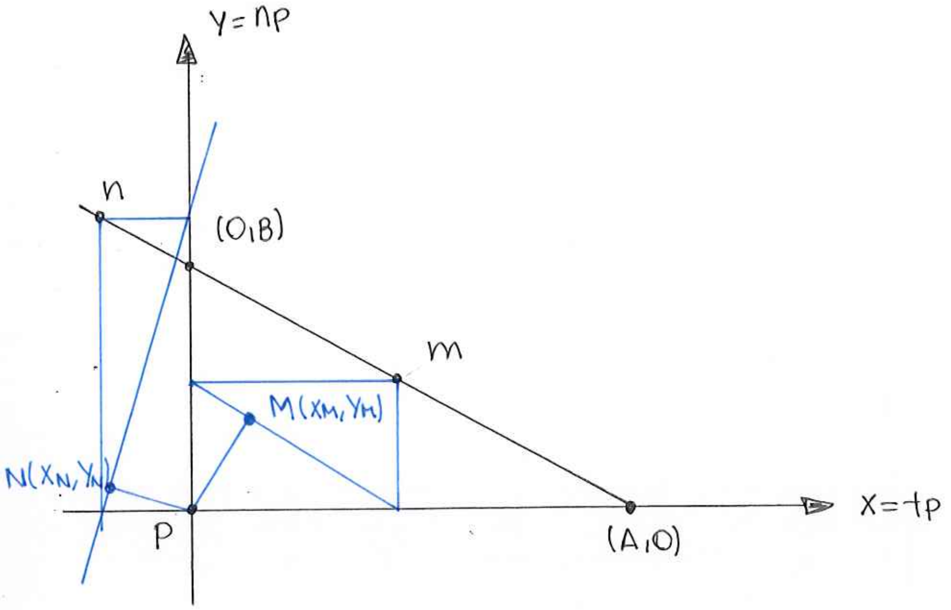
↳ diámetro de c.i

$$\bar{r} = \bar{B}'.\text{sen}\theta.$$

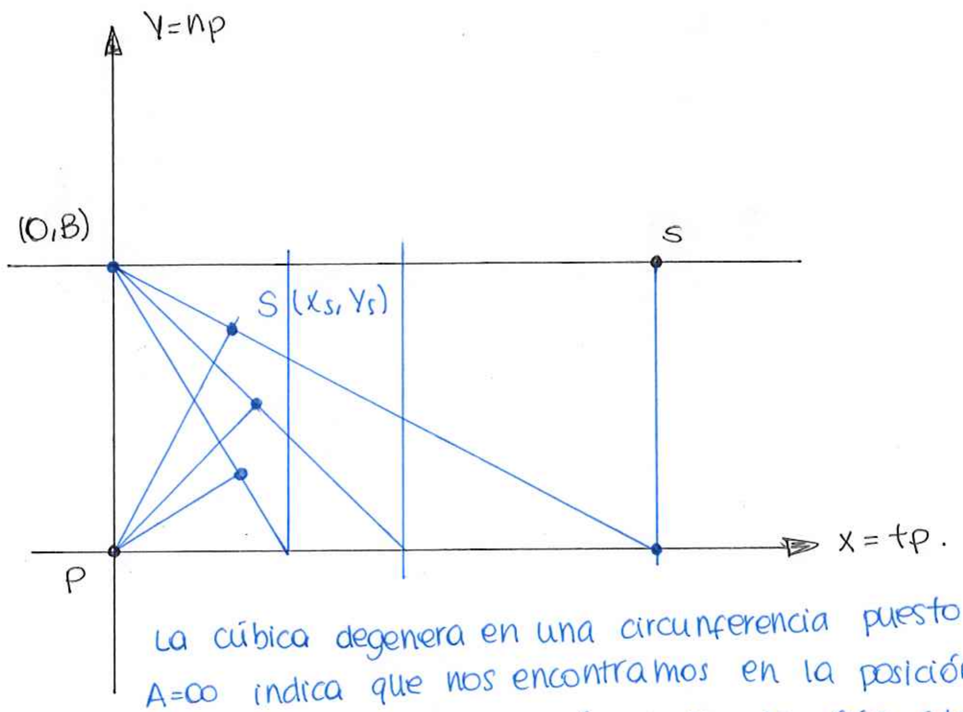
- Punto de Ball (k): es la intersección entre ci y cce.

EJERCICIO PROPUESTO 1

a)



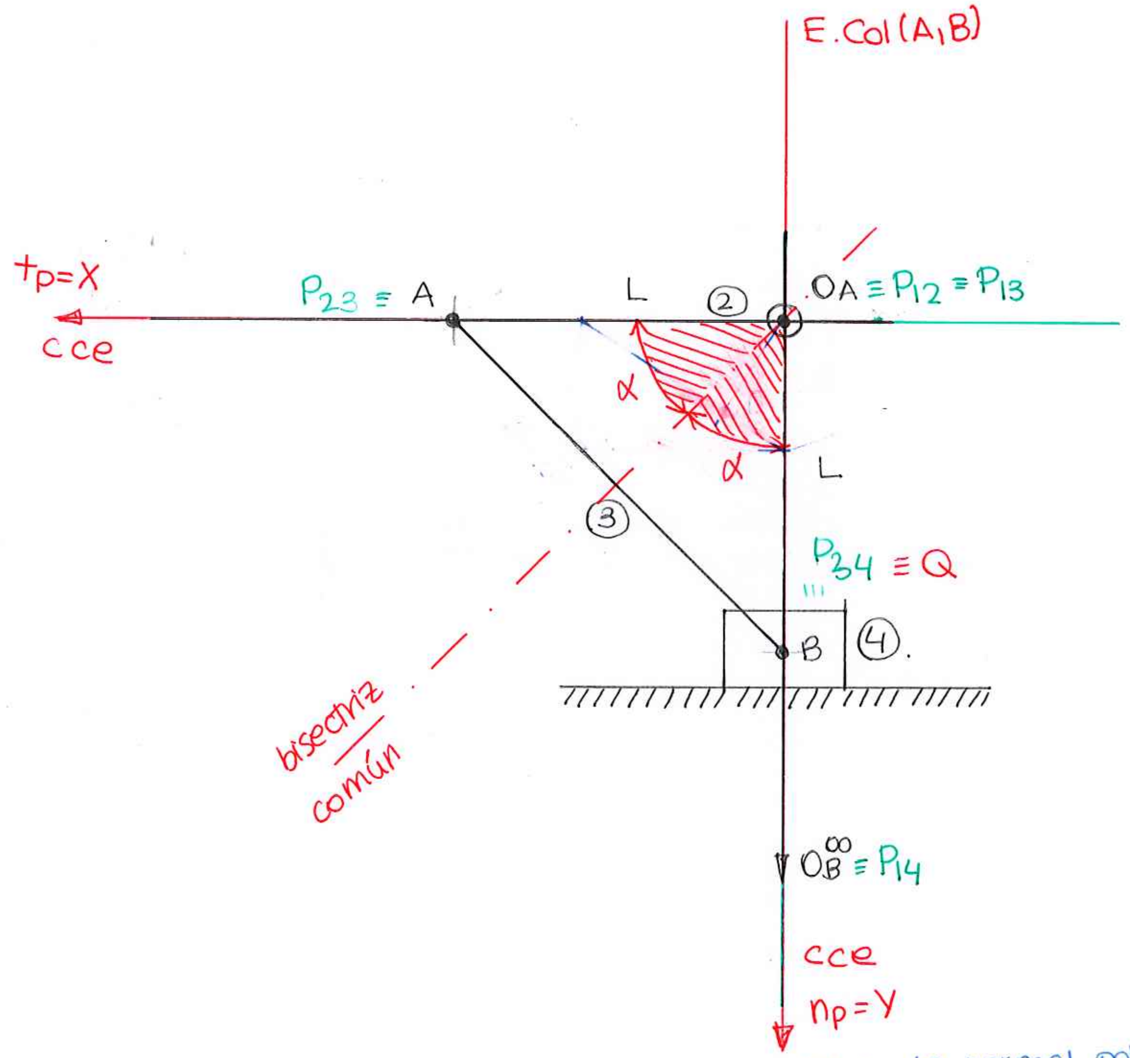
b)



(A = ∞)

La cúbica degenera en una circunferencia puesto que el hecho de que A=∞ indica que nos encontramos en la posición cicloidal y una de las particularidades de esta posición es que la cce adopte la forma de una circunferencia.

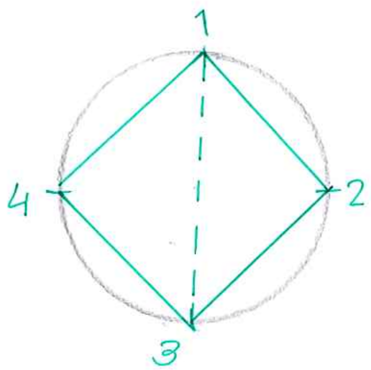
EJERCICIO PROPUESTO 2



En primer lugar debemos obtener la tangente polar y la normal polar.

Necesitamos calcular el polo P_{13}.

Planteamos el diagrama del círculo.

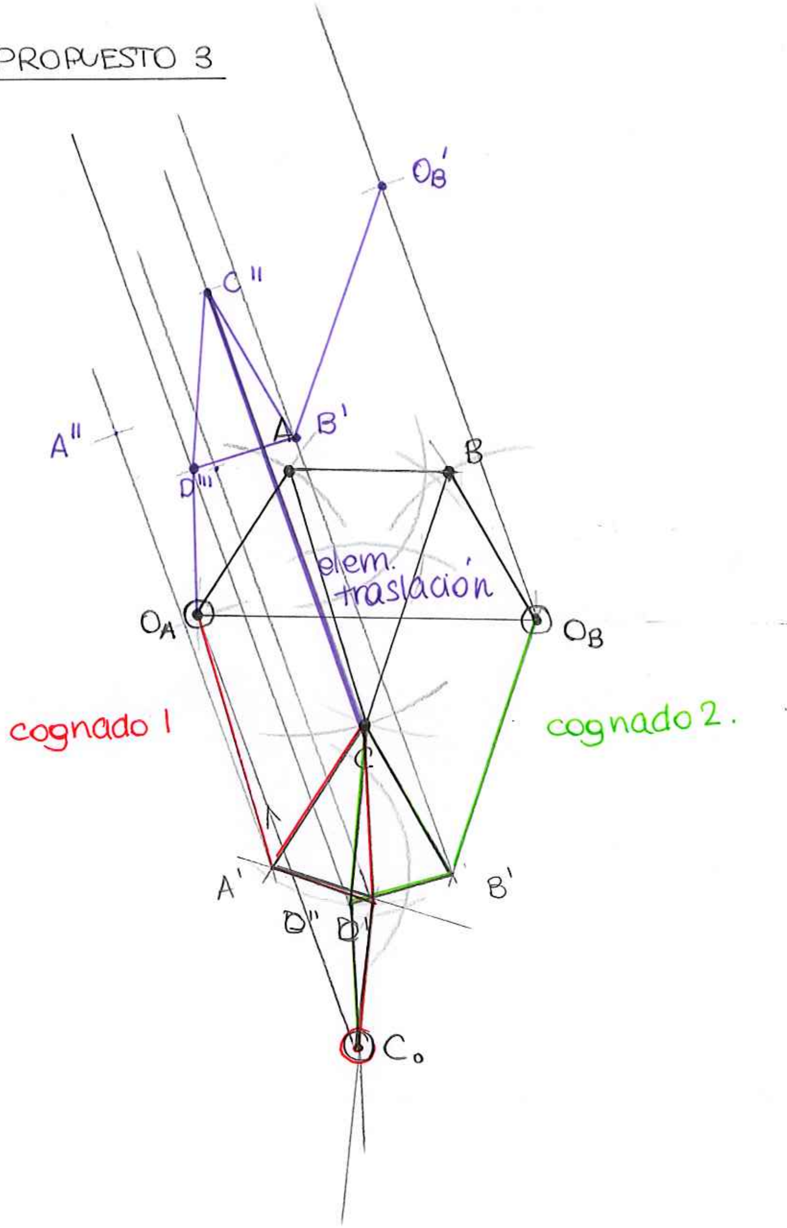


Dado que conocemos dos puntos conjugados del elemento 3 aplicamos el teorema de Bobillier.

Sabemos que A y B ∈ a c.c.e puesto que su radio de curvatura es constante en el tiempo.

Como A y B están sobre los ejes A_p^{∞} y B_p^{∞} luego c.c.e. está sobre los ejes.

EJERCICIO PROPUESTO 3

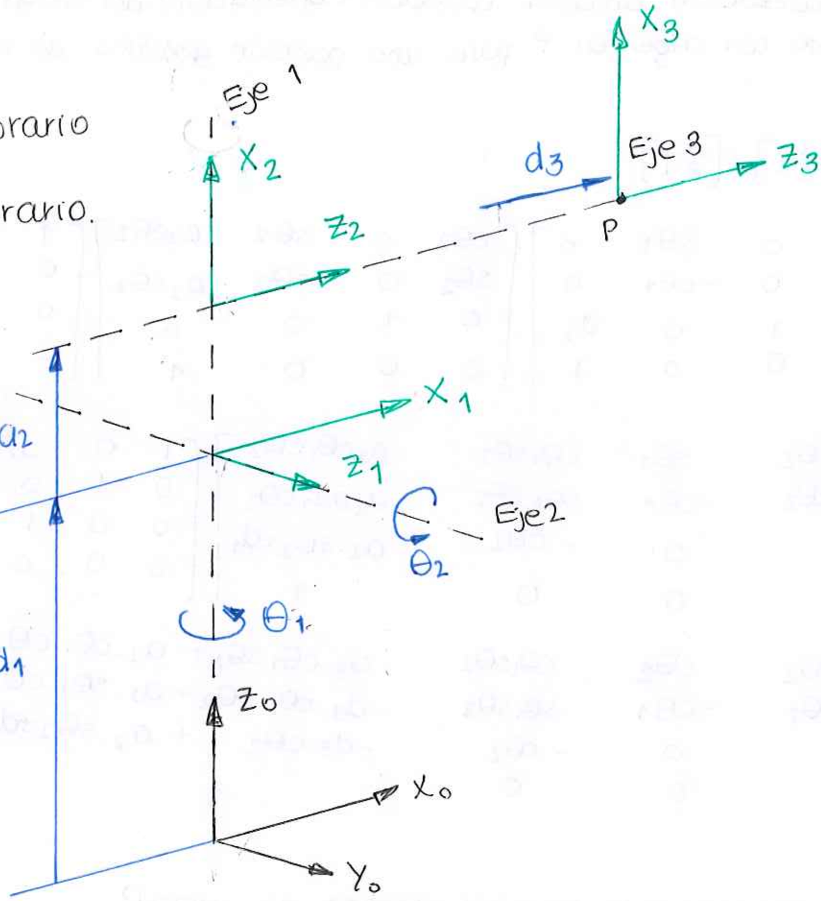


Problemas tema 5

MAYO 2011

$\left.\begin{matrix} d_i \\ \theta_i \end{matrix}\right\} (x_{i-1}\ \ x_i)\ z_{i-1}^{+}$ antihorario

$\left.\begin{matrix} a_i \\ \alpha_i \end{matrix}\right\} (z_{i-1}\ \ z_i)\ x_i^{+}$ antihorario.



1) Localización de los sistemas de referencia asociados a los elementos del robot.

2) Obtener las matrices de transformaciones elementales. Representar sobre el robot las magnitudes geométricas utilizadas.

de 0 a 1: $\begin{cases} \theta_1 = \text{variable} \\ d_1 = d_1 \text{ (cte)} \\ \alpha_1 = 90^\circ \\ a_1 = 0. \end{cases}$ de 1 a 2: $\begin{cases} \theta_2 = \text{variable} \\ d_2 = 0 \\ \alpha_2 = 90^\circ \\ a_2 = a_2 \text{ (cte)} \end{cases}$ de 2 a 3 $\begin{cases} \theta_3 = 0 \\ d_3 = \text{variable} \\ \alpha_3 = 0 \\ a_3 = 0. \end{cases}$

$$^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} c\theta i & -s\theta i \cdot c\alpha i & s\theta i \cdot s\alpha i & a_i \cdot c\theta i \\ s\theta i & c\theta i \cdot c\alpha i & -c\theta i \cdot s\alpha i & a_i \cdot s\theta i \\ 0 & s\alpha i & c\alpha i & d i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad ^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & a_2 . c\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & a_2 . s\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

3) Expresar la localización absoluta (posición + orientación) del sistema de referencia asociado a la herramienta con origen en P para una posición genérica del manipulador.

$$ [{}^{0}_{1}T][{}^{1}_{2}T][{}^{2}_{3}T] = [{}^{0}_{3}T] $$

$$ [{}^{0}_{3}T] = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & a_2 c\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & a_2 s\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$ = \begin{bmatrix} c\theta_1 \cdot c\theta_2 & s\theta_1 & c\theta_1 s\theta_2 & a_2 c\theta_1 c\theta_2 \\ s\theta_1 \cdot c\theta_2 & -c\theta_1 & s\theta_1 s\theta_2 & a_2 s\theta_1 c\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & a_2 \cdot s\theta_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

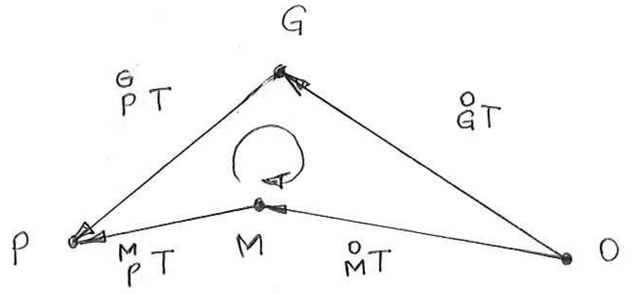
$$ = \begin{bmatrix} c\theta_1 \cdot c\theta_2 & s\theta_1 & c\theta_1 s\theta_2 & d_3 \cdot c\theta_1 \cdot s\theta_2 + a_2 \cdot c\theta_1 \cdot c\theta_2 \\ s\theta_1 c\theta_2 & -c\theta_1 & s\theta_1 s\theta_2 & d_3 \cdot s\theta_1 \cdot s\theta_2 + a_2 \cdot s\theta_1 \cdot c\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & -d_3 \cdot c\theta_2 + a_2 \cdot s\theta_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

4) Obtener la expresión de la velocidad absoluta del punto P.

$$ \begin{cases} d_x = [d_3 \cdot c\theta_1] \cdot s\theta_2 + a_2 \cdot c\theta_1 \cdot c\theta_2 \\ d_y = d_3 \cdot s\theta_1 \cdot s\theta_2 + a_2 \cdot s\theta_1 \cdot c\theta_2 \\ d_z = -d_3 \cdot c\theta_2 + a_2 \cdot s\theta_2 + d_1 \end{cases} $$

$$ \begin{cases} d'_x = [d'_3 \cdot c\theta_1 - d_3 \cdot \dot\theta_1 \cdot s\theta_1] \cdot s\theta_2 + d_3 \cdot c\theta_1 \cdot \dot\theta_2 \cdot c\theta_2 + a_2 \cdot \dot\theta_1 \cdot s\theta_1 \cdot \dot\theta_2 \cdot s\theta_2 = V_x \\ d'_y = [d'_3 \cdot s\theta_1 + d_3 \cdot \dot\theta_1 \cdot c\theta_1]\, s\theta_2 - d_3 \cdot s\theta_1 \cdot \dot\theta_2 \cdot s\theta_2 + a_2 \cdot \dot\theta_1 c\theta_1 \cdot \dot\theta_2 \cdot c\theta_2 = V_y \\ d'_z = -d'_3 \cdot c\theta_2 - d_3 \cdot \dot\theta_2 \cdot s\theta_2 + a_2 \cdot \dot\theta_2 \cdot c\theta_2 = V_z \end{cases} $$

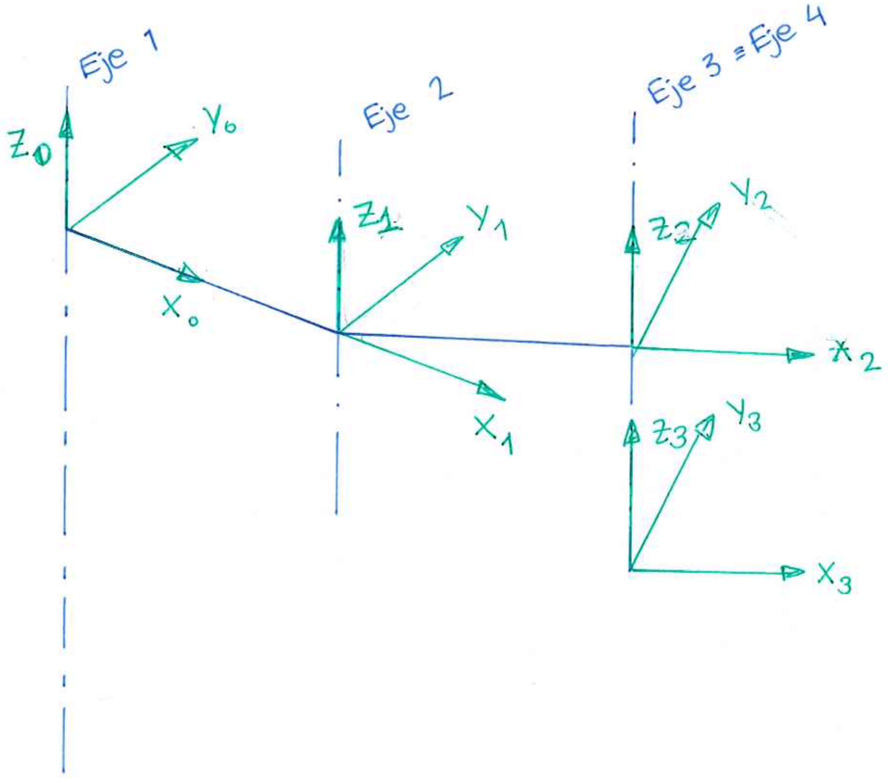
JULIO 2011



$$^{G}_{P}T = \left(^{O}_{G}T\right)^{-1} \, ^{O}_{M}T \; ^{M}_{P}T$$

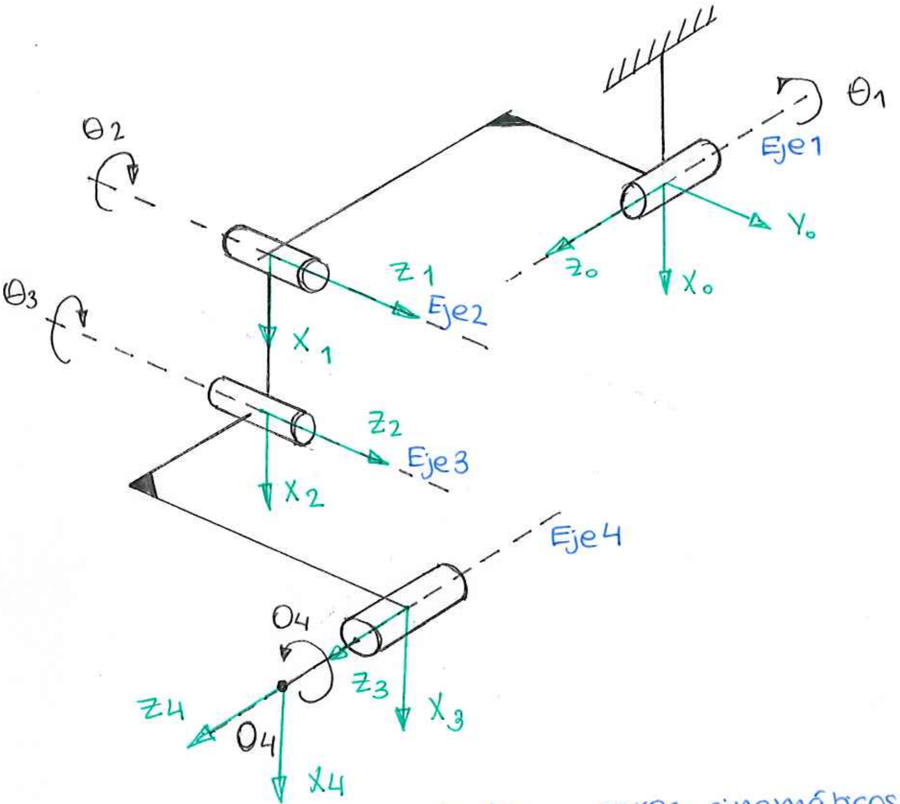
ENERO 2012

4) Método matricial



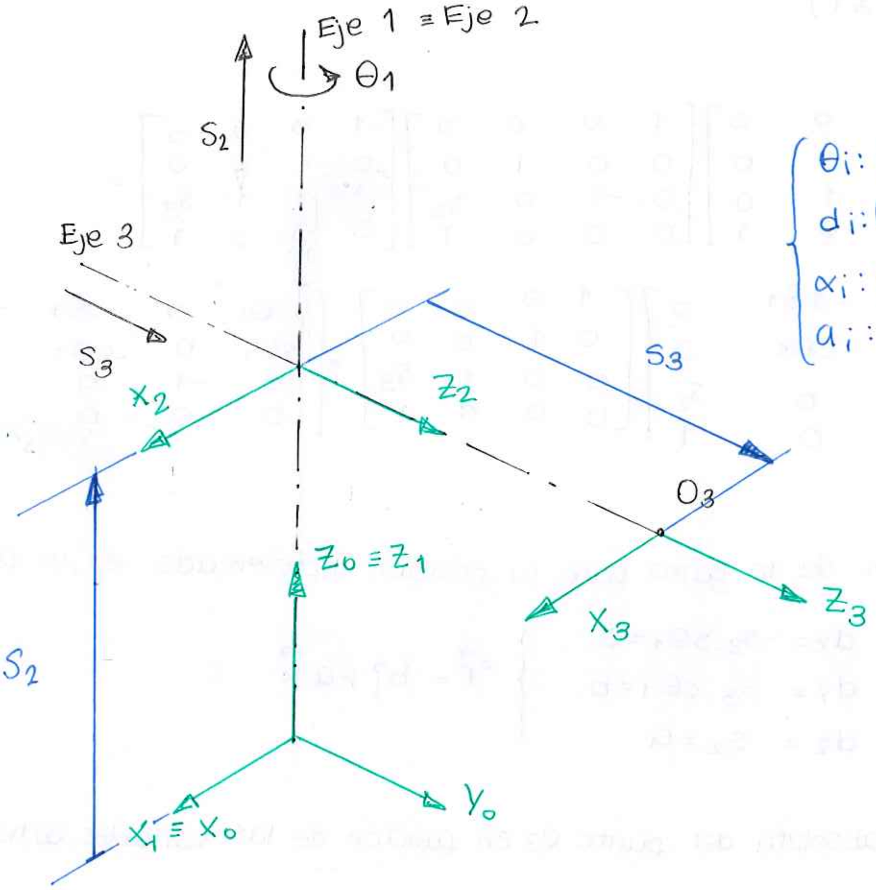
* En primer lugar identificamos los ejes de los pares cinemáticos.
* Colocamos sobre cada eje i el eje z_{i-1}
* colocamos los ejes x_i en la mínima distandia de z_{i-1} a z_i dando el sentido positivo de $i-1$ a i
* Colocamo z_n alineado con z_{n-1}.

JUNIO 2012



1. Identificamos los ejes de los pares cinemáticos del mecanismo.
2. Colocamos los ejes Z_{i-1} sobre los ejes i.
3. Colocamos los ejes X_i en la mínima distancia entre Z_{i-1} y Z_i con sentido positivo de $i-1$ a i.
4. Colocamos Z_n (en nuestro caso Z_4) alineado con Z_3.

JULIO 2012



$\theta_i: (X_{i-1}\ X_i)$ en Z^+_{i-1} antih.
$d_i: (X_{i-1}\ X_i)$ en Z^+_{i-1}
$\alpha_i: (Z_{i-1}\ Z_i)$ en X^+_i antih.
$a_i: (Z_{i-1}\ Z_i)$ en X^+_i

1) Dibujar los sistemas de referencia elementales y obtener los parámetros de elemento y par.

de 0 a 1 $\begin{cases} \theta_1: \text{variable} \\ d_1 = 0 \\ \alpha_1 = 0 \\ a_1 = 0. \end{cases}$

de 1 a 2 $\begin{cases} \theta_2 = 0 \\ d_2 = S_2 \text{ (vble)}. \\ \alpha_2 = 270^\circ \\ a_2 = 0. \end{cases}$

de 2 a 3 $\begin{cases} \theta_3 = 0 \\ d_3 = S_3 \text{ (vble)} \\ \alpha_3 = 0 \\ a_3 = 0 \end{cases}$

2) Calcular las matrices de transformación elementales y la matriz de transformación ${}^0_3T$ en función de las variables articulares.

$${}^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} c\theta i & -s\theta i c\alpha i & s\theta i s\alpha i & a_i . c\theta i \\ s\theta i & c\theta i c\alpha i & -c\theta_i s\alpha i & a_i . s\theta i \\ 0 & s\alpha i & c\alpha i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[{}^0_3T\right] = \left[{}^0_1T\right]\left[{}^1_2T\right]\left[{}^2_3T\right]$$

$$ {}^0_3T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$ = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 & -S_3 . s\theta_1 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & S_3 . c\theta_1 \\ 0 & -1 & 0 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

3) obtener la localización de la garra para la posición representada en la figura.

$$\left.\begin{array}{l} \theta_1 = 0 \\ S_2 = a \\ S_3 = b \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} d_x = -S_3 . s\theta_1 = 0. \\ d_y = S_3 . c\theta_1 = b. \\ d_z = S_2 = a \end{array}\right\} \; {}^0\vec{r} = b\vec{j} + a\vec{k}$$

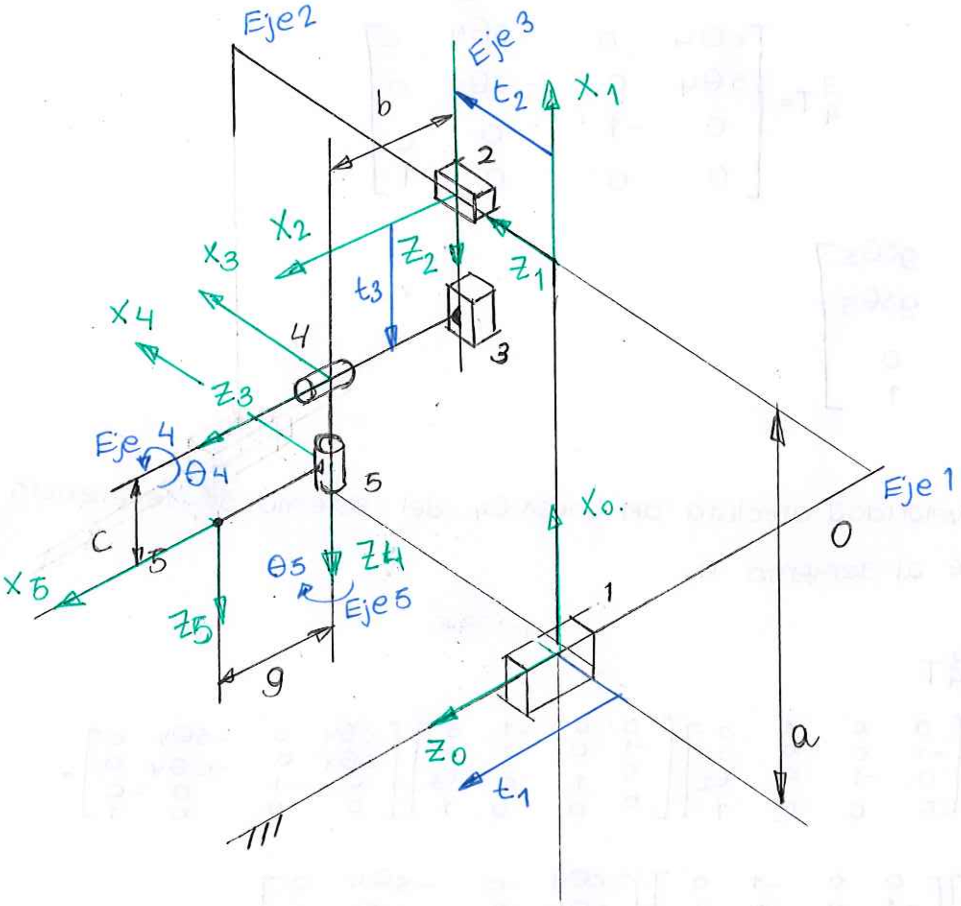
4) obtener la velocidad absoluta del punto O_3 en función de las variables articulares.

$$d_x = -S_3 . s\theta_1 \Rightarrow V_x = d'_x = -\dot{S}_3 . s\theta_1 - S_3 . \dot{\theta}_1 . c\theta_1 .$$

$$d_y = S_3 . c\theta_1 \Rightarrow V_y = d'_y = \dot{S}_3 . c\theta_1 - S_3 . \dot{\theta}_1 . s\theta_1$$

$$d_z = S_2 \Rightarrow V_z = d'_z = \dot{S}_2$$

ENERO 2014



$\left.\begin{array}{l}\theta_i \\ d_i\end{array}\right\} (X_{i-1} \ \ X_i)\ Z^{+}_{i-1}$ antih.

$\left.\begin{array}{l}\alpha_i \\ a_i\end{array}\right\} (Z_{i-1} \ \ Z_i)\ X^{+}_{i}$ antih.

1) Dibujar los sistemas de referencia elementales según la notación de Denavit-Hartenberg.

2) obtener los parámetros de elemento y par. Indicar cuales son las variables articulares.

de 0 a 1: $\begin{cases}\theta_1 = 0 \\ d_1 = t_1 \text{ (variable)} \\ \alpha_1 = 270. \\ a_1 = a\end{cases}$ de 1 a 2: $\begin{cases}\theta_2 = 270. \\ d_2 = t_2 \text{ (variable)} \\ \alpha_2 = 270. \\ a_2 = 0.\end{cases}$

de 2 a 3 $\begin{cases}\theta_3 = 270 \\ d_3 = t_3 \text{ (variable)} \\ \alpha_3 = 90. \\ a_3 = 0.\end{cases}$ de 3 a 4: $\begin{cases}\theta_4 = \text{variable} \\ d_4 = c \\ \alpha_4 = 270. \\ a_4 = 0\end{cases}$ de 4 a 5: $\begin{cases}\theta_5 = \text{variable.} \\ d_5 = 0 \\ \alpha_5 = 0 \\ a_5 = 9\end{cases}$

3) obtener las matrices de transformaciones elementales.

$$^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s.\theta_1.c\alpha_i & s\theta_i.s\alpha_i & a_i.c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i.c\alpha_i & -c\theta_i.s\alpha_i & a_i.s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & -c\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & g c\theta_5 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & g s\theta_5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

4) Obtener la posición y la velocidad absoluta del origen O_4 del sistema de referencia elemental correspondiente al elemento 4.

$$ {}^{0}_{4}T = {}^{0}_{1}T \cdot {}^{1}_{2}T \cdot {}^{2}_{3}T \cdot {}^{3}_{4}T $$

$$ {}^{0}_{4}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & -c\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & -1 & 0 & t_2 \\ 1 & 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & -c\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -t_3+a \\ 1 & 0 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & -1 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & -c\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$ = \begin{bmatrix} s\theta_4 & 0 & -c\theta_4 & -t_3+a \\ c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & t_2 \\ 0 & 1 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} d_x &= a - t_3 \\ d_y &= t_2 \\ d_z &= t_1 \end{aligned} $$

$$ \boxed{\begin{aligned} {}^{0}\vec{r} &= (a-t_3)\bar{\imath} + t_2\bar{\jmath} + t_1\bar{k} \\ \vec{v} &= -\dot{t}_3 + \dot{t}_2\bar{\jmath} + \dot{t}_1\bar{k} \end{aligned}} $$

5) Obtener la matriz ${}^{0}_{5}T$. Supóngase que se conoce el valor numérico de los términos de esta matriz para una posición concreta del robot. ¿Cómo se procedería para obtener el valor de las variables articulares?

$$ {}^{0}_{5}T = {}^{0}_{4}T\,{}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} s\theta_4 & 0 & -c\theta_4 & -t_3+a \\ c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & t_2 \\ 0 & 1 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & gc\theta_5 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & gs\theta_5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

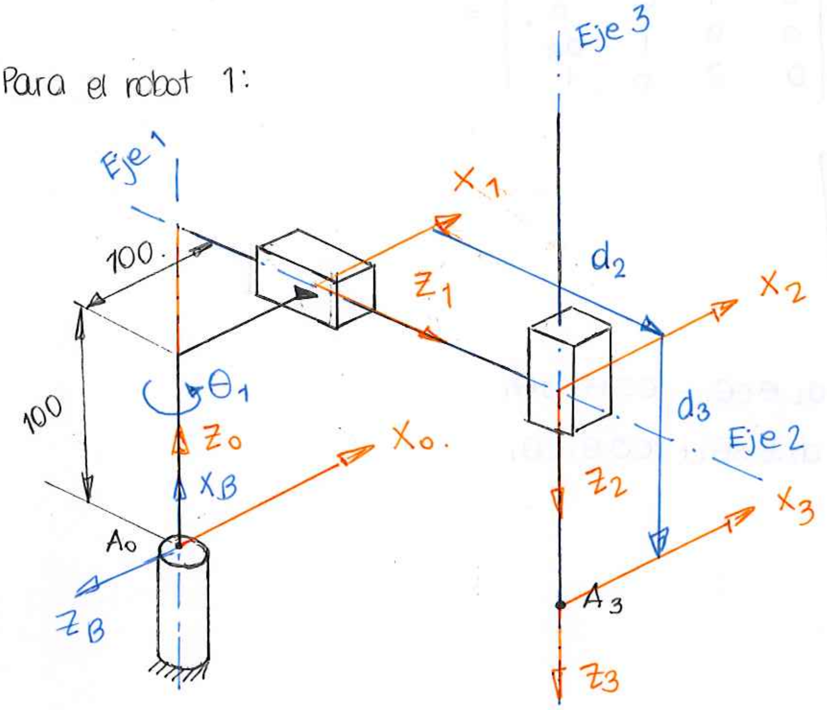
$$ = \begin{bmatrix} s\theta_4 . c\theta_5 & -s\theta_4 s\theta_5 & -c\theta_4 & s\theta_4 g c\theta_5 - t_3 + a \\ c\theta_4\, s\theta_5 & c\theta_4 c\theta_5 & -s\theta_4 & c\theta_4 g c\theta_5 + t_2 \\ 0 & 0 & 0 & g s\theta_5 + t_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Si conociéramos ${}^{0}_{5}T \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & d_1 \\ u_y & v_y & w_y & d_2 \\ u_y & v_z & w_z & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$ \begin{cases} u_x = s\theta_4 . c\theta_5 \\ u_y = c\theta_4 . s\theta_5 \\ \left.\begin{array}{l} v_x = -s\theta_4 . s\theta_5 \\ v_y = c\theta_4 . c\theta_5 \end{array}\right\} \Rightarrow \theta_5 \\ \left.\begin{array}{l} w_x = -c\theta_4 \\ w_y = -s\theta_4 \end{array}\right\} \Rightarrow \theta_4 \\ d_1 = s\theta_4 . g . c\theta_5 + t_3 + a \Rightarrow t_3 \\ d_2 = c\theta_4 . g . c\theta_5 + t_2 \Rightarrow t_2 \\ d_3 = g . s\theta_5 + t_1 \Rightarrow t_1 \end{cases} $$

JUNIO 2014

Para el robot 1:



$\left.\begin{matrix}\theta_i \\ d_i\end{matrix}\right\}$ $(x_{i-1}\ x_i)$ z^{+}_{i-1} antih.

$\left.\begin{matrix}\alpha_i \\ a_i\end{matrix}\right\}$ $(z_{i-1}\ z_i)$ x^{+}_{i} antih.

$$ {}^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i . c\alpha_i & s\theta_i . s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i . c\alpha_i & -c\theta_i . s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

1) Dibujar los sistemas de referencia elementales y obtener los parámetros de elemento y de par utilizando la notación de Denavit-Hartenberg.

de 0 a 1 $\begin{cases}\theta_1 = \text{variable} \\ d_1 = 100 \\ \alpha_1 = 90^\circ \\ a_1 = 100\end{cases}$

de 1 a 2 $\begin{cases}\theta_2 = 0 \\ d_2 = \text{variable} \\ \alpha_2 = 90^\circ \\ a_2 = 0\end{cases}$

de 2 a 3 $\begin{cases}\theta_3 = 0 \\ d_3 = \text{variable} \\ \alpha_3 = 0 \\ a_3 = 0\end{cases}$

2) Obtener todas las matrices de transformación en función de las variables articulares.

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 100.c\theta_1 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 100.s\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

3) Obtener las componentes de velocidad del punto A_3 en función de las variables articulares.

$$ {}^{0}_{3}T = {}^{0}_{1}T\,{}^{1}_{2}T\,{}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 100\,c\theta_1 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 100\,s\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & d_2 s\theta_1 + 100 c\theta_1 \\ s\theta_1 & -c\theta_1 & 0 & -d_2 c\theta_1 + 100 s\theta_1 \\ 0 & 0 & -1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

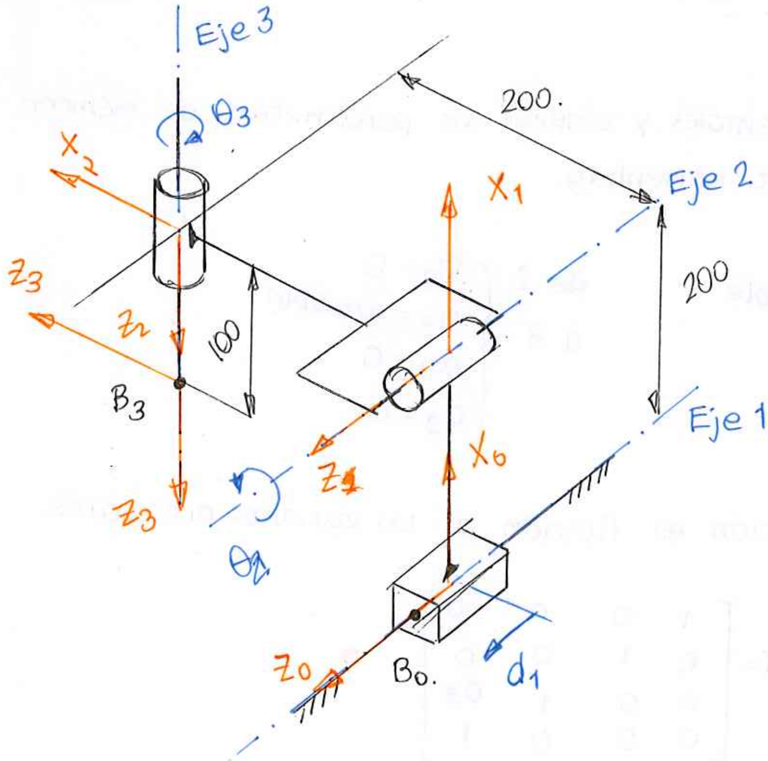
$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & d_2 s\theta_1 + 100 c\theta_1 \\ s\theta_1 & -c\theta_1 & 0 & -d_2 c\theta_1 + 100 s\theta_1 \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$d_x = d_2 s\theta_1 + 100 c\theta_1 \Rightarrow V'_x = \dot{d}_2 . s\theta_1 + d_2 . \dot{\theta} c\theta_1 - 100 . \dot{\theta}_1 . s\theta_1$

$d_y = -d_2 c\theta_1 + 100 s\theta_1 \Rightarrow V'_y = -\dot{d}_2 . c\theta_1 + d_2 . \dot{\theta} s\theta_1 + 100 \dot{\theta}_1 c\theta_1$

$d_z = -d_3 + d_2 \Rightarrow V'_z = -\dot{d}_3 + \dot{d}_2$

Para el robot 2:



$\left.\begin{matrix} \theta_i \\ d_i \end{matrix}\right\} (X_{i-1}\ X_i)\ Z_{i-1}^{+}$ antih

$\left.\begin{matrix} a_i \\ \alpha_i \end{matrix}\right\} (Z_{i-1}\ Z_i)\ X_i^{+}$ antih

$${}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4) Dibujar los sistemas de referencia elementales y obtener los parámetros de elemento y de par utilizando la notación de Denavit-Hartenberg.

de 0 a 1 $\begin{cases} \theta_1 = 0 \\ d_1 = \text{variable} \\ \alpha_1 = 0 \\ a_1 = 200. \end{cases}$ de 1 a 2 $\begin{cases} \theta_2 = \text{variable} \\ d_2 = 0 \\ \alpha_2 = 270 \\ a_2 = 200 \end{cases}$ de 2 a 3 $\begin{cases} \theta_3 = \text{Vble} \\ d_3 = 100 \\ \alpha_3 = 0 \\ a_3 = 0. \end{cases}$

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 200. \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & -s\theta_2 & 200 c\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & c\theta_2 & 200 s\theta_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_3T \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5) Obtener todas las matrices de tranformación elementales en función de las variables articulares.

Hecho en 4.

6) Obtener las componentes de velocidad del punto B_3 en función de las variables articulares

$$ {}^0_3T = {}^0_1T\,{}^1_2T\,{}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 200 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & -s\theta_2 & 200c\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & c\theta_2 & 200s\theta_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$ = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & -s\theta_2 & 200c\theta_2 + 200 \\ s\theta_2 & 0 & c\theta_2 & 200s\theta_2 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = $$

$$ = \begin{bmatrix} c\theta_2 c\theta_3 & -c\theta_2 s\theta_3 & -s\theta_2 & -100s\theta_2 + 200c\theta_2 + 200 \\ s\theta_2 c\theta_3 & -s\theta_2 s\theta_3 & c\theta_2 & 100c\theta_2 + 200s\theta_2 \\ -s\theta_3 & -c\theta_3 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$d_x = -100s\theta_2 + 200c\theta_2 + 200 \Rightarrow V_x = -100.\dot\theta_2.c\theta_2 - 200\dot\theta_2.s\theta_2$

$d_y = 100c\theta_2 + 200s\theta_2 \Rightarrow V_y = -100\dot\theta_2.s\theta_2 + 200.\dot\theta_2.c\theta_2$

$d_z = d_1 \Rightarrow V_z = \dot d_1.$

Para el conjunto.

7) Conocidas las coordenadas de los puntos fijos $A_0(-200,0,50)$ y $B_0(300,400,0)$ en el sistema de referencia fijo (O,X,Y,Z), expresar directamente la matriz de transformación entre los dos sistemas de los dos robots, con origen en A_0 y B_0 respectivamente.

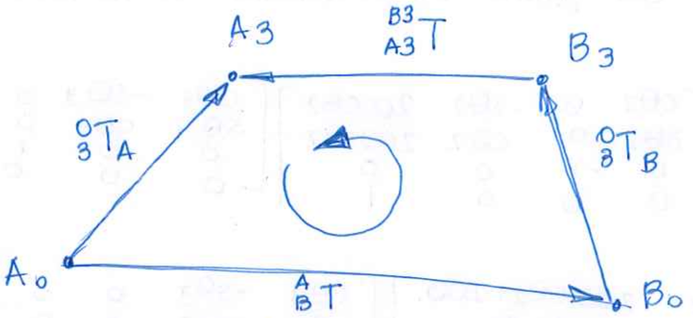
$$ {}^A_BT = \begin{bmatrix} {}^A_BR & {}^A_Bd \\ 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^A_BR = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} $$

$$ {}^A_Bd = \begin{bmatrix} 500 \\ 400 \\ -50 \end{bmatrix} $$

$$ {}^A_BT = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 500 \\ 0 & 1 & 0 & 400 \\ 1 & 0 & 0 & -50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

8) Indicar la ecuación de transformación matricial que define el lazo establecido entre los dos robots, despejando la matriz de transformación que define la localización del extremo del robot 1 respecto del extremo del robot 1



$$\left[{}^{B3}_{A3}T\right]\left[{}^{0}_{3}T\right]_A^{-1}\left[{}^{A}_{B}T\right]\left[{}^{0}_{3}T\right]_B^{-1}=[I]$$

$$\left[{}^{A3}_{A3}T\right]=\left[{}^{0}_{3}T\right]_B\left[{}^{A}_{B}T\right]^{-1}\left[{}^{0}_{3}T\right]_A$$

9) Por razones constructivas las guías lineales de los robots, sólo pueden variar su recorrido entre 0 y 800. Con esta restricción, resolver el problema de posición inverso para que los puntos A_3 y B_3 coincidan en las coordenadas (100, 100, 100) expresadas respecto del sistema fijo (0, x, y, z)

$${}^{0}r_A=\begin{Bmatrix}100\\100\\100\end{Bmatrix}$$

$${}^{A0}r_A=\begin{bmatrix}0&-1&0&-200\\1&0&0&0\\0&0&1&50\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}100\\100\\100\\1\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-300\\100\\150\\1\end{Bmatrix}$$

$${}^{B0}r_A={}^{B0}r_B=\begin{bmatrix}0&0&-1&500\\0&1&0&400\\1&0&0&-50\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}-300\\100\\150\\1\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}350\\500\\-350\\1\end{Bmatrix}$$

Algo está mal

$$\begin{cases}d_2\cdot s\theta_1+100c\theta_1=-300 \Rightarrow d_2\cdot tg\theta_1+100=-300 \Rightarrow tg\theta_1=\dfrac{-300-100}{d_2}\\ -d_2c\theta_1+100\cdot s\theta_1=100 \Rightarrow -d_2+100\cdot tg\theta_1=100\\ -d_3+d_2=150\\ 0<d_2<300\\ 0<d_3<300\end{cases}$$

$$-d_2+100\frac{-400}{d_2}=100.$$

$$-d_2^2-100d_2-40000=0.$$

$$-100 s\theta_2 + 200 c\theta_2 + 200 = 350.$$

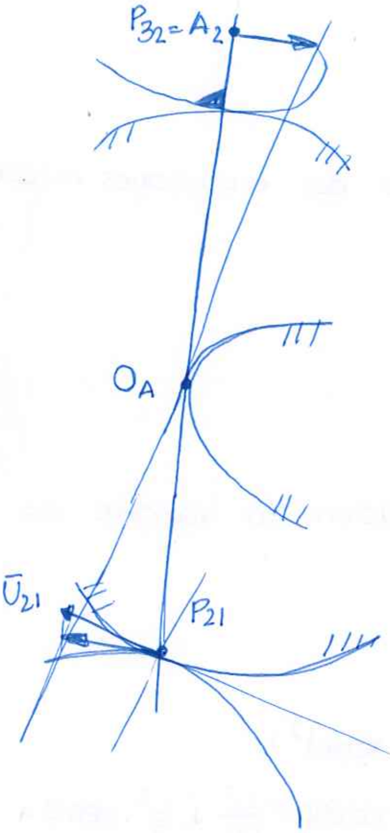
$$100 c\theta_2 + 200\, \theta 2 = 500$$

$$d_1 = -350$$

$$0 < d_1 < 300.$$

Junio 2014 (1.Ariketa: A)

1) $\left(\frac{1}{\overline{O_A P_{21}}} + \frac{1}{\overline{P_{21} A_2}}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta = \frac{\omega_{21}}{u_{21}} = \frac{1}{\delta_{21}}$

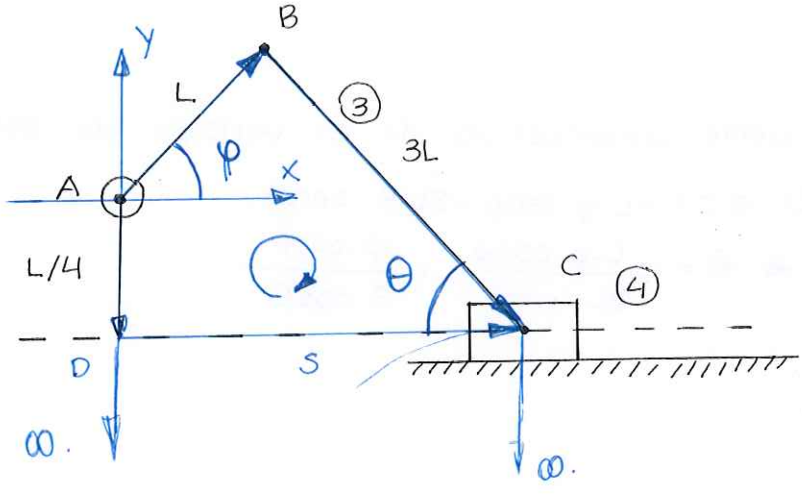


perfil fijo (envolvente).

cuando el perfil móvil es una recta: $\overline{P_{21} A_2} = \infty$.

$\frac{1}{\overline{O_A P_{21}}} \cdot \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{\delta_{21}} \Rightarrow \overline{O_A P} = \delta_{21} \cdot \operatorname{sen}\theta$: circunferencia tangente a la tp de diámetro δ (diámetro de la c.i). Es simétrico a la ci

2)



a) Obtener la expresión del criterio de Grashof para este mecanismo y comprobar si se cumple:

$$l_{max} + l_{min} < l_2 + l_3$$

$$\infty + \frac{L}{4} + L < 3L + \infty.$$

$$\frac{5}{4}L < 3L \Rightarrow$$ sí se cumple el criterio de Grashof.

b) Obtener las ecuaciones de posición.

Tenemos dos variables secundarias (s, θ) luego necesitamos dos ecuaciones escalares o una vectorial que obtendremos del lazo.

x) $L.\cos\varphi + 3L.\cos\theta - s = 0$

y) $L.\text{sen}\varphi - 3L.\text{sen}\theta + \frac{L}{4} = 0.$

c) Obtener la ecuación análoga a la de Freudenstein que relaciona la variable de entrada con la de salida.

x) $L.\cos\varphi + 3L.\cos\theta - s = 0. \Rightarrow 3L.\cos\theta = s - L.\cos\varphi$

y) $L.\text{sen}\varphi - 3L.\text{sen}\theta + \frac{L}{4} = 0 \Rightarrow 3L.\text{sen}\theta = \frac{L}{4} + L.\text{sen}\varphi.$

$$9L^2 = (s - L.\cos\varphi)^2 + \left(\frac{L}{4} + L.\text{sen}\varphi\right)^2 =$$

$$= s^2 - 2.s.L.\cos\varphi + L^2\cos^2\varphi + \frac{L^2}{16} + \frac{L^2}{2}.\text{sen}\varphi +$$

$$+ L^2.\text{sen}^2\varphi$$

$$8L^2 = s^2 - 2sL\cos\varphi + \frac{L^2}{16} + \frac{L^2}{2}\text{sen}\varphi.$$

$$s^2 = 2s.L\cos\varphi + \frac{127}{16}L^2 - \frac{L^2}{2}\text{sen}\varphi$$

$$s^2 = T_1.s.\cos\varphi + T_2.\text{sen}\varphi + T_3$$

$$\begin{cases} T_1 = 2L \\ T_2 = -\frac{L^2}{2} \\ T_3 = \frac{127}{16}L^2 \end{cases}$$

d) Obtener la expresión de coeficiente de influencia de la variable de salida.

$$-L.\dot{\varphi}.\text{sen}\varphi - 3L.\dot{\theta}.\text{sen}\theta - \dot{s} = 0. \Rightarrow \dot{s} = -L.\dot{\varphi}.\text{sen}\varphi - 3L.\dot{\theta}.\text{sen}\theta.$$

$$L.\dot{\varphi}.\cos\varphi - 3L.\dot{\theta}.\cos\theta = 0. \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{L.\dot{\varphi}.\cos\varphi}{3L.\cos\theta} = \frac{\dot{\varphi}.\cos\varphi}{3.\cos\theta}$$

$$V_4^x = \dot{s} = -L.\dot{\varphi}.\text{sen}\varphi - \frac{\dot{\varphi}.\cos\varphi}{\cos\theta}.L.\text{sen}\theta = \left[-L.\text{sen}\varphi - \frac{\cos\varphi}{\cos\theta}.L\text{sen}\theta\right].\dot{\varphi}$$

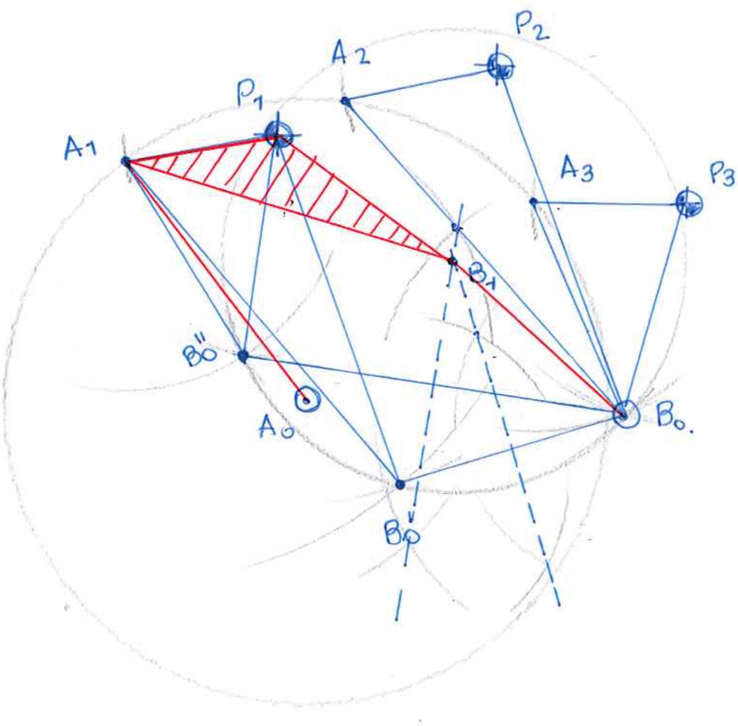
$$\boxed{\bar{g}_4^x = -L.\text{sen}\varphi - \frac{\cos\varphi}{\cos\theta}.L.\text{sen}\theta}$$

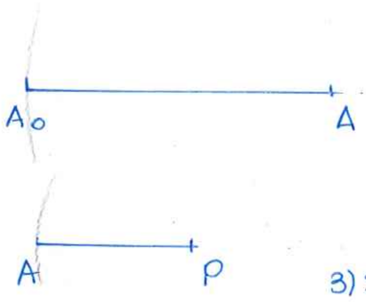
3) Obtener la expresión general de la ventaja mecánica de un mecanismo desmodrónico ($VM = F_S/F_E$)

$$VM = \frac{F_S}{F_E} = \frac{T_S}{r_S} \cdot \frac{r_e}{T_e} = \frac{\omega_e}{\omega_S} \cdot \frac{r_e}{r_S} = \frac{F_{S1}.P_{ES}}{F_{E1}.P_{ES}} \cdot \frac{r_e}{r_S}$$

4) Síntesis gráfica de generación de trayectorias de un cuadrilátero articulado con tres puntos de precisión. Explicar detalladamente el proceso junto con las figuras que sean necesarias.

Sean P_1, P_2 y P_3 los tres puntos de precisión por los que se desea que pase el punto P del acoplador. Se adoptarán como datos de partida las posiciones de las articulaciones fijas A_0 y B_0, la longidud A_0A de la manivela y la AP del acoplador





1) Con centro en A_0 se traza una circunferencia de radio A_0A

2) Con centro en P_1, P_2, P_3 y radio AP se trazan 3 arcos de circunferencia. Donde corten con la anterior circunferencia se encontrarán los puntos A_1, A_2 y A_3.

3) Se construyen los triángulos $A_1P_1B_0'$ y $A_1P_1B_0''$ iguales a los triángulos $A_2P_2B_0$ y $A_3P_3B_0$.

4) El centro de la circunferencia $B_0 B_0' B_0''$ es la articulación móvil B_1

Junio 2014 (1. Ariketa B)

1) Obtención de las fórmulas de Grübler y Malishev. Obtener el nº mínimo de elementos conectados mediante pares clase I en una cadena cerrada de un lazo, de manera que G=1. Hacedlo para el plano y el espacio.

Supongamos un mecanismo formado por N elementos, P_I pares de clase I y P_{II} pares de clase II.

El número total de gdl de los elementos fijos es 3N. Al fijar el elemento fijo se restringen 3 gdl. Los pares clase 1 restringen $2P_I$ gdl y los de clase II restringen $1 \cdot P_{II}$ gdl, luego obtenemos que:

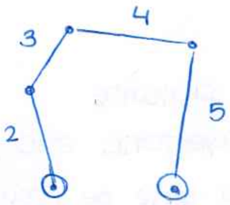
$$G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II}$$ que es la fórmula de Grübler para el plano.

De manera análoga obtenemos la fórmula de Malishev para el espacio:

$$G = 6(N-1) - 5P_I - 4P_{II} - 3P_{III} - 2P_{IV} - P_V$$

En una cadena cerrada hay tantos pares como elementos: $P_I = N$:

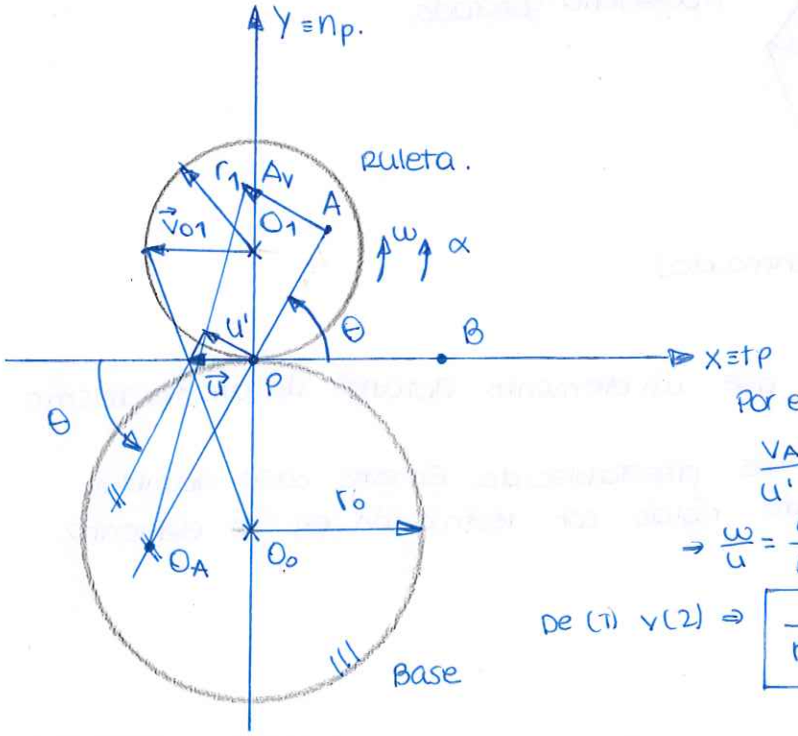
$G = 3(N-1) - 2N = 1$: $\boxed{N=4}$ (para el plano.)



$G = 6(N-1) - 5 \cdot N = 1$.

$\boxed{N=7}$ para el espacio.

2) Fórmula de Euler-Savary: planteamiento, desarrollo y obtención de la misma. Indicar razonadamente (incluyendo una representación gráfica) cuál es la posición del centro de curvatura de un punto de un plano móvil situado en la tangente polar.



$V_{O1} = \omega \cdot r_1$

Por semejanza de triángulos:

$$\frac{V_{O1}}{u} = \frac{\overline{O_0O_1}}{\overline{PO_0}}$$

$$\frac{\omega \cdot r_1}{u} = \frac{r_0 + r_1}{r_0} \Rightarrow \frac{\omega}{u} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1} \quad (1)$$

Por el teorema de Hartmann:

$$\frac{V_A}{u'} = \frac{\overline{O_AP} + \overline{PA}}{\overline{O_AP}} \Rightarrow \frac{\omega}{u'} = \frac{\overline{O_AP} + \overline{PA}}{\overline{O_AP} \cdot \overline{PA}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\omega}{u} = \frac{\overline{O_AP} + \overline{PA}}{\overline{O_AP} \cdot \overline{PA}} \cdot \operatorname{sen}\theta = \left(\frac{1}{\overline{O_AP}^*} + \frac{1}{\overline{PA}^*}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta \quad (2)$$

De (1) y (2) $\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{1}{r_0^*} + \frac{1}{r_1} = \left(\frac{1}{\overline{O_AP}^*} + \frac{1}{\overline{PA}^*}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta}$$

Si B está sobre la tangente polar, $\theta = 0 : \operatorname{sen}\theta = 0$.

$$\underbrace{\frac{1}{\overline{O_B P}^*}}_{\Downarrow} + \underbrace{\frac{1}{\overline{PB}^*}}_{\text{finito}} = \infty$$

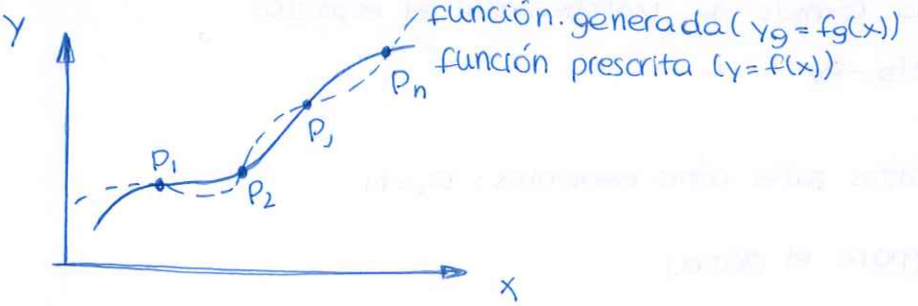
$\overline{O_B P} = 0$.

Su centro de curvatura coincide con el polo.

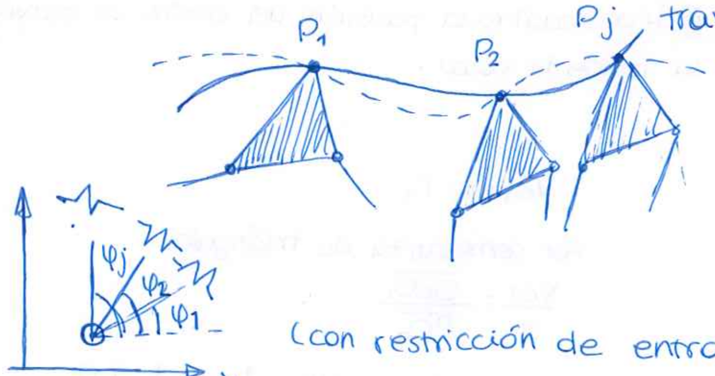
3) Definición de los distintos tipos de síntesis dimensional. Incluir representaciones gráficas aclaratorias.

Hay tres tipos de síntesin dimensional:

- Generación de función: tiene por objeto la obtención de mecanismos que satisfagan una relación funcional prescrita que coordine las características cinemáticas del movimiento entre las barras de entrada y salida.

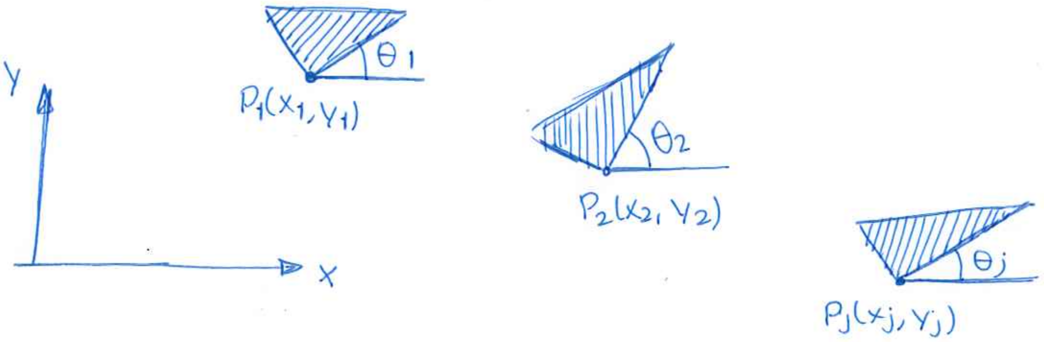


- Generación de trayectorias: consiste en que un punto de un elemento flotante del mecanismo trace una trayectoria previamente especificada. Si la trayectoria está definida mediante puntos de precisión a los que se les ha asignado una serie de posiciones del elemento de entrada, se le denominará generación de trayectorias con restricción del elemento de entrada.



(con restricción de entrada).

- Guiado del sólido rígido: su objetivo es que un elemento flotante de un mecanismo se sitúe según una secuencia de posiciones preestablecida. En este caso también existe la posibilidad de guiado del sólido rígido con restricción en el elemento de entrada.



5) Matriz de transformaciones homogenea

- Escribir la forma general de transformación homogénea T. Indicar las relaciones de dependencia entre sus términos.

$$
{}^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} {}^{i-1}_{\ \ i}R & {}^{i-1}_{\ \ i}d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & d_x \\ u_y & v_y & w_y & d_y \\ u_z & v_z & w_z & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(u,x) & c(v,x) & c(w,x) & d_x \\ c(u,y) & c(v,y) & c(w,y) & d_y \\ c(u,z) & c(v,z) & c(w,z) & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =
$$

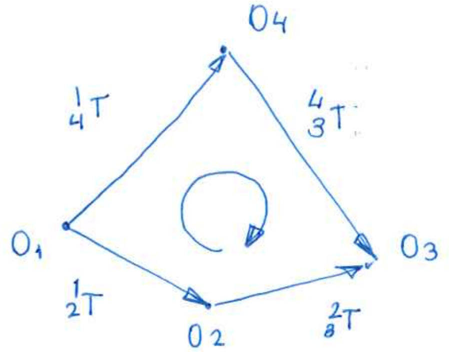
$$
= \begin{bmatrix} i_x \cdot i_u & i_x \cdot j_v & i_x \cdot k_w & d_x \\ j_y \cdot i_u & j_y \cdot j_v & j_y \cdot k_w & d_y \\ k_z \cdot i_u & k_z j_v & k_z \cdot k_w & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{siendo} \quad \begin{matrix} i_u \cdot i_u = 1 & i_u \cdot j_v = 0 \\ j_v \cdot j_v = 1 & j_v \cdot k_w = 0 \\ k_w \cdot k_w = 1 & k_w \cdot i_u = 0 \end{matrix}
$$

- Escribir la forma de una matriz de traslación T.

Supongamos que es una traslación de $\bar{r} = d_x\bar{i} + d_y\bar{j} + d_z\bar{k}$

$$
T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

- Dada la siguiente composición se conocen ${}^1_4T$, ${}^1_2T$ y ${}^2_3T$, obtener ${}^4_3T$

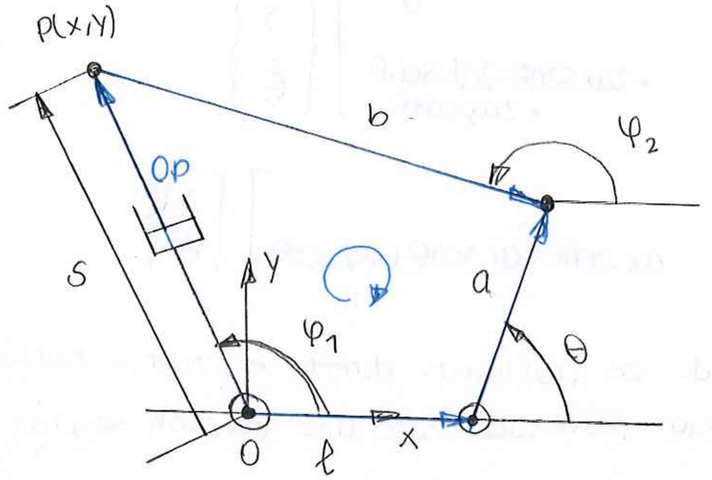


$${}^1_4T \cdot {}^4_3T \cdot ({}^2_3T)^{-1} \cdot ({}^1_2T)^{-1} = I.$$

$${}^4_3T \, ({}^2_3T)^{-1} ({}^1_2T)^{-1} = ({}^1_4T)^{-1}$$

$$\boxed{{}^4_3T = ({}^1_4T)^{-1} ({}^1_2T) ({}^2_3T)}$$

Junio 2014 (3. Ariketa B)



Datos geométricos: ℓ, a, b

Variables de entrada: θ, s

variables de salida: x, y

variables pasivas: φ_1, φ_2

a) Las ecuaciones de posición a partir de las ecuaciones de lazo. Para ello se expresará el vector $\overline{OP}$ a partir de los dos brazos de la cadena.

$$\overline{OP} + \bar{b} - \bar{a} - \bar{\ell} = 0.$$

$$\overline{OP} = \bar{a} + \bar{\ell} - \bar{b}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x) & +OP.\cos(\varphi_1) = a.\cos\theta + \ell + b.\cos\varphi_2 \Rightarrow s.\cos\varphi_1 = a.\cos\theta + \ell + b.\cos\varphi_2 \\ y) & OP.\operatorname{sen}\varphi_1 = a.\operatorname{sen}\theta + b.\operatorname{sen}\varphi_2 \Rightarrow s.\operatorname{sen}\varphi_1 = a.\operatorname{sen}\theta + b.\operatorname{sen}\varphi_2 \end{array}\right\}$$

b) Eliminando las variables pasivas φ_1, φ_2 obtener las dos ecuaciones de posición que relacionan las variables de salida (x,y) con las variables de entrada (θ, s) dato.

$$\left\{\begin{array}{l} x = +s.\cos\varphi_1 \\ y = s.\operatorname{sen}\varphi_1 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} x = a.\cos\theta + \ell. + b.\cos\varphi_2 \Rightarrow b.\cos\varphi_2 = x - a.\cos\theta - \ell \\ y = a.\operatorname{sen}\theta + b.\operatorname{sen}\varphi_2 \Rightarrow b.\operatorname{sen}\varphi_2 = y - a.\operatorname{sen}\theta \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 + y^2 = s^2$$

$$b^2 = x^2 + \ell^2 + a^2\cos^2\theta - 2xa\cos\theta - 2x\ell + 2a.\ell.\cos\theta + y^2 - 2ay\operatorname{sen}\theta + a^2\operatorname{sen}^2\theta$$

$$\left\{\begin{array}{l} x^2 + y^2 = s^2 \\ b^2 = x^2 + y^2 + a^2 + \ell^2 - 2ax.\cos\theta - 2x\ell + 2al.\cos\theta - 2ay.\operatorname{sen}\theta. \end{array}\right.$$

c) Derivando las ecuaciones anteriores, obtener las ecuaciones de velocidad. Expresarlas en forma matricial.

$$\left\{\begin{array}{l} 2x.\dot{x} + 2y.\dot{y} = 2s.\dot{s} \\ 0 = 2x.\dot{x} + 2y.\dot{y} - 2a\dot{x}\cos\theta + 2ax.\dot{\theta}\operatorname{sen}\theta - 2\dot{x}.\ell + 2a\ell.\dot{\theta}.\operatorname{sen}\theta - 2a\dot{y}.\operatorname{sen}\theta - 2ay.\dot{\theta}\cos\theta \end{array}\right.$$

$$2x.\dot{x} + 2y.\dot{y} = 2s.\dot{s}$$

$$(2x-2a\cos\theta-2\ell)\,\dot{x} + (2y-2a\,\text{sen}\,\theta)\dot{y} = (-2ax.\text{sen}\,\theta - 2al.\text{sen}\,\theta + 2ay.\cos\theta)\dot{\theta}$$

$$\begin{bmatrix} 2x & 2y \\ 2x-2a\cos\theta-2\ell & 2y-2a\,\text{sen}\,\theta \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2s & 0 \\ 0 & -2ax\,\text{sen}\,\theta-2al.\text{sen}\,\theta + 2ay\cos\theta \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{s} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ x-a.\cos\theta-\ell & y-a\,\text{sen}\,\theta \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & ax.\text{sen}\,\theta-a\ell.\text{sen}\,\theta+ay.\cos\theta \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{s} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}$$

d) obtener las condiciones de singularidad de los problemas directo e inverso, haciendo nulos los correspondientes determinantes. Dibujar para cada caso una posición singular.

- Problema directo:

$$|J_S| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x & y \\ x-a.\cos\theta-\ell & y-a\,\text{sen}\,\theta \end{vmatrix} = \boxed{x(y-a.\text{sen}\,\theta) - y(x-a\cos\theta-\ell) = 0}$$

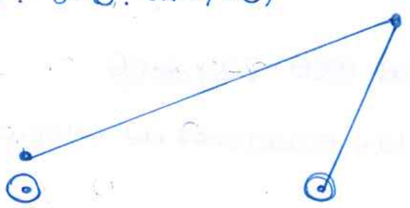
Pos. singular: $y = 0$.

$a.\text{sen}\,\theta = 0. \Rightarrow \theta = 0.$

- Problema inverso.

$$|J_E| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -s & 0 \\ 0 & -ax.\text{sen}\,\theta + a\ell.\text{sen}\,\theta - ay.\cos\theta \end{vmatrix} = s(-ax.\text{sen}\,\theta + a\ell.\text{sen}\,\theta - ay\cos\theta) = 0.$$

Pos. singular: $s = 0.$ $(x = y = 0)$



d) Derivando las ecuaciones de velocidad, obtener las ecuaciones de aceleración. Expresarlas en forma matricial.

(1) $2\dot{x}^2 + 2x.\ddot{x} + 2.\dot{y}^2 + 2y.\ddot{y} = 2\dot{s}^2 + 2s.\ddot{s}$

(2) $(2\dot{x} + 2a\dot{\theta}\,sen\theta)\,\dot{x} + (2x - 2a\cos\theta - 2\ell)\ddot{x} + (2\dot{y} - 2a\dot{\theta}.\cos\theta)\dot{y} + (2y - 2a\,sen\theta).\ddot{y} =$

$= (-2a\dot{x}.sen\theta - 2ax.\dot{\theta}.\cos\theta - 2a\ell.\dot{\theta}.\cos\theta + 2a\dot{y}.\cos\theta - 2ay.\dot{\theta}\,sen\theta).\dot{\theta} +$

$(-2ax\,sen\theta - 2a\ell.\,sen\theta + 2ay.\cos\theta).\ddot{\theta}$

(1). $x.\ddot{x} + y.\ddot{y} - s.\ddot{s} = \dot{s}^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2$

(2) $\ddot{x}(x - a.\cos\theta - \ell) + \ddot{y}(y - a\,sen\theta) + \ddot{\theta}(ax\,sen\theta + a\ell\,sen\theta - ay\cos\theta) =$

$= (-\dot{x} - a\dot{\theta}\,sen\theta)\dot{x} + (-\dot{y} + a\dot{\theta}.\cos\theta)\dot{y} + (a\dot{x}.sen\theta - ax\dot{\theta}.\cos\theta - a\ell\dot{\theta}.\cos\theta + a\dot{y}\cos\theta - ay\dot{\theta}\,sen\theta)\dot{\theta}$

$$\begin{bmatrix} x & y & -s & \\ x - a\cos\theta - \ell & y - a\,sen\theta & ax\,sen\theta + a\ell\,sen\theta - ay\cos\theta & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{s} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{s}^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 \\ (-\dot{x} - a\dot{\theta}\,sen\theta)\dot{x} + (-\dot{y} + a\dot{\theta}\cos\theta)\dot{y} + (-a\dot{x}.sen\theta - ax\dot{\theta}.\cos\theta - a\ell.\dot{\theta}.\cos\theta + a\dot{y}\cos\theta - ay\dot{\theta}\,sen\theta)\dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Enero 2014. (2. Ariketa A).

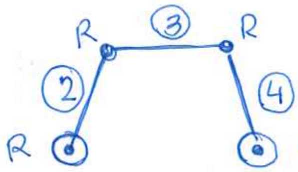
1) Obtener la fórmula de Malishev. (Grübler en el espacio.)

Un mecanismo de N elementos en el espacio posee 6N gdl. Al fijar uno de sus elementos restringimos 6 gdl. Por otra parte, P_I pares de clase I restringen el movimiento del mecanismo en $5 \cdot P_I$ gdl; al igual que, P_{II} pares de clase II lo hacen en $4P_{II}$ gdl, P_{III} pares de clase III en $3P_{III}$ gdl, P_{IV} pares de clase IV $2P_{IV}$ y P_V pares de clase V P_V. Luego obtenemos que:

$\boxed{G = 6(N-1) - 5P_I - 4P_{II} - 3P_{III} - 2P_{IV} - P_V}$ que es la fórmula de Malishev.

¿Qué son restricciones redundantes? Son restricciones equivalentes que provoca la geometría particular de un mecanismo. Esto conlleva un error al aplicar la fórmula de Grübler o en este caso la de Malishev. Para solucionarlo podemos o bien obtener un mecanismo equivalente o bien introducir un término corrector P_G.

Aplicar el criterio de Malishev al cuadrilátero articulado plano e indicar, a la luz del resultado, el número de restricciones redundantes que posee. Obtener un mecanismo equivalente sin restricciones redundantes.

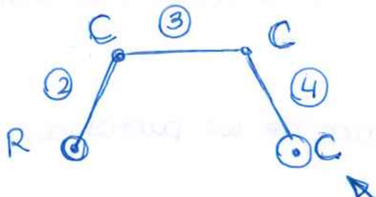


$\left.\begin{array}{l} P_I = 4 \\ N = 4 \end{array}\right\}$ $G = 6(4-1) - 5 \cdot 4 = 18 - 20 = -2.$

$G = 6(4-1) - 5 \cdot 4 + P_R = 1$

$P_R = 1 + 2 = 3.$

$\boxed{\text{Tiene 3 restricciones redundantes}}$

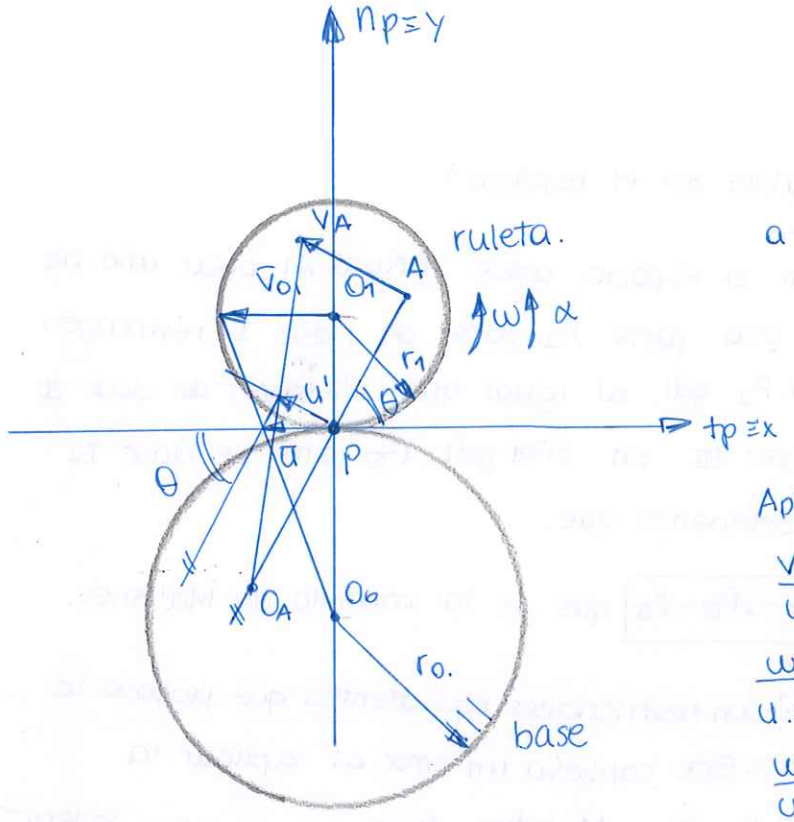


$\left.\begin{array}{l} P_I = 1 \\ P_{II} = 3 \end{array}\right\}$ $G = 6(4-1) - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 3 = 18 - 5 - 12 = 1.$

Mecanismo equivalente

2) Explicar claramente el concepto de parejas de puntos conjugados a partir de la fórmula de Euler-Savary.

Una pareja de puntos conjugados la consituyen un punto del plano móvil (A) y su centro de curvatura O_A.



sabemos que $V_{O_1} = \omega \cdot r_1$

Aplicando el teorema de Hartmann a O_1: (semejanza de triángulos)

$$\frac{V_{O_1}}{u} = \frac{\overline{O_0O_1}}{\overline{O_0P}} = \frac{\overline{O_0P} + \overline{PO_1}}{\overline{O_0P}}$$

$$\frac{\omega \cdot r_1}{u} = \frac{r_0 + r_1}{r_0} \Rightarrow \frac{\omega}{u} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_0} \quad (1)$$

Aplicando el teorema de Hartmann a A:

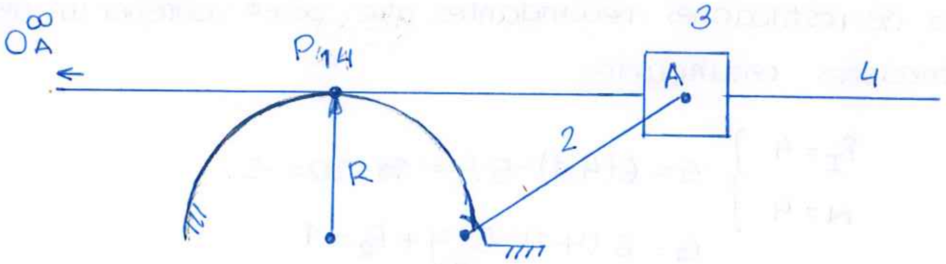
$$\frac{V_A}{u'} = \frac{\overline{O_AA}}{\overline{O_AP}} = \frac{\overline{O_AP} + \overline{PA}}{\overline{O_AP}}$$

$$\frac{\omega \cdot \overline{PA}}{u \cdot \operatorname{sen}\theta} = \frac{\overline{O_AP} + \overline{PA}}{\overline{O_AP}}$$

$$\frac{\omega}{u} = \frac{\overline{O_AP} + \overline{PA}}{\overline{O_AP} \cdot \overline{PA}} \cdot \operatorname{sen}\theta = \left(\frac{1}{\overline{PA}} + \frac{1}{\overline{O_AP}}\right) \operatorname{sen}\theta \quad (2)$$

De (1) y (2) obtenemos: $\dfrac{1}{r_0^*} + \dfrac{1}{r_1^*} = \left(\dfrac{1}{\overline{PA^*}} + \dfrac{1}{\overline{O_AP^*}}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta$.

Que relaciona O_A con A. Es decir, un punto del plano móvil con su centro de curvatura



a) señalar una pareja de puntos conjugados relativos al elemento 4.

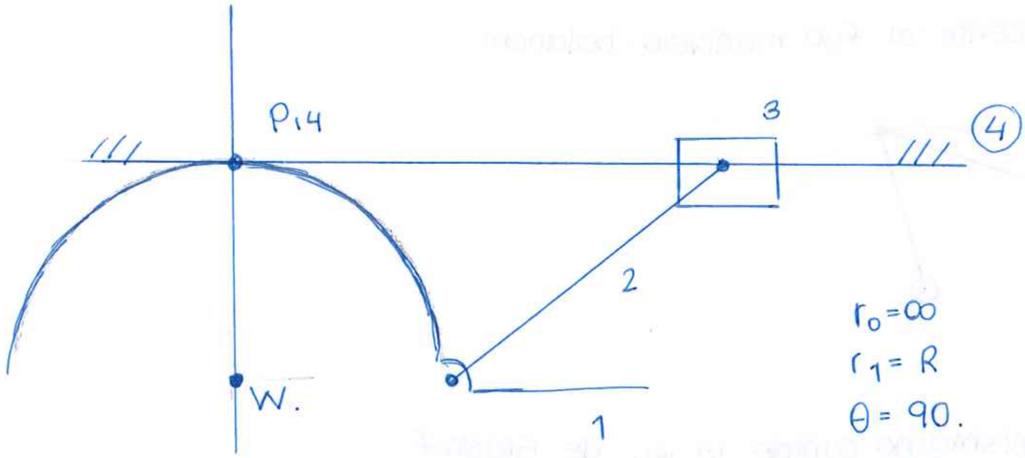
(A, O_A) $\quad r_1 = \infty, \theta = 0, r_0 = R \Rightarrow O_AP = \infty \Rightarrow O_A^\infty$

b) señalar un punto de la circunferencia de las inflexiones del elemento 4. (Además del polo).

La circunferencia de las inflexiones es el lugar geométrico de los puntos cuyo radio de curvatura es infinito.

El punto $A \in$ c.i.

c) Realizar una inversión del mecanismo anterior donde ahora 4 es el elemento fijo. señalar un punto de la c.i del elemento 1 (Además del polo).



$r_0 = \infty$

$r_1 = R$

$\theta = 90.$

$\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{PA}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta \Rightarrow PA = R.$

$W \in c.i_1.$

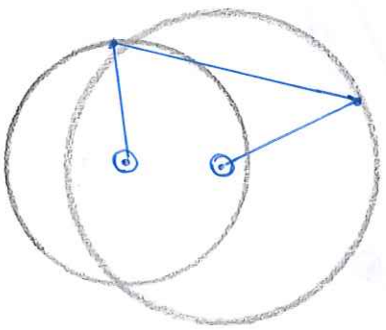
3) Enunciar la ley de Grashof. Realizar la clasificación de los cuadriláteros articulados en función de su cumplimiento, incumplimiento en el límite. Dibujar un ejemplo ilustrativo de cada caso indicando la rotabilidad de cada uno de sus elementos.

"Sólo el elemento más corto de un cuadrilátero articulado puede tener rotabilidad completa respecto al resto de sus elementos si se cumple que la suma de los elementos más corto y más largo del mismo es menor que la suma de los otros dos".

Sean las longitudes de los elementos $a < b < c < d$.

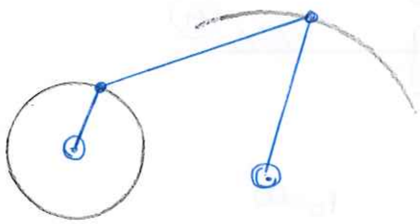
- CASO 1: El mecanismo cumple la Ley de Grashof.

1) Si a es el elemento fijo: doble manivela.



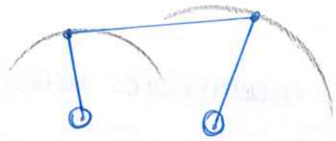
2) Si a es el opuesto al fijo: doble balancín.

3) Si a es el adyacente al fijo: manivela-balancin



CASO 2: El mecanismo no cumple la ley de Grashof.

Las cuatro posibles inversiones son de doble balancin.

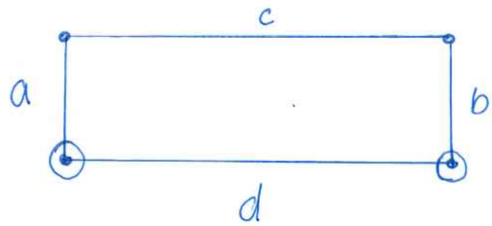


CASO 3: El mecanismo cumple la ley de Grashof en el limitite.

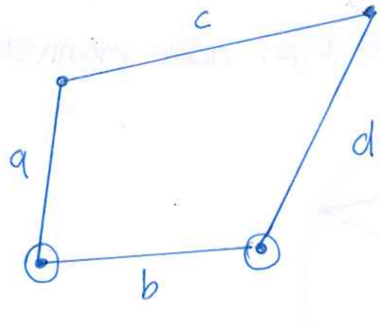
Es equivalente al caso 1 sólo que en este caso todas las barra se alinean en determinadas posiciones.

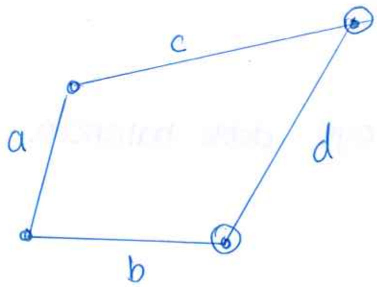
caso de que a=b y c=d.

1) Paralelogramo articulado.

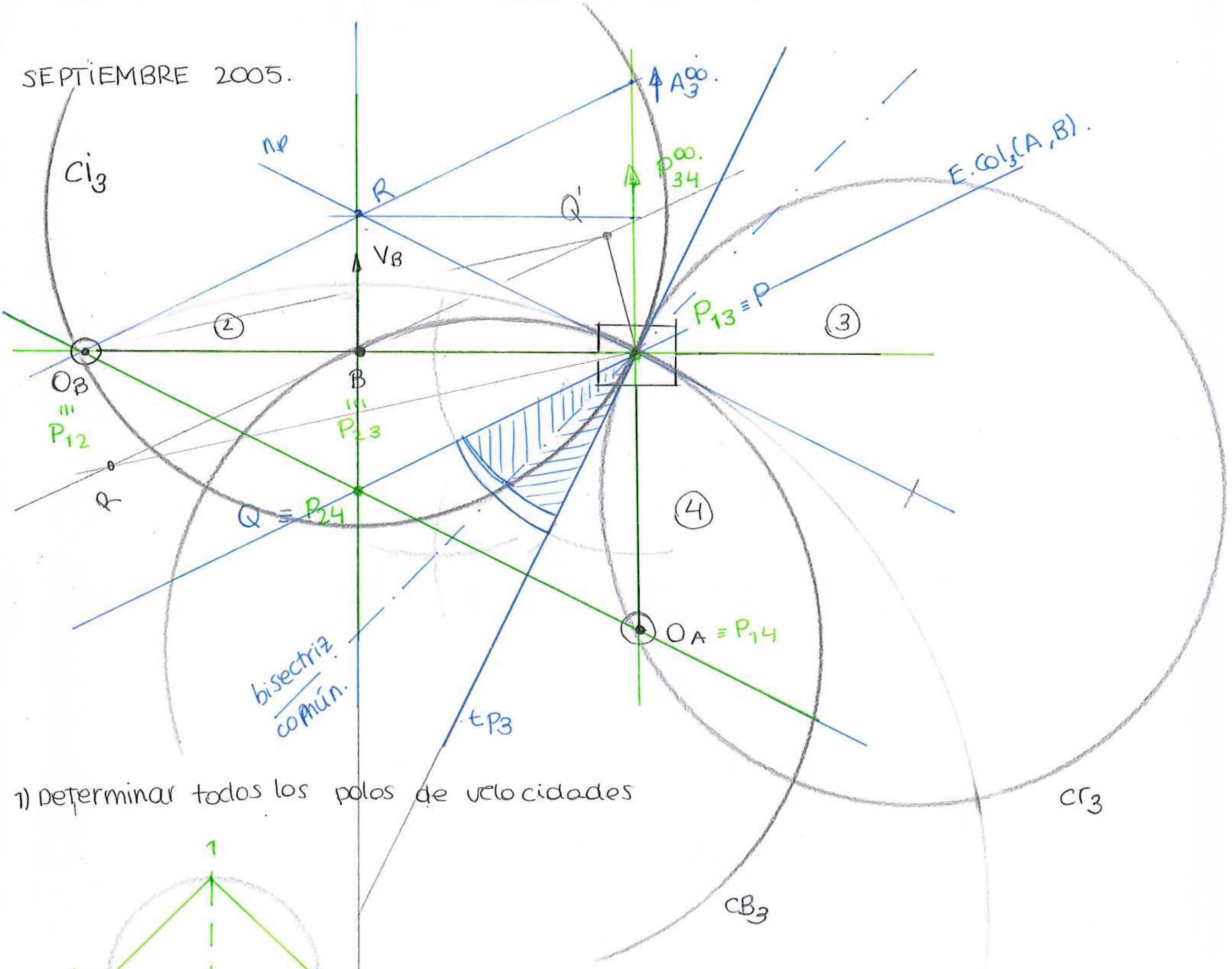


2) Cuadrilátero cometa.

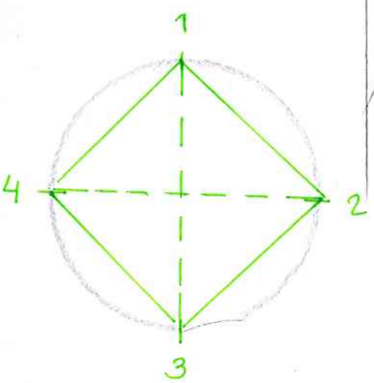




SEPTIEMBRE 2005.



1) Determinar todos los polos de velocidades



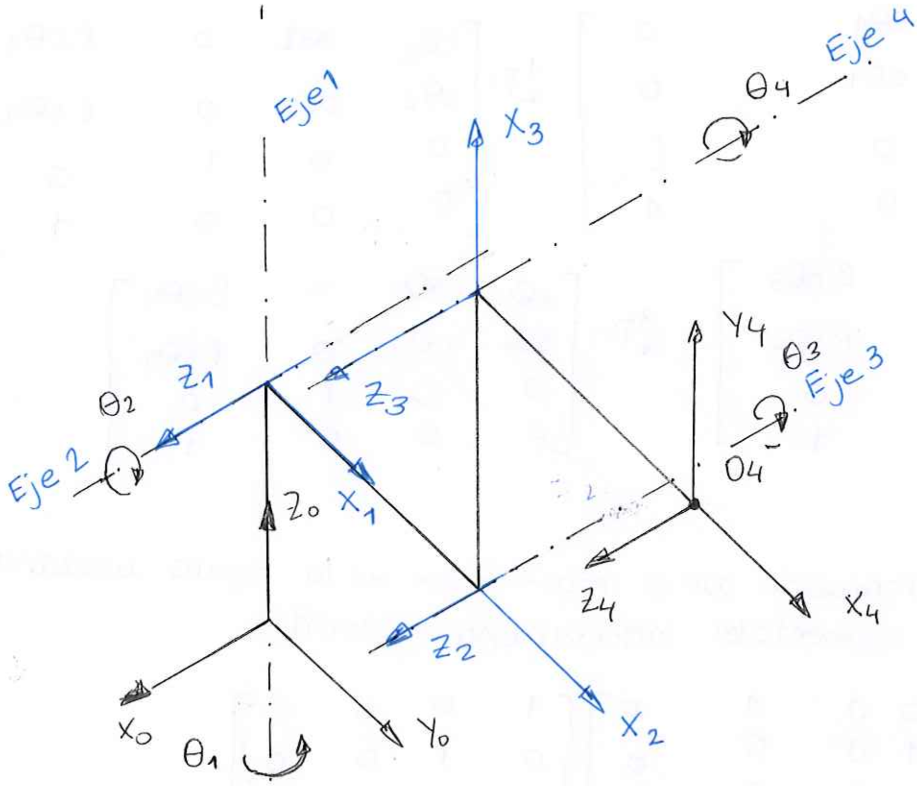
2) La tangente polar del elemento 3.

(B, O_B)
(A_3^{∞}, O_A).
} Teorema de Bobillier.

3) La circunferencia de las inflexiones, de los retrocesos y de Bresse.

$V_B = cte : a^T_B = 0 \Rightarrow B \in CB_3$

Diciembre 2004



$\left.\begin{matrix}\theta_i \\ d_i\end{matrix}\right\}$ $(X_{i-1} \quad X_i)\ Z^{+}_{i-1}$ antih

$\left.\begin{matrix}\alpha_i \\ a_i\end{matrix}\right\}$ $(Z_{i-1} \quad Z_i \mid X_i^{+}$ antih.

1) sistemas de referencia asociados a cada elemento.

2) Los parámetros de cada elemento. señalar cuáles son las variables y su valor para la posición de la figura.

de 0 a 1 $\begin{cases} \theta_1 = \text{variable } (90°) \\ d_1 = \ell \\ \alpha_1 = 90° \\ a_1 = 0 \end{cases}$

de 1 a 2 $\begin{cases} \theta_2 = \text{variable } (0) \\ d_2 = 0 \\ \alpha_2 = 0 \\ a_2 = \ell \end{cases}$

de 2 a 3 $\begin{cases} \theta_3 = \text{variable } (90°) \\ d_3 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \\ a_3 = \ell \end{cases}$

de 3 a 4 $\begin{cases} \theta_4 = \text{variable } (270°) \\ d_4 = 0 \\ \alpha_4 = 0 \\ a_4 = \ell \end{cases}$

3). Las matrices elementales en función de las variables articulares.

$$ {}^{i-1}_{\ i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i . s\alpha_i & a_i . c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i . s\alpha_i & a_i . s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & l.c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & l.s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l.c\theta_3 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & l.s\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & l.c\theta_4 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & l.s\theta_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

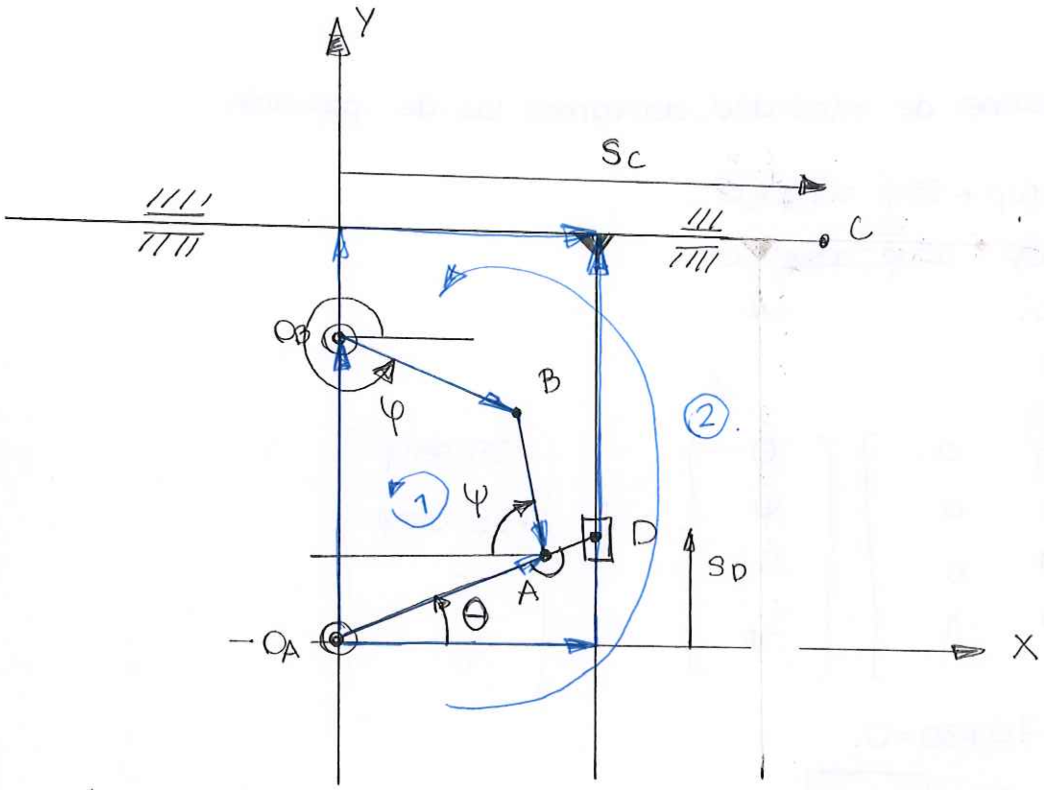
4) Obtener la matriz de transformación que el robot posee en la figura utilizando las matrices de transformación elementales anteriormente obtenidas:

$$ {}^{0}_{4}T = {}^{0}_{1}T\, {}^{1}_{2}T\, {}^{2}_{3}T\, {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l \\ 1 & 0 & 0 & 2l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2l \\ 0 & 1 & 0 & 2l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} $$

Diciembre 2008.



φ: variable de entrada.

θ: variable pasiva.

s_C: variable de salida.

ψ, s_D: variables pasivas.

Tenemos dos lazos independientes.

LAZO 1:

x) $30 \cdot \cos\theta - a \cdot \cos\psi - 25 \cdot \cos\varphi = 0$. (1)

y) $30 \cdot \text{sen}\,\theta + a \cdot \text{sen}\,\psi - 25 \cdot \text{sen}\,\varphi - 40 = 0$. (2)

LAZO 2:

x) $L \cdot \cos\theta - (s_C - 30) = 0$. (3). (3)

y) $55 - 55 = 0$.

Obtenemos 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

(4). $s_D = L \cdot \text{sen}\,\theta$.

Ecuaciones de posición.

(1) $30.\cos\theta - a.\cos\varphi - 25.\cos\varphi = 0.$

(2) $30.\operatorname{sen}\theta + a.\operatorname{sen}\varphi - 25\operatorname{sen}\varphi - 40 = 0$

(3) $L.\cos\theta - s_C + 30 = 0.$

(4) $s_D - L.\operatorname{sen}\theta = 0.$

Para obtener las ecuaciones de velocidad, derivamos las de posición.

$$\begin{cases} -30\dot\theta.\operatorname{sen}\theta + a\dot\varphi.\operatorname{sen}\varphi + 25\dot\varphi.\operatorname{sen}\varphi = 0. \\ 30\dot\theta\cos\theta + a\dot\varphi\cos\varphi - 25\dot\varphi.\cos\varphi = 0. \\ -L\dot\theta.\operatorname{sen}\theta - \dot s_C = 0. \\ \dot s_D - L.\dot\theta.\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \\ \left[\begin{matrix} -30\operatorname{sen}\theta & a\operatorname{sen}\varphi & 0 & 0 \\ 30\cos\theta & a\cos\varphi & 0 & 0 \\ -L.\operatorname{sen}\theta & 0 & -1 & 0 \\ -L.\cos\theta & 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right] \end{array} \begin{array}{c} \varphi \\ \left\{\begin{matrix} \dot\theta \\ \dot\varphi \\ \dot s_C \\ \dot s_D \end{matrix}\right\} \end{array} = \dot\varphi \left\{\begin{matrix} -25.\operatorname{sen}\varphi \\ +25.\cos\varphi \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}$$

$s_C = 70 \Rightarrow 40.\cos\theta - 70 + 30 = 0.$

$\cos\theta = 1 \Rightarrow \boxed{\theta = 0.}$

(1). $30 - a.\cos\varphi - 25.\cos\varphi = 0.$

(2) $-40 + a.\operatorname{sen}\varphi - 25\operatorname{sen}\varphi = 0.$

$40^2 + 30^2 = (25 + a)^2.$ (posición de bloqueo)

$50 = 25 + a \Rightarrow \boxed{a = 25}$

$$\begin{vmatrix} 0 & 25.\operatorname{sen}\varphi & 0 & 0 \\ 30 & 25.\cos\varphi & 0 & 0 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{-1} & \cancel{0} \\ -40 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1).[0 + 0 + 0 - 0$$

$$\begin{array}{c} a \\ \left|\begin{matrix} +25\,\cancel{\operatorname{sen}\varphi} & 25\operatorname{sen}\varphi & 0 & 3 \\ -25\,\cancel{\cos\varphi} & 25\,\cancel{\cos\varphi}\ a & 0 & 0 \\ 0\ b & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}\right| = \end{array}$$