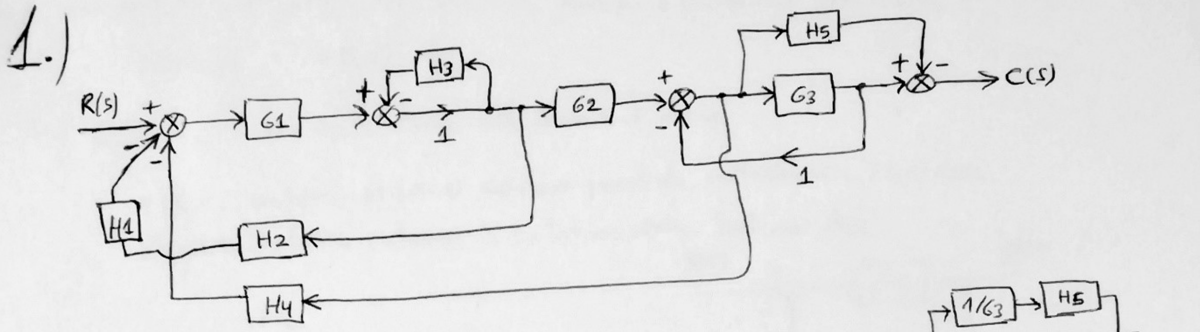
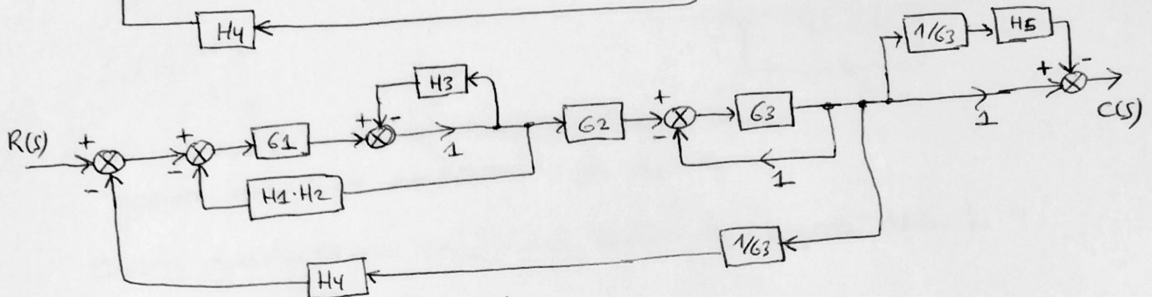
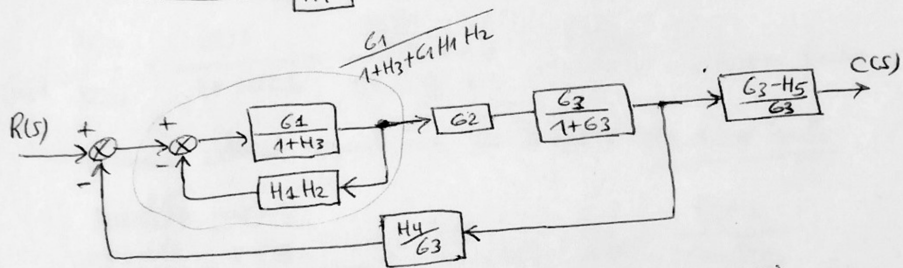
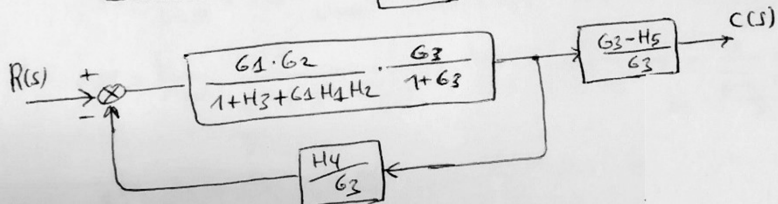
2020/11/18ko Kontrolaren EBAZPENA (Erregulazio Automatikoa eta Kontrola)

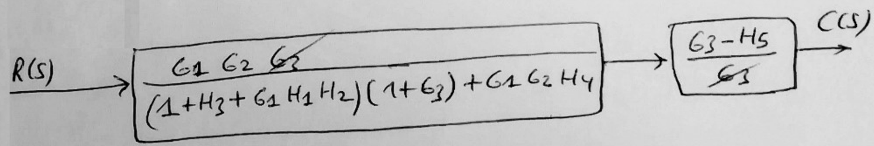
1.)

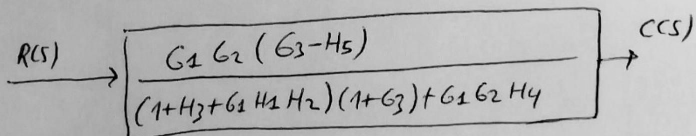


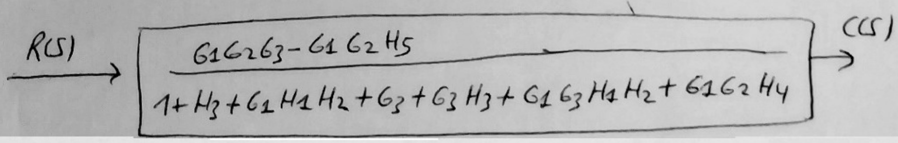


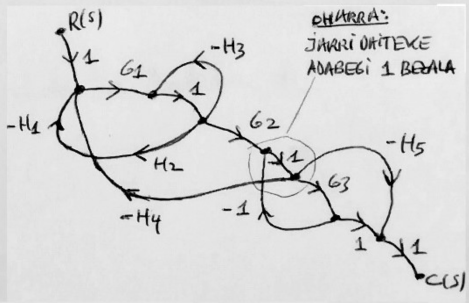








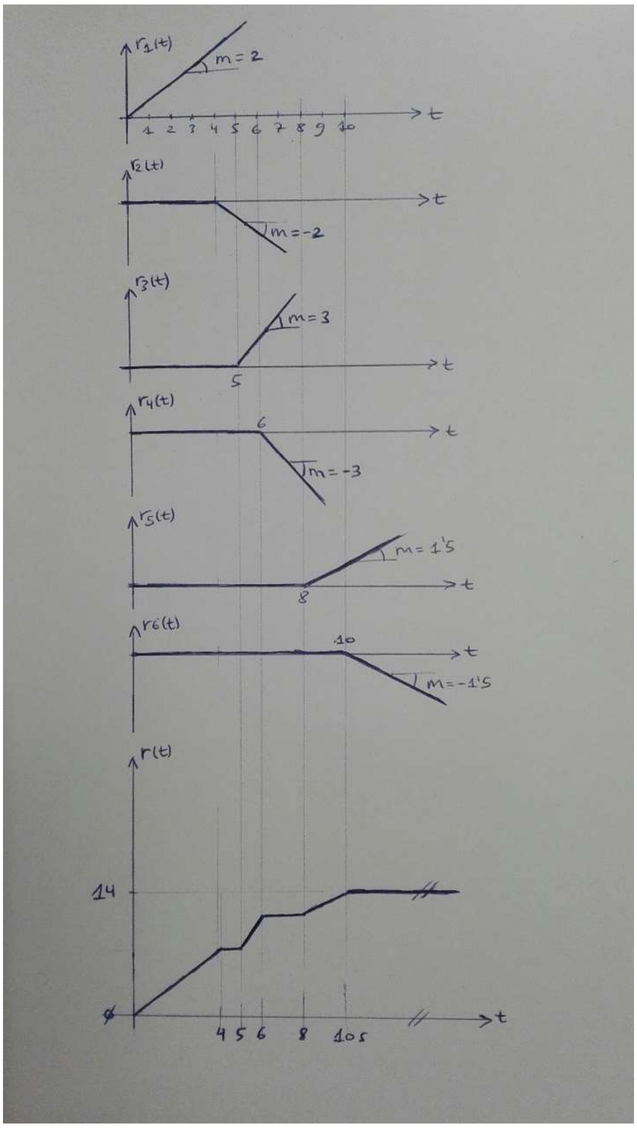




2.) Lehenik eta behin, sistema begizta itxian egonkorra den ala ez konprobatu behar da,

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)}=\frac{1/(s^2+s)}{1+1/(s^2+s)\cdot 1}=\frac{1}{s^2+s+1}$$, non poloak aurkituz

ondorengo alde erreal negatibodun konplexu konjokatuak direla ikusten da, $p_{1,2}=-1/2\pm\sqrt{3}/2j$, beraz, sistema egonkorra da begizta itxian.



Sistemaren sarrera, sarrera partaide desberdinen batuketak osatzen du,

$$r(t)=r_1(t)+r_2(t)+r_3(t)+r_4(t)+r_5(t)+r_6(t)$$

non, gainezarpenaren printzipioa aplikatuz, sarrera partaide bakoitzari irteera partaide bat dagokion, eta guzti horien batuketak, irteera orokorra ematen duen,

$$c(t)=c_1(t)+c_2(t)+c_3(t)+c_4(t)+c_5(t)+c_6(t)$$

eta $e(t)=r(t)-c(t)$ denez, orduan $e_1(t)= r_1(t)-c_1(t)$, $e_2(t)= r_2(t)-c_2(t)$,… $e_6(t)= r_6(t)-c_6(t)$,

non $e(t)=e_1(t)+ e_2(t)+ e_3(t)+ e_4(t)+ e_5(t)+ e_6(t)$, eta ondorioz, egoera egonkorreko errorea,

$$ess=ess_1+ess_2+ess_3+ess_4+ess_5+ess_6$$

Sarrera partaide bakoitza arrapala bat da, eta sistema begizta irekian 1 motakoa da, beraz, sarrera bakoitzari dagokion ess konstante bat dela atera behar da.

$$e_{ss1}=\lim_{s->0}s\cdot E_1(s)=\lim_{s->0}s\frac{R_1(s)}{1+G(s)}=\lim_{s->0}s\frac{2\cdot 1/s^2}{1+G(s)}=\lim_{s->0}\frac{2}{s+s\cdot 1/(s(s+1))}=\frac{2}{0+1/(0+1)}=2$$

$$e_{ss2}=\lim_{s->0}s\cdot E_2(s)=\lim_{s->0}s\frac{R_2(s)}{1+G(s)}=\lim_{s->0}s\frac{-2\cdot 1/s^2}{1+G(s)}=\lim_{s->0}\frac{-2}{s+s\cdot 1/(s(s+1))}=\frac{-2}{0+1/(0+1)}=-2$$

$$e_{ss3}=\lim_{s->0}s\cdot E_3(s)=\lim_{s->0}s\frac{R_3(s)}{1+G(s)}=\lim_{s->0}s\frac{3\cdot 1/s^2}{1+G(s)}=\lim_{s->0}\frac{3}{s+s\cdot 1/(s(s+1))}=\frac{3}{0+1/(0+1)}=3$$

$$e_{ss4}=\lim_{s->0}s\cdot E_4(s)=\lim_{s->0}s\frac{R_4(s)}{1+G(s)}=\lim_{s->0}s\frac{-3\cdot 1/s^2}{1+G(s)}=\lim_{s->0}\frac{-3}{s+s\cdot 1/(s(s+1))}=\frac{-3}{0+1/(0+1)}=-3$$

$$e_{ss5}=\lim_{s->0}s\cdot E_5(s)=\lim_{s->0}s\frac{R_5(s)}{1+G(s)}=\lim_{s->0}s\frac{1.5\cdot 1/s^2}{1+G(s)}=\lim_{s->0}\frac{1.5}{s+s\cdot 1/(s(s+1))}=\frac{1.5}{0+1/(0+1)}=1.5$$

$$e_{ss6}=\lim_{s->0}s\cdot E_6(s)=\lim_{s->0}s\frac{R_6(s)}{1+G(s)}=\lim_{s->0}s\frac{-1.5\cdot 1/s^2}{1+G(s)}=\lim_{s->0}\frac{-1.5}{s+s\cdot 1/(s(s+1))}=\frac{-1.5}{0+1/(0+1)}=-1.5$$

Orduan ess=2+(-2)+3+(-3)+1.5+(-1.5)=0

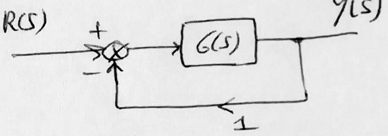
Beste modu bat egiteko, r(t) sarrera 10 s-tik aurrera 14-ko maila bat geratzen da, beraz sistemaren ess 14-ko maila batentzako kalkulatzen da. Sistema 1 motakoa denez, mailaren aurrean ess 0 izango da.

3.) Grafikatik ateratzen da sarrera parabola unitarioa dela eta ess=1

$$r(t)=\frac{1}{2}\cdot t^2 \rightarrow R(s)=\frac{1}{s^3}$$

$G(s) \rightarrow$ 2. ordenako sistema eta zero bat duena

ess=1 izateko (FINITUA) sarrera parabola unitarioaren aurrean begizta irekiko sistema 2 motakoa izan behar da:



$$G(s)=\frac{s+a}{s^2}$$

eta 2 motakoa izanik 2. ordenakoa ere bada gainera zero bat eransten diogu. $z_1=-a$

Orain egonkortasuna konprobatu behar da (begizta itxian).

$$G(s)'=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)\cdot 1}=\frac{\frac{s+a}{s^2}}{1+\frac{s+a}{s^2}\cdot 1}=\frac{s+a}{s^2+s+a} \longrightarrow \text{R.H.-a taula}$$

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & a \\ s^1 & 1 & 0 \\ s^0 & a & \end{array}$$

$$b_1=\frac{1\cdot a-1\cdot 0}{1}=a$$

orduan sistema egonkorra da begizta itxian $a>0$ bada.

Bestalde, ess=1

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} s\cdot E(s)=\lim_{s\to 0} s\cdot\frac{R(s)}{1+G(s)\cdot H(s)}=\lim_{s\to 0}\cancel{s}\cdot\frac{1/s^{\cancel{3}\,2}}{1+\frac{s+a}{s^2}}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{1}{\underbrace{s^2}_{\downarrow\, 0}+\cancel{s^2}\cdot\frac{s+a}{\cancel{s^2}}}=\lim_{s\to 0}\frac{1}{(s+a)}=\frac{1}{0+a}=\frac{1}{a}=1 \Rightarrow a=\frac{1}{1}=1$$

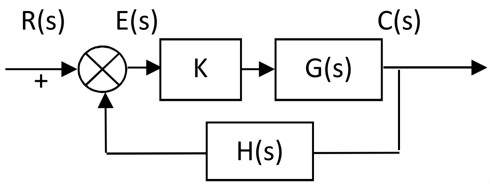
eta honela $a>0$ egonkortasun baldintza betetzen da.

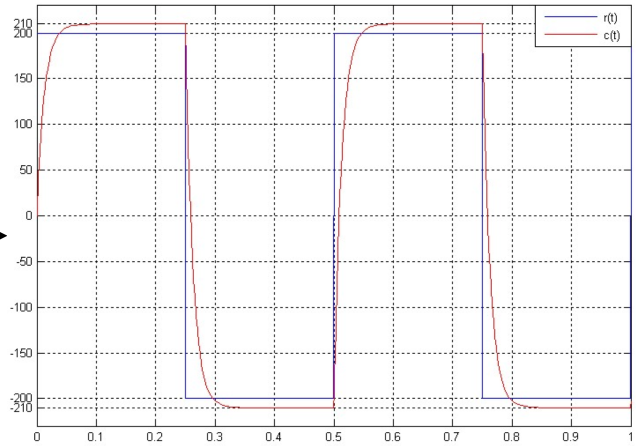
Honela, sistema $\boxed{G(s)=\frac{(s+1)}{s^2}}$ da

$$\boxed{K_{est}=\lim_{s\to 0} G(s)'=\lim_{s\to 0}\frac{s+a}{s^2+s+a}=\frac{0+a}{0^2+0+a}=\frac{a}{a}=1}$$

4.) **a)** Sistema ezegonkorra da, zeren bere poloa erreal positiboa da, $p_1= +4$, non poloari loturiko erantzunaren partaidea hondar bat geroz eta handiagoa den esponentzial positibo bat den, $c(t)=\ldots+a_2\cdot e^{4\cdot t}$. Honek erantzuna ∞ izatera dakar denbora ∞ izatera jotzen duen heinean.

b) Begizta itxiko sistema, kontroladore proportzional eta berrelikadura unitarioarekin, honela geratzen da,





d)

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K\cdot G(s)}{1+K\cdot G(s)\cdot H(s)}=\frac{K\cdot 1/(s-4)}{1+K\cdot 1/(s-4)\cdot 1}=\frac{K}{s-4+K}=\frac{K}{s+(K-4)}$$

Argi dago K>0 den bitartean, sistemak polo erreal negatiboa izango duela. Routh-Hurwitzen bidez ere gauza bera demostratzen da:

$$\begin{array}{c|c} s^1 & 1 \\ s^0 & K-4 \end{array}$$

→ sistema egonkorra da begizta itxian $K–4>0$ bada→ $\underline{K > 4}$ bada.

Sarrera periodikoa denez, suposa dezakegu irteera egonkortu egiten dela hurrengo zikloa hasi orduko. Orduan, 200eko mailaren kasua izango genuke. Egoera egonkorreko errorea ± % 5 izan behar bada 200-ko mailaren aurrean, orduan bere balioa hau da, $e_{ss}=200 \cdot \pm 0.05 = \pm 10$ sarrera mailarentzako ess-ren formula hartuz,

$$e_{ss}=\lim_{s->0} s\cdot E(s)=\lim_{s->0} s\frac{R(s)}{1+Gc(s)\cdot G(s)\cdot H(s)}=\lim_{s->0} s\frac{200/s}{1+K\cdot G(s)\cdot 1}=\lim_{s->0}\frac{200}{1+K\cdot G(s)}$$

non $K_p=\lim_{s->0} K\cdot G(s)=K\cdot G(0)=K\frac{1}{0-4}=-\frac{K}{4}$ orduan $e_{ss}=\frac{200}{1+K_p}=\frac{200}{1-K/4}=\frac{200\cdot 4}{4-K}=\frac{800}{4-K}$

horrela bi kasuak hartuz (+ eta -),

1) $e_{ss}=+10=\frac{800}{4-K}$ →4 - K=80→ $\underline{K}=4 – 80 = \underline{-76}$, baina K>-4 izan behar denez begizta itxian egonkorra izan dadin, ba orduan ez du balio.

2) $e_{ss}=-10=\frac{800}{4-K}$ →4 - K=-80→ $\underline{K}=4 + 80 = \underline{84}$, eta K>-4 denez, orduan egonkorra izango da begizta itxian, eta honek balio du. Honek esan nahi du, sarreraren maila bakoitzarentzako, irteera sarrera baino % 5 handiagoa izango dela, e(t)=r(t)-c(t)→ ess=200-210=-10

c) K honen balioarentzako begizta itxiko transferentzia funtzioa honela geratzen da, $\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{s+(K-4)}=\frac{84}{s+80}$

Lehenengo ordenako sistema bat da, non bere irabazpen estatikoa (K) eta bere denbora-konstantea identifika daitezkeen (τ),

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{1+\tau\cdot s}=\frac{K/\tau}{(1+\tau\cdot s)/\tau}=\frac{K'}{s+1/\tau}=\frac{K'}{s+a}\ ,\ \frac{C(s)}{R(s)}=\frac{84/80}{(s+80)/80}=\frac{1.05}{1+1/80\cdot s}=\frac{1.05}{1+0.0125\cdot s}$$

, K=1.05 & τ=0.0125 s

Horrela, irteeraren azken balioa (egonkortzean) 200eko sarrerarentzako, azken balioaren teorema aplikatuz,

$$c_{azk}=\lim_{s->0} s\cdot C(s)=\lim_{s->0} s\cdot G(s)\cdot R(s)=\lim_{s->0} s\cdot\frac{1.05}{1+0.0125\cdot s}\frac{200}{s}=\lim_{s->0}\frac{1.05}{1+0.0125\cdot s}\frac{200}{1}=K\cdot r$$

C_{azk} = K · r = 1.05 · 200 = 210, C_{azk} = K · r = 1.05 · - 200 = - 210

d) Esan behar da, balio hori harrapatzeko 5· τ = 0.0625 s behar direla. Honekin demostratzen da ziklo erdi bakoitzean egonkortzen den suposizioa ondo dagoela. Baita ere, lehenengo irteeraren azken balioaren % 63.21-a harrapatzeko, (210·0.6321 = 132.74) τ=0.0125 seg beharko direla.