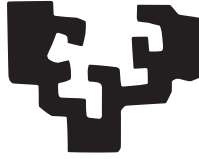


eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

JARRAIBIDEAK

1. Azterketak bi zati ditu, lehenengoak 30 galdera ditu, kodifikazio orri laranjan erantzun beharrekoak. Bigarren zatiak hiru problema ditu, 1, 2 eta 3, hauek ordena horretan erantzun behar dira eta bakoitza orrialde ezberdin batean. Galdeketa eta problemak ordenan batuko dira: lehenik, galdeketa batuko da; gero 1. problema, ondoren 2. problema, eta azkenik 3. problema.
2. Galdeketa bukatzen denean, $N(0;1)$ banaketaren taula aurkituko duzu.
3. Ez ezazu ahaztu zure N.A.N. ondo idatzi behar duzula, bai orrialde laranjan eta baita entregatuko dituzun problemen orrialde bakoitzean ere. Zure N.A.N.-ak 8 zenbaki baino gutxiago baditu, idatzi zenbakia eskuinetik orrialde laranjan eta bete zeroekin ezkerretik.
4. Galdeketa ondo erantzundako galderak puntu 1 balio dute eta txarto erantzundakoek 0,20 puntuko penalizazioa dute. Galdera bakoitzak erantzun zuzen bakarra du.
5. Galdeketa 30 puntu balio du eta problemek beste 30 puntu. Galdeketa 30 puntutik 11 puntu edo gehiago lortu behar dira problemak zuzentzeko.
6. Azterketa honen notak irakasgaiaren nota finalaren %100 balio du.

Irakasleak abisatu arte ez ikusi hurrengo orrialdea!

Estatistika eta Datuen Analisia

2018ko ekaina. Iraupena: 90 minutu, Tipo: 1

Apellidos: _____

Nombre: _____

DNI: _____

Grupo: _____

Profesor : _____

Preguntas de elección múltiple (10 puntos) (30 puntu)

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Bitez X eta Y bi a.a. honako dentsitate funtzio bateratuarekin:

	Y	
X	0	1
0	0,2	0,3
1	0,2	0
3	0,1	0,2

1. $F(1; 3,5)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) 1
- (b) 0,7
- (c) 0,5
- (d) 0,4
- (e) 0,6

2. $P(Y = 1 | X = 0)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) 0,2
- (b) 0,3
- (c) 0,1
- (d) 0,6
- (e) 0,4

3. $P(Y = 1 | X > 0)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) 0,2
- (b) 0,3
- (c) 0,1
- (d) 0,6
- (e) 0,4

4. Y a.a.-aren momentuen funtzio sortzailea honako hau da:

- (a) $0,3 + 0,2e^u$
- (b) $0,5e^u$
- (c) $0,4 + 0,6e^u$
- (d) $0,1 + 0,2e^u$
- (e) $0,5 + 0,5e^u$

5. Bedi $Z = 2Y + 3$ a.a.-a. Z -ren momentuen funtzio sortzailea honako hau da:

- (a) $1 + e^u + 3$
- (b) $e^{3u}(0,5e^{2u})$
- (c) $e^{3u}(0,5 + 0,5e^{2u})$
- (d) $e^{3u}(0,4 + 0,6e^{2u})$
- (e) $e^{3u}(0,5 + 0,5e^u)$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Dado erregular bat jaurtikitzen da. Emaizta bikoitia bada, aleatorioki 5 bola zuri, 3 beltz eta 2 gorri dituen poltsa batetik bola bat aterako dugu. Baina emaitza bakoitia bada, 3 bola zuri, 2 beltz eta 5 gorri dituen poltsa batetik bola bat aterako dugu.

6. Dadoaren jaurtiketan emaitza bakoitia lortu ez-kero, bola zuri bat ataratzeko probabilitatea:

- (a) 0,50
- (b) 0,15
- (c) 0,80
- (d) 0,45
- (e) 0,30

7. Bola zuri bat ateratzeko probabilitatea:

- (a) 0,25
- (b) 0,40
- (c) 0,15
- (d) 0,80
- (e) 0,50

8. Emaizta bakoiti bat atera izanaren probabilitatea, baldin eta bola zuri bat lortu bada:

- (a) 0,150
- (b) 0,125
- (c) 0,500
- (d) 0,375
- (e) 0,625

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Aisialdi denbora talde bat 1., 2. eta 3. mailako umeek osatzen dute. %10-a lehen mailakoak dira, %40-a bigarren mailakoak eta %50-a hirugarren mailakoak. Egingo den hurrengo aktibitatea bozketaren bidez aukeratuko dute: Mendia (M) edo hondartza (H). Lehen mailako umeen %30-ak, bigarren mailako %50-ak eta hirugarren mailako %60-ak mendira joatea bozkatzen dute.

9. Zein da umeek hurrengo aktibitatean hondartzara joateko probabilitatea?

- (a) 0,53
- (b) 0,14
- (c) 0,47
- (d) 0,43
- (e) 0,50

10. Ume bat zoriz aukeratzen badugu, zein da gutxi gora behera ume hori lehen mailakoa izateko probabilitatea baldin badakigu mendira joatea bozkatu duela?

- (a) 0,100
- (b) 0,064
- (c) 0,300
- (d) 0,030
- (e) 0,057

11. Ume bat zoriz aukeratzen badugu, zein da ume hori hirugarren mailakoa izateko eta hondartzara joateko bozkatu izanaren probabilitatea?

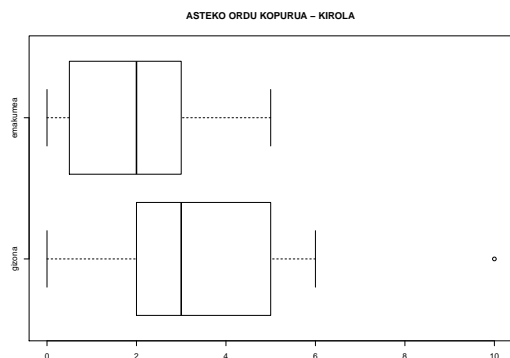
- (a) 0,20
- (b) 0,50
- (c) 0,43
- (d) 0,47
- (e) 0,53

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

12. Aldagai baten balioak $\{1, 4, 5, 10, 4\}$ dira. Mediana honako hau da:

- (a) 4
- (b) 4,5
- (c) 4,8
- (d) 5
- (e) 9

13. Hurrengo grafikoan gizonen eta emakumeen banaketa adierazten da astero kirola egiten duten orduen arabera. Egia da:



- (a) Kolektibo horretan gizonak baino emakume gehiago daude
- (b) Emakumeen grafikoan dispersioa handiagoa da
- (c) Emakumeen grafikoan balio arraro edo outlier bat dago
- (d) Gizonen %50-ak astero gehienez 2 ordu ematen ditu kirola egiten
- (e) Emakumeen %50-ak astero gehienez 2 ordu ematen ditu kirola egiten

15. $Y = 2X + 2$ -ren dentsitate funtzioa $y \in (4, 12)$ denean, honako hau da:

- (a) $\frac{1}{8}$
- (b) $\frac{y-2}{2}$
- (c) $\frac{y-2}{2} \frac{1}{2}$
- (d) $\frac{y-2}{2} \frac{1}{4}$
- (e) $\frac{1}{8}x$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

16. X eta Y -ren kontingentzi taula honako hau da:

	Y	
X	0	8
0	10	10
1	20	60

Bi aldagaien arteko kobariantza honako hau da:

- (a) 4,80
- (b) 4,48
- (c) 0,32
- (d) 0,22
- (e) 1,46

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Bedi X a.a.-a banaketa uniformearekin 1 eta 5 balioen artean.

14. $P(X < 3 | X > 2)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) $\frac{1}{3}$
- (b) $\frac{1}{2}$
- (c) $\frac{1}{4}$
- (d) $\frac{1}{5}$
- (e) 1

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Hurrengo taulak (X, Y) aldagai estatistiko bidualaren maiztasun banaketa erakusten du:

	Y			
X	10	20	30	
0	f_{11}	f_{12}	f_{13}	0,7
1	f_{21}	f_{22}	f_{23}	$f_{2\bullet}$
	$f_{\bullet 1}$	0,15	0,15	

17. Y -ren batezbestekoa eta bariantza honako hauek dira:

- (a) $\bar{y} = 20, S_y^2 = 54,75$
- (b) $\bar{y} = 20, S_y^2 = 210,25$
- (c) $\bar{y} = 14,5, S_y^2 = 54,75$
- (d) $\bar{y} = 14,5, S_y^2 = 265$
- (e) $\bar{y} = 20, S_y^2 = 265$

18. X eta Y independenteki banatuta badaude kolektibo horretan, honako hau beteko da:

- (a) $f_{12} = f_{21}$
- (b) $S_{xy} > 0$
- (c) $S_{xy} < 0$
- (d) $f_{12} = 0,105$
- (e) $f_{12} = 0,85$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

19. Bedi Z aldagai aleatorio bat $N(0, 1)$ banaketa funtzioarekin. $P(|Z| > 2, 98)$ -ren probabilitatea honako hau da:

- (a) 0,9972
- (b) 0,9986
- (c) 0,0028
- (d) 0,0014
- (e) 0,9761

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

KPI-k (Kontsumoaren Prezio Indizea) herrialde baten etxebizitzetan ondasun eta zerbitzu adierazgarrien kontsumo gastuen prezioen eboluzioa azaltzen du. Ondorengo galderak Espainiar KPI-ri buruzkoak dira:

20. KPI-a hilero INE-k (Estatistikaren Instituto Nacionala) kalkulatu du honako kalkulo metodoa erabiliz:

- (a) Batezbesteko aritmetiko sinplearen indizea
- (b) Batezbesteko metakorraren indizea
- (c) Laspeyres-ren indizea
- (d) Paasche-ren indizea
- (e) Fisher-ren indizea

21. KPI-k "Erosketa Otarrea"-ren balioa denbora momentu ezberdinetan konparatzen du. "Erosketa Otarrea"-ren edukiera aztertzean honako hau egia da:

- (a) Europak zehazten du indizearen elaborazioa bateratzeko eta bere balioa herrialde ezberdinetan konparatu ahal izateko
- (b) INE-k ere egiten duen Aurrekontu Familiarren Inkestaren arabera zehazten da
- (c) soilik 5 urtero eguneratzen da
- (d) Ekonomi eta Ogasun Ministeritzak zehazten du
- (e) soilik elikadura produktuak kontutan hartzen ditu

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

22. Ondorengo taulak gasolina litroaren prezioaren eboluzioa adierazten du 2012 eta 2016 urteen artean, eurotan adierazita:

Urtea	Prezioa
2012	1,514
2013	1,516
2014	1,476
2015	1,336
2016	1,261

Urteko batezbesteko hazkunde metatua 2012 eta 2016 urteen artean gutxi gora behera honako hau da:

- (a) $-4,47\%$
- (b) $-5,02\%$
- (c) $-16,71\%$
- (d) $-4,18\%$
- (e) $-6,33\%$

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio .

Bedi X a.a.-a, banaketa ezezaguna duena, zeinen batezbestekoa eta bariantza 20 eta 4 diren, hurrenez hurren:

23. Baieztatu daiteke $P(X \in (16, 24))$ -ren probabilitatea honako hau dela:

- (a) 0,75 baino handiagoa edo berdina
- (b) 0,75 baino txikiagoa edo berdina
- (c) 0,90 baino handiagoa edo berdina
- (d) 0,25 baino txikiagoa edo berdina
- (e) 0,95 gutxi gora behera

24. Bitez X_1, X_2, \dots, X_{100} ehun aldagai aleatorio, guztiak haien artean independente eta guztiak enuntziatuko aldagaiaren probabilitate banaketa berdinarekin. Baieztatu dezakegu $P(X_1 + X_2 + \dots + X_{100} \in (1980, 2020))$ probabilitatea gutxi gora behera hauxe dela:

- (a) 0,32
- (b) 1
- (c) 0,16
- (d) 0,84
- (e) 0,68

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

25. Bitez X eta Y bi aldagai aleatorio estatistiko tipifikatu zeintzuek alderantzizko erlazio lineal osoa duten. Orduan, $Z = 3X + 5Y + 10$ aldagaiarentzat honako hau betetzen da:

- (a) zentratua da baita ere
- (b) $S_z^2 = 18$
- (c) $S_z^2 = 19$
- (d) $S_z^2 = 14$
- (e) $g_0(z) = 0,2$

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Badakigu bi gertakizun estatistikoki independentek $P(A) = 0,3$ eta $P(B) = 0,4$ probabilitateak dituztela.

26. $A - B$ -ren probabilitatea:

- (a) 0,18
- (b) 0,12
- (c) 0,28
- (d) 0,10
- (e) 0,30

27. $(A \cap B)^C$ -ren probabilitatea:

- (a) 0,88
- (b) 0,12
- (c) 0,18
- (d) 0,82
- (e) 0,30

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Bedi (X, Y) a.a. bidimentsionala $f(x, y) = \frac{1}{4}xy$ dentsitate funtzioarekin, $x \in (0, 2)$ eta $y \in (0, 2)$ direnean.

28. Y -ren esperantza matematikoa honako hau da:

- (a) $\frac{4}{3}$
- (b) $\frac{3}{2}$
- (c) $\frac{2}{4}$
- (d) $\frac{1}{3}$
- (e) $\frac{1}{4}$

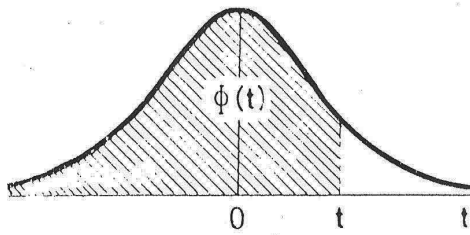
29. X eta Y -ren arteko kobariantza honako hau da:

- (a) 0
- (b) $\frac{64}{36}$
- (c) $\frac{16}{36}$
- (d) 1
- (e) $\frac{20}{36}$

30. X -ren dentsitate funtzioa $Y = 0,5$ -gatik baldintzatua, $x \in (0, 2)$ denean, honako hau da:

- (a) $\frac{1}{2}x$
- (b) $\frac{1}{4}x$
- (c) $\frac{1}{4}x^2$
- (d) $\frac{1}{4}$
- (e) $\frac{1}{2} + x$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS



DISTRIBUCION N (0; 1)

t	Φ(t)	t	Φ(t)	t	Φ(t)	t	Φ(t)
0,00	0,5000	0,80	0,7881	1,60	0,9452	2,40	0,9918
0,02	0,5080	0,82	0,7939	1,62	0,9474	2,42	0,9922
0,04	0,5160	0,84	0,7995	1,64	0,9495	2,44	0,9927
0,06	0,5239	0,86	0,8051	1,66	0,9515	2,46	0,9931
0,08	0,5319	0,88	0,8106	1,68	0,9535	2,48	0,9934
0,10	0,5398	0,90	0,8159	1,70	0,9554	2,50	0,9938
0,12	0,5478	0,92	0,8212	1,72	0,9573	2,52	0,9941
0,14	0,5557	0,94	0,8264	1,74	0,9591	2,54	0,9945
0,16	0,5636	0,96	0,8315	1,76	0,9608	2,56	0,9948
0,18	0,5714	0,98	0,8365	1,78	0,9625	2,58	0,9951
0,20	0,5793	1,00	0,8413	1,80	0,9641	2,60	0,9953
0,22	0,5871	1,02	0,8461	1,82	0,9656	2,62	0,9956
0,24	0,5948	1,04	0,8508	1,84	0,9671	2,64	0,9959
0,26	0,6026	1,06	0,8554	1,86	0,9686	2,66	0,9961
0,28	0,6103	1,08	0,8599	1,88	0,9699	2,68	0,9963
0,30	0,6179	1,10	0,8643	1,90	0,9713	2,70	0,9965
0,32	0,6255	1,12	0,8686	1,92	0,9726	2,72	0,9967
0,34	0,6331	1,14	0,8729	1,94	0,9738	2,74	0,9969
0,36	0,6406	1,16	0,8770	1,96	0,9750	2,76	0,9971
0,38	0,6480	1,18	0,8810	1,98	0,9761	2,78	0,9973
0,40	0,6554	1,20	0,8849	2,00	0,9772	2,80	0,9974
0,42	0,6628	1,22	0,8888	2,02	0,9783	2,82	0,9976
0,44	0,6700	1,24	0,8925	2,04	0,9793	2,84	0,9977
0,46	0,6772	1,26	0,8962	2,06	0,9803	2,86	0,9979
0,48	0,6844	1,28	0,8997	2,08	0,9812	2,88	0,9980
0,50	0,6915	1,30	0,9032	2,10	0,9821	2,90	0,9981
0,52	0,6985	1,32	0,9066	2,12	0,9830	2,92	0,9982
0,54	0,7054	1,34	0,9099	2,14	0,9838	2,94	0,9984
0,56	0,7123	1,36	0,9131	2,16	0,9846	2,96	0,9985
0,58	0,7190	1,38	0,9162	2,18	0,9854	2,98	0,9986
0,60	0,7257	1,40	0,9192	2,20	0,9861	3,00	0,99865
0,62	0,7324	1,42	0,9222	2,22	0,9868	3,10	0,99904
0,64	0,7389	1,44	0,9251	2,24	0,9875	3,20	0,99931
0,66	0,7454	1,46	0,9279	2,26	0,9881	3,30	0,99952
0,68	0,7517	1,48	0,9306	2,28	0,9887	3,40	0,99966
0,70	0,7580	1,50	0,9332	2,30	0,9893	3,50	0,99976
0,72	0,7642	1,52	0,9357	2,32	0,9898	3,60	0,99984
0,74	0,7703	1,54	0,9382	2,34	0,9904	3,80	0,99993
0,76	0,7764	1,56	0,9406	2,36	0,9909	4,00	0,99997
0,78	0,7823	1,58	0,9429	2,38	0,9913	4,50	0,999997

$\Phi(0,80) = 0,7881$

$\Phi(-0,80) = 1 - 0,7881 = 0,2119$

$\Phi(t_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

1.ABIZENA: _____ 2.ABIZENA: _____

IZENA: _____ NAN: _____ Tipo de examen: 1

1. PROBLEMA (10 puntu, 30 minutu)

Ondorengo taulan A hiriko emakumeen urteko soldata gordinaren banaketa agertzen da **mila eurotan**:

Emakumeen soldata mila eurotan	Milaka emakume langile
[0, 10)	30
[10, 20)	35
[20, 100)	15

1. Kalkulatu banaketa honen batezbestekoa eta bariantza. Adierazi maiztasunen banaketa hau grafiko egokiaren bidez eta komentatu bere asimetria kalkulo gehiagorik egin barik, bakarrik grafikoa begiratu.
2. Kalkulatu banaketa honen Gini Indizea eta interpretatu lortutako balioa.
3. Gini Indizearen balioa aldatuko litzateke tarte txikienean dauden emakume guztiei soldata 10.000 euro igo ezker? Arrazoitu zure erantzuna kalkulu gehigarririk egin gabe.
4. Beste hiri batetan, (B hiria), urteko soldata gordinaren batezbestekoa eta desbiderazio tipikoa 21,2 eta 10,5 mila euro dira, hurrenez hurren. Urteko 25 mila euroko soldata gordina duen emakume batek, zein hiritan irabaziko luke gehiago termino erlatiboetan, A hirian ala B hirian? Arrazoitu zure erantzuna.

1.ABIZENA: _____ 2.ABIZENA: _____
IZENA: _____ NAN: _____ Tipo de examen: 1

2.PROBLEMA (10 puntu, 25 minutu)

X a.a.-ak enpresa jakin batek urte batean lortutako irabaziak adierazten ditu. Y a.a.-ak enpresa beraren urteko kostuak adierazten ditu. Bi aldagaiak miloi eurotan neurtuta daude.

(X, Y) a.a.-en dentsitate funtzio bateratua honako hau da:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(2x + y) & x \in (0, 1) \text{ eta } y \in (0, 1) \text{ badira} \\ 0 & \text{beste kasu batetan.} \end{cases}$$

1. X a.a.-aren bazter dentsitate funtzioa lor ezazu.
2. Y a.a.-aren bazter dentsitate funtzioa Y es $f_Y(y) = \frac{2}{3}(1 + y)$ da, $y \in (0, 1)$ denean eta 0 bestela. Independienteak dira X eta Y a.a.-ak? Arrazoitu zure erantzuna.
3. Kalkulatu urte jakin batean kostuak 0,5 miloi euro baino handiagoak izateko probabilitatea.
4. Kalkulatu urte jakin batean enpresak mozkin positiboak izateko probabilitatea.

1.ABIZENA: _____ 2.ABIZENA: _____

IZENA: _____ NAN: _____ Tipo de examen: 1

3.PROBLEMA (10 puntu, 20 minutu)

Qatar herrialdeko izugarri aberatsa den persona batek bi futbol talde ditu, A eta B, bakoitzak bere estadio propioa duelarik. Estadio bakoitzean partiduko biltzen den ikusle kopurua a.a. normal bat da, X_A eta X_B izendatzen direlarik. X_A X_B -rekiko independentea da.

Ondorengo taulan bi aldagaien batzbestekoak eta desbiderazio tipikoak agertzen dira, mila ikusleko unitatean adierazita.

	X_A	X_B
batazbestekoa	35	15
desb. tipikoa	7	3

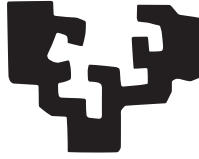
Badakigu A estadioaren edukiera maximoa 45.000 ikusle direla eta B estadioaren maximoa 20.000 ikusle direla.

1. Kalkulatu A taldearen ikusle kopurua estadioaren edukiera gainditzeko probabilitatea.
2. Kalkulatu bi estadioek beren edukiera gainditzeko probabilitatea.
3. Bi talde hauek konpetitzen duten ligan hurrengo jardunaldian partidu bat jokatu da 10 estadioetan (bakoitzean bat). Ikusle kopurua estadio horietan mila ikusleko unitatetan X_1, X_2, \dots, X_{10} a.a.-ak dira banaketa normal eta indendenteeekin. Banaketa hauei buruz honako informazio hau daukagu:

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
batazbestekoa	15	15	15	15	35	35	35	35	35	35
desb. tipikoa	3	3	3	3	7	7	7	7	7	7

Kalkulatu ikusle kopuru totala hamar estadioetan jardunaldi horretan 250.000 eta 300.000 ikusleen artean egoteko probabilitatea.

eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

JARRAIBIDEAK

1. Azterketak bi zati ditu, lehenengoak 30 galdera ditu, kodifikazio orri laranjan erantzun beharrekoak. Bigarren zatiak hiru problema ditu, 1, 2 eta 3, hauek ordena horretan erantzun behar dira eta bakoitza orrialde ezberdin batean. Galdeketa eta problemak ordenan batuko dira: lehenik, galdeketa batuko da; gero 1. problema, ondoren 2. problema, eta azkenik 3. problema.
2. Galdeketa bukatzen denean, $N(0;1)$ banaketaren taula aurkituko duzu.
3. Ez ezazu ahaztu zure N.A.N. ondo idatzi behar duzula, bai orrialde laranjan eta baita entregatuko dituzun problemen orrialde bakoitzean ere. Zure N.A.N.-ak 8 zenbaki baino gutxiago baditu, idatzi zenbakia eskuinetik orrialde laranjan eta bete zeroekin ezkerretik.
4. Galdeketa ondo erantzundako galderak puntu 1 balio dute eta txarto erantzundakoek 0,20 puntuko penalizazioa dute. Galdera bakoitzak erantzun zuzen bakarria du.
5. Galdeketa 30 puntu balio du eta problemek beste 30 puntu. Galdeketa 30 puntutik 11 puntu edo gehiago lortu behar dira problemak zuzentzeko.
6. Azterketa honen notak irakasgaiaren nota finalaren %100 balio du.

Irakasleak abisatu arte ez ikusi hurrengo orrialdea!

Respuestas para el examen de tipo 1

Preguntas de elección múltiple (10 puntos) (30 puntu)

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Bitez X eta Y bi a.a. honako dentsitate funtzio bateratuarekin:

X	Y	
	0	1
0	0,2	0,3
1	0,2	0
3	0,1	0,2

1. $F(1; 3,5)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) 1
- (b) 0,7**
- (c) 0,5
- (d) 0,4
- (e) 0,6

2. $P(Y = 1 | X = 0)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) 0,2
- (b) 0,3
- (c) 0,1
- (d) 0,6**
- (e) 0,4

3. $P(Y = 1 | X > 0)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) 0,2
- (b) 0,3
- (c) 0,1
- (d) 0,6
- (e) 0,4**

4. Y a.a.-aren momentuen funtzio sortzailea honako hau da:

- (a) $0,3 + 0,2e^u$
- (b) $0,5e^u$
- (c) $0,4 + 0,6e^u$
- (d) $0,1 + 0,2e^u$
- (e) $0,5 + 0,5e^u$**

5. Bedi $Z = 2Y + 3$ a.a.-a. Z -ren momentuen funtzio sortzailea honako hau da:

- (a) $1 + e^u + 3$
- (b) $e^{3u}(0,5e^{2u})$
- (c) $e^{3u}(0,5 + 0,5e^{2u})$**
- (d) $e^{3u}(0,4 + 0,6e^{2u})$
- (e) $e^{3u}(0,5 + 0,5e^u)$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Dado erregular bat jaurtikitzen da. Emaitza bikoitia bada, aleatorioki 5 bola zuri, 3 beltz eta 2 gorri dituen poltsa batetik bola bat aterako dugu. Baina emaitza bakoitia bada, 3 bola zuri, 2 beltz eta 5 gorri dituen poltsa batetik bola bat aterako dugu.

6. Dadoaren jaurtiketan emaitza bakoitia lortu ezker, bola zuri bat ataratzeko probabilitatea:

- (a) 0,50
- (b) 0,15
- (c) 0,80
- (d) 0,45
- (e) 0,30**

7. Bola zuri bat ateratzeko probabilitatea:

- (a) 0,25
- (b) 0,40**
- (c) 0,15
- (d) 0,80
- (e) 0,50

8. Emaizta bakoiti bat atera izanaren probabilitatea, baldin eta bola zuri bat lortu bada:

- (a) 0,150
- (b) 0,125
- (c) 0,500
- (d) 0,375**
- (e) 0,625

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Aisialdi denbora talde bat 1., 2. eta 3. mailako umeek osatzen dute. %10-a lehen mailakoak dira, %40-a bigarren mailakoak eta %50-a hirugarren mailakoak. Egingo den hurrengo aktibitatea bozketaren bidez aukeratuko dute: Mendia (M) edo hondartza (H). Lehen mailako umeen %30-ak, bigarren mailako %50-ak eta hirugarren mailako %60-ak mendira joatea bozkatzen dute.

9. Zein da umeek hurrengo aktibitatean hondartzara joateko probabilitatea?

- (a) 0,53
- (b) 0,14
- (c) 0,47**
- (d) 0,43
- (e) 0,50

10. Ume bat zoriz aukeratzen badugu, zein da gutxi gora behera ume hori lehen mailakoa izateko probabilitatea baldin badakigu mendira joatea bozkatu duela?

- (a) 0,100
- (b) 0,064
- (c) 0,300
- (d) 0,030
- (e) 0,057**

11. Ume bat zoriz aukeratzen badugu, zein da ume hori hirugarren mailakoa izateko eta hondartzara joateko bozkatu izanaren probabilitatea?

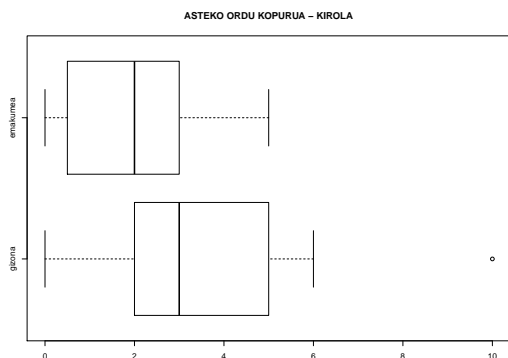
- (a) 0,20**
- (b) 0,50
- (c) 0,43
- (d) 0,47
- (e) 0,53

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

12. Aldagai baten balioak $\{1, 4, 5, 10, 4\}$ dira. Mediana honako hau da:

- (a) 4**
- (b) 4,5
- (c) 4,8
- (d) 5
- (e) 9

13. Hurrengo grafikoan gizonen eta emakumeen banaketa adierazten da astero kirola egiten duten orduen arabera. Egia da:



- (a) Kolektibo horretan gizonak baino emakume gehiago daude
- (b) Emakumeen grafikoan dispersioa handiagoa da
- (c) Emakumeen grafikoan balio arraro edo outlier bat dago
- (d) Gizonen %50-ak astero gehienez 2 ordu ematen ditu kirola egiten
- (e) **Emakumeen %50-ak astero gehienez 2 ordu ematen ditu kirola egiten**

15. $Y = 2X + 2$ -ren dentsitate funtzioa $y \in (4, 12)$ denean, honako hau da:

- (a) $\frac{1}{8}$
- (b) $\frac{y-2}{2}$
- (c) $\frac{y-2}{2} \frac{1}{2}$
- (d) $\frac{y-2}{2} \frac{1}{4}$
- (e) $\frac{1}{8}x$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

16. X eta Y -ren kontingentzi taula honako hau da:

	Y	
X	0	8
0	10	10
1	20	60

Bi aldagaien arteko kobariantza honako hau da:

- (a) 4,80
- (b) 4,48
- (c) 0,32
- (d) 0,22
- (e) 1,46

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Bedi X a.a.-a banaketa uniformearekin 1 eta 5 balioen artean.

14. $P(X < 3 | X > 2)$ -ren balioa honako hau da:

- (a) $\frac{1}{3}$
- (b) $\frac{1}{2}$
- (c) $\frac{1}{4}$
- (d) $\frac{1}{5}$
- (e) 1

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Hurrengo taulak (X, Y) aldagai estatistiko bidimentsionalaren maiztasun banaketa erakusten du:

	Y			
X	10	20	30	
0	f_{11}	f_{12}	f_{13}	0,7
1	f_{21}	f_{22}	f_{23}	$f_{2\bullet}$
	$f_{\bullet 1}$	0,15	0,15	

17. Y -ren batezbestekoa eta bariantza honako hauek dira:

- (a) $\bar{y} = 20, S_y^2 = 54,75$
- (b) $\bar{y} = 20, S_y^2 = 210,25$
- (c) $\bar{y} = 14,5, S_y^2 = 54,75$
- (d) $\bar{y} = 14,5, S_y^2 = 265$
- (e) $\bar{y} = 20, S_y^2 = 265$

18. X eta Y independenteki banatuta badaude kolektibo horretan, honako hau beteko da:

- (a) $f_{12} = f_{21}$
- (b) $S_{xy} > 0$
- (c) $S_{xy} < 0$
- (d) $f_{12} = 0,105$
- (e) $f_{12} = 0,85$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

19. Bedi Z aldagai aleatorio bat $N(0, 1)$ banaketa funtzioarekin. $P(|Z| > 2, 98)$ -ren probabilitatea honako hau da:

- (a) 0,9972
- (b) 0,9986
- (c) **0,0028**
- (d) 0,0014
- (e) 0,9761

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

KPI-k (Kontsumoaren Prezio Indizea) herrialde baten etxebizitzetan ondasun eta zerbitzu adierazgarrien kontsumo gastuen prezioen eboluzioa azaltzen du. Ondorengo galderak Espainiar KPI-ri buruzkoak dira:

20. KPI-a hilero INE-k (Estatistikaren Instituto Nazionale) kalkulatu du honako kalkulo metodoa erabiliz:

- (a) Batezbesteko aritmetiko sinplearen indizea
- (b) Batezbesteko metakorraren indizea
- (c) **Laspeyres-ren indizea**
- (d) Paasche-ren indizea
- (e) Fisher-ren indizea

21. KPI-k “Erosketa Otarrea”-ren balioa denbora momentu ezberdinetan konparatzen du. “Erosketa Otarrea”-ren edukiera aztertzean honako hau egia da:

- (a) Europak zehazten du indizearen elaborazioa bateratzeko eta bere balioa herrialde ezberdinetan konparatu ahal izateko
- (b) **INE-k ere egiten duen Aurrekontu Familiarren Inkestaren arabera zehazten da**
- (c) soilik 5 urtero eguneratzen da
- (d) Ekonomi eta Ogasun Ministeritzak zehazten du
- (e) soilik elikadura produktuak kontutan hartzen ditu

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

22. Ondorengo taulak gasolina litroaren prezioaren eboluzioa adierazten du 2012 eta 2016 urteen artean, eurotan adierazita:

Urtea	Prezioa
2012	1,514
2013	1,516
2014	1,476
2015	1,336
2016	1,261

Urteko batezbesteko hazkunde metatua 2012 eta 2016 urteen artean gutxi gora behera honako hau da:

- (a) $-4,47\%$
- (b) $-5,02\%$
- (c) $-16,71\%$
- (d) $-4,18\%$
- (e) $-6,33\%$

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio .

Bedi X a.a.-a, banaketa ezezaguna duena, zeinen batezbestekoa eta bariantza 20 eta 4 diren, hurrenez hurren:

23. Baieztatu daiteke $P(X \in (16, 24))$ -ren probabilitatea honako hau dela:

- (a) 0,75 baina handiagoa edo berdina
- (b) 0,75 baino txikiagoa edo berdina
- (c) 0,90 baino handiagoa edo berdina
- (d) 0,25 baino txikiagoa edo berdina
- (e) 0,95 gutxi gora behera

24. Bitez X_1, X_2, \dots, X_{100} ehun aldagai aleatorio, guztiak haien artean independente eta guztiak enuntziatuko aldagaiaren probabilitate banaketa berdinarekin. Baieztatu dezakegu $P(X_1 + X_2 + \dots + X_{100} \in (1980, 2020))$ probabilitatea gutxi gora behera hauxe dela:

- (a) 0,32
- (b) 1
- (c) 0,16
- (d) 0,84
- (e) 0,68

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

25. Bitez X eta Y bi aldagai aleatorio estatistiko tipifikatu zeintzuek alderantzizko erlazio lineal osoa duten. Orduan, $Z = 3X + 5Y + 10$ aldagaiarentzat honako hau betetzen da:

- (a) zentratua da baita ere
- (b) $S_z^2 = 18$
- (c) $S_z^2 = 19$
- (d) $S_z^2 = 14$
- (e) $g_0(z) = 0,2$

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Badakigu bi gertakizun estatistikoki independentek $P(A) = 0,3$ eta $P(B) = 0,4$ probabilitateak dituztela.

26. $A - B$ -ren probabilitatea:

- (a) 0,18
- (b) 0,12
- (c) 0,28
- (d) 0,10
- (e) 0,30

27. $(A \cap B)^C$ -ren probabilitatea:

- (a) 0,88
- (b) 0,12
- (c) 0,18
- (d) 0,82
- (e) 0,30

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

COMIENZO DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

Hurrengo lerro horizontalaren aurretik dauden galderak, honako enuntziatuari dagozkio.

Bedi (X, Y) a.a. bidimentsionala $f(x, y) = \frac{1}{4}xy$ dentsitate funtzioarekin, $x \in (0, 2)$ eta $y \in (0, 2)$ direnean.

28. Y -ren esperantza matematikoa honako hau da:

- (a) $\frac{4}{3}$
- (b) $\frac{3}{2}$
- (c) $\frac{2}{4}$
- (d) $\frac{1}{3}$
- (e) $\frac{1}{4}$

29. X eta Y -ren arteko kobariantza honako hau da:

- (a) 0
- (b) $\frac{64}{36}$
- (c) $\frac{16}{36}$
- (d) 1
- (e) $\frac{20}{36}$

30. X -ren dentsitate funtzioa $Y = 0,5$ -gatik baldintzatua, $x \in (0, 2)$ denean, honako hau da:

- (a) $\frac{1}{2}x$
- (b) $\frac{1}{4}x$
- (c) $\frac{1}{4}x^2$
- (d) $\frac{1}{4}$
- (e) $\frac{1}{2} + x$

FINAL DE UN BLOQUE DE PREGUNTAS

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

1. PROBLEMA (10 puntu, 30 minutu)

Ondorengo taulan A hiriko emakumeen urteko soldata gordinaren banaketa agertzen da **mila eurotan**:

Emakumeen soldata mila eurotan	Milaka emakume langile
[0, 10)	30
[10, 20)	35
[20, 100)	15

1. Kalkulatu banaketa honen batezbestekoa eta bariantza. Adierazi maiztasunen banaketa hau grafiko egokiaren bidez eta komentatu bere asimetria kalkulo gehiagorik egin barik, bakarrik grafikoa begiratu.

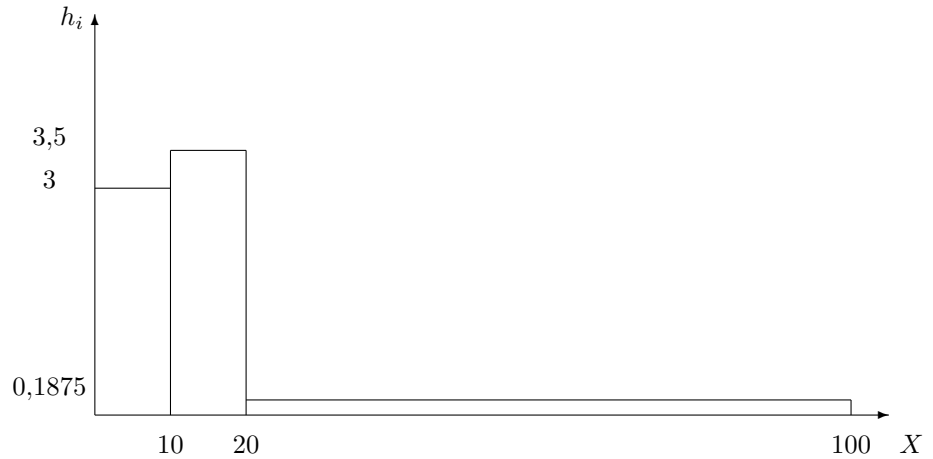
Respuesta: $X =$ Soldata: Aldagai aleatorio kuantitatiboa.

X	x_i	n_i	x_i^2	c_i	$h_i = \frac{n_i}{c_i}$
[0,10)	5	30	25	10	3
[10,20)	15	35	225	10	3,5
[20,100)	60	15	3600	80	0,1875

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i n_i = \frac{1}{80} (5 \cdot 30 + 15 \cdot 35 + 60 \cdot 15) = 19,6875 \text{ mila euro.}$$

$$S_x^2 = \frac{1}{N} \sum x_i^2 n_i - \bar{x}^2 = \frac{1}{80} (25 \cdot 30 + 225 \cdot 35 + 3600 \cdot 15) - 387,598 = 395,215 \text{ miloi euro.}$$

Soldata aldagai aleatorio jarrai bat da eta maiztasun banaketa histogramaren bidez adieraziko dugu. Tarteak ez dutenez zabaltasun konstantea, h_i altuerak adieraziko ditugu.



Banaketa eskuinerantz asimetrikoa da, zeren histograman buztana norabide horretan luzatzen da.

2. Kalkulatu banaketa honen Gini Indizea eta interpretatu lortutako balioa.

Respuesta: $IG = 2 [\sum q_i (F_i - 0,5f_i)] - 1 = 0,466:$

f_i	F_i	q_i	$F_i - 0,5f_i$
0,375	0,375	0,095	0,1875
0,4375	0,8125	0,3333	0,59375
0,1875	1	0,571	0,90625

Gini indizea 0,3 baino handiagoa denez soldatetan kontzentrazio maila altua dagoela esan dezakegu.

3. Gini Indizearen balioa aldatuko litzateke tarte txikienean dauden emakume guztiei soldata 10.000 euro igo ezker? Arrazoitu zure erantzuna kalkulu gehigarriak egin gabe.

Respuesta: Kontzentrazioa jeitsiko litzateke, zeren soldata baxuak dituzten emakumeek soldata masaren proportzio handiagoa jasoko dute.

4. Beste hiri batetan, (B hiria), urteko soldata gordinaren batezbestekoa eta desbiderazio tipikoa 21,2 eta 10,5 mila euro dira, hurrenez hurren. Urteko 25 mila euroko soldata gordina duen emakume batek, zein hiritan irabaziko luke gehiago termino erlatiboetan, A hirian ala B hirian? Arrazoitu zure erantzuna.

Respuesta: Galdera honi erantzuteko bi hirien balio tipifikatuak kalkulatu behar dira eta beraien arteko konparaketa egin:

$$T_A = \frac{25 - 19,6875}{19,88} = 0,267 < T_B = \frac{25 - 21,2}{10,5} = 0,362$$

Termino erlatiboetan, B hiriko emakumeak gehiago irabazten du.

2.PROBLEMA (10 puntu, 25 minutu)

X a.a.-ak enpresa jakin batek urte batean lortutako irabaziak adierazten ditu. Y a.a.-ak enpresa beraren urteko kostuak adierazten ditu. Bi aldagaiak miloi eurotan neurtuta daude.

(X, Y) a.a.-en dentsitate funtzio bateratua honako hau da:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(2x + y) & x \in (0, 1) \text{ eta } y \in (0, 1) \text{ badira} \\ 0 & \text{beste kasu batetan.} \end{cases}$$

1. X a.a.-aren bazter dentsitate funtzioa lor ezazu. **Respuesta:**

$$\begin{aligned} f(x) &= \int_0^1 \frac{2}{3}(2x + y)dy = \frac{2}{3} \left[2xy + \frac{y^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{3}(4x + 1) && \text{ baldin eta } x \in (0, 1) \text{ bada} \\ &= 0 && \text{ baldin eta } x \notin (0, 1) \text{ bada} \end{aligned}$$

2. Y a.a.-aren bazter dentsitate funtzioa Y es $f_Y(y) = \frac{2}{3}(1 + y)$ da, $y \in (0, 1)$ denean eta 0 bestela. Independienteak dira X eta Y a.a.-ak? Arrazoitu zure erantzuna. **Respuesta:**

$$\begin{aligned} f(x)f(y) &= \frac{1}{3}(4x + 1) \frac{2}{3}(y + 1) \\ &= \frac{2}{9}(4xy + 4x + y + 1) && \text{ baldin eta } x \in (0, 1) \text{ eta } y \in (0, 1) \text{ badira} \\ &\neq f(x, y) \Rightarrow X \text{ eta } Y \text{ a.a dependentek dira} \end{aligned}$$

3. Kalkulatu urte jakin batean kostuak 0,5 miloi euro baino handiagoak izateko probabilitatea. **Respuesta:**

$$\begin{aligned} P(Y > 0,5) &= \int_{0,5}^1 \frac{2}{3}(1 + y) dy = \frac{2}{3} \left[y + \frac{y^2}{2} \right]_{0,5}^1 = \\ &= \frac{2}{3} \left(1 + 0,5 - 0,5 - \frac{1}{8} \right) = \frac{7}{12} = 0,583 \end{aligned}$$

4. Kalkulatu urte jakin batean enpresak mozkin positiboak izateko probabilitatea. **Resposta:**

$$\begin{aligned} P(X - Y > 0) &= \int_0^1 \int_0^x \frac{2}{3}(2x + y) dy dx = \int_0^1 \left[\frac{2}{3} \left(2xy + \frac{y^2}{2} \right) \right]_0^x dx = \\ &= \int_0^1 \frac{5}{3} x^2 dx = \left[\frac{5}{9} x^3 \right]_0^1 = \frac{5}{9} = 0,556 \end{aligned}$$

3.PROBLEMA (10 puntu, 20 minutu)

Qatar herrialdeko izugarri aberatsa den persona batek bi futbol talde ditu, A eta B, bakoitzak bere estadio propioa duelarik. Estadio bakoitzean partiduko biltzen den ikusle kopurua a.a. normal bat da, X_A eta X_B izendatzen direlarik. X_A X_B -rekiko independentea da.

Ondorengo taulan bi aldagaien batzbestekoak eta desbiderazio tipikoak agertzen dira, mila ikusleko unitatean adierazita.

	X_A	X_B
batzbestekoa	35	15
desb. tipikoa	7	3

Badakigu A estadioaren edukiera maximoa 45.000 ikusle direla eta B estadioaren maximoa 20.000 ikusle direla.

1. Kalkulatu A taldearen ikusle kopurua estadioaren edukiera gainditzeko probabilitatea. **Resposta:**

$$P(A > 45) = 1 - \Phi\left(\frac{45 - 35}{7}\right) = 1 - \Phi(1,43) = 1 - 0,924 = 0,076$$

2. Kalkulatu bi estadioek beren edukiera gainditzeko probabilitatea. **Resposta:**

$$P(B > 20) = 1 - \Phi\left(\frac{20 - 15}{3}\right) = 1 - \Phi(1,67) = 1 - 0,952 = 0,048$$

Independenteak direnez, $P(A > 45 \cap B > 20) = P(A > 45) \cdot P(B > 20) = 0,076 \cdot 0,048 = 0,0036$

3. Bi talde hauek konpetitzen duten ligan hurrengo jardunaldian partidu bat jokatu da 10 estadioetan (bakoitzean bat). Ikusle kopurua estadio horietan mila ikusleko unitatetan X_1, X_2, \dots, X_{10} a.a.-ak dira banaketa normal eta independenteen. Banaketa hauei buruz honako informazio hau daukagu:

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
batzbestekoa	15	15	15	15	35	35	35	35	35	35
desb. tipikoa	3	3	3	3	7	7	7	7	7	7

Kalkulatu ikusle kopuru totala hamar estadioetan jardunaldi horretan 250.000 eta 300.000 ikusleen artean egoteko probabilitatea. **Resposta:** Bedi $Z = X_1 + \dots + X_{10}$. Independenteak direnez, $Z \sim N(m_1 + \dots + m_{10}, \sigma_1^2 + \dots + \sigma_{10}^2) = N(270, 330)$.

$$\begin{aligned} P(250 \leq Z \leq 300) &= \Phi\left(\frac{300 - 270}{\sqrt{330}}\right) - \Phi\left(\frac{250 - 270}{\sqrt{330}}\right) = \\ &= \Phi(1,65) - \Phi(-1,10) = 0,95 - (1 - 0,8643) = 0,8143 \end{aligned}$$