

AMPLIACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS
GRADO EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL

27 DE MAYO DE 2016

TIEMPO: 3 horas

Nota: Todos aquellos ejercicios en los que sea preciso utilizar la calculadora se resolverán trabajando con redondeo a 6 dígitos significativos.

1.- ¿Queda determinado de forma única un polinomio de interpolación a partir de los datos

$$p(-1) = f(-1), \quad p'(-1) = f'(-1), \quad p'(1) = f'(1), \quad p''(2) = f''(2)?$$

Razonar la respuesta.

(1.5 puntos)

2.-A) Calcular el polinomio de interpolación que verifica los datos de la siguiente tabla

x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	$f''(x_i)$
-1	-1	4	-6
1	3	4	

y evaluarlo de la forma más óptima posible en el punto 0.5.

(3 puntos)

B) Sabiendo que $f''(1) = 8$ obtener una estimación del error cometido en el apartado anterior.

(1.5 puntos)

3.- ¿Cuál de las siguientes matrices podría ser la matriz T a utilizar en el cálculo de un determinado spline cúbico natural con 5 nodos? Razonar la respuesta.

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0 & 0.3 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.8 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.6 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.6 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

(1 punto)

4.- Calcular el valor exacto de la siguiente integral

$$\int_1^2 \left[(x-1)^2 + \frac{x^3}{\sqrt{(x-1)(2-x)}} \right] dx$$

mediante fórmulas de integración numérica.

(4 puntos)

5.- Estudiar la estabilidad de las fórmulas de cuadratura con coeficientes positivos.

(2 puntos)

6.- Dada la ecuación diferencial

$$\begin{cases} y'' + x y' + y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 2 \end{cases}$$

A) Realizar una iteración del método de Runge-Kutta de cuarto orden para estimar $y(0.2)$, $y'(0.2)$.

(4 puntos)

B) Sabiendo que

x_i	$y(x_i)$	$y'(x_i)$
0.2	1.37489	1.72502
0.4	1.68176	1.32730
0.6	1.90110	0.859340

estimar $y(0.8)$, $y'(0.8)$ mediante el método predictor-corrector de Adams con una precisión de 0.1 %

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} [55 \cdot f_n - 59 \cdot f_{n-1} + 37 \cdot f_{n-2} - 9 \cdot f_{n-3}] \quad n=3, 4, \dots, N-1$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} [9 \cdot f_{n+1} + 19 \cdot f_n - 5 \cdot f_{n-1} + f_{n-2}] \quad n=2, 3, \dots, N-1$$

(3 puntos)

7.-A) Definir los conceptos estabilidad débil y región de estabilidad absoluta.

(1 punto)

B) Indicar el procedimiento a seguir para la obtención de la región de estabilidad absoluta de un método lineal multipaso.

(1 punto)

8.-A) Utilizando funciones de base obtener una fórmula que permita calcular $f''(z)$ a partir de los valores $f(z-2h)$, $f(z-h)$ y $f(z)$.

(2 puntos)

B) Deducir el error de truncatura cometido por cualquier fórmula de derivación de tipo interpolatorio para el cálculo de la derivada segunda de una función en un punto.

(2 puntos)

C) A partir de la expresión general anterior ¿cuál sería el término de error de la fórmula del apartado A)?

(1 punto)