Abizenak:____

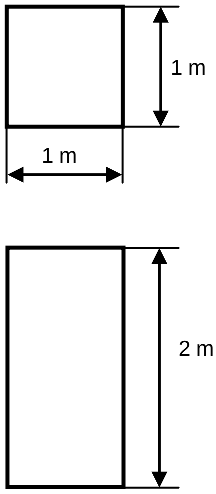
Izena:____**Taldea:**_______

Industria Teknologiaren Ingeniaritza Gradua **2º Maila**

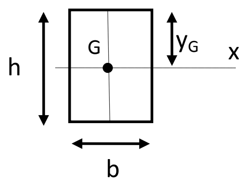
JARIAKINEN MEKANIKA

2016/06/29 **DENBORA: 25 min**

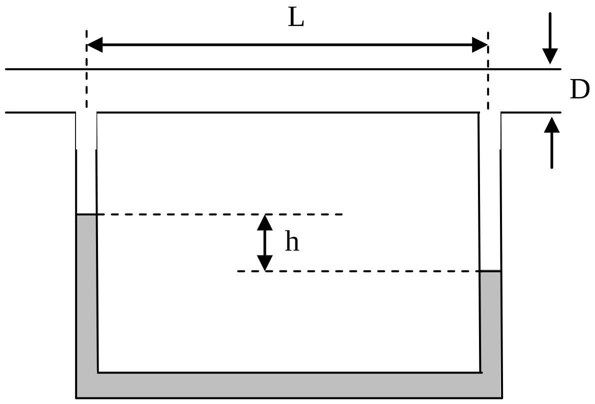
1. Paralelepipedo trinko homogeneo batek, marrazkian agertzen diren dimentsioak dituenak, $\gamma_r = 3/4$ dentsitate erlatibo dauka. Paralelepipedo honek ur gezan flotatzen dago 1 m-ko aldea bertikalki kokatuta duelarik. Aztertu egoera desfaboragarrienean gorputz honek flotazioan aurkeztuko duen oreka, altuera metazentrikoa zein den adieraziz. **(4 puntu emaitza zehatza izanik, 0 puntu emaitza okerra izanik)**



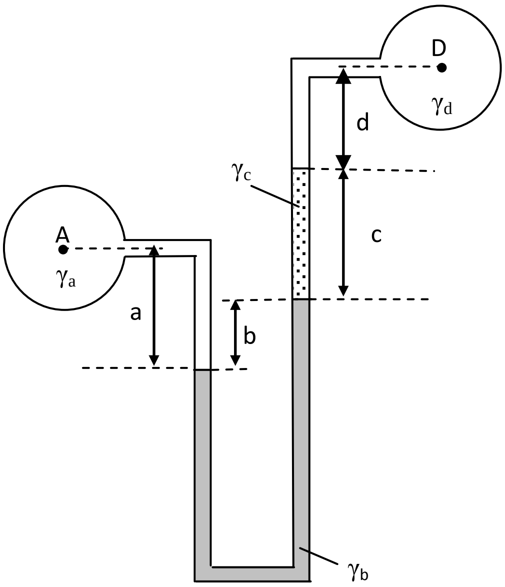
Oharra:

Errektangelua:	
	$I_x = \frac{1}{12} bh^3$

2. L (m) luzera eta D (m) diametroa duen hoditik ur geza doa. Hodi honetan kokatutako U itxura duen manometro diferentzial batek aurkezten duen irakurketa h (m) da (Ikusi marrazkia). Manometro honek $\rho_r = 4$ dentsitate erlatiboa duen jariakin manometrikoa dauka. Egoera honetan igurtzidura koefizientearen balioa f da. Grabitate azelerazioaren balioa ezaguna da, g (m/s^2). Hoditik doan Q (m^3/s) emari bolumetrikoa kalkulatzeko beharrezkoa den adierazpena, aurreko aldagaietatik abiatuta, eskatzen da. **(3 puntu emaitza zehatza izanik, 0 puntu emaitza okerra izanik)**



3. Irudiko hodiak, nahastezinak diren 4 jariakin barnean dituenak, A eta D esparruak konektatzen ditu. Lortu A eta D esparruen artean dagoen presio ezberdintasuna (Pa) $\boldsymbol{\gamma}$ (N/m^3) delarik erreferentziako pisu espezifikoa. **(3 puntu emaitza zehatza izanik, 0 puntu emaitza okerra izanik)**



$\gamma_a = \gamma$ (N/m^3)	a = 1 (m)
$\gamma_b = 2\gamma$ (N/m^3)	b = 3/12 (m)
$\gamma_c = \gamma/3$ (N/m^3)	c = 1 (m)
$\gamma_d = \gamma/4$ (N/m^3)	d = 2/3 (m)

201-26-29 **JARIAKINEN MEKANIKA**

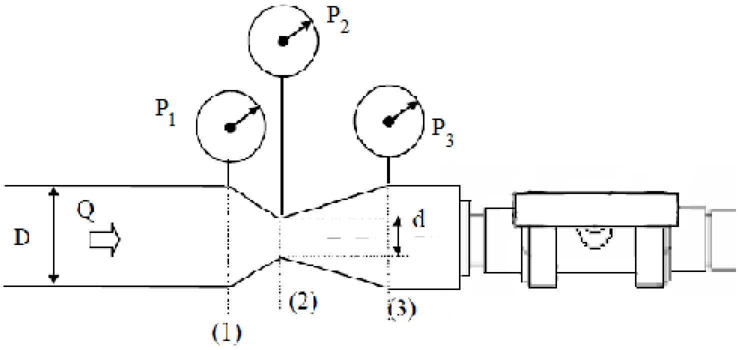
Denbora: 35 min.

TALDEA:________

ABIZENAK:____

IZENA: ____

1.- Beheko marrazkiko Venturi hodia konektatuta dago, guztiz zabalik dagoen balbula baten bitartez, beste aldetik atmosferara zabalik dagoen hodi batetara. Venturi hoditik ura dario.
Venturi honetara bi manometro eta bakuometro bat konektatuta daude. [bar]



1 Figura

Erantzun ezazu goiko figurak aurkezten duen egoerarako:
1.- Zein den Venturiaren irteeran kokatutako manometroak adieraziko duen presioaren balioa.

2.- Adierazi, (p,Q) grafikoen bitartez, nola aldatuko diren manometroen eta bakuometroaren presio irakurketak emariaren arabera. Aldaketa hau mugagabea izango da? (Erantzuna arrazoitu)

3.- Lortu Venturiaren sarreraren eta irteeraren artean gertatzen den presio aldaketa adierazten duen espresioa eta adierazi ezberdintasun honen esanahi fisikoa. Margotu (Δp,Q) grafiko batetan nola aldatzen den presio ezberdintasun hau Q emariaren handitzearen arabera. (Erantzuna arrazoitu)

4.- Balbularen itxiera partzialak erakarriko du kabitazioaren agerpena (aurreko egoerarekin alderatuta) emari handiago, txiki edo berdin batentzat? Suposatu bi egoeretan uraren tenperatura konstante mantentzen dela (Erantzuna arrazoitu)

2.- Irudiko marrazkian, (1), (2) eta (3) azaleretan, airera zabalik dauden manometroak erakusten dira.. Irudi honetan Venturiari dagokion energia digrama ere aurkezten da irudi honetan, bertan, energia kotak aurkezten direlarik.

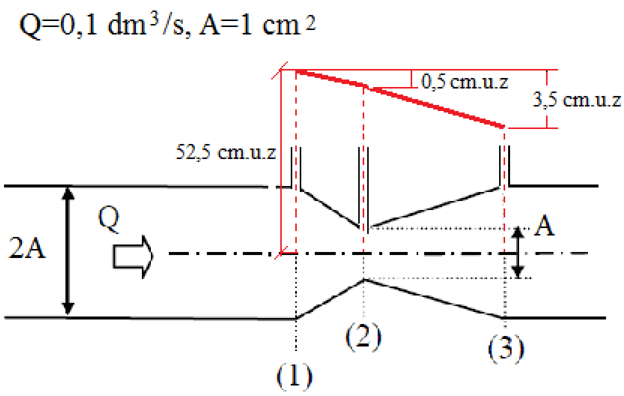


Figura 2

Manometroen irakurketa honakoa da: 2 cm.u.z, 36 cm.u.z eta 40 cm.u.z.

1.- Marraztu irudian manometro bakoitzak aurkezten duen irakurketa, egindako banaketaren zergatia adieraziz. Adierazi ere (1), (2) eta (3) azaleretan kokatutako hodi piezometriko batek eta Pitot hodi batek aurkeztuko zukeen presio irakurketa, erantzuna arrazoituz.

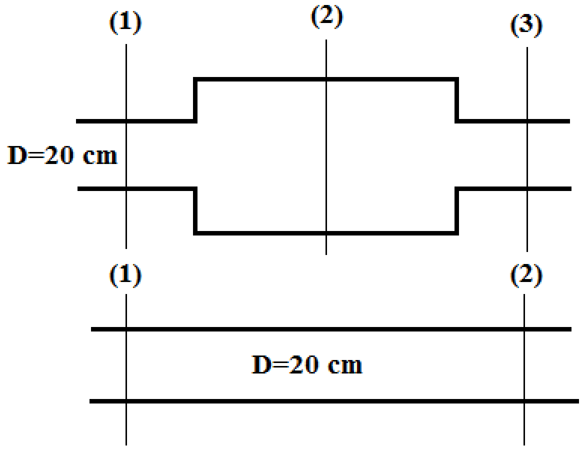
2.- Venturi hodiko diagraman margotu lerro piezometrikoa, bertan ezarriko diren kota ezberdinen balioa adieraziz.

3.- Adierazi, kokapen bakoitzean, airera zabalik dagoen Prandtlen hodi batek, aurkeztuko zukeen irakurketa.

4.- Prandtlen hodiek adierazitako neurketatik lortutako abiaduraren balioa eta emaria eta azalerak kontutan izanik lortutako balioa antzerakoak dira. Azaldu honen zergatia.

5.- Lortu Venturi honen Fluxu Koefizientea kalkulatzeko erabili beharreko adierazpena. Behin hau lortu egin dela, identifikatu adierazpenean agertzen diren aldagai guztien esanahi fisikoa eta adierazi hauek aurkezten duten balio numerikoa (unitateak ere).

3.- Irudiko bat-bateko zabalgunetik eta 20 cm-ko diametroa duen hoditik 0,01 m3/s-tako ur emaria doa.

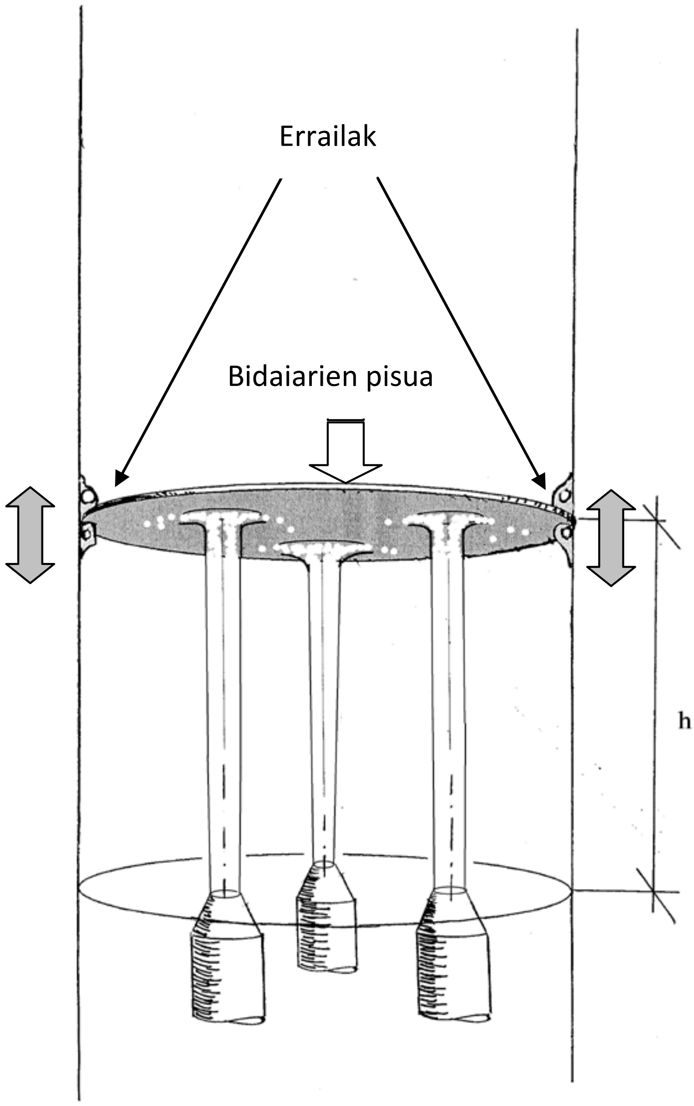


a) Bat –bateko zabalgunea:
(1) eta (2) hartuneetara konektatuta dagoen ur zutabedun manometro diferentzial batek 20 cm-ko altuera markatzen du. Bi hartune berdin hauetan kokatutako Prandtl hodien arteko neurketa ezberdintasuna 25 cm.u.z-koa da. Zeintzuk izango dira bi puntu hauetan jarritako eta airera zabalik diren bi Pitot hodien arteko altuera ezberdintasuna?

b) PVC hodi leun eta zuzena:
(1) eta (2) hartuneetara konektatuta dagoen merkurio zutabedun manometro diferentzial batek 10 cm altuera markatzen du. Zein izango da bi puntu hauen artean diren karga galeren balioa?

Denbora: 20 minutu

Parke tematiko batetan, guztiz gardena den estruktura zilindrikoaren barruan plataforma bat kokatu nahi da. Plataforma hau, bere beheko aldean eragiten duten hiru ur zorrotaden eraginaren ondorioz, errail batzuen bitartez gorantz bideratua da. Hiru zorrotada hauek berdinak dira, angelu zuzen baten bitartez plataformaren oinarriaren kontra talka egiten dute eta kokatu egin dira plataforma honek modu orekatuan nabaritu ditzan hauen eragina. Plataformaren pisua eta lodiera mespretxagarriak dira, baita ere erraileten emoten den frikzioa.



Kalkuluak egiteko ingeniero batek suposatuko du plataforma honetara igota izango den heldu bakoitzaren pisua 90 kg-koa dela. Kontutan izanik plataformaren tamaina eta edukiera, ezarri egin da platafoma honek gehienez hiru helduen pisua jasan ditzake. Baldintza hauetan, plataforma honek injektoreen irteera zulotik abiatuta 10 m-ko altuera lor dezala nahi da. Jakinik ur zorrotadak jo puntuan 0,25 m-ko diametroa aurkezten duela, adierazi:

1. Zein abiadurarekin ateratzen da injektoreetatik ur zorrotada? ***(3 ptu).***

2. Zorrotadaren uzkurdura koefizientearen balioa 1 dela, injektoreen diametroa kalkulatu. ***(3 ptu).***

3. Injektore hauen ezaugarriak definituta, instalazio osoaren kalkulu mekanikoa egin beharra dago. Horretarako ingeniariak zehaztasun handiz ezagutu beharko du plataformak aurkeztuko duen altuera bere gainean izango duen pisuaren arabera. Lortu instalazio honek aurkeztuko duen ***h*** altueraren balioa gainean jasan egingo duen bidaiari guztien ***P*** pisuaren arabera. ***(4 ptu).***

a) Si en la plataforma entran 3 adultos, el peso es 90 x 3 =270 kg

En equilibrio a 10 m de altura, estos 270 kg deben ser soportados por los tres inyectores, por lo que al ser iguales, cada chorro debe soportar R_j=(270/3)*9.8 = 882 N

La acción de cada inyector es (caso de chorro incidiendo sobre una placa fija a 90º)

$R_j= q_m U_{10}$ [1]

$R_j=\rho A_j U_{10}^{\ 2}$ [2]

Siendo ρ=1000 kg/m^3, d_{jh}=0.25 m, A_j= 0.25ΠD^2 = 0.049 m^2 de [2] se puede deducir la velocidad con que incide el agua sobre la base de la plataforma a 10 m.

U_{10} = 4.24 m/s

Aplicando la ecuación de la energía desde la salida de la boquilla (cota 0, todo a presión atmosférica) hasta 10 m, se calcula la velocidad a la salida de la boquilla (U_0):

$U_0^2/2g= U_{10}^2/2g +10$ => $\mathbf{U_0 = 14.63}$ **m/s**. [3]

b) El caudal volumétrico se debe mantener en la columna y si la velocidad disminuye será a costa de un aumento de sección del chorro. A 10m de altura la velocidad es 4.24 m/s y el diámetro 0.25m (A_j=0.049 m^2) con lo que q=0.208 m3/s. En la base, q es el mismo y si la velocidad es 14.63 m/s, la sección es $\mathbf{A_{j0}=0.01425\ m^2}$ con lo que el diámetro del chorro en la base es de $\mathbf{d_{j0}=0.13\ m}$

c) Siendo el peso encima de la plataforma P (en N) cada chorro soporta la tercera parte

R_j = P/3

Por una parte, combinando con [2], aplicada a una altura genérica h

$P = 3\ \rho A_{jh}\ U_h^{\ 2}$ [4]

Por otra parte, la ecuación de la energía a una altura h se cumplirá siempre

$U_0^2/2g= U_h^2/2g +h$ [5]

Finalmente se deberá cumplir que el caudal en la base sea igual que a cualquier altura h

$A_{j0}\ U_0 =A_{jh}\ U_h$ [6]

De [6] $A_{jh} =A_{j0}\ U_0 / U_h$ y llevando a [4] queda

$P = 3\ \rho\ A_{j0}\ U_0\ U_h$ [7]

De [5] $U_h =[U_0^2-(2gh)]^{\ 0.5}$ y llevando a [7]

$\mathbf{P = 3\ \rho\ A_{j0}\ U_0\ [U_0^2-(2gh)]^{\ 0.5}}$ **=>** $\mathbf{P=624.22[213.97-(19.6h)]^{\ 0.5}}$ **[8]**

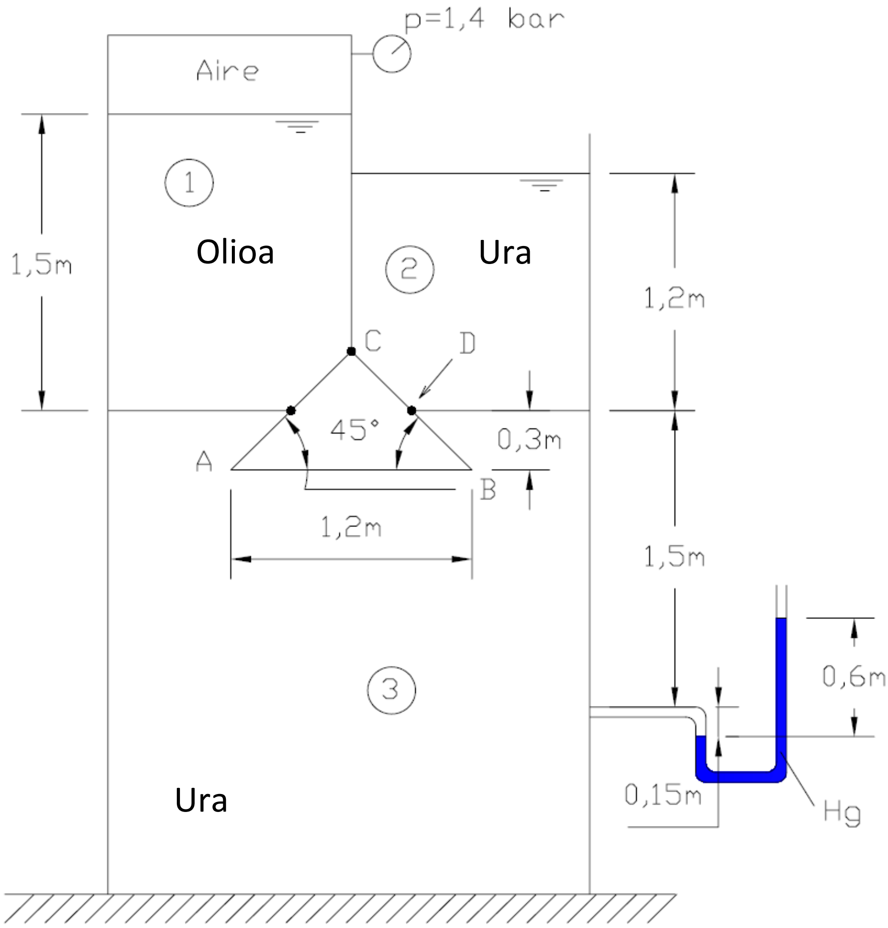
Irudiko depositua haien artean guztiz isolatuta diren hiru konpartimentuez osatua dago. 1 konpartimenduak olioa dauka, eta honen gainean 1,4 bar-etara presurizatua dagoen airea dago. 2 (airera zabalik dago) eta 3 konpartimenduak urez beteta daude. ABC triangelua zurruna da, 1 m-ko aldea dauka (paperarekiko elkarzuta den dimentsioan) eta presio atmosferikoan dagoen hutsune bat besterik ez da.

Kontutan izanik irudiko depositari buruz duzuen informazioa, eskatzen da:

a) **ABC** geometriak pairatzen duen indar bertikal garbia (magnitude eta noranzkoa).

Suposatuta CD tramuak C puntuaren inguruan bira dezakeela, kalkulatu:

b) ABC hutsune triangeluarraren barruan izan beharko den presio minimoa aipatutako CD tramua bira ez dadin.



Oharrak:

- $P_{ura} = 1000\ kg/m^3$
- $\rho_{Hg} = 13600\ kg/m^3$
- $\rho_{r\ olioa} = 0,7$

a) Fuerza vertical neta (magnitud y sentido)sobre la geometría ABC

<u>Recinto 1 (Aceite)</u>

Columna de líquido equivalente (posición de la Superficie Libre Imaginaria):

$$h = \frac{p}{\gamma} = \frac{1{,}4x10^5}{0{,}7 \cdot 9810} = 20{,}38\ m$$

$$E_1 = \gamma_{Ac} \cdot V_1 = (0{,}7 \cdot 9810) \cdot \left[(21{,}88 \cdot 0{,}3) - \frac{0{,}3^2}{2}\right] \cdot 1 = 44765{,}97\ N\ (\downarrow)$$

<u>Recinto 2 (Agua)</u>

$$E_2 = \gamma_{Ag} \cdot V_2 = (0{,}7 \cdot 9810) \cdot \left[(1{,}2 \cdot 0{,}3) - \frac{0{,}3^2}{2}\right] \cdot 1 = 3090{,}15\ N\ (\downarrow)$$

<u>Recinto 3 (Agua)</u>

Presión en cota más elevada (D) a partir de información suministrada en manómetro de Hg:

$$p = (133416 \cdot 0{,}6) - [9810 \cdot (0{,}15 + 1{,}5)] = 63863{,}1\ Pa$$

Columna de líquido equivalente (posición de la Superficie Libre Imaginaria):

$$h = \frac{p}{\gamma} = \frac{63863{,}1}{9810} = 6{,}51\ m$$

Empuje sobre caras superiores del triángulo:

$$E_{3a1} = \gamma_{Ag} \cdot V_{3a} = 9810 \cdot \left[(6{,}81 \cdot 0{,}3) - \frac{0{,}3^2}{2}\right] \cdot 1 = 19600{,}38\ N\ (\downarrow)$$

$$Simetría \rightarrow x2\ \rightarrow E_{3a} = 39200{,}76\ N\ (\downarrow)$$

Presión en cara inferior del triángulo (A=B):

$$p = 63863{,}1 + 9810 \cdot 0{,}3 = 66806{,}1\ Pa$$

Empuje sobre cara inferior del triángulo:

$$E_{3b} = p \cdot A = 66806{,}1 \cdot (1{,}2 \cdot 1) = 80167{,}32\ N\ (\uparrow)$$

Empuje vertical resultante:

$$E = E_1 + E_2 + E_{3A} - E_{3b} = \mathbf{6889{,}5\ N}\ (\downarrow)$$

b) Presión mínima de aire en el interior del recinto ABC para que el tramo CD no girase

Presión en el cdg del tramo CD: $p_G = \gamma \cdot h = 9810 \cdot (1{,}2 - 0{,}15) = 10300{,}5\ Pa$

Empuje sobre el tramo CD: $F = p_G \cdot A = 4370{,}13\ N$

Posición del cdg del tramo CD respecto a la superficie libre: $y_G = \frac{1{,}2-0{,}15}{cos45} = 1{,}48\ m$

$$y_C - y_G = \frac{I_{xG}}{y_G \cdot A} = \frac{\frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 0{,}424^3}{1{,}48 \cdot 0{,}424} = 1{,}01x10^{-2}\ m$$

$$y_C]_C = 1{,}01x10^{-2} + 0{,}212 = 0{,}222\ m$$

Equilibrio de momentos respecto al punto C:

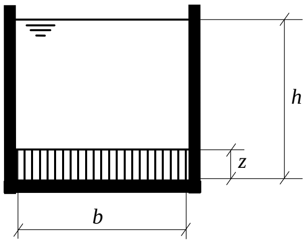
$$F \cdot y_C]_C = F_{gas} \cdot \frac{CD}{2}$$

$$4370{,}13 \cdot 0{,}222 = F_{gas} \cdot 0{,}212$$

$$F_{gas} = 4578{,}79\ N = \ p_G \cdot A$$

$$p_G = \frac{4578{,}79}{0{,}424} = \mathbf{10799\ Pa}$$

Laborategian, irudiko marrazkian aurkezten den bezala, jariakin konprimaezin batek euria jasotzeko estolda bat zeharkatzerakoan aurkezten duen fluxua aztertu nahi da. Estolda hau atmosferara zabalik dago eta bere azalera errektangeluarra da.



Suspentsioan izan daitezkeen harri txikiak hondoan gelditu daitezen, estolda honen hondoan eta bitarte ezagun batetara, plaka bertikal batzuk jartzen dira. Fenomeno honetan parte hartzen duten aldagaiak hauek dira: likidoaren gainazal askeak aurkezten duen altuera (h), plakek aurkezten duten altuera (z), kanalean zehar doan emaria (Q), likidoaren dentsitatea (ρ), likidoaren biskositate dinamikoa (μ) eta grabitatea (g).

Eskatzen dena:

1. Lortu, analisi adimentsionalaren bitartez, laborategian erabiliko den eskala bateko ereduan (z/h) aldagaien erlazioa kalkulatzeko baliogarria den adierazpena, esanik zeintzuk diren parte hartzen duten zenbaki adimentsionalak eta hauen esanahi fisikoa.

2. Lortu ereduaren eta prototipoaren altueren arteko erlazioa (h_m/h_p) ereduaren eta prototipoaren emari bolumetrikoen arteko erlazioaren bitatez (Q_m/Q_p), kontsideratuz modelo zein prototipoan erabilitako jariakina berdina dela eta antzekotasun murriztua Frouden zenbaki adimentsionalaren arabera ezarria izan dela.

3. Lortu laborategiko entseguan ereduak aurkeztu beharko duen altuera prototipoaren altuera 20 cm-koa bada, oraingo honetan entsegua olioarekin egiten dela, ereduaren eta prototipoaren emariaren arteko erlazioa 1:2 dela kontutan izanik antzekotasun murriztua Reynoldsen zenbaki adimentsionalaren arabera ezarria egin dela. Posible litzateke entsegua baldintza hauetan egitea? Erantzuna arrazoitu.

Oharrak.

- Gainazal tentsioaren eragina mesprezatu analisi adimentsionala egiterakoan.
- Erabili (h, Q, ρ) aldagai errepikatu bezala.
- Kalkuluak simplifikatzeko kontsideratu egoera guztietan: $b = h$
- $Re(h) = \dfrac{v \cdot h \cdot \rho}{\mu}$, $Fr(h) = \dfrac{v}{\sqrt{g \cdot h}}$
- $\upsilon_{ura} = 1\ 10^{-6}\ m^2/s$
- $\upsilon_{olioa} = 1\ 10^{-4}\ m^2/s$

Solución 29 junio 2016

1.- Análisis dimensional.

Paso 1: Variables relacionadas (6).

altura sup. Fluido	h	[L]
altura placas	z	[L]
caudal volumétrico	Q	$[L^3 T^{-1}]$
densidad	ρ	$[ML^{-3}]$
viscosidad	μ	$[ML^{-1}T^{-1}]$
gravedad	g	$[LT^{-2}]$

Paso 2: Variables repetidas (3).

[M, L, T] $\quad h, Q, \rho$

Paso 3: Número de grupos adimensionales (6-3 = 3)

$$\pi_1 = h^{\alpha_1} \cdot Q^{\beta_1} \cdot \rho^{\gamma_1} \cdot z$$

$$\pi_2 = h^{\alpha_2} \cdot Q^{\beta_2} \cdot \rho^{\gamma_2} \cdot \mu$$

$$\pi_3 = h^{\alpha_3} \cdot Q^{\beta_3} \cdot \rho^{\gamma_3} \cdot g$$

Paso 4: Obtención de los exponentes y números adimensionales.

El primer número adimensional se obtiene directamente al tener h y z las mismas dimensiones $\underline{\underline{\pi_1}} = \frac{z}{\underline{\underline{h}}}$ (Longitud relativa)

$$\pi_2 = [L]^{\alpha_2} \cdot [L^3T^{-1}]^{\beta_2} \cdot [ML^{-3}]^{\gamma_2} \cdot [ML^{-1}T^{-1}] \qquad \pi_2 = h^1 \cdot Q^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot \mu = \frac{h \cdot \mu}{Q \cdot \rho} = \frac{1}{Re} \text{ (Inverso Re);} \qquad \underline{\underline{\pi'_2}} = \frac{1}{\underline{\underline{\pi_2}}} \text{ (N° Reynolds)}$$

$$\pi_3 = [L]^{\alpha_3} \cdot [L^3T^{-1}]^{\beta_3} \cdot [ML^{-3}]^{\gamma_3} \cdot [LT^{-2}] \qquad \pi_3 = h^5 \cdot Q^{-2} \cdot g = \frac{g \cdot h^5}{Q^2} = \frac{1}{Fr^2} \text{ (Inverso Fr}^2\text{);} \qquad \underline{\underline{\pi'_3}} = \frac{1}{\underline{\underline{\sqrt{\pi_3}}}} \text{ (N° Froude)}$$

$$Re = \frac{v \cdot h \cdot \rho}{\mu} \qquad Q = v \cdot h \cdot b = v \cdot h^2 \qquad Re = \frac{Q \cdot h \cdot \rho}{h^2 \cdot \mu} = \frac{Q \cdot \rho}{h \cdot \mu} \text{ (Relación entre fuerzas de inercia y fuerzas viscosas)}$$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}} \qquad Q = v \cdot h \cdot b = v \cdot h^2 \qquad Fr^2 = \frac{Q^2}{h^4 \cdot g \cdot h} = \frac{Q^2}{h^5 \cdot g} \text{ (Relación entre fuerzas de inercia y fuerzas de gravedad)}$$

Por lo tanto, el número adimensional de longitud relativa, se puede expresar como:

$$\pi_1 = \psi\left(\pi'_2, \pi'_3\right) \qquad \underline{\underline{\frac{z}{h} = \psi(Re, Fr)}}$$

2.- Relación alturas/caudales volumétricos (semejanza dinámica restringida en base a Fr).

Semejanza restringida (dinámica) en base a Froude: $Fr_p = Fr_m$

$$Fr^2 = \left(\frac{Q^2}{h^5 \cdot g}\right)_p = \left(\frac{Q^2}{h^5 \cdot g}\right)_m \qquad \underline{\underline{\frac{h_m}{h_p} = \left(\frac{Q_m}{Q_p}\right)^{\frac{2}{5}}}}$$

3.- Altura del modelo para distintos fluidos (semejanza dinámica restringida en base a Re).

$Re_p = Re_m$ como: $\upsilon = \frac{\mu}{\rho}$ (viscosidad dinámica): $\left(\frac{Q}{h \cdot \upsilon}\right)_p = \left(\frac{Q}{h \cdot \upsilon}\right)_m$

$$\underline{\underline{h_m}} = h_p \cdot \left(\frac{Q_m}{Q_p}\right) \cdot \left(\frac{\upsilon_p}{Q_m}\right) = 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{10^{-6}}{10^{-4}} = 10^{-1}\ cm = \underline{\underline{1\ mm}}$$

No sería factible ensayarlo con aceite por el tamaño tan reducido que exigiría para el modelo.