

AMPLIACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS

GRADO EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL

12 DE MAYO DE 2015

PRIMERA PARTE

1.- a) Dada la siguiente tabla de datos:

x_i	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$f(x_i)$	0.14927	0.14358	0.13065	0.10998	0.08120	0.04406

determinar un valor aproximado de $f(1.37)$ mediante un polinomio de interpolación de grado 3, eligiendo los nodos más adecuados y evaluando dicho polinomio de forma óptima. Estimar el error cometido en la aproximación anterior. Operar con redondeo a 5 decimales. (2.5 puntos)

b) Usando los nodos 1.2, 1.3, 1.4 y 1.5 hallar el valor de x para el cual $f(x)=0.12$. Operar con redondeo a 5 dígitos significativos. (2 puntos)

2.- Partiendo de la expresión

$$e(x) = f[x_0, x_1, \dots, x_n, x] \cdot \Pi(x) \quad \text{con} \quad \Pi(x) = (x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_n)$$

del error de truncatura del polinomio de interpolación, **demostrar** que cuando los nodos están uniformemente espaciados y conociendo $f(x_{n+1})$, dicho error se puede aproximar mediante la expresión

$$e(x) \approx \frac{\Delta^{n+1}f(x_0)}{(n+1)!} t \cdot (t-1) \cdot (t-2) \cdot \dots \cdot (t-n) \quad \text{con} \quad x = x_0 + t \cdot h \quad \text{y} \quad h = x_{i+1} - x_i$$

(0.75 puntos)

3.- Definir los polinomios de Chebyshev de 1ª especie, $T_n(t)$. Enunciar y demostrar la relación de recurrencia que verifican y obtener sus raíces. Particularizar para $T_4(t)$.

(1.5 puntos)

4.- a) Obtener una fórmula de integración del tipo

$$\int_0^h f(x) dx \approx h \cdot A_0 \cdot f(h/2) + h^2 \cdot [B_0 \cdot f'(0) + B_1 \cdot f'(h)]$$

que sea de tipo interpolatorio y determinar la expresión del término de error.

(2 puntos)

b) Deducir la expresión que resulta al componer dicha fórmula N veces en el intervalo $[a,b]$. (2 puntos)

c) Comparar esta fórmula con respecto a las fórmulas de Newton-Cotes compuestas de su mismo grado de exactitud. (1 punto)

d) Aplicar la fórmula compuesta con $N=3$ al cálculo de $\int_0^\pi \cos(x) dx$, obteniendo una cota del error cometido. (0.5 puntos)

TIEMPO: 1 hora y 45 minutos

AMPLIACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS

GRADO EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL

12 DE MAYO DE 2015

SEGUNDA PARTE

1.- Resolver la siguiente ecuación diferencial

$$y'''(x) - y''(x) + 2y(x) = L(x)$$

teniendo en cuenta que $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$, $y''(1) = 1$ y utilizando el **método de Euler mejorado** para estimar las soluciones en los puntos $x=1.1$ y 1.2 . Operar con redondeo a 6 dígitos significativos.

(3.5 puntos)

2.- Dar la expresión general de un método lineal multipaso. Comentar cuándo es explícito o implícito. Escribir los polinomios característicos asociados. Enunciar las condiciones que tiene que verificar para ser convergente.

(0.75 puntos)

3.- Obtener una fórmula que permita estimar el valor de $f''(z)$ a partir de la los valores de $f(z-2h)$, $f(z)$ y $f(z+h)$.

a) A partir del polinomio de interpolación $p_2(x)$. (1.25 puntos)

b) Utilizando desarrollos en serie de Taylor. (1.25 puntos)

c) Obtener el error de truncatura a partir del error de truncatura cometido en la interpolación. (1 punto)

TIEMPO: 1 hora y 15 minutos