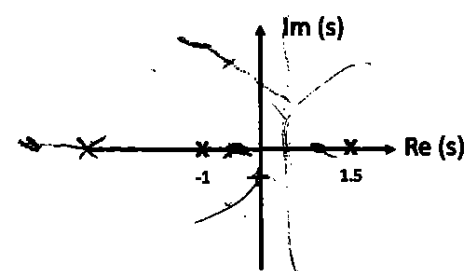
	ikasturtes: 2013/2014 <b>ENERO</b>
	Iraupena: 2 ordu 45min
	Taldea
Nombre _____ Izena _____ 1º Apellido _____ 1 Deltura _____ 2º Apellido _____ 2 Deltura _____	

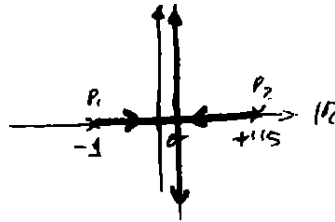
1. PROBLEMA - (20%) Sistema berreikatu baten begizta irekiko transferentzi funtzioak ondorengo polo eta zeroak ditu.



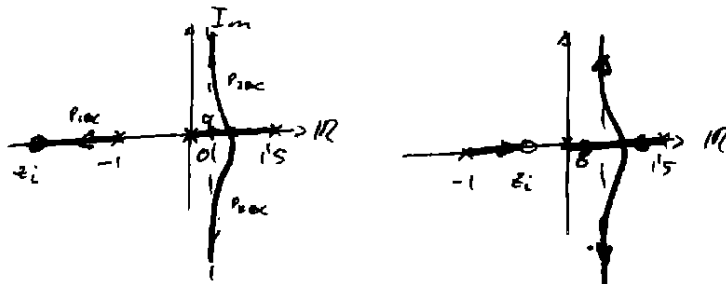
- Erantzun ezazu, arrazoituz, ondorengo baleztapenak egiazkoak ala faltsuak diren:
- Sistema hau egonkortzea posible da, kontrol proporzionala erabiltzea nahikoa delarik.
  - PI kontrolagailu bidez sistema hau egonkortzea posible da.
  - Sistema hau egonkortzea posible da eta PD kontrolagailu bidez lor daiteke.

Atal hau gauzatzeko ERROEN KOKAPEN GEOMETRIKOA garatu behar da proposatutako hiru kontroladoreentzat:

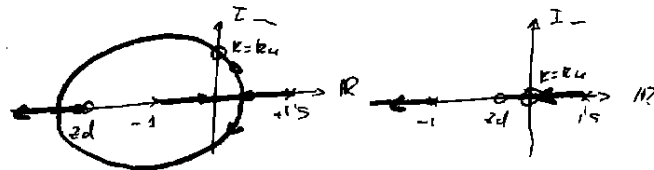
→ P Kontroladoreak ez du sistema egonkortzen, polo bat beti erdiplano positiboan baitago:




→ PI Kontroladoreak ez du sistema egonkortzen, berriro ere polo bi beti erdiplano positiboan geratzen baita. PI-ak txertatzen duen zeroaren kasuistika aztertu behar dira, hala ere, naiz eta zeroa mugitu, begizta ibriko sistemaren bi polo erdiplano positiboan jarraituko dute.



→ PD Kontroladoreak sistema egonkortu dezake kontroladorearen  $K_c$  balio batzuentzat. Berriro ere PD-ak txertatzen duen zeroaren kasuistika aztertu behar da. Hala ere, zeroa mugituz ikusi dezakegu betiere posiblea dela sistema egonkortzea.



		<b>Ikasturtea: 2013/2014</b>
	Nombre Izena	2014/Urtarrila/13
	1ª Apellido 1 Deitura	<b>Iraupena:</b> 2 ordu 45min
	2ª Apellido 2 Deitura	<b>Taldea</b>



**2. PROBLEMA - (30%)** Demagun sistema baten transferentzi funtzioa integrazale bikoltz bidez osatua. Eskatzen dena zera da:

- a. Posible da sistema egonkortzeko kontrolagailu proportzionala diseinatzea? Erabil ezazu erroen kokapen geometrikoa erantzuna arrazoitzeko.

Oraingoan diseinatu nahi dena zera da,  $K_c$  irabazpena duen kontrolagailu proportzionala (berrelikadura unitarioa eta negatiboa suposatuz) baina  $K_g$  irabazpena duen abiaduraren berrelikadura gehituz (P kontrola + abiaduraren berrelikadura):

- b. Marraz ezazu sistema kontrolatuaren erroen kokapen geometrikoa.  
 c. Kalkula ezazu  $K_c$  eta  $K_g$  irabazpenen balioa ondorengo eskakizunak bete daitezen:  $MF=45^\circ$  eta  $t_{ss(z\%)=4}$  segundo.  
 d. Zein da begizta itxiko sistemaren poloen kokapena?

**SINTONIZAZIO TAULAK**

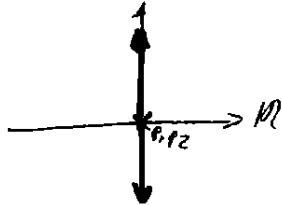
**ZIEGLER-NICHOLS BEGIZTA IREKIAN**

Kontrolagailu mota	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_m}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{K} \frac{\tau}{t_m}$	$3t_m$	-
PID	$\frac{1.2}{K} \frac{\tau}{t_m}$	$2t_m$	$0.5t_m$

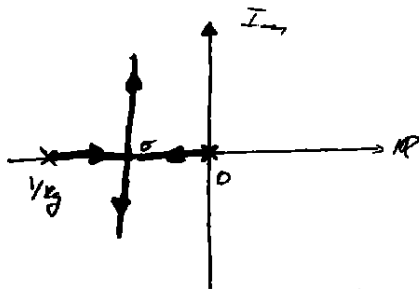
**ZIEGLER-NICHOLS BEGIZTA ITXIAN**

Kontrolagailu mota	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_u$	-	-
PI	$0.4K_u$	$0.8T_u$	-
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$

a) Sistemaren erroen kokapen geometrikoa P kontroladorearekin: Sistema kritikoki egonkorra da




b) Sistemaren erroen kokapen geometrikoa P+abiadura berrelikadurarekin:



c) P+abiadura berrelikaduraren  $K_c$  eta  $K_g$ :  $K_g = 2$ ,  $K_c = 4\sqrt{2}$  ✓

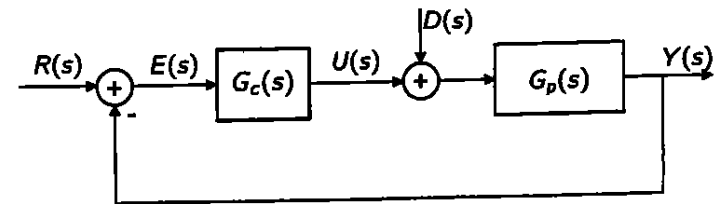
d) Poloak begizta itxian:  $p_{1,2} = -1 \pm \sqrt{4\sqrt{2} - 1}j$

$G_c = K_c = 10$   
 Sistema tipo I ne eron eskalon

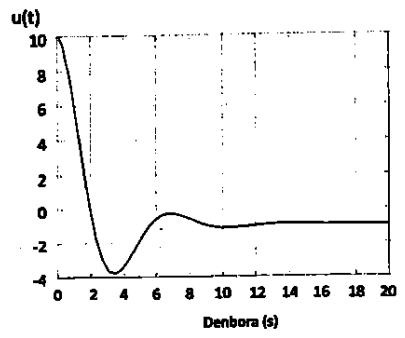
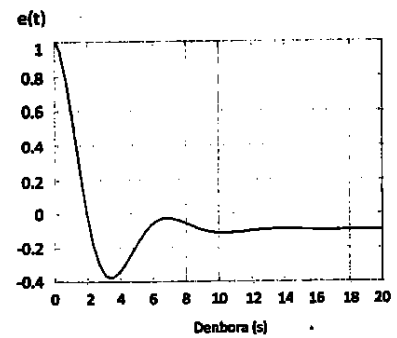
 Universidad del País Vasco Euzko Unibertsitatea	Ilkastertea: 2013/2014 2014/Urtarrila/13
	Iraupena: 2 ordu 45min
	Taldea

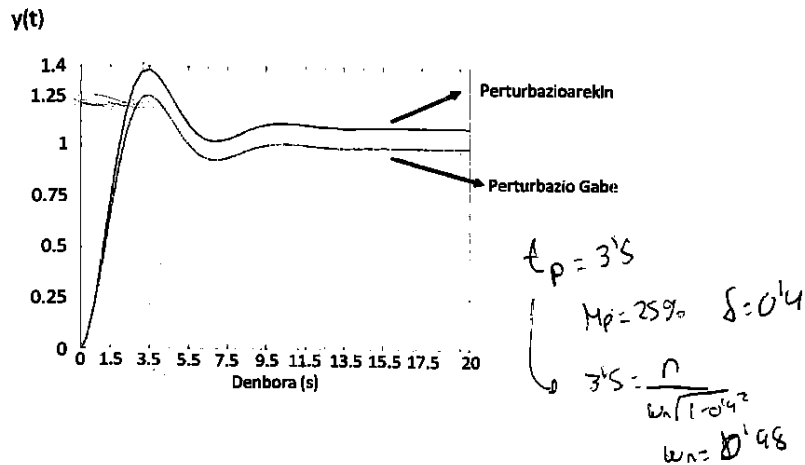


3. PROBLEMA - (30%) Demagun trudiko kontrol sistema, berrelikadura unitarioa duena:



Sarrera bietan, erreferantzia r(t) eta perturbazioa d(t), maila unitarioak ezartzean, ondorengo seinaleak lortzen dira:





**OHARRA:** Irteerari ( $y(t)$ ) dagokion irudian perturbaziorik ez dagoenean ematen duen erantzuna erakusten da ere.

**Eskatzen dena zera da:**

- Sistema mota zein den (0, 1 edo 2), arrazoiak emanez.
- Lor itzazu  $G_c(s)$  eta  $G_p(s)$  transferentzi funtzioak.
- Kalkula ezazu analitikoki egoera iraunkorreko errorea, bai erreferentzia-sarrerari dagokiona zein perturbazio sarrerari dagokiona.
- Erreferentzia-sarrera arrapala unitarioa izatera pasatuko balitz perturbazio sarrera maila unitarioa izanik, erantzun ezazu, arrazoituz, ondorengo baieztapenak egiazkoak ala faltsuak diren:
  - Sistema ezegonkortuko litzateke eta beraz egoera iraunkorreko erroreak hitz egiteak ez luke zentzurik izango.
  - Egoera iraunkorreko errorea denborarekin hazi egingo litzateke.
  - $K_v$  infinitu litzateke.
  - Egoera iraunkorreko irteera ere arrapala bat izango litzateke.

i) Sistema mota:  $R(s)$  bakarrik dagoenean (maila sarrera unitarioa) (perturbaziorik ez) erroreak ez lu aurkezten, hortaz sistemaren mota 1 da.

j) Transferentzi funtzioak:

$$G_c(s) = 10$$

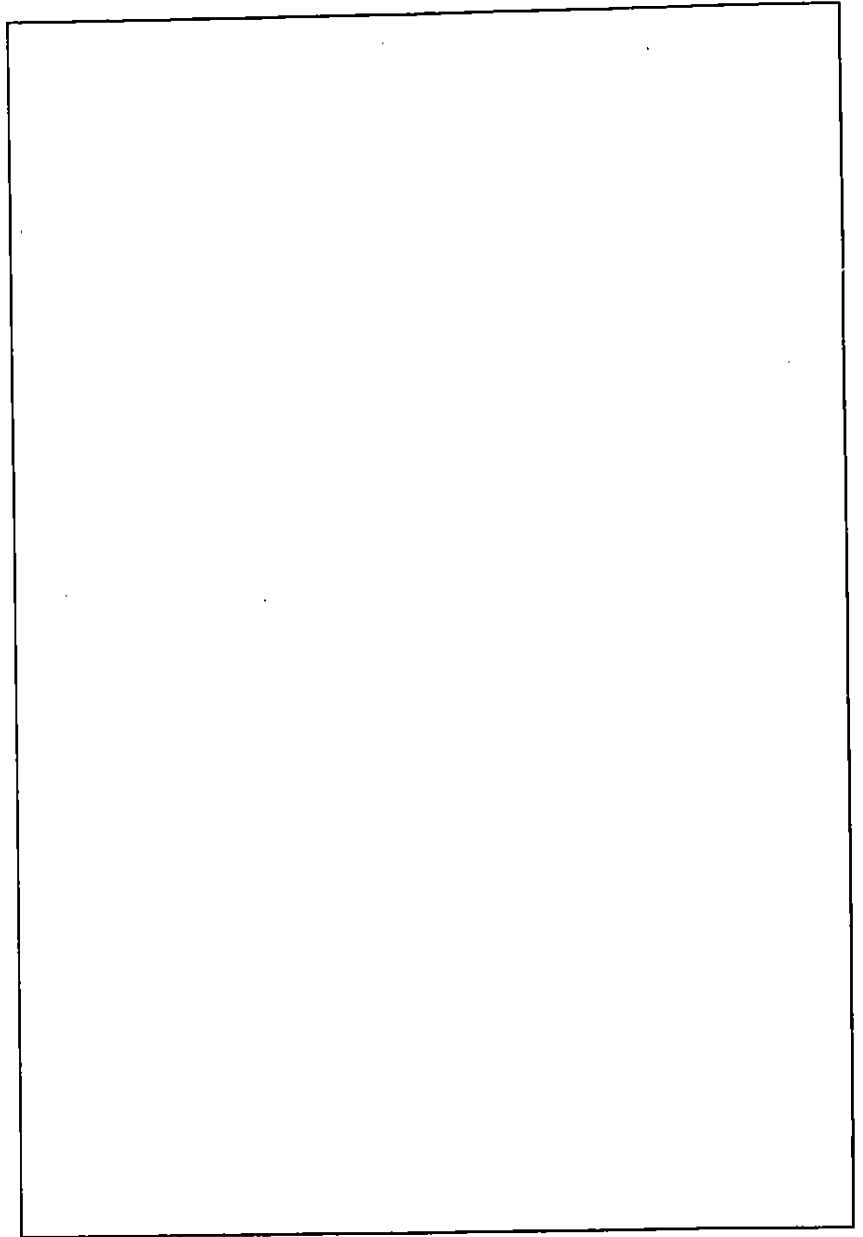
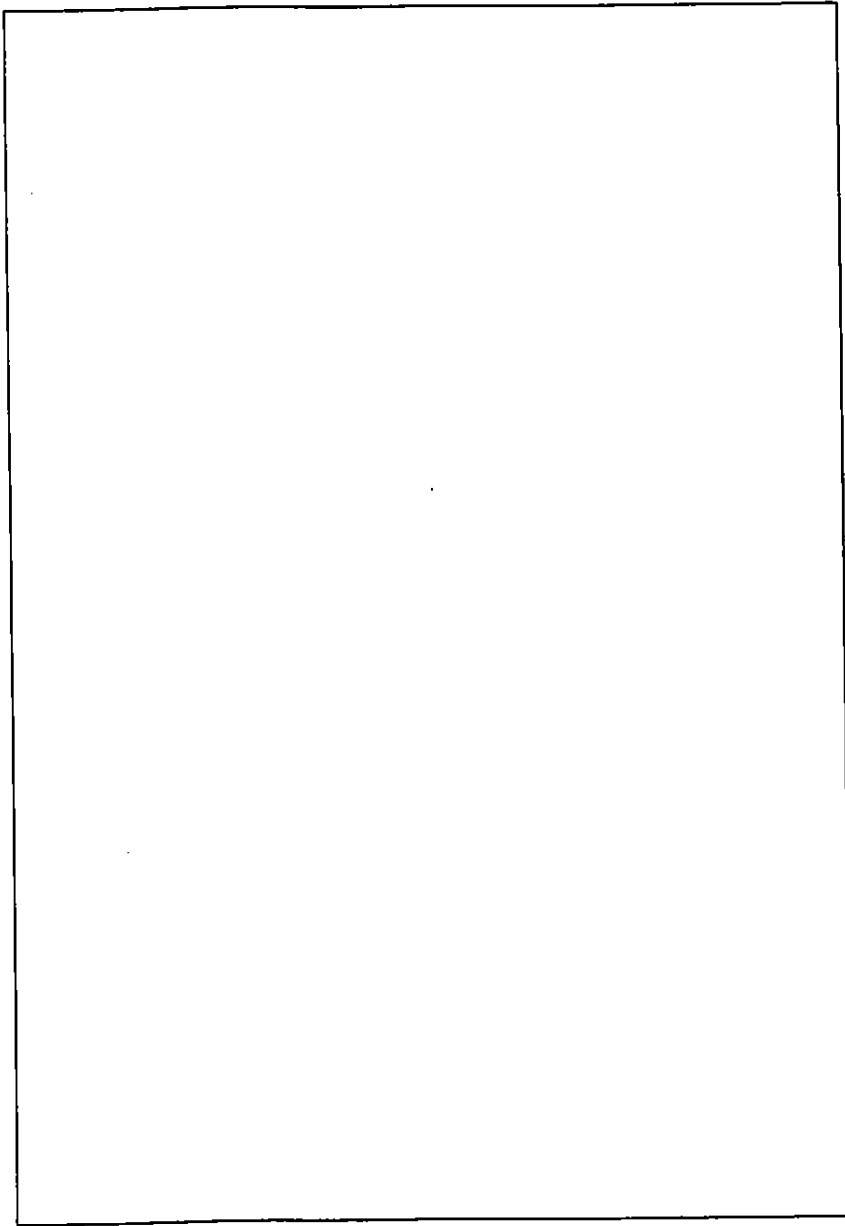
$$G_p(s) = \frac{0.096}{s(s + 0.784)}$$

) Erroreak egonkortasunean:

$$e_{ss} = e_{ssr} + e_{ssd} = 0 - 0.1$$

i) d1) Gezurra / d2) gezurra / d3) Gezurra / d4) Egia

$$\frac{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 0.785s + 0.96}$$



Polo en el origen


$20 \log k = 60$

$k = 1000$

$$\frac{1000 (s+10)}{s(10s+1)(s+1)^2} \cdot \frac{1000 (s+10)}{s \cdot 10(s+10)(s+1)^2}$$

$\frac{1}{7} = 0.1 \rightarrow z = 0$

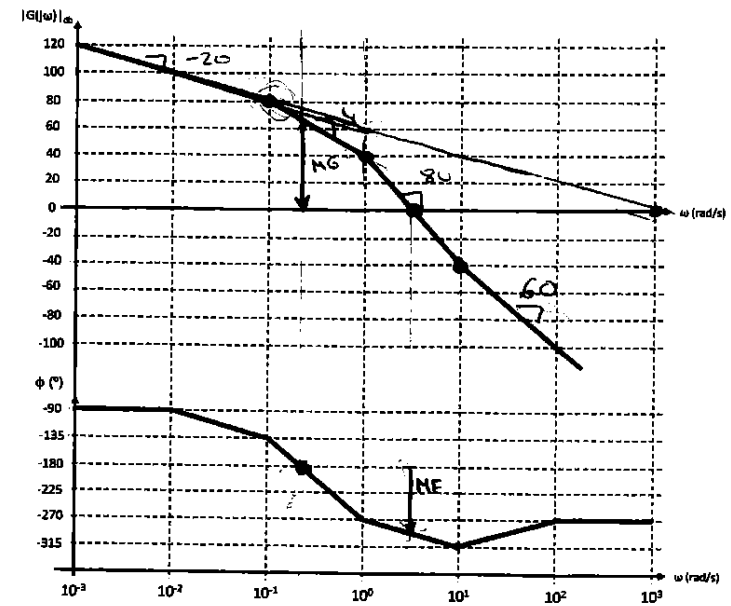
$\frac{1}{2} = 10 \rightarrow z = 0.1$

	<b>Wasturtea: 2013/2014</b> 2014/Urtarrila/13	
	<b>Nombre</b> _____ <b>Izena</b> _____ <b>1º Apellido</b> _____ <b>1 Deitura</b> _____	
	<b>2º Apellido</b> _____ <b>2 Deitura</b> _____	
		<b>Iraupena:</b> <b>2 ordu 45min</b>
		<b>Taldea</b> _____

**1. PROBLEMA - (20%)** Planta baten ( $G_p(s)$ ) maiztasun azterketa egin ondoren, irudiko Bode diagrama lortu da.

Esikatzen dena zera da:

- Identifika ezazu  $G_p(s)$  transferentzi funtzioa polo eta zero guztiak errealki direla jakinda.
- Azter ezazu  $G_p(s)$  eta berrelikadura unitarioz osatutako sistema berrelikatuaren egonkortasuna.



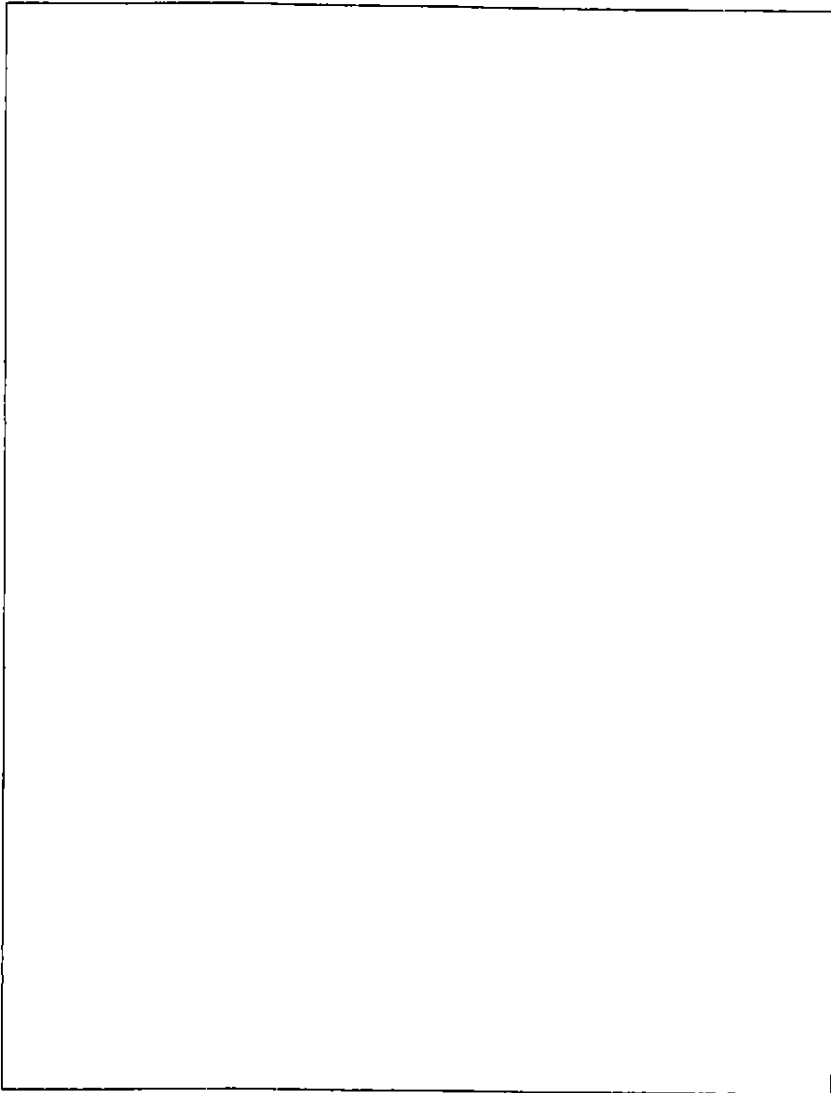


a) Transferentzi funtzioa

$$G(s) = \frac{1000 (0.1s + 1)}{s(s + 1)^2 + (10s + 1)}$$

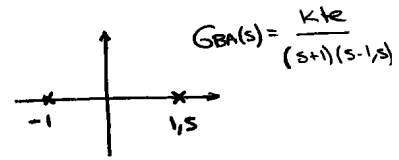
b) Egonkortasuna:

MF=-112º eta MG=-60dB, hortaz ezegonkorra da berrelikadura unitarioarekin.

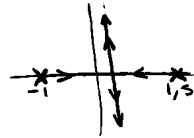


# 2014 URT

Sist baretik beg irekia →  
EGIA / GEZURRA



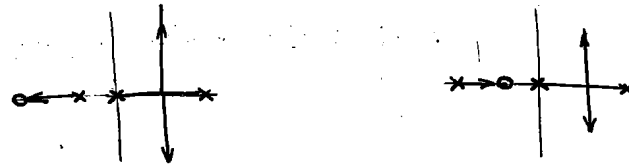
F a) Egonkortzea posible da, ⊕ erabilteza nahikoa delarik



Ezin da egonkortu soilik P batekin, polo positiboa duelako

F b) Egonkortzea posible, ⊖ batekin.  $\begin{cases} 1 \text{ zero} \\ 1 \text{ integ} \end{cases}$

PI batekin... behi gerdzen dira bi polo positibo. Txertolzen den zeroaren tokiaen arab, kasu ezberdinek daukete. Baina, nahiz eta zero mugitu, polo ⊕ egonqo dira.



E c) Egonkortzea ⊖ batekin → zero

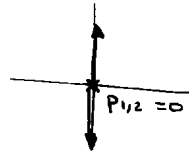
PD batekin egonkortu daiteke. Hala ere, zeroa non txertolzen den aztertu behar da. Ikuaketa dugu beldela posible egonkortzea.



Sist balen transf funtzioa bi integratzailez osatuta.

a) Posible da sist egonkortzeko  $\oplus$  erabilitez? Erroen kok geom

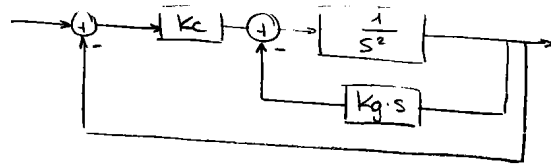
$$G(s) = \frac{KPI}{s^2}$$



Sistema kritikoki egonkorra da.

P batekin soilik ez da egonkortzeko.

Kc duen kontrolagailu proportza (berrelik unit eta neg) diseinatu, baina K<sub>g</sub> duena (P kontrola + Abiadura berrelik).



$$\frac{1/s}{1 + \frac{K_g}{s}} = \frac{1/s}{s + K_g} = \frac{1}{s(s + K_g)}$$

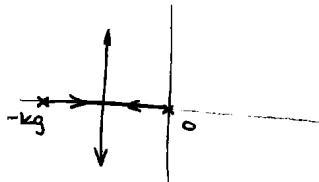
$$G_{BC}(s) = \frac{K_c / s (s + K_g)}{1 + K_c / s (s + K_g)} \quad G_{BA}$$

b) Sistemaren erroen kok geom?  $G_{BA}$

$$G_{BC}(s) = \frac{K_c}{s(s + K_g) + K_c}$$

$$G_{BA}(s) = \frac{K_c}{s(s + K_g)}$$

$$\text{Polak } \begin{cases} s = 0 \\ s = -K_g \end{cases}$$



c)  $K_c, K_g?$  MF =  $45^\circ$  eta  $G_{ss}(\%) \leq 45$  MF  $\rightarrow$   $G_{BA}$  espec  
 $\cdot G_{ss} \rightarrow G_{BC}$

$G_{ss}(\%) \leq 4 \rightarrow G_{BC} = \frac{K_c}{s(s+k_g) + K_c} = \frac{K_c}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

$(4 \geq \frac{4}{\zeta \cdot \omega_n} \rightarrow \zeta \cdot \omega_n \geq 1 \rightarrow \boxed{K_g = 2 \cdot \zeta \omega_n = 2})$

MF =  $45 \rightarrow G_{BA} = \frac{K_c}{s(s+k_g)} \rightarrow G_{BA}(j\omega) = \frac{K_c}{j\omega(j\omega + k_g)} = \frac{K_c}{- \omega^2 + k_g j \omega}$   
 $\uparrow$  0  
 $\downarrow$  90  $\downarrow$  arctan( $\frac{\omega}{k_g}$ )

$\frac{W_0}{\omega} |G(j\omega)| = 1 \rightarrow \frac{K_c}{\sqrt{W_0^4 + k_g W_0^2}} = 1 \rightarrow K_c^2 = W_0^4 + 2W_0^2 \quad \textcircled{1}$

Arg |G(j $\omega$ )| + 180 = MF      Arg |G(j $\omega$ )| =  $45 - 180 = -135^\circ$

$-135 = \textcircled{1} - 90 - \text{arctg}(\frac{-k_g W_0}{W_0^2}) \rightarrow +45 = +\text{arctg}(\frac{W_0}{2}) \rightarrow$

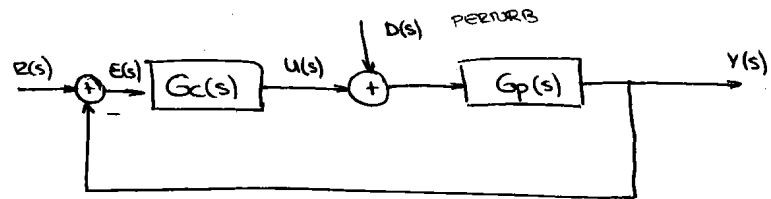
$\text{tg } 45 = \frac{W_0}{2} \rightarrow \boxed{W_0 = 2 \text{ rad/s}}$

$\textcircled{1} K_c^2 = W_0^4 + 4W_0^2 \rightarrow K_c^2 = 132 \rightarrow \boxed{K_c = 5,65}$

d) Berata itxiko sistemaren poloen kokapena?

$G_{BC}(s) = \frac{K_c}{s^2 + k_g s + K_c} = \frac{5,65}{s^2 + 2s + 5,65}$

$s = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 22,6}}{2} \Rightarrow p_{1,2} = -1 \pm 2,16i$

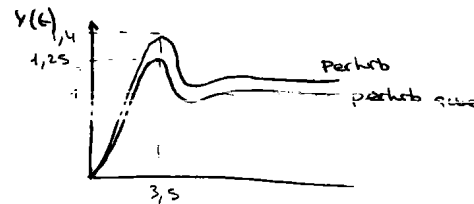
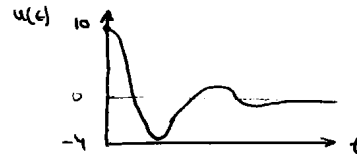
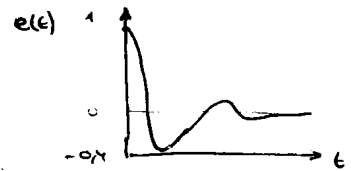


Bi sonderetan  $r(t)$  eta  $d(t)$  maila unitarioan ezartzen,

hau lortu:

$$d(t) = 1 \rightarrow D(s) = 1/s$$

$$r(t) = 1 \rightarrow R(s) = 1/s \quad D(s) \rightarrow \text{PERURBAZIO}$$



a) Sistemaren nota?

Perurbaziorik ez dardenean ( $D(s)=0$ , soilik  $R(s)$ ),

ez dago errotetik  $\rightarrow 1$  NOTA

b) Lortu  $G_c(s)$  eta  $G_p(s)$   $G_p(s) \rightarrow$  AZPIMOT

$$u(t) = 10 \quad e(t) \xrightarrow{L} U(s) = 10 E(s) \rightarrow \boxed{G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = 10}$$

• Perurb gabe  $\rightarrow Y(s)/R(s) |_{D(s)=0} \rightarrow$  ERRAK HAZTU BERTATIK

$$Y_{tp} = 1,25 \quad Y_{ss} = 1 \rightarrow M_p = \frac{Y_{tp} - Y_{ss}}{Y_{tp}} = \frac{1,25 - 1}{1,25} = 0,25 \rightarrow$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{\ln M_p^2}{\ln M_p^2 + \pi^2}} = 0,4$$

$$G_p = 3,5 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \rightarrow \boxed{\omega_n} = \frac{\pi}{3,5 \sqrt{1-0,4^2}} = \boxed{0,98}$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{1}{1} = 1$$

Malla serena

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} \Big|_{D(s)=0} = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{1 \cdot 0,98^2}{s^2 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,98 s + 0,98^2} = \frac{0,96}{s^2 + 0,784 s + 0,96} = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c \cdot G_p}{1 + G_c \cdot G_p} = \frac{10 G_p}{1 + 10 G_p} = \frac{0,96}{s^2 + 0,784 s + 0,96} \rightarrow$$

$$0,96 + 9,6 G_p = 10 G_p s^2 + 7,84 G_p s + 9,6 G_p = G_p (10 s^2 + 7,84 s)$$

$$\boxed{G_p = \frac{0,96}{10 s^2 + 7,84 s}}$$

c) Eopera iraukerako epera, erref. sererari dagokione eta pertub. sererari.

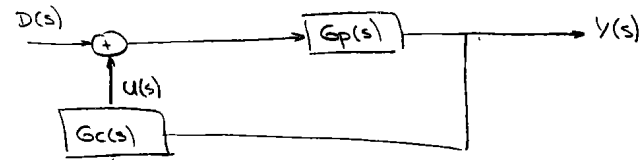
$$E_{ss} = E_{ssr} + E_{ssd}$$

$$\bullet E_{ssr} \rightarrow G(s) \cdot H(s) = \frac{G_c \cdot G_p}{1} = \frac{10 \cdot 0,96}{10 s^2 + 7,84 s} = \frac{9,6}{s(10 s + 7,84)}$$

↓  
1 nota

Malla aurrean 1 nota  $\rightarrow \boxed{E_{ssr} = 0}$

$$\bullet E_{ssd} \rightarrow E(s) = R(s) - Y(s) \cdot H(s) \Big|_{R(s)=0} = -Y(s) = -G_D(s) \cdot D(s)$$



$$G_D(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_P}{1 + G_P \cdot G_C} = \frac{0,96 / 10s^2 + 7,84s}{10s^2 + 7,84s + 9,6} = \frac{0,96}{10s^2 + 7,84s + 9,6}$$

$$E(s) = -G_D(s) \cdot D(s) = \frac{-0,96}{10s^2 + 7,84s + 9,6} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E_{ss0} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \cancel{s} \frac{-0,96}{10s^2 + 7,84s + 9,6} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} = -0,1$$

$$E_{ss} = 0 - 0,1 = -0,1$$

d)  $r(t)$  arropda unitarioa izatera pasatuko balite,  $d(t)$  samera maila unitarioa izanik...

- Sist ezegonkorlako litateke eta  $E_{ss} = z$  hitz egiteak ez luke zentzurik izanop.

Gezurra  $\rightarrow$  samerak arropak / maila / parabola ez du zerikuzirik ezegonkorrearekin

- $E_{ss}$  denborarekin hazi egingo litateke.

Gezurra  $\rightarrow$



•  $K_v \infty$ ?

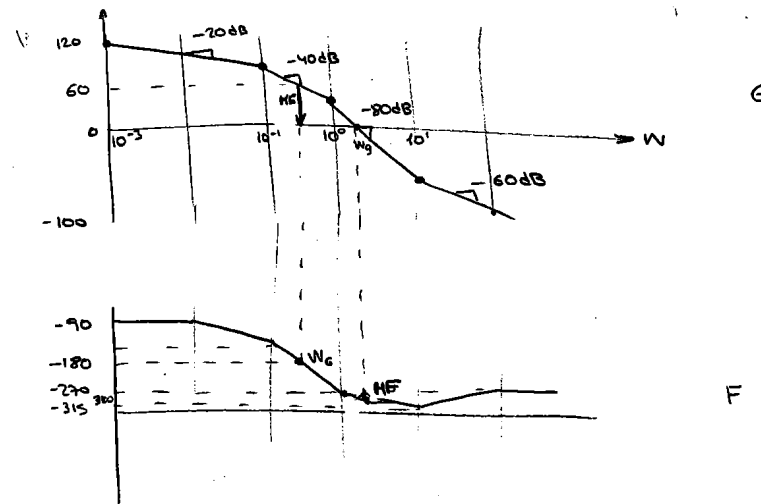
Gezurra

• Eperera irawinkorrekota irteera ere errepida?

Egia

a) Identifikatu  $G_p(s)$ , polo eta zero gutxiak erredak direla jakinda. BODETIK  $\rightarrow$  TF

Hasieran maila  $\rightarrow$  Jatorian polo eta zero



$\omega_n$	Melida tot	Melida aldox	Polo/Zero
0	-20	0	Polo jakoni: $1/s$
0,1	-40	-20	Polo simple: $\frac{1}{s+0,1} = \frac{1}{10s+1}$
1	-80	-40	Polo bikorb: $\frac{1}{(s+1)^2}$
10	-60	+20	Zero simple: $s+10 = 0,1s+1$

$$|G_{dB}| = 60 \text{ dB} = 20 \log k \rightarrow k = 10^{\frac{60}{20}} = 1000$$

$$G_p(s) = \frac{1000 \cdot (s+10)}{s(10s+1)(s+1)^2}$$

b) Esonk azteku MF  $-112^\circ$  MG  $-60 \text{ dB}$

$$\text{MG } 0 - 60 = -60 \text{ dB}$$

$$\text{MF } -300 - (-270) = -30^\circ$$