AMPLIACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS

GRADO EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL

22 DE MAYO DE 2014

PRIMERA PARTE

1.- Se desea modelizar el consumo de energía eléctrica de una vivienda y para ello se dispone de la siguiente información:

- el consumo máximo anual tiene lugar en el mes de Febrero y es de 112 kw
- en Agosto el consumo es de 49 kw y representa el mínimo
- durante el mes de Mayo el contador indica 76 kw

Trabajando con redondeo a 6 cifras decimales:

A) Construir el polinomio de interpolación de grado máximo con los datos anteriores y utilizarlo de forma óptima para calcular el consumo del mes de Abril.

(2 puntos)

B) Estimar el error cometido sabiendo que en el mes de Marzo el consumo fue de 104 kw.

(0.5 puntos)

2.- Obtener razonadamente los valores de α, β y γ para que la siguiente función sea un spline cúbico

$$\mathrm{s(x)} = \begin{cases} \alpha \mathrm{x}^3 + \gamma \mathrm{x} & \text{si} \quad 0 \le \mathrm{x} \le 1 \\ -\alpha \mathrm{x}^3 + \beta \mathrm{x}^2 - 5\alpha \mathrm{x} + 1 & \text{si} \quad 1 \le \mathrm{x} \le 2 \end{cases}.$$

Con los valores obtenidos ¿se trata de un spline cúbico natural o condiciones de contorno?

(2 puntos)

3.- Definir el concepto **efecto Runge** y caracterizarlo según los nodos empleados.

(1 punto)

4.- Trabajando con redondeo a 6 cifras decimales calcular mediante cuadratura gaussiana con una precisión de 0.01 % el valor de la siguiente integral

$$\int_2^3 \frac{L(x)}{\sqrt{\text{(x-2)(3-x)}}}\,\mathrm{dx}$$

(2.5 puntos)

5.- Dada la siguiente fórmula de integración numérica

$$\int_a^b f(x)\,dx = A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + \frac{14h^5}{45} f^{4)}(\xi), \quad para\,\xi \in (a,b)$$

A) Sin calcular los coeficientes, ¿qué tipo de fórmula es? Responder razonadamente en base a las propiedades que tiene.

(1.25 puntos)

B) Obtener los coeficientes de la fórmula anterior.

(0.75 puntos)

TIEMPO: 1 hora y 30 minutos

Grado en Tecnología Industrial

AMPLIACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS

GRADO EN TECNOLOGÍA INDUSTRIAL

22 DE MAYO DE 2014

SEGUNDA PARTE

1.- La trayectoria de una partícula en el plano está descrita por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x'(t) = t \cdot x(t) + y(\mathrm{t}) \\ y'(t) = x(t) + \mathrm{t} \end{cases}.$$

Teniendo en cuenta que en el instante inicial la partícula se encuentra en el punto (1,-1), utilizar el **método de Euler modificado** para estimar su posición en los instantes 0.1 y 0.2 seg (h=0.1). Operar con redondeo a <u>6 dígitos significativos</u>.

(3 puntos)

2.- Estudiar la convergencia y el orden de convergencia del siguiente método lineal multipaso para la resolución de ecuaciones diferenciales

$$\mathrm{y}_{\mathrm{n+1}} - \mathrm{y}_{\mathrm{n-1}} = \frac{\mathrm{h}}{3}[7 \cdot \mathrm{f}_{\mathrm{n}} - 2 \cdot \mathrm{f}_{\mathrm{n-1}} + \mathrm{f}_{\mathrm{n-2}}]$$

Comentar razonadamente las características del método anterior: es explícito o implícito, es Adams-Bashforth, Adams-Moulton u otro tipo, el número de pasos, ….

(3.5 puntos)

3.- Obtener, utilizando desarrollos en serie de Taylor, una expresión que permita estimar el valor de $f'(z)$ a partir de la información proporcionada por los valores de $f(z-h)$, $f(z)$ y $f(z+2h)$. Calcular asimismo el error de truncatura a partir de los desarrollos de Taylor anteriormente utilizados.

(3.5 puntos)

TIEMPO: 1 hora y 30 minutos

Grado en Tecnología Industrial