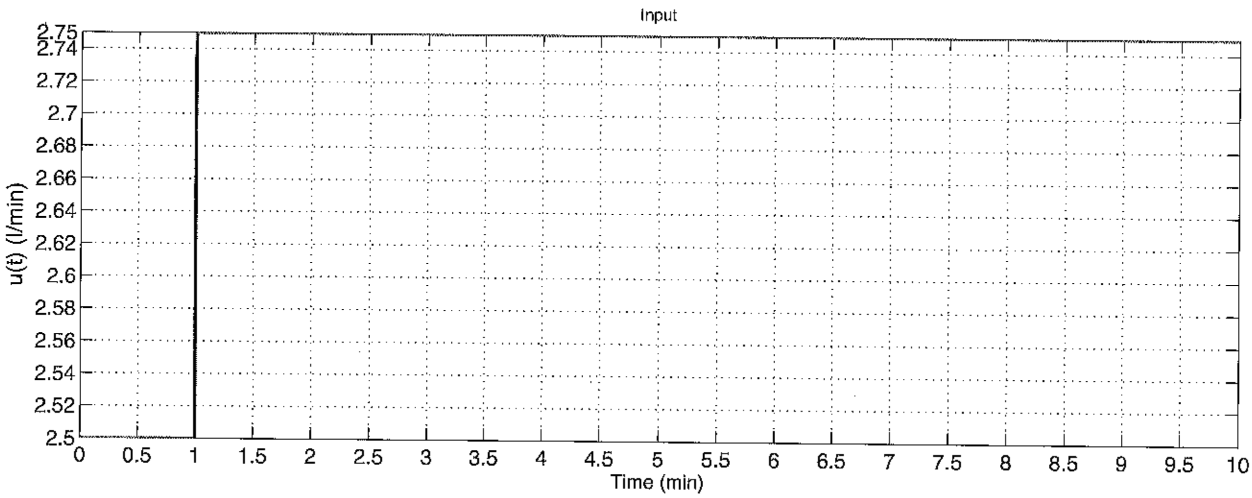
Ingeniaritza Goi Eskola Teknikoa Escuela Técnica Superior de Ingeniería Bilbao eman ta zabal zazu Universidad del país vasco / Euskal herriko unibertsitatea	**AUTOMÁTICA Y CONTROL** Nombre Izena 1ºApellido 1 Deitura 2º Apellido 2 Deitura	**Curso: 2013/2014** 30/Noviembre/2013 **Tiempo:** 90 minutos **Grupo** **Taldea**

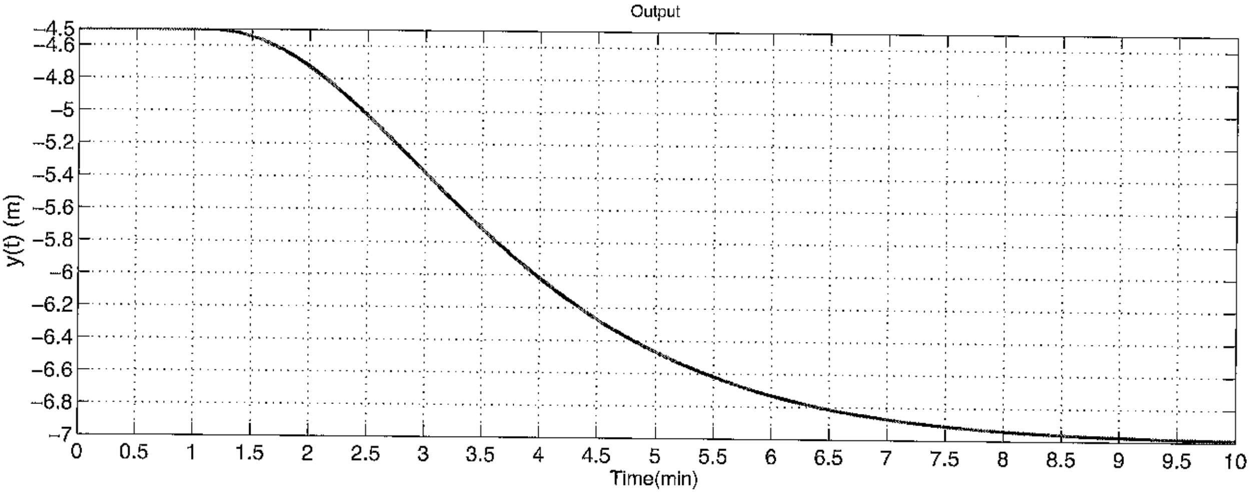
Este examen parcial vale el 15% de la nota final.

A las cuestiones respondidas correctamente se les asignará +1 punto. A las respondidas incorrectamente o dobles -0.33 puntos y a las cuestiones no respondidas 0 puntos.

Con el fin de lograr la puntuación de un apartado es **imprescindible marcar la opción correcta y justificar correctamente dicha elección.**

1.- El nivel de un sistema de almacenamiento de líquido responde como se ilustra en la figura cuando se modifica el caudal a su entrada.





Indique cual puede ser un modelo aproximado del sistema:

a) $G(s) = \frac{-3.5}{4s+1} e^{-1.25s}$ b) $G(s) = \frac{-10}{1.8s+1} e^{-1.2s}$

c) $G(s) = \frac{-10}{4s+1} e^{-2.25s}$ d) $G(s) = \frac{3.5}{1.8s+1} e^{-2.25s}$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

- El sistema de la gráfica responde como un primer orden más tiempo muerto, donde la función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s+1} e^{-t_m s}$$

- Para identificar la curva se utiliza el método de los dos puntos:

$y_{63\%} = \bar{y} + 0,63\,\Delta y = -4,5 + 0,63\cdot(-2,5) = -6,075 \xrightarrow{\text{de la gráfica}} t_{63\%} \simeq 3\text{ min}$

$y_{28\%} = \bar{y} + 0,28\,\Delta y = -4,5 + 0,28\cdot(-2,5) \simeq -5,2 \xrightarrow{\text{de la gráfica}} t_{28\%} \simeq 1,8\text{ min}$

→ La cte de tiempo del sistema:

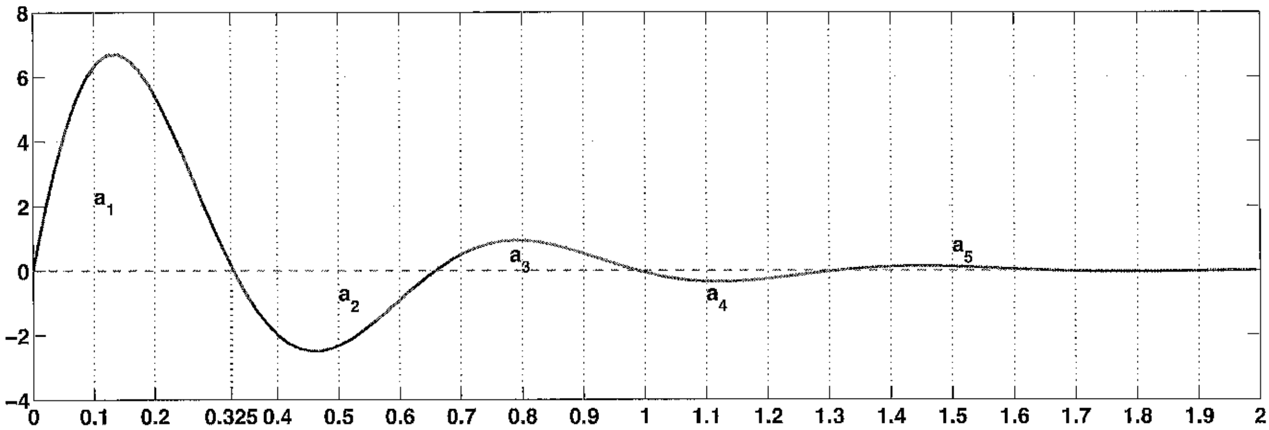
$$\boxed{\tau = \frac{3}{2}(t_{63} - t_{28}) = 1,8\text{ min}}$$

Y el tiempo muerto:

$$\boxed{t_m = t_{63} - \tau = 1,2\text{ min}}$$

→ La ganancia del sistema: $\boxed{K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{-7-(-4,5)}{2,75-2,5} = -10}$

2.- La figura representa la salida de un sistema a escalón unitario.



donde a_1=1.3696 , a_2=0.5109, a_3=0.1904, a_4=0.0709 y a_5=0.0264.

Indique cuál de las siguientes funciones de transferencia representa el comportamiento dinámico de dicho sistema.

a) $G(s) = \frac{10}{0.1s^2+0.6s+10}$

b) $G(s) = \frac{10s}{0.1s^2+0.6s+10}$

c) $G(s) = \frac{10s}{s^2+6s+10}$

d) $G(s) = \frac{10s}{s^2+6s+100}$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

La gráfica corresponde a la respuesta impulso de un sistema sub-amortiguado $0<\delta<1$. Si fuera así: Teniendo en cuenta que $Y_e(s) = \frac{Y_i(s)}{s}$, es decir que la respuesta escalón es la integral de la respuesta impulso, podemos hallar $G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2}$

$y_{ss} = \Sigma a_i \simeq 1$

$t_p = 0,325\ s.$

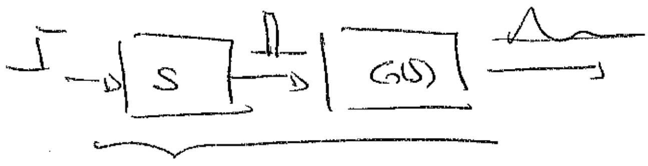
$y(t_p) = a_1 = 1,3696$

$M_p = \frac{y(t_p) - y_{ss}}{y(t_p)} = 0,3696 \Rightarrow \delta = 0,3$

$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\delta^2}} \Rightarrow \omega_n \simeq 10,13\ rad/s$

$K = \Delta y / \Delta r = 1/1 = 1$

$$G(s) = \frac{102,7}{s^2+6s+102,7}$$

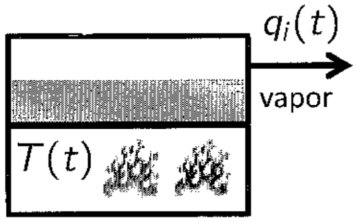


$G'(s) = s\,G(s)$

La $G'(s)$ es:

$$G'(s) = \frac{102,7\,s}{s^2+6s+102,7} = \frac{10,27\,s}{0,1s^2+0,6s+10,27}$$

3.- Se dispone de una caldera de producción de vapor de la que se conoce la relación que existe entre la temperatura en el interior de la caldera (entrada) y el caudal de vapor producido (salida) que viene dado por la siguiente ecuación diferencial:



caldera

$$-45q_i(t)\frac{dT(t)}{dt} + 400q_i(t) = -\frac{d^2q_i(t)}{dt^2} + \frac{T^2(t)}{20} - 2q_i(t)\frac{dq_i(t)}{dt}$$

Suponiendo que el caudal de vapor en el punto de operación es q_{i0}= 1.25 l/min ¿Cuál de las siguientes funciones de transferencia es la correcta es un modelo aproximado del sistema?

a) $G(s) = \frac{45s+6.32}{s^2+58.75s+353}$

b) $G(s) = \frac{45s+6.32}{s^2+2.5s+400}$

c) $G(s) = \frac{56.25s+10}{s^2+2.5s+400}$

d) $G(s) = \frac{56.25s+10}{s^2+58.75s+353}$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

El P.O. es un punto solución de la ecuación diferencial, por tanto:

$$400\bar{q}_i = \frac{\bar{T}^2}{20} \xrightarrow{\bar{q}_i = 1,2\ l/min} \bar{T} = 100°C$$

Al tratarse de una ec. diferencial no lineal, se va a linealizar dicha ecuación entorno a ese P.O. ($\bar{T} = 100°C$ y $\bar{q}_i = 1,2\ l/min$):

$$\frac{T^2(t)}{20} + 45q_i\frac{dT(t)}{dt} - \frac{d^2q_i(t)}{dt^2} - 2q_i(t)\frac{dq_i(t)}{dt} - 400q_i(t) = 0$$

$$f(T, \dot{T}, q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) = 0$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial T}\right|_{P.O.}\Delta T + \left.\frac{\partial f}{\partial \dot{T}}\right|_{P.O.}\Delta\dot{T} + \left.\frac{\partial f}{\partial q_i}\right|_{P.O.}\Delta q_i + \left.\frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i}\right|_{P.O.}\Delta\dot{q}_i + \left.\frac{\partial f}{\partial \ddot{q}_i}\right|_{P.O.}\Delta\ddot{q}_i = 0$$

calculando esas derivadas

$$-10\Delta T - 56,25\Delta\dot{T} + 400\Delta q_i + 2,5\Delta\dot{q}_i + \Delta\ddot{q}_i = 0$$

Aplicando Laplace a c.i. nulas:

$$(56,25s + 10)T(s) = (s^2 + 2,5s + 400)Q_i(s) \rightarrow \boxed{\frac{Q_i(s)}{T(s)} = \frac{56,25s + 10}{s^2 + 2,5s + 400}}$$

4.- Aplicando las leyes fundamentales del movimiento a un sistema mecánico se ha hallado un modelo matemático en forma de ecuación diferencial que relaciona la fuerza ejercida en el sistema, f(t) (N), y el desplazamiento del mismo, x(t) (m),

$$20\frac{d^2f(t)}{dt^2}+80\frac{df(t)}{dt}-6\frac{dx(t)}{dt}+20f(t)=\frac{2d^3x(t)}{dt^3}+10\frac{d^2x(t)}{dt^2}+6\frac{dx(t)}{dt}-40f(t)$$

¿Cuál es la función de transferencia del sistema?.

a) $G(s)=10\frac{s^2+4s+3}{s^3+5s^2+6s}$ b) $G(s)=\frac{20(s+1)}{2s(s+3)}$

c) $G(s)=\frac{20(s+1)(s+2)}{2s^3+10s^2+12s}$ d) $G(s)=\frac{20s^2+80s+20}{2s(s+2)(s+3)}$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

Aplicando la transformada de Laplace a c.i. nulas:

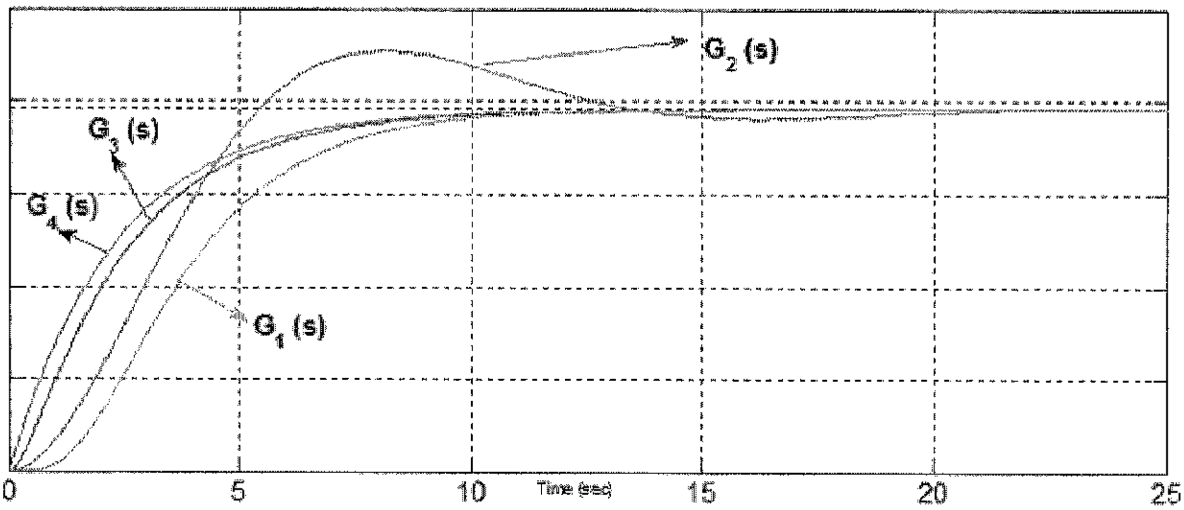
$(2s^3+10s^2+12s)X(s) = (20s^2+80s+60)F(s)$

$$\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{20s^2+80s+60}{2s^3+10s^2+12s}=10\cdot\frac{s^2+4s+3}{s^3+5s^2+6s}$$

5.- Sea un sistema cuya función de transferencia es:

$$G(s)=\frac{0.05(s+2)}{(s^2+2.4s+0.85)(s+3)}$$

¿Cuál de las curvas de la figura corresponde a la respuesta escalón de dicho sistema?.



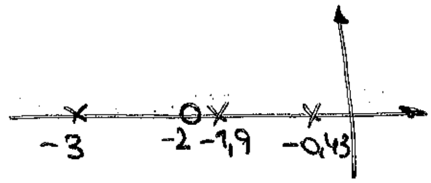
a) $G_1(s)$ b) $G_2(s)$

c) $G_3(s)$ d) $G_4(s)$

Justifique brevemente la elección en el recuadro inferior

$$G(s)=\frac{0{,}05\,(s+2)}{(s+0{,}43)(s+1{,}9)(s+3)}$$

Esta F.T. de 3 polos reales y un cero: puede reducirse de las siguientes maneras:



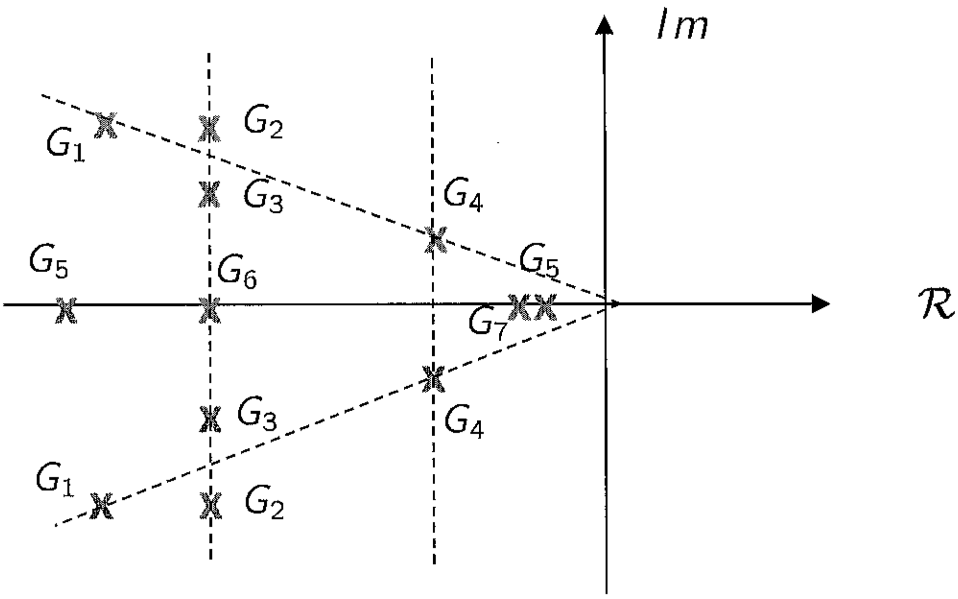
$\boxed{\text{OPCIÓN 1}}$ Cancelación polo-cero $\Rightarrow G_{RED}(s)=\dfrac{0{,}05\cdot 2}{(s+0{,}43)\cdot 1{,}9\cdot(s+3)}$

Siendo su respuesta temporal la de un sist. de 2º orden sobreamortiguado $\longrightarrow G_3(s)$ opción c)

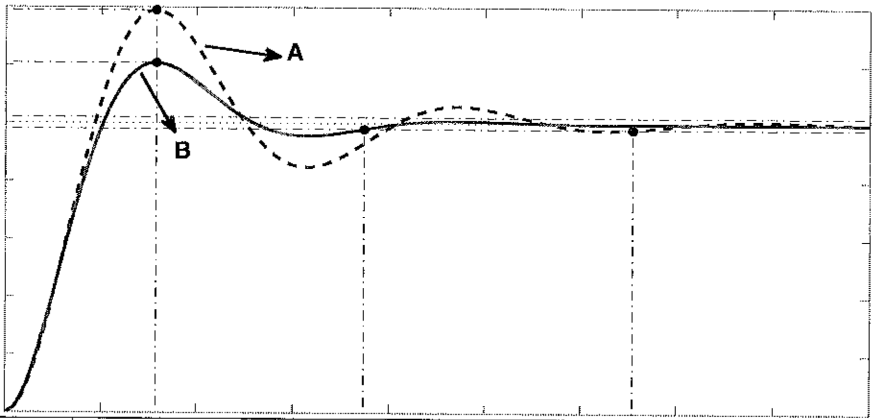
$\boxed{\text{OPCIÓN 2}}$ cancelación polo-cero y polo rápido (no dominante):

$G_{RED}(s)=\dfrac{0{,}05\cdot 2}{1{,}9\cdot 3\cdot(s+0{,}43)} \longrightarrow$ Siendo su respuesta temporal la de un sist. de 1er orden $\rightarrow G_4(s)$ opción d)

Se conocen los diagramas de ceros y polos de los siguientes sistemas.



6. ¿A qué sistemas corresponden las respuestas temporales siguientes?.

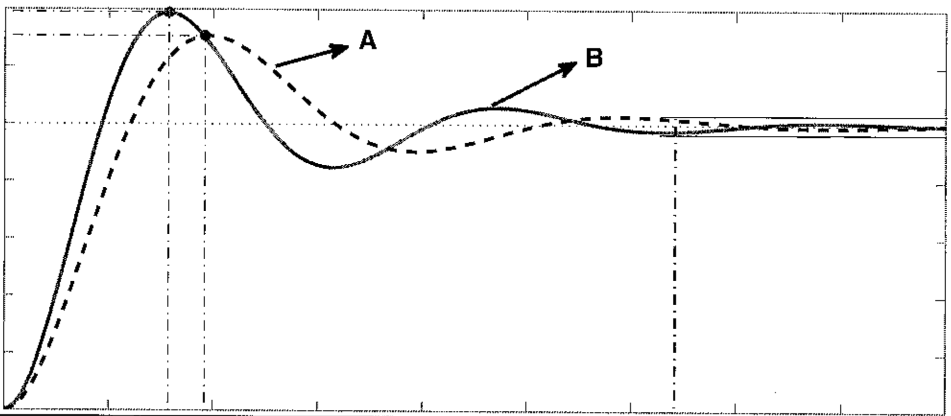


	A	B	Justifique la respuesta
a	$G_2(s)$	$G_1(s)$	
b	$G_1(s)$	$G_2(s)$	
c	$G_2(s)$	$G_3(s)$	
d	$G_3(s)$	$G_2(s)$	

Las respuestas tienen el mismo tiempo de pico: $t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$ $\Rightarrow$ sistemas con polos de igual parte imaginaria (G_1 y G_2)

A mayor M_p (A) mayor ángulo con el eje real (G_2) $G_2 \rightarrow A$
$G_1 \rightarrow B$

7.- ¿A qué sistemas corresponden las respuestas temporales siguientes?.



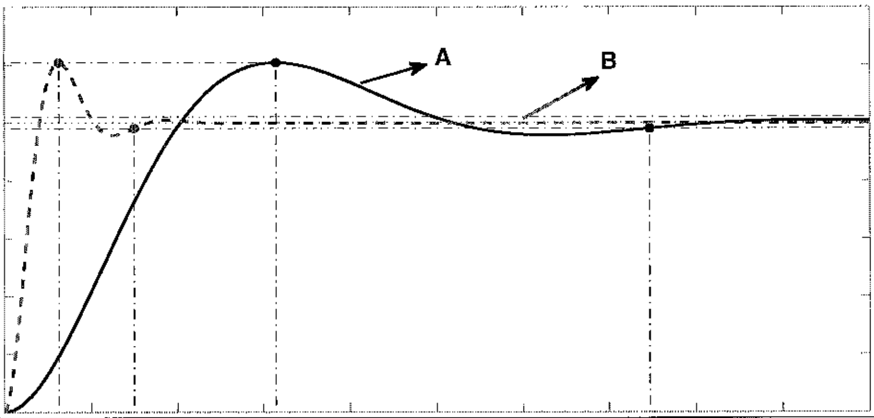
	A	B	Justifique la respuesta
a	$G_2(s)$	$G_1(s)$	
b	$G_1(s)$	$G_2(s)$	
c	$G_2(s)$	$G_3(s)$	
d	$G_3(s)$	$G_2(s)$	

Las respuestas tienen el mismo tiempo de establecimiento: $t_s \simeq \frac{4}{\delta\omega_n}$ $\rightarrow$ sist. con polos de igual parte real ($G_2(s)$ y $G_3(s)$)

A mayor M_p, menor δ:

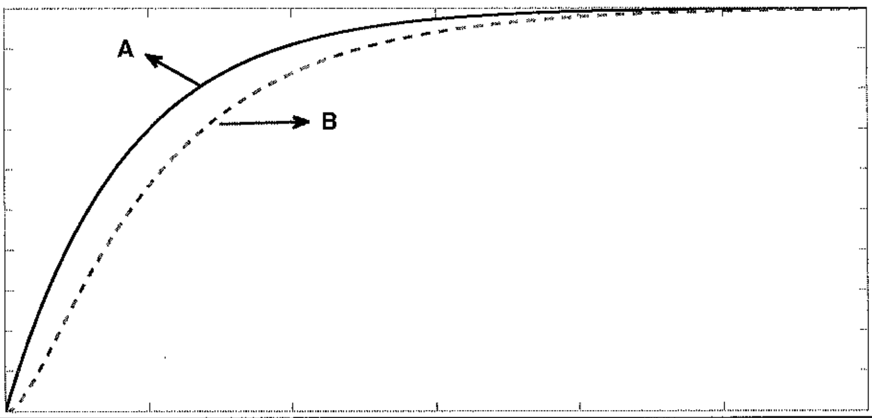
$M_{pB} > M_{pA} \rightarrow \delta_B < \delta_A \Rightarrow$ $G_2 = B$, $G_3 = A$

8.- ¿A qué sistemas corresponden las respuestas temporales siguientes?.



	A	B	Justifique la respuesta
a	$G_4(s)$	$G_1(s)$	Ambos respuestas presentan el mismo sobreimpulso ⇒ mismo δ ⇒ mismo ángulo de los polos con el eje real ⇒ G_1 y G_4 A tiene mayor t_p (menor parte imaginaria de los polos) ⇒ G_4 $A \rightarrow G_4$ $B \rightarrow G_1$
b	$G_1(s)$	$G_4(s)$	
c	$G_4(s)$	$G_3(s)$	
d	$G_3(s)$	$G_4(s)$	

9.- ¿A qué sistemas corresponden las respuestas temporales siguientes?.



	A	B	Justifique la respuesta
a	$G_5(s)$	$G_6(s)$	El sist. A corresponde a la respuesta temporal de un sist. de 1er orden, por tanto puede ser $G_6(s)$ y $G_7(s)$. El sist. B responde como un sist. sobreamortiguado, dos polos reales; Por tanto, $G_5(s)$ $A \rightarrow G_6(s)$ ó $G_7(s)$ y $B \rightarrow G_5(s)$
b	$G_6(s)$	$G_5(s)$	
c	$G_7(s)$	$G_5(s)$	
d	$G_5(s)$	$G_7(s)$	

10.-Sea un sistema del que se conoce su función de transferencia

$$G(s) = \frac{10s(s+1)(s+2)}{s^4+1}$$

Se realimenta el sistema con realimentación unitaria y ganancia Kc. El sistema realimentado será estable:

a) $K_c > 0$

b) Inestable para $\forall K_c$

c) $K_c > 0.083$

d) $0.066 < K_c < 0.083)$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

Ec. característica: $1 + K_c G_{BA}(s) = 0$

$s^4 + 1 + 10s(s+1)(s+2) = 0$

$s^4 + 10K_c s^3 + 30K_c s^2 + 20K_c s + 1 = 0$

CN. necesaria: todos los coef. existen y son del mismo signo $\Rightarrow K_c > 0$

tabla de ROUTH:

$s^4 \rightarrow$	1	$30K_c$	1
$s^3 \rightarrow$	$10K_c$	$20K_c$	0
$s^2 \rightarrow$	$30K_c - 2$	1	0
$s^1 \rightarrow$	b	0	0
$s^0 \rightarrow$	1	0	0

$b = \frac{(30K_c - 2)\,20K_c - 10K_c}{30K_c - 2}$

Dos condiciones más:

$30K_c - 2 > 0 \Rightarrow K_c > 0{,}066$

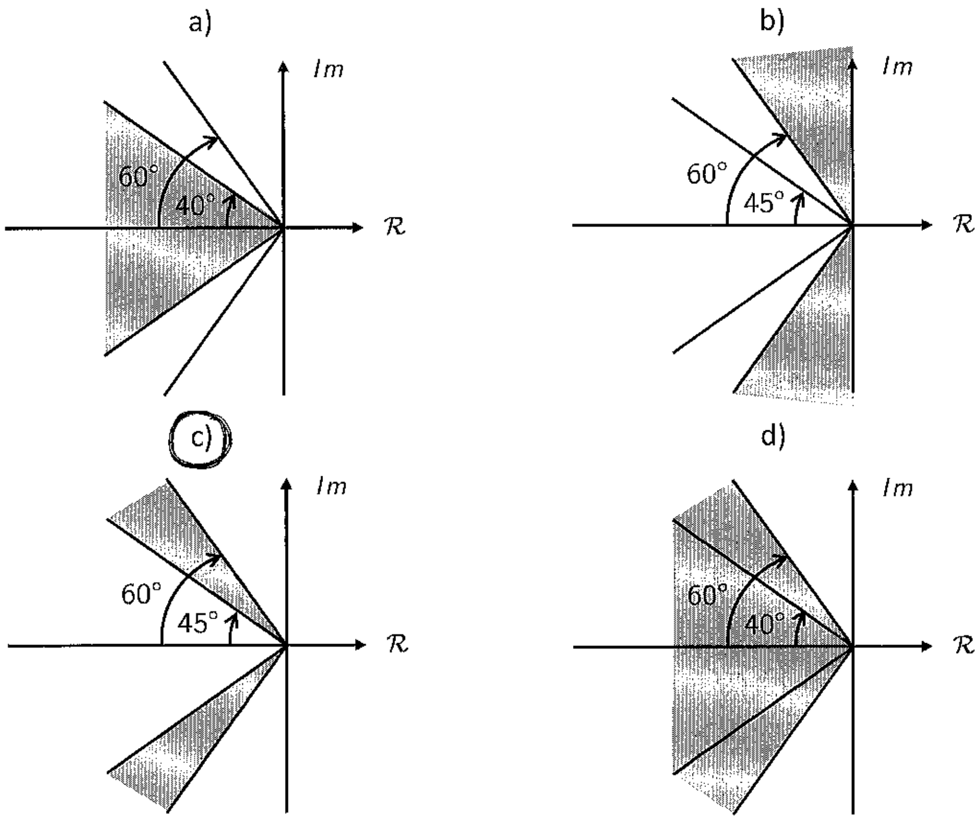
como $30K_c - 2 > 0$

$(30K_c - 2)20K_c - 10K_c > 0$

$600K_c - 50 > 0 \; \boxed{K_c > 0{,}08\hat{3}}$

más restrictiva

11.- Se ha determinado que un sistema de segundo orden ha de presentar un sobreimpulso máximo entre el 4.3% y el 16.3%. ¿En qué zona del plano s están ubicados sus polos?



Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

$4,3\% < M_p < 16\%$

Como :

$$M_p = e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}}$$

$$\downarrow$$

$$\delta = \sqrt{\frac{(\ln M_p)^2}{(\ln M_p)^2+\pi^2}}$$

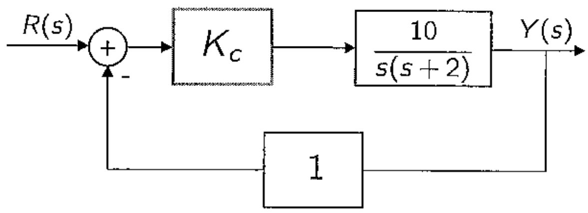
Por tanto, esas especificaciones del máximo sobreimpulso equivalen a un coeficiente de amortiguamiento comprendido:

$$0{,}707 > \delta > 0{,}5$$

Y por tanto, el ángulo respecto al eje real donde deben ubicarse los polos del sistema son :

$\delta = \cos\theta \rightarrow \theta = \arccos\delta \rightarrow \boxed{45° < \theta < 60°}$

12.- Dado el siguiente sistema realimentado, calcule el rango de valores de K_c que hace que el sistema presente un sobreimpulso máximo entre el 16.3% y el 4.3%.



a) $K_c < 0.2$

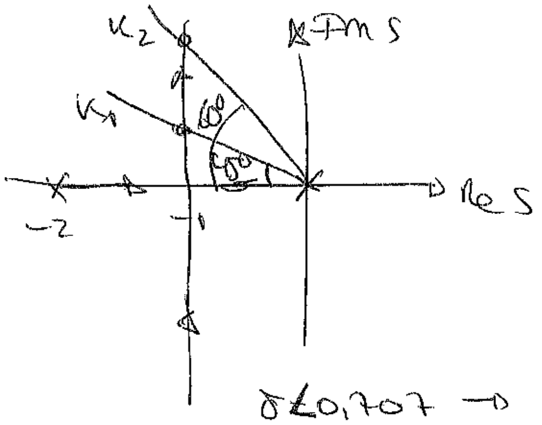
b) $K_c < 0.4$

c) $K_c > 0.4$ y $K_c < 0.2$

d) $K_c \in (0.2, 0.4)$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

sistema de 2º orden.



$Mp_1 = 4,3\% \Rightarrow \delta = 0,707 ; \theta = 45^\circ$

$Mp_2 = 16,3\% \Rightarrow \delta = 0,5 ; \theta = 60^\circ$

Ec. característica:

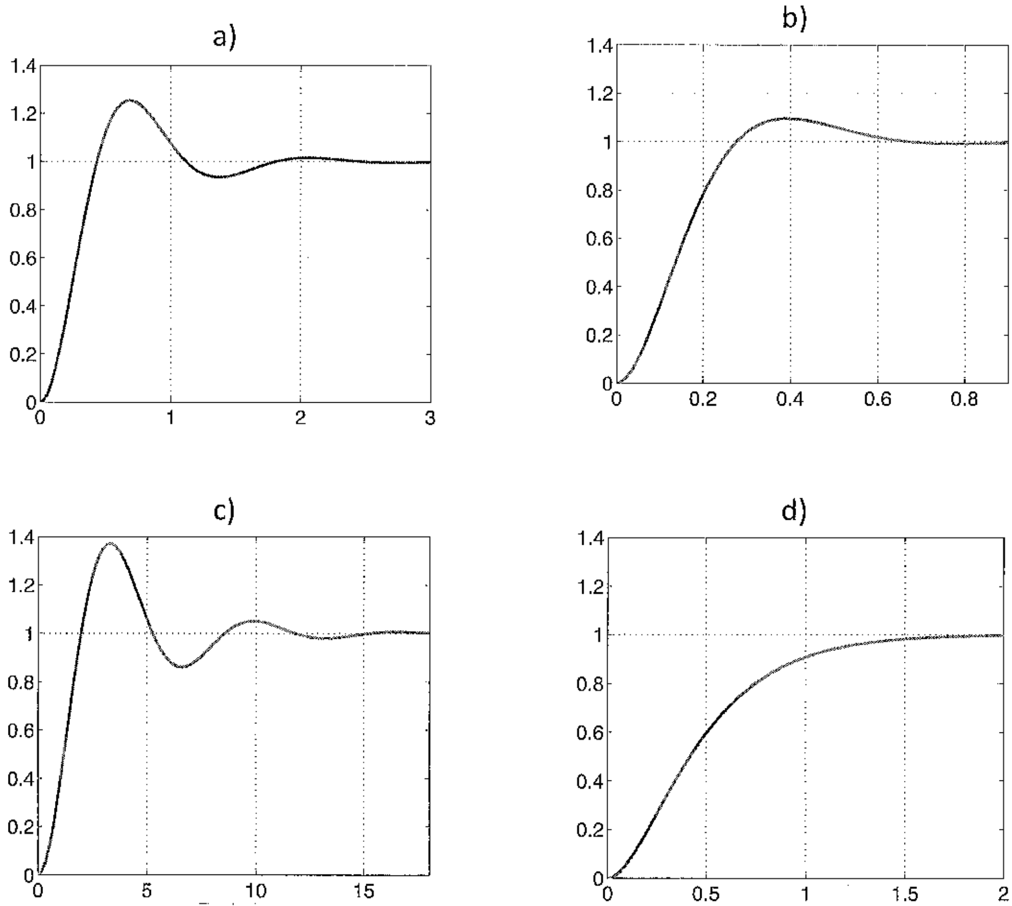
$$s^2 + 2s + 10K_c = 0 \quad \begin{cases} 2\delta\omega_n = 2 \\ \omega_n^2 = 10K_c \end{cases}$$

$\delta < 0,707 \rightarrow \omega_n > 1,41 ; K_c > 0,2$

$\delta > 0,5 \rightarrow \omega_n < 2 ; K_c < 0,4$

$K_c \in (0,2, 0,4)$

13.- Para el sistema realimentado anterior. ¿Cuál de las siguientes respuestas cumple la especificación de sobreimpulso?



Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

Especificación del sobreimpulso: $4{,}3\% < M_p < 16\%$

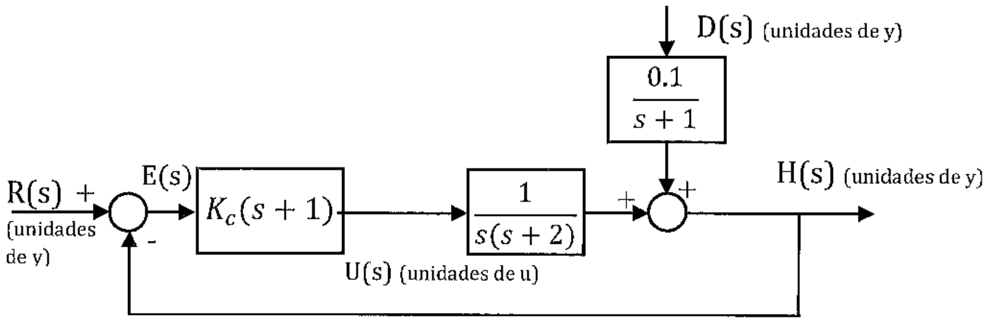
De la definición de sobreimpulso, se tiene:

$$M_p = \frac{y(t_p) - y_{ss}}{y_{ss}} = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)}$$

Como $y_{ss} = y(\infty) = 1$, el valor $y(t_p)$ estará comprendido entre: $1{,}043 < y(t_p) < 1{,}16$

Por tanto, de las gráficas, sólo la respuesta del sist. b) cumple dicha especificación.

14. Sea el sistema realimentado de la figura en el que r(t) (unidades de y) representa la señal de referencia a la que debe seguir la salida y(t) y d(t) (unidades de d) representa una entrada de perturbación.



14.-¿Cuál es la función de transferencia del error respecto a la perturbación?

a) $\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{s(s+2)}{s(s+2)+Kc(s+1)}$

b) $\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{-s(s+2)}{s(s+2)+Kc(s+1)}$

c) $\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{-0{,}1 \cdot s \cdot (s+2)}{s(s+2)+Kc(s+1)}$

d) $\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{-0{,}1 \cdot s \cdot (s+2)}{s(s+2)(s+1)+Kc(s+1)^2}$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

$$\frac{E(S)}{D(S)} = \frac{\frac{-0{,}1}{S+1}}{1+\frac{K_c(S+1)}{S(S+2)}} = \frac{-0{,}1 S (S+2)}{S(S+1)(S+2)+K_c(S+1)^2}$$

Ec. característica: $1 + G_{BA}(S)$ es de 2º orden ⇒ sistema estable para $K_c > 0$

15.-Si se produce un cambio escalón de amplitud 10 (unidades de y) en la referencia y, simultáneamente, un cambio escalón de amplitud 0.5 en la perturbación (unidades de d) ¿Cuál será el error en el estado estacionario?

a) $e_{ss} = 0$

b) $e_{ss} = \frac{-10}{1+K_c}$

c) $e_{ss} = \infty$

d) $e_{ss} = \frac{-0,1}{K_c}$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

$$E(s) = R(s) - H(s) = R(s) - \left[\frac{0,1}{s+1} D(s) + \frac{K_c(s+1)}{s(s+2)} E(s)\right]$$

$$\left(1 + \frac{K_c(s+1)}{s(s+2)}\right) E(s) = R(s) - \frac{0,1}{s+1} D(s)$$

$$E(s) = \frac{s(s+2)}{s(s+2)+K_c(s+1)} R(s) - \frac{0,1s(s+2)}{s(s+1)(s+2)+K_c(s+1)^2} D(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) \underset{\text{Thma. del valor final}}{=} \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \frac{(s+2)s}{s(s+2)+K_c(s+1)} \cdot \frac{10}{\cancel{s}} +$$

$$+ \lim_{s\to 0} \cancel{s} \frac{(-0,1)s(s+2)}{s(s+1)(s+2)+K_c(s+1)^2} \cdot \frac{0,5}{\cancel{s}} = 0+0 = \underline{\underline{0}}$$

16.- Si, estando el sistema en el estado estacionario correspondiente a la entrada escalón 10 en r(t) la perturbación variara linealmente con pendiente 0,5, ¿Cuál sería el error en el estado estacionario?

a) $e_{ss} = \infty$

b) $e_{ss} = 0$

c) $e_{ss} = \frac{-10}{1+K_c}$

d) $e_{ss} = \frac{-0,1}{K_c}$

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

El sistema realimentado es de tipo 1 por lo que la respuesta a escalón en la referencia no tiene error.

La respuesta será la debida a la perturbación rampa en D(s)

como el sistema es estable, aplicamos el t. del valor final.

$$D(s) = \frac{0,5}{s^2} \quad e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \frac{-0,1\,\cancel{s}(s+2)}{s(s+1)(s+2)+K_c(s+1)^2} \cdot \frac{0,5}{\cancel{s^2}}$$

$$e_{ss} = \frac{-0,1}{K_c}$$

17.- Sea un sistema del que se conoce su función de transferencia:

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$$

Se realimenta el sistema con realimentación unitaria y ganancia K_c. Con $K_c = 37.6$ se consigue que el sobreimpulso a entrada escalón sea de:

a) $M_p = 30\%$

b) $M_p = 40\%$

c) $M_p = 50\%$

d) ninguna de las anteriores

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

$$G_{BC}(s) = \frac{\frac{10K_c}{(s+1)(s+10)}}{1 + K_c\frac{10}{(s+1)(s+10)}} = \frac{10K_c}{(s+1)(s+10)+10K_c} = \frac{10K_c}{s^2+11s+(10+10K_c)}$$

Para una ganancia $K_c = 37,6$:

$$G_{BC}(s) = \frac{376}{s^2+11s+386} \longrightarrow \begin{cases} 2\delta\omega_n = 11 \\ \omega_n^2 = 386 \\ K\omega_n^2 = 376 \end{cases} \longrightarrow \quad K = \frac{376}{386} = 0,97 \quad \omega_n = \sqrt{386} = 19,6 \text{ rad/s} \quad \delta = \frac{11}{2\omega_n} = 0,29$$

Luego, $M_p = e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} \underset{\delta = 0,29}{\simeq} 0,4 \longrightarrow M_p = 40\%$ respuesta (b)

18.- Para el mismo sistema de la cuestión 16, el tiempo de establecimiento (criterio del 2%) a entrada escalón es de:

a) $t_{ss} = 1.6s$

b) $t_{ss} = 3.2s$

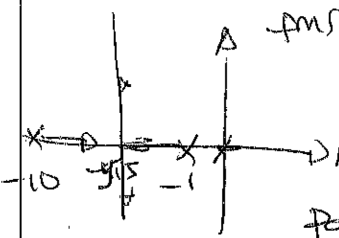
c) $t_{ss} = 5.7s$

d) ninguna de las anteriores

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

$1 + K_c G(s) = 0$ Ec. característica.

$(s+1)(s+10) + 10K_c = 0$; $s^2 + 11s + 10 + 10K_c = 0$



$2\delta\omega_n = 11$

$\delta\omega_n = 5,5$

$\omega_n^2 = 10(1+K_c)$

para $\delta = 1 \Rightarrow \omega_n = 5,5 \Rightarrow K_c = 2$

para $K_c = 37,6$ polos complejos conjugados

$t_s \simeq \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{5,5} = 0,73s.$ respuesta (d)

19.- Para el mismo sistema realimentado se desea conseguir que el sobreimpulso sea de un 20% manteniendo el tiempo de establecimiento de la cuestión 18. La ganancia K_c debe tomar el valor:

a) $K_c = 13.6$

b) $K_c = 7.6$

c) $K_c = 3.6$

d) ninguna de las anteriores

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

Ec. característica del ejercicio anterior:

$$s^2 + 11s + (10K_c + 10) = 0$$

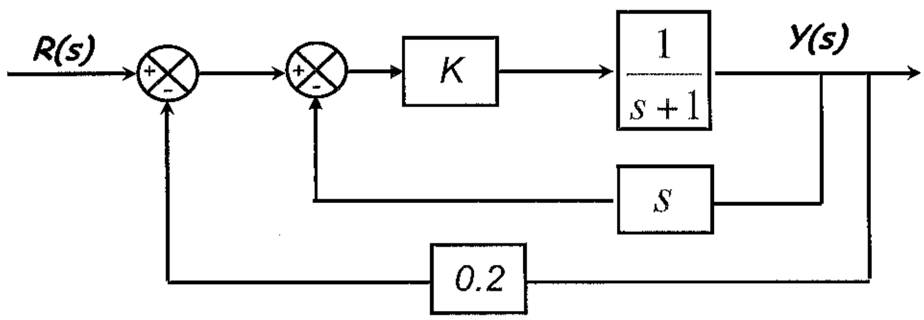
Para que $M_p = 20\%$, el coeficiente de amortiguamiento será:

$$\delta = \sqrt{\frac{(\ln M_p)^2}{\pi^2 + (\ln M_p)^2}} \longrightarrow \delta = 0{,}45$$

Como, $2\delta w_n = 11 \xrightarrow{\delta = 0{,}45} w_n = 12{,}22 \text{ rad/s}$

$$w_n^2 = 10K_c + 10 \longrightarrow \boxed{K_c = \frac{w_n^2 - 10}{10} = 13{,}6} \text{ opción a)}$$

20.- Sea el sistema de la figura:



Indique cuál es la constante de tiempo del sistema:

a) $\frac{1+K}{1+0.2K}$

b) $K + 1$

c) $\frac{K}{1+0.2K}$

d) ninguna de las anteriores

Realice los cálculos más relevantes que justifiquen la elección en el recuadro inferior

$$G_{Bint}(s) = \frac{K}{s(1+K)+1}$$

$$G_{BC}(s) = \frac{\dfrac{K}{s(1+K)+1}}{1+\dfrac{0{,}2K}{s(1+K)+1}}$$

$$G_{BC}(s) = \frac{K}{s(1+K)+1+0{,}2K} = \frac{K/1+0{,}2K}{1+\dfrac{1+K}{1+0{,}2K}s}$$

$$\Downarrow$$

$$\tau'$$