AMPLIACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS

3º de Grado en Tecnología Industrial - 23 de Mayo de 2013

PRIMER EJERCICIO

1.- a) Sabiendo que los siguientes datos proceden de un polinomio de grado 3, corregir aquellos que sean erróneos.

x_i	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$f(x_i)$	-178	-77	-3	49	84	108	122	137	154	179	217	273	352

(3.5 puntos)

b) Deducir el valor del coeficiente director del polinomio anterior sin calcular dicho polinomio y a partir de los datos de la tabla, **enunciando** el resultado utilizado para obtenerlo. (1.5 puntos)

c) Obtener el polinomio utilizando los últimos datos de la tabla y evaluarlo de forma óptima en el punto 5. (2 puntos)

2.- Explicar cómo se efectúa el almacenamiento óptimo en memoria de la **tabla** en diferencias divididas para calcular el polinomio de interpolación p(x) de una función f(x) en los nodos $x_0, x_1, ..., x_n$. Escribir el algoritmo que define el almacenamiento anterior. (3.5 puntos)

3.- Dada la función

$$S(x) = \begin{cases} 2x^3 + x^2 - 22x + 26 & 0 \le x \le 1 \\ 7x^2 - 28x + 28 & 1 \le x \le 3 \\ -3x^3 + 34x^2 - 109x + 109 & 3 \le x \le 4 \end{cases}$$

estudiar si es o no el spline cúbico natural correspondiente a la siguiente tabla de datos

x_i	0	1	3	4
$f(x_i)$	26	7	7	25

En caso de no serlo decir qué propiedades no se cumplen. (4.5 puntos)

4.- a) A partir de las respectivas fórmulas simples, obtener la fórmula de los trapecios y la fórmula del punto medio compuestas N veces (sin términos de error). (3 puntos)

b) Utilizar las fórmulas compuestas anteriores considerando 3 veces la fórmula del punto medio en la variable x y la fórmula de los trapecios compuesta 2 veces en la variable y para el caso de la integral $\int_0^3 \left(\int_1^4 f(x,y)\,dy \right) dx$ (2 puntos)

5.- Calcular el **valor exacto** de la integral $\int_{-2}^{2} \frac{x^3 + 2x + 1}{\sqrt{4 - x^2}} dx$ mediante la aplicación del método numérico óptimo.

(3 puntos)

TIEMPO: 1 hora y 45 minutos

AMPLIACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS

3º de Grado en Tecnología Industrial - 23 de Mayo de 2013

SEGUNDO EJERCICIO

1.- Dada la ecuación diferencial

$$y'' - 0.05 \cdot y' + 0.15 \cdot y = e^x$$

sujeta a las condiciones iniciales $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$, aplicar el método de Runge-Kutta de orden cuatro para obtener una aproximación de los valores y(0.1) e y'(0.1). Operar con redondeo a 6 dígitos significativos. (6 puntos)

2.- Escribir el ciclo que permite programar en Matlab el método de Runge-Kutta de cuarto orden para un sistema $\begin{cases} \underset{\sim}{y}' = \underset{\sim}{f}(x, \underset{\sim}{y}) \\ \underset{\sim}{y}(a) = \underset{\sim}{\alpha} \end{cases} \quad x \in [a, b]$. Especificar quién es el vector x que contiene a los puntos de la discretización del intervalo [a,b] así como las dimensiones de la matriz que contiene a la solución del sistema. (2 puntos)

3.- a) Definir el concepto de error de truncatura local para un método explícito de un paso.

b) Definir el concepto de método explícito de un paso **consistente.**

c) En las condiciones del apartado anterior ¿cuándo se dice que un método es de orden p?.

d) ¿Por qué un método de orden 3 converge más rápido que un método de orden 2?

(4 puntos)

4.- a) Demostrar que las fórmulas de derivación numérica son inestables. (2 puntos)

b) Dada la fórmula de derivación numérica

$$f''(z) = \frac{-f(z-2h) + 16 \cdot f(z-h) - 3 \cdot f(z) + 16 \cdot f(z+h) - f(z+2h)}{12h^2} + \frac{h^4}{90} \cdot f^{vi)}(\xi)$$

$$\text{con} \quad \xi \in (z - 2h, z + 2h)$$

calcular el tamaño de paso h óptimo para la función

$$f(x) = e^x + \cos(x) \quad \text{con} \quad x \in [0, 2]$$

para el caso en que los datos de dicha función se utilicen con una imprecisión de 5×10^{-6}. (3 puntos)

TIEMPO: 1 hora y 15 minutos