

INGENIARITZA GRADUKO 1. MAILA
INDUSTRIA TEKNOLOGIA, INDUSTRIA ANTOLAKUNTZA ETA
INGURUMEN INGENIARITZA

FISIKA

2012.eko urtarrilaren 20a

IRAUPENA: 2h 30m

MESEDEZ, EZ IDATZI ARIKETA BIREN ERANTZUNAK ORRI BEREAN

1. Barne energia. Termodinamikaren lehen printzipioa.

2. Bi partikulak aurrez aurre egiten dute talka (norabide bakarrean): bata, $m = 15$ g-ko masa dauka eta pausagunean dago; besteak, $V=12$ m/s-ko abiadura dauka eta M masa ezezaguna. Talkaren ondoren, honakoak dira bi partikulen abiadurak: $v'=5$ m/s (hasieran geldi zegoena) eta $V' = -3$ m/s (noranzkoa aldatzen du) bestearena. Kalkula itzazu:

a) M masaren balioa.

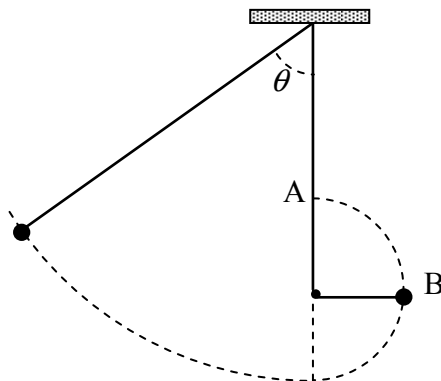
b) Talka horren itzultze koefizientea.

c) Energia zinetikoaren galera, hasierako energia zinetikoaren portzentaje gisa adierazita.

3. Ondoko irudiak objektu puntual bat adierazten du soka batean eskegita (objektuaren masa, m , eta sokaren luzera, $4L$). Objektua θ angelutik askatu eta erortzen uzten da. Sokaren muturretik beherago, $3L$ distantziara, iltze bat dago eta, beraz, sokaren beheko aldeak bakarrik jarrai dezake mugitzen. Kalkula ezazu:

a) Zein angelutik askatu behar den gutxienez objektua, A punturaino iristeko gai izan dadin, alegia, iltzearen inguruan zirkunferentzia osoa deskribatzeko gai izan dadin.

b) Kasu horretan, zein izango da sokaren tentsioa B puntuan.

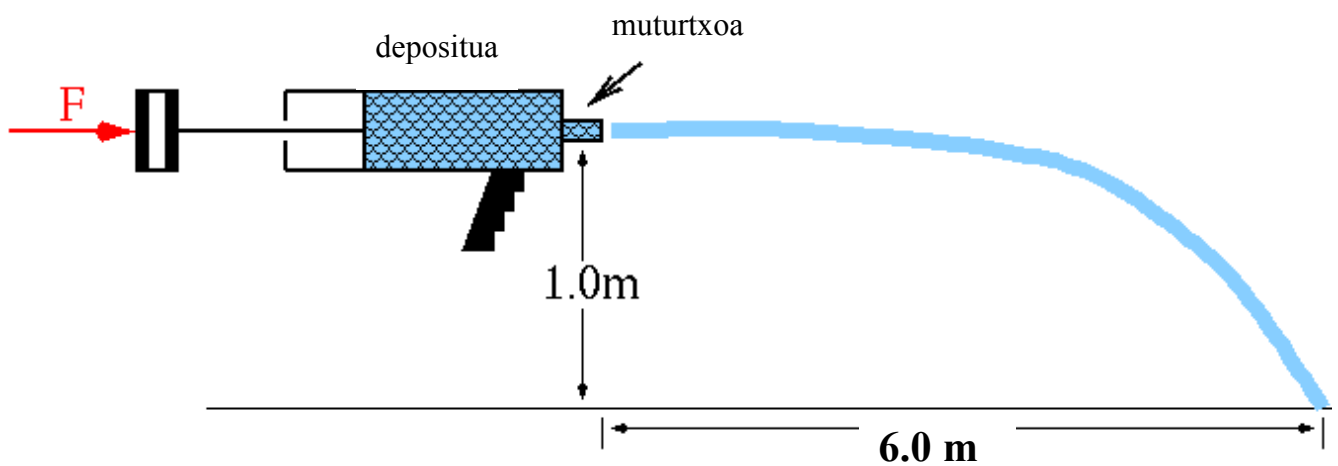


4. Osziladore harmoniko sinple batean, m masa batek oszilatzen du ω_0 maiztasun angeluarraz. Bere abiadura maximoa, V , positiboa, $t = \tau / 2$ aldiunean gertatzen da (τ periodoa da).

- (a) Eman ezazu osziladorearen elongazioa denboraren menpe: $x(t)$.
- (b) Kalkula ezazu masaren gain egiten den indarra $t = \tau / 2$ aldiunean.
- (c) Kalkula ezazu osziladorearen energia potentziala $t = \tau / 4$ aldiunean.
- (d) Kalkula ezazu osziladorearen energia mekaniko totala $t = \tau / 8$ aldiunean.

5. Ekoizleak dioenez, irudiko ur-pistolak 6 m-raino jaurtitzen du ura, lurretik 1 m-ra eta horizontal ipini ezker. Deposituaren diametroa 5 cm-koa da eta muturtxoarena 5 mm (biak sekzio zirkularrekoak dira). Airearen erresistentzia ez da kontsideratzen.

- a) Zein abiaduraz atera behar da ura muturtxotik, distantzia horretaraino iristeko?
- b) Zein indar egin beharko litzateke enboloaren gainean?



1.- Teoria: liburuko orrialdeak, 188-tik 191-raino.

2.- a) Momentu linealaren kontserbazioa:

$$MV + mv = MV' + mv'; \quad M \cdot 12 + 15 \cdot 0 = M(-3) + 15 \cdot 5$$

(erne! masa guztiak gramotan daude; beraz, emaitza ere gramotan, egizu unitateen ekuazioa)

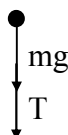
$$\boxed{M=5 \text{ gr.}}$$

b) Itzultze koefizientea: $v' - V' = e \cdot (V - v) \Rightarrow 5 + 3 = e \cdot 12 \Rightarrow e = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \boxed{0,67}$

c) Energia zinetikoaren galera: $\Delta E_z = E'_z - E_z = \left(\frac{1}{2} MV'^2 + \frac{1}{2} mv'^2\right) - \left(\frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} mv^2\right)$
 $= \left(\frac{1}{2} 5 \cdot 3^2 + \frac{1}{2} 15 \cdot 5^2\right) - \left(\frac{1}{2} 5 \cdot 12^2 + \frac{1}{2} 15 \cdot 0^2\right) = 210 - 360 = -150 \text{ gr} \cdot \frac{m^2}{s^2}$ (ez dira Jouleak, mili-
 Jouleak baizik)

$$\eta = \frac{150}{360} = 0.42 \Rightarrow \boxed{42\%}$$

3.- a) A puntuan: $mg + T = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{L}$



Baina ez erortzeko muga: $T=0$;

Beraz: $mg = m \frac{v^2}{L} \Rightarrow v = \sqrt{gL}$

Orain energiaren kontserbazioa: $mgh_0 = mg2L + \frac{1}{2} m \cdot v^2$ (altuera nulua, beheko puntuan)

$$mgh_0 = mg2L + \frac{1}{2} m \cdot gL \quad \text{edo:} \quad h_0 = 2L + \frac{1}{2} L = \frac{5}{2} L$$

Irudiko hirukitik: $\cos\theta = \frac{4L - \frac{5}{2}L}{4L} = \frac{4 - \frac{5}{2}}{4} = 0.375$; $\theta = \arccos(0.375) = \boxed{68^\circ}$

b) B puntuko abiadura: Energiaren kontserbazioaz: A eta B puntuetan: $E_A = E_B$

$$mg2L + \frac{1}{2} m \cdot gL = mgL + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{3gL}}$$

Sokaren tentsioa: $T = m \cdot a_N = m \frac{v_B^2}{L} = m \frac{3gL}{L} = \boxed{3mg}$

4.- $x(t) = A \sin(\omega_0 \cdot t + \delta)$ A eta δ kalkulatzeko:

Batetik, A : $V_{\max} = V = A\omega_0 \Rightarrow \boxed{A = \frac{V}{\omega_0}}$

Bestetik, δ : $\tau/2$ aldiunean, V_{\max} denean $\Rightarrow x=0$; Beraz, $0 = \frac{V}{\omega_0} \sin(\omega_0 \cdot \frac{\tau}{2} + \delta) \Rightarrow$ hau da:

$$(\omega_0 \cdot \frac{\tau}{2} + \delta) = 0, \text{ edo } \delta = -\omega_0 \cdot \frac{\tau}{2} \text{ baina } \omega_0 \cdot \tau = 2\pi, \text{ hortaz, } \boxed{\delta = -\frac{2\pi}{2} = -\pi}$$

Beraz, a) $\boxed{x(t) = \frac{V}{\omega_0} \sin(\omega_0 \cdot t - \pi)}$

b) Indarra: $F = -kx$, (non $k = m \omega_o^2$)

$$F\left(\frac{\tau}{2}\right) = -k \cdot x\left(\frac{\tau}{2}\right) = -k \cdot \frac{V}{\omega_o} \sin\left[\omega_o \cdot \frac{\tau}{2} - \pi\right] = -k \cdot \frac{V}{\omega_o} \sin[\pi - \pi] = \boxed{0}$$

c) Energia potentziala: $E_p = \frac{1}{2} kx^2$ (non $k = m \omega_o^2$)

$$E_p\left(\frac{\tau}{4}\right) = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k \frac{V^2}{\omega_o^2} \sin^2\left(\omega_o \cdot \frac{\tau}{4} - \pi\right) = \frac{1}{2} k \frac{V^2}{\omega_o^2} \sin^2\left[\frac{2\pi}{4} - \pi\right] = \frac{1}{2} m \omega_o^2 \frac{V^2}{\omega_o^2} \sin^2\left[-\frac{\pi}{2}\right] \\ = \boxed{\frac{1}{2} m V^2}$$

d) Energia mekaniko totala aldiune horretan:

$$E_M = E_p + E_z = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} k \cdot \frac{V^2}{\omega_o^2} \sin^2\left(\omega_o \cdot \frac{\tau}{8} - \pi\right) + \frac{1}{2} m \cdot \frac{V^2}{\omega_o^2} \omega_o^2 \cos^2\left(\omega_o \cdot \frac{\tau}{8} - \pi\right) = \\ \frac{1}{2} m \cdot V^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{8} - \pi\right) + \frac{1}{2} m \cdot V^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{8} - \pi\right) = \frac{1}{2} m \cdot V^2 \left[\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \cos^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right] = \boxed{\frac{1}{2} m V^2}$$

5.- a) Zinematika hutsa:

$$y = y_o - \frac{1}{2} g t^2; \quad 0 = 1 - \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0.447 \text{ s}$$

$$x = v_o \cdot t; \quad 6 = v_o \cdot 0.447 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{v_o = 13.41 \text{ m/s}}$$

b) Jarraitutasunaren ekuazioa, B, barruan eta M, muturrean:

$$V_B \cdot S_B = V_M \cdot S_M \quad (\text{aurreko atalaren erantzuna } V_o = V_M)$$

Sekzioak zirkularrak dira, $S = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$, eta diametroak, 5 cm eta 5 mm hurrenez hurren.

$$\text{Beraz, } V_B \cdot \pi \left(\frac{5 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2 = 13.41 \cdot \pi \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad V_B = \frac{V_M}{100} = \mathbf{0.134 \text{ m/s}}$$

Azkenik Bernouilli: pistolaren barruan eta muturrean:

$$P_B + \frac{1}{2} \rho \cdot V_B^2 + \rho g \cdot h_B = P_M + \frac{1}{2} \rho \cdot V_M^2 + \rho g \cdot h_M$$

Muturreko presioa presio atmosferikoa da: $P_M = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, eta abiadurak ezagunak direnez, barruko presioa kalkula dezakegu:

$$P_B = P_M + \frac{1}{2} \rho \cdot V_M^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot V_B^2 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} 1000 \cdot 13.41^2 - \frac{1}{2} 1000 \cdot 0.134^2 = \mathbf{1.91 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

Enboloan egin behar den indarra kalkulatzeko, kontutan izan behar da, batetik, ezkerrean presio atmosferikoa dagoela (F_{atm}) eta, bestetik, eskuaz egin behar den indar gehigarria (F): $F_{atm} + F = F_B = P_B \cdot S$

beraz, $F = P_B \cdot S - F_{atm} = P_B \cdot S - P_{atm} \cdot S = (P_B - P_{atm}) \cdot S = (1.912 \cdot 10^5 - 1.013 \cdot 10^5) \cdot S =$

$$= 89905 \cdot \pi \left(\frac{5 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2 = \boxed{177 \text{ N}}$$