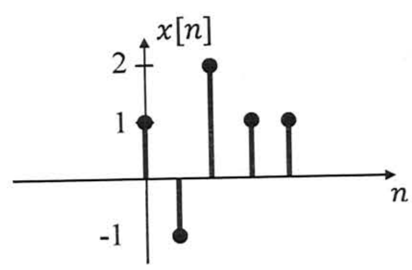
TRATAMIENTO DE SEÑALES: EXAMEN FINAL
(Primer parcial)

La puntuación total del examen es de 30 puntos divididos en:
Cuestiones: 10 puntos. Todas las cuestiones tienen el mismo peso.
Problema 1: 10 puntos.
Problema 2: 10 puntos
Tiempo estimado para resolver el examen: ***1.5 horas.***

CUESTIONES

1. Sea $y_1[n]$ la señal obtenida diezmando por 2 la señal x[n] de la figura e $y_2[n]$ la señal que se obtiene al interpolar con ceros por 2 la misma señal x[n]. Expresa analíticamente ambas señales en función de x[n] y represéntalas gráficamente.



2. Analiza la periodicidad y, en su caso, calcula el periodo fundamental de:

   a. $y_1(t) = e^{jt}$

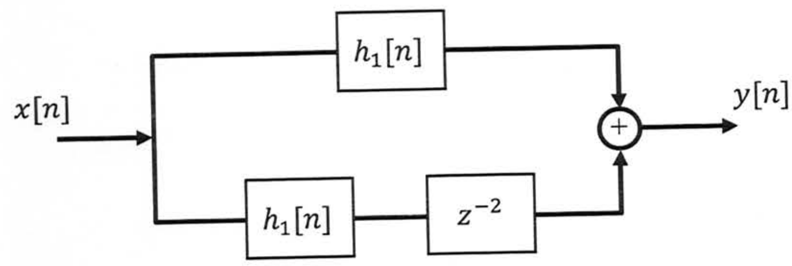
   b. $y_2[n] = e^{jn}$

   c. $y_3[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}\,n + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{5\,\pi}{2}\,n\right)$

3. Analiza si el sistema dado por $y(t)=x^2(t-1)$ es lineal, invariante, causal y estable.

PROBLEMA 1

Sea el sistema de la figura.



1. Calcular la respuesta impulsional, $h[n]$, del sistema completo ($y[n] = x[n] * h[n]$), en función de $h_1[n]$. (4 p)
2. Dibujar $h[n]$ para $h_1[n] = \{\underline{1}, -1\}$. Escribir la ecuación en diferencias que relaciona $y[n]$ con $x[n]$ y especificar el tipo y orden del sistema. (2 p)
3. Calcular $y[n]$ mediante convolución si $x[n] = \{\underline{1}, 1\}$. (2 p)
4. Calcular $y[n]$ si $x[n] = u[n]$. (2 p)

PROBLEMA 2

Veni

Sea un sistema cuya respuesta impulsional viene dada por $h(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right)$.

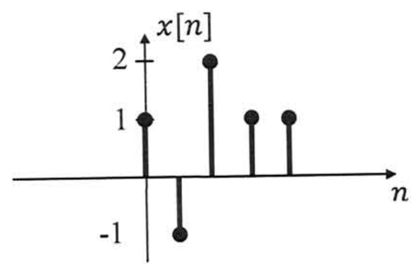
1. Analizar si el sistema es causal y estable. (2 p)
2. Calcular y representar gráficamente la respuesta del sistema ante la entrada $x(t) = \delta(t) + \Pi\left(\frac{t-3}{2}\right)$. (3 p)
3. Calcular la respuesta del sistema cuando $x(t) = e^{-2t}\, u(t)$. (5 p)

SEINALEEN PROZESATZEA: AZKEN AZTERKETA (Lehen partziala)

Azterketak 30 puntu ditu, ondoko eran banaduta:
Galderak: 10 puntu. Galdera guztiek pisu bera dute.
1.Ariketa: 10 puntu.
2.Ariketa: 10 puntu.
Azterketa egiteko denbora: ***1.5 ordu***

GALDERAK

1. Izan bedi $y_1[n]$ irudiko $x[n]$ seinalean 2 faktorearekin detxematuz lortzen dena. Bestalde, $y_2[n]$ lortzen da zeroak interpolatuz $x[n]$ seinalean 2 faktorearekin. Irudikatu $y_1[n]$ eta $y_2[n]$ seinaleak, eta analitikoki adierazi $x[n]$ren arabera.



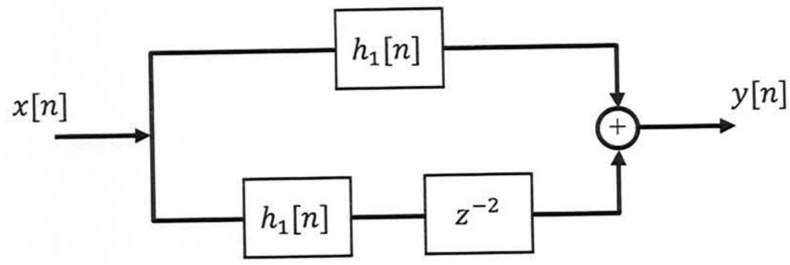
2. Aztertu honako seinaleak periodikoan diren. Seinale periodikoentzat oinarrizko periodoa kalkulatu.

   d. $y_1(t) = e^{jt}$
   e. $y_2[n] = e^{jn}$
   f. $y_3[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3} n + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{2} n\right)$

3. Aztertu $y(t)=x^2(t-1)$ sistema lineala, denboran aldakorra, kausala eta egonkorra den.

1. ARIKETA

Izan bedi irudiko sistema:



1. Kalkulatu $h_1[n]$ren menpe sistema osoaren pultsu-erantzuna, $h[n]$, non $y[n] = x[n] * h[n]$ baita. (4 puntu)
2. Irudikatu $h[n]$, $h_1[n] = \{\underline{1}, -1\}$ hartuz. Idatzi $y[n]$ eta $x[n]$ seinaleak erlazionatzen dituen diferentzia-ekuazioa. Adierazi sistemaren mota eta ordena. (2 puntu)
3. Konboluzionatuz kalkulatu $y[n]$ honako sarrera-seinalerantzat: $x[n] = \{\underline{1}, 1\}$. (2 puntu)
4. Kalkulatu $y[n]$ honako sarrera-seinalearentzat: $x[n] = u[n]$. (2 puntu)

2. ARIKETA

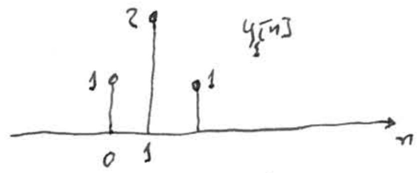
Izan bedi honako pultsu-erantzuna duen sistema: $h(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right)$.

1. Aztertu sistema kausala eta egonkorra den. (2 puntu)
2. Kalkulatu eta irudikatu sistemaren erantzuna honako sarrera-seinalearentzat: $x(t) = \delta(t) + \Pi\left(\frac{t-3}{2}\right)$. (3 puntu)
3. Kalkulatu sistemaren erantzuna honako sarrera-seinalearentzat: $x(t) = e^{-2t}\,u(t)$. (5 puntu)

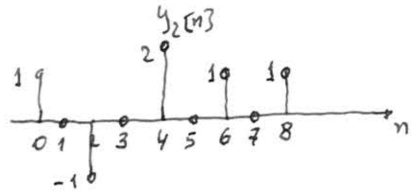
Primer Parcial: CUESTIONES

1

Diezmado por 2: $y_1[n] = x[2\cdot n]$



Interpolación con ceros por 2: $y_2[n] = \begin{cases} x[\frac{n}{2}] & n = \dot{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$



2

a) $y_1(t) = e^{jw_0t}$; $w_0 = 1 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = 2\pi$ periódica de periodo $T_0 = 2\pi$ s

b) $y_2[n] = e^{j\Omega_0 n}$; $\Omega_0 = 1 = 2\pi f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi}$ oscilaciones/muestra ; f_0 no racional $\Rightarrow$ NO periódica

c) $y_3[n] = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4}\right)}_{} - \underbrace{\cos\left(\frac{5\pi}{2}n\right)}_{}$ $\rightarrow$ periódica periodo $N_0 = mcm(6,4) = 12$ muestras

$\Omega_1 = \frac{\pi}{3} = 2\pi f_1 \rightarrow f_1 = \frac{1}{6}$

$N_1 = k\cdot 6 \rightarrow k=1 \Rightarrow N_1 = 6$

periódica periodo 6 muestras

" $\cos\left(\left(\frac{5\pi}{2} - 2\pi\right)n\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$

$\Omega_2 = \frac{\pi}{2} = 2\pi f_2 \rightarrow f_2 = \frac{1}{4}$

$N_2 = k\cdot 4 \Rightarrow k=1 \rightarrow N_2 = 4$

periódica periodo 4 muestras

3 $y(t) = x^2(t-1)$

• linealidad: $\left.\begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1^2(t-1) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2^2(t-1) \end{array}\right\}$ $x(t) = a x_1(t) + b x_2(t) \rightarrow y(t) = \left(a x_1(t-1) + b x_2(t-1)\right)^2 \neq a y_1(t) + b y_2(t)$

NO LINEAL

• Invarianza: $x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1^2(t-1)$

$x_2(t) = x_1(t-t_0) \rightarrow y_2(t) = x_1^2(t-1-t_0) = y_1(t-t_0)$ INVARIANTE

• Causalidad: $y(t) = x^2(t-1) \Rightarrow$ Para todo t, $y(t)$ depende de valores pasados, $(t-1)$, de la entrada $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ CAUSAL

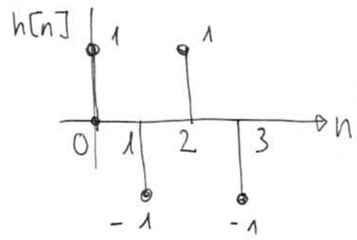
• Estabilidad: Si $x(t)$ es acotada $\rightarrow y(t)$ es acotada $\Rightarrow$ ESTABLE

EXAMEN FINAL TdS, 1º PARCIAL

PROBLEMA 1

4p 1. $h[n] = h_1[n] + h_1[n-2]$

2p 2.



$h[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2] - \delta[n-3]$

$\downarrow$

$y[n] = x[n] - x[n-1] + x[n-2] - x[n-3]$

FIR, orden 3

2p 3. $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$

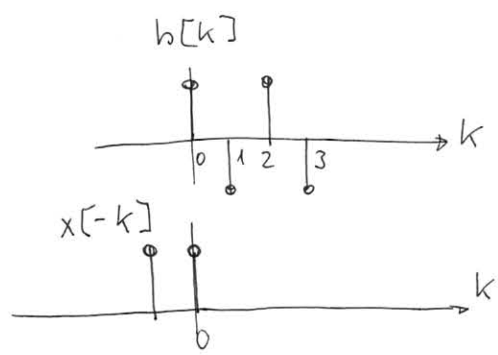
$$y[n] = x[n] * h[n] = \left(\delta[n] + \delta[n-1]\right) * \left(\delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2] - \delta[n-3]\right) =$$

$$= \delta[n] - \cancel{\delta[n-1]} + \cancel{\delta[n-2]} - \cancel{\delta[n-3]} + \cancel{\delta[n-1]} - \cancel{\delta[n-2]} + \cancel{\delta[n-3]} - \delta[n-4] =$$

$$= \delta[n] - \delta[n-4]$$

o bien, gráficamente:

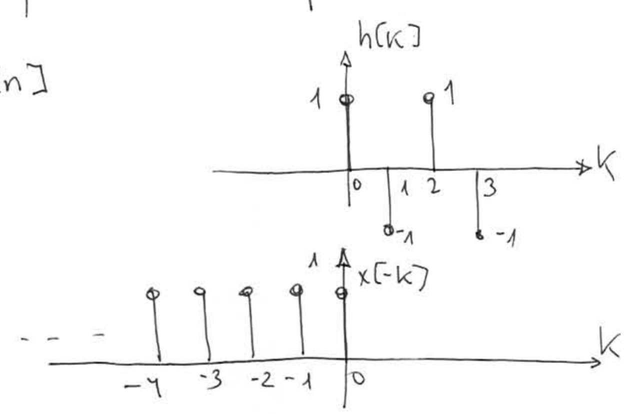
$$y[n] = \sum_n h[k] \cdot x[n-k]$$



$$\begin{cases} n<0 & y[n]=0 \\ n=0 & y[0]=1 \\ n=1 & y[1]=0 \\ n=2 & y[2]=0 \\ n=3 & y[3]=0 \\ n=4 & y[4]=-1 \\ n>4 & y[n]=0 \end{cases}$$

$$y[n] = \{\underline{1}, 0, 0, 0, -1\}$$

2p 4. $x[n] = u[n]$



$$\begin{cases} n<0 & y[n]=0 \\ n=0 & y[0]=1 \\ n=1 & y[1]=0 \\ n=2 & y[2]=1 \\ n>2 & y[n]=0 \end{cases}$$

$$y[n] = \{\underline{1}, 0, 1\}$$

O bien: $y[n] = u[n] * h[n] = u[n] - u[n-1] + u[n-2] - u[n-3] =$

$$= \delta[n] + \delta[n-2]$$

PROBLEMA 2

con $h(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right)$

ⓐ Dibujamos la respuesta impulsional.

$h(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right)$ desplazada a $t=1$ y expandida.

* Condición estabilidad $\Rightarrow$ $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\, dt < \infty$ en nuestro caso

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt = \int_{0}^{2} 1 \cdot dt = 2 < \infty \Rightarrow \text{ESTABLE}$$

* Condición causalidad $\Rightarrow$ $h(t) = \emptyset \quad t < \emptyset$, en nuestro caso se cumple CAUSAL.

ⓑ Si $x(t) = \delta(t) + \Pi\left(\frac{t-3}{2}\right)$; aplicamos las propiedades de la conv. distrib.

$$y(t) = h(t) * x(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) * \left[\delta(t) + \Pi\left(\frac{t-3}{2}\right)\right] =$$

$$= \underbrace{\Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) * \delta(t)}_{\text{elem. neutro}} + \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) * \Pi\left(\frac{t-3}{2}\right)$$

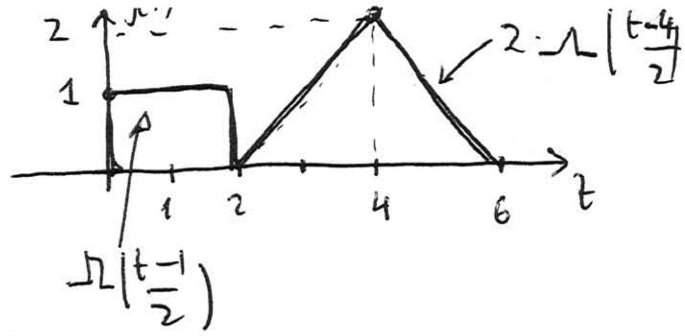
$$= \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) + \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) * \Pi\left(\frac{t-3}{2}\right)$$

Conocemos que $\Pi\left(\frac{t}{T}\right) * \Pi\left(\frac{t}{T}\right) = T \cdot \Lambda\left(\frac{t}{T}\right)$ $\quad T=2$ (nuestro caso)

$$\Pi\left(\frac{t}{2}\right) * \Pi\left(\frac{t}{2}\right) = 2\Lambda\left(\frac{t}{2}\right)$$ propiedades del desplaz.

$$\Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) * \Pi\left(\frac{t-3}{2}\right) = 2\Lambda\left(\frac{t-4}{2}\right)$$

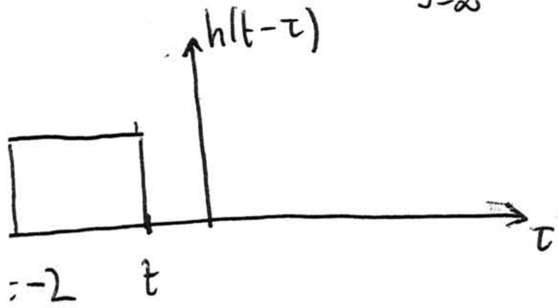
$y(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) + 2\Lambda\left(\frac{t-4}{2}\right)$

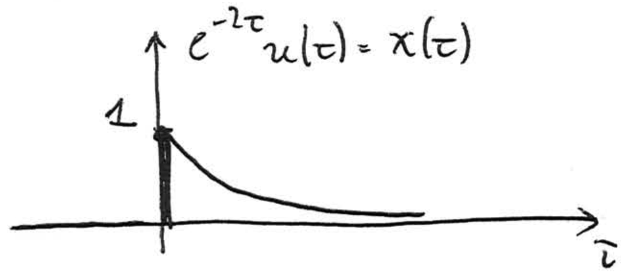


3) Calcular la respuesta si $x(t) = e^{-2t}\cdot u(t)$ ⇒ Convolución

$y(t) = h(t) * x(t) =$ dibujamos $x(\tau)$ y $h(t-\tau)$

$= \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\, x(\tau)\, d\tau$





(i) $t < 0$ no se solapan $y(t) = 0$

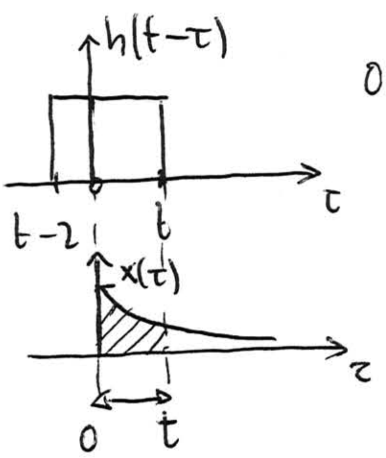
(ii) $t \geq 0$, $t-2 < 0$

⇓

$0 \leq t < 2$

$$y(t) = \int_0^t \underbrace{1}_{h(t-\tau)} \cdot e^{-2\tau} d\tau = \left.\frac{e^{-2\tau}}{-2}\right]_0^t =$$

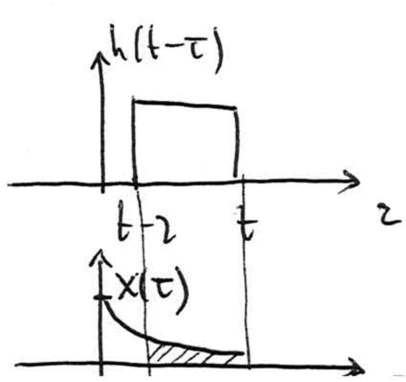
$$= \frac{1}{2} - \frac{e^{-2t}}{2} = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2t}\right)$$



(iii) $t-2 \geq 0$ $t \geq 2$

$$y(t) = \int_{t-2}^{t} 1 \cdot e^{-2\tau} \cdot d\tau = \left.\frac{e^{-2\tau}}{-2}\right]_{t-2}^{t} =$$

$$= \frac{e^{-2(t-2)}}{2} - \frac{e^{-2t}}{2} = \frac{e^{-2t}\left(e^{4}-1\right)}{2}$$



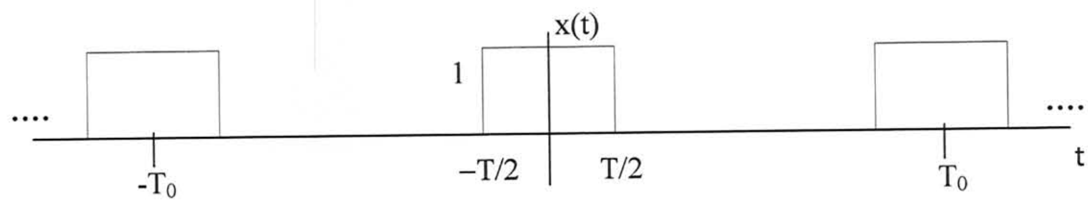
$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < \emptyset \\ \frac{1}{2}(1 - e^{-2t}) & \emptyset \leq t < 2 \\ \frac{e^{-2t}}{2}(e^4 - 1) & t \geq 2 \end{cases}$$

TRATAMIENTO DE SEÑALES: EXAMEN FINAL (Segundo parcial)

La puntuación total del examen es de 30 puntos divididos en:
Cuestiones: 10 puntos. Todas las cuestiones tienen el mismo peso.
Problema 1: 10 puntos.
Problema 2: 10 puntos.
Tiempo estimado para resolver el examen: ***1.5 horas.***

CUESTIONES

1. Calcular los coeficientes de desarrollo en serie de Fourier, a_k, de la señal x(t) de la figura para k=0, ±1, ±2 y ±3, considerando que $T=T_o/3$.

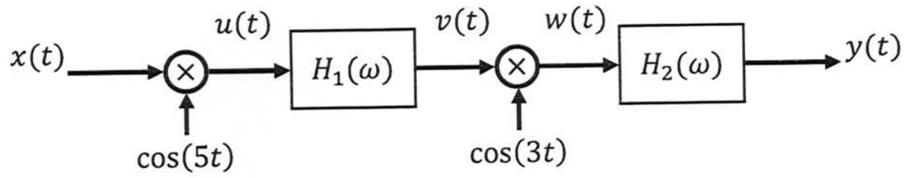


2. La señal x(t)=cos(2π 300 t)+cos(2π 600 t) se muestrea a fs=8000 Hz para obtener la secuencia x[n]. Esta secuencia es la entrada al sistema de respuesta impulsional $h[n] = \delta[n] - \frac{sen(4n/80)}{\pi n}$ para obtener y[n]. Calcular la respuesta frecuencial del sistema, H(Ω). Calcular la señal y(t) recuperada tras una conversión D/A ideal, con la frecuencia fs, de la respuesta del sistema, y[n].

3. La señal sinusoidal x(t) de frecuencia fs+fo (Hz) es digitalizada sin filtro antialiasing a la frecuencia de muestreo fs (Hz). Representar el espectro de la señal discreta para fo=fs/10. Indicar la frecuencia de la señal recuperada tras una conversión D/A ideal.

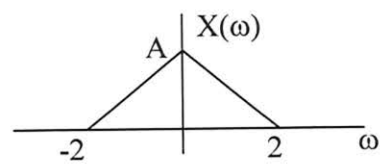
PROBLEMA 1

Sea el sistema de la figura, en el que las respuestas frecuenciales de los sistemas 1 y 2 son las indicadas.



$$H_1(\omega) = \begin{cases} 2, & 3 \leq |\omega| \leq 5 \\ 0, & resto \end{cases} \qquad H_2(\omega) = \begin{cases} 2, & |\omega| \leq 3 \\ 0, & resto \end{cases}$$

1. Dibuja $H_1(\omega)$ y $H_2(\omega)$ (módulo y fase) e indica el tipo de filtro que son. (2 puntos)
2. Dibuja el espectro de y(t) si el espectro de la señal de entrada, $X(\omega)$, es el de la figura. (4 puntos)



3. Calcula la señal de salida si la entrada es: (4 puntos)
$$x(t) = \sin(t) + \cos(4t)$$

PROBLEMA 2

Sea el sistema con la siguiente respuesta impulsional: $h[n] = 0.5^n u[n] - 0.2^n u[n]$

1. Calcular su respuesta frecuencial, $H(\Omega)$. (2 puntos)
2. Expresar la ecuación en diferencias que lo describe. Indicar el tipo (FIR o IIR) y orden del sistema. (2 puntos)
3. Calcular las respuestas del sistema a las siguientes señales de entrada: (3 puntos)
   a. $x1[n] = A$
   b. $x2[n] = (-1)^n$
   c. $x3[n] = 2\,cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{3}\right)$
4. Calcular la respuesta frecuencial del sistema inverso, $H_i(\Omega)$. ¿Es causal? Justificar la respuesta. (3 puntos)

UPV EHU

Grado en Ingeniería Técnica de Telecomunicación
Telekomunikazioaren Ingeniaritza Teknikoko Gradua
2011-2012

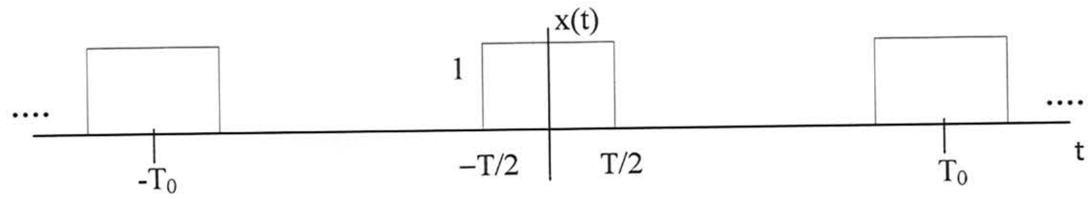
Ingeniaritza Goi Eskola Teknikoa
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Bilbao

SEINALEEN PROZESATZEA: AZKEN AZTERKETA (Bigarren partziala)

Azterketak 30 puntu ditu, ondoko eran banaduta:
Galderak: 10 puntu. Galdera guztiek pisu bera dute.
1.Ariketa: 10 puntu.
2.Ariketa: 10 puntu.
Azterketa egiteko denbora: ***1.5 ordu***

GALDERAK

1. Irudiko x(t) seinalearentzat kalkulatu Fourieren garapeneko a_k koefizienteak k=0, ±1, ±2 eta ±3 balioentzat. Hartu $T=T_0/3$.

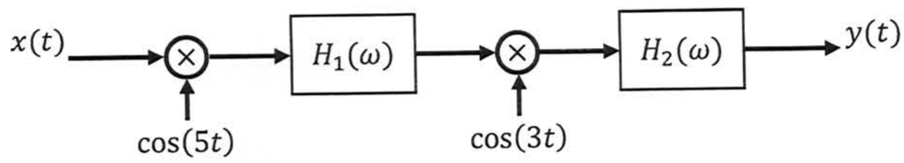


2. Izan bedi x(t)=cos(2π 300 t)+cos(2π 600 t) seinalea fs=8000 Hz maiztasunarekin lagintzen dena x[n] sortzeko. x[n] sekuentzia honako sistemaren sarrera-seinalea da: $h[n] = \delta[n] - \frac{sen(4n/80)}{\pi n}$. Kalkulatu sistemaren erantzuna maiztasunean, H(Ω). Kalkulatu berreskuratzen den y(t) seinalea, y[n] irteera-seinalearen D/A bihurketa idealaren ondorioz, fs laginketa maiztasunarekin.

3. x(t) seinale sinusoidala fs+fo (Hz) maiztasunekoa da, antialiasing iragazkirik gabe digitalizatzen dena fs (Hz) maiztasunarekin. Irudikatu sekuentzia diskretuaren espektroa fo=fs/10 hartuz. Adierazi D/A bihurketa idealaren ondorioz berreskuratzen den seinalearen maiztasuna.

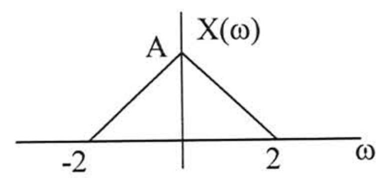
1. ARIKETA

Irudiko sisteman 1 eta 2 sistemen maiztasun erantzunak adierazitakoak dira.



$$H_1(\omega) = \begin{cases} 2, & 3 \le |\omega| \le 5 \\ 0, & \text{beste } \omega \end{cases} \qquad H_2(\omega) = \begin{cases} 2, & |\omega| \le 3 \\ 0, & beste\ \omega \end{cases}$$

1. Irudikatu $H_1(\omega)$ eta $H_2(\omega)$ (modulua eta fasea) eta adierazi zer motatako iragazkiak diren. (2 puntu)
2. Irudikatu y(t)-ren espektroa, sarrera-seinalearen espektroa, $X(\omega)$, irudikoa bada. (4 puntu)



3. Kalkulatu irteera-seinaleea sarrera-seinalea ondokoa bada: (4 puntu)

$$x(t) = \sin(t) + \cos(4t)$$

2. ARIKETA

Izan bedi honako pultsu-erantzuna duen sistema: $h[n] = 0.5^n u[n] - 0.2^n u[n]$

1. Lortu sistemaren maiztasun-erantzuna, $H(\Omega)$. (2 puntu)
2. Idatzi sistemaren diferentzia-ekuazioa. Zehaztu sistemaren mota (FIR edo IIR) eta maila. (2 puntu)
3. Lortu honako sarrera-seinaleek sortuko duten irteera-seinalea: (3 puntu)
   a. $x1[n] = A$
   b. $x2[n] = (-1)^n$
   c. $x3[n] = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{3}\right)$
4. Kalkulatu alderantzizko sistemaren erantzuna maiztasunean, $H_i(\Omega)$. Kausala al da? Justifikatu. (3 puntu)

2012 - 06 - 4

SEINALEEN PROZESATZEA

Azken azterketa : 2. partziala.

GALDERAK

1

$$a_k = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} x(t)\, e^{-jk\omega_0 t}\, dt = \frac{1}{T_0}\int_{-T/2}^{T/2} 1\cdot e^{-jk\omega_0 t}\, dt =$$

$$= \frac{1}{T_0}\,\frac{1}{-jk\omega_0}\left(e^{-jk\frac{2\pi}{T_0}\frac{T}{2}} - e^{jk\frac{2\pi}{T_0}\frac{T}{2}}\right) =$$

$$= \frac{2}{k2\pi}\,\text{sen}\left(k\frac{2\pi}{T_0}\frac{T}{2}\right) = \boxed{\frac{1}{k\pi}\cdot \text{sen}\left(\frac{k\pi}{3}\right) = a_k}$$

$T = \frac{T_0}{3}$

$a_0 = 1/3$

$a_1 = \frac{1}{\pi}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} = a_{-1}$

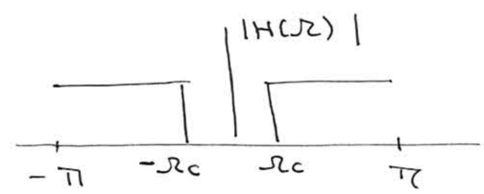
$a_2 = \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = a_{-2}$

$a_3 = \emptyset = a_{-3}$

2

$h[n] = \delta[n] - \frac{\text{sen}\,\Omega_c n}{\pi n}$ non $\Omega_c = \frac{4}{80} = 0.05$

$H(\Omega) = 1 - \Pi\left(\frac{\Omega}{2\Omega_c}\right)$ $|\Omega| \leq \pi$



$x(t) = \cos 2\pi 300 t + \cos 2\pi 600 t$

A/D f_s

$x[n] = \cos 2\pi \frac{300}{8000} n + \cos 2\pi\frac{600}{8000} n = \cos\Omega_1 n + \cos\Omega_2 n$

$\Omega_1 = \frac{2\pi 3}{80}$

$\Omega_2 = \frac{2\pi 6}{80}$

Como Ω_1 y Ω_2 son $> \Omega_c$, es decir están ambos en la banda de paso, $y[n] = x[n]$ a la salida del filtro.

$y[n] = \cos\Omega_1 n + \cos\Omega_2 n$

D/A f_s

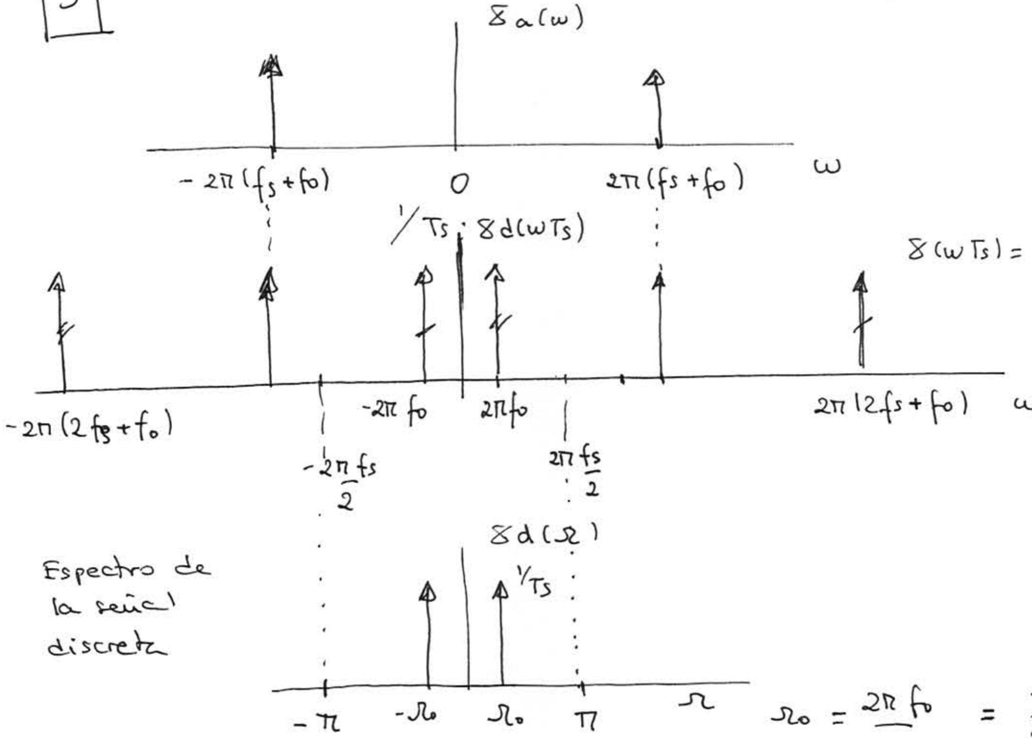
Tras una etapa de conversión D/A ideal, $y(t)$ se recupera a f_s:

$y(t) = x(t) = \cos 2\pi 300 t + \cos 2\pi 600 t$

GALPERAK

3

$$\delta(\omega T_s) = \frac{1}{T_s} \sum_k \delta_a(\omega - k\omega_s)$$



Espectro de la señal discreta

$$\Omega_0 = \frac{2\pi f_0}{f_s} = \frac{\pi}{5}$$

$f_s = 10 f_0$

La conversión D/A proporciona la señal continua de frecuencia:

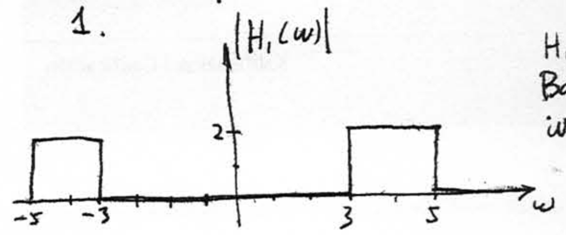
$$f = \frac{\Omega_0 \cdot f_s}{2\pi} = \boxed{f_0}$$

Seinaleen Prozesatzea
azken azterketa
2. partziala

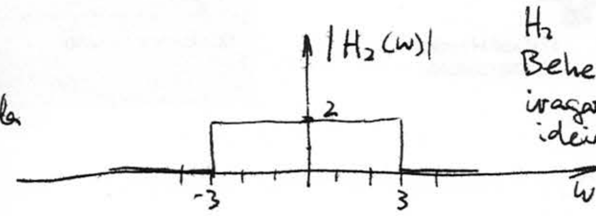
2012-VI-4

1. ariketa

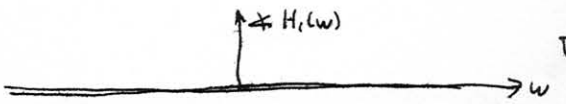
1.



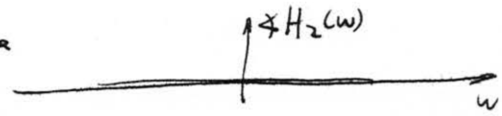
H_1
Banda-paseko iragazki ideiala



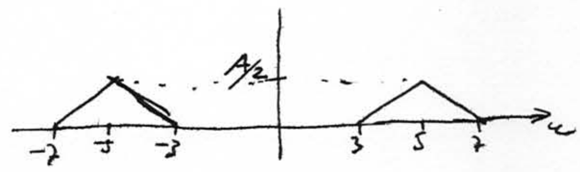
H_2
Behe-paseko iragazki ideiala



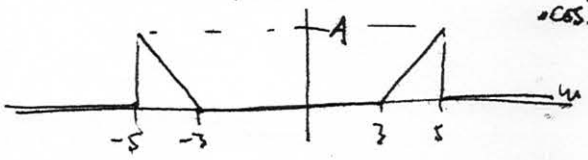
Biak fase nulua



2. $x(t)\cdot\cos 5t \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2}\left[X(\omega-5)+X(\omega+5)\right]$

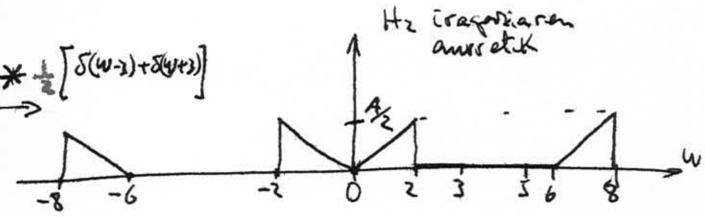


H_1 iragazi ondoren

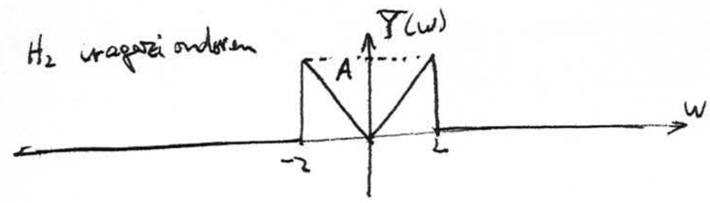


$\cdot\cos 3t \quad * \frac{1}{2}\left[\delta(\omega-3)+\delta(\omega+3)\right]$

H_2 iragaziaren aurretik

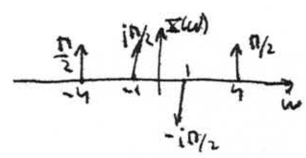


H_2 iragazi ondoren



3. $x(t)\cdot\cos 5t \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2\pi}X(\omega) * \left(\pi\delta(\omega-5)+\pi\delta(\omega+5)\right)$

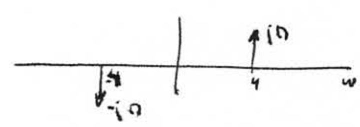
$x(t)=\sin t+\cos 4t \longleftrightarrow X(\omega) = -j\pi\,\delta(\omega-1)+j\pi\,\delta(\omega+1)+\pi\,\delta(\omega-4)+\pi\,\delta(\omega+4)$



$5+4=9$
$5-4=1$
$5+1=6$
$\boxed{5-1=4}$

$H_1(\omega)$ iragazkitik $\omega=4$ maiztasuneko tonua pasako da, amplitudea bikoiztua

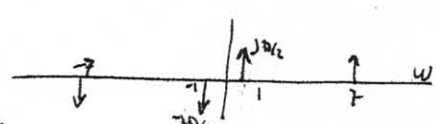
$$-j\pi\,\underset{(5-1)}{\delta(\omega+4)}+j\pi\,\underset{(-5+1)}{\delta(\omega-4)}$$



$\cdot\cos 3t \longleftrightarrow * \frac{1}{2}\left[\delta(\omega-3)+\delta(\omega+3)\right]$

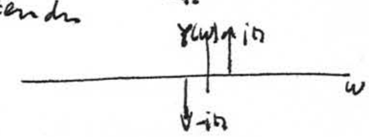
$4-3=1$
$4+3=7$

$$-j\frac{\pi}{2}\delta(\omega+1)+j\frac{\pi}{2}\delta(\omega-1)\cancel{-j\frac{\pi}{2}\delta(\omega+7)+j\frac{\pi}{2}\delta(\omega-7)}$$



H_2 iragazkiak $\omega=7$ frekuentzia kentzen du eta $\cdot 2$

$$Y(\omega) = -j\pi\,\delta(\omega+1)+j\pi\,\delta(\omega-1)$$



$\updownarrow \mathcal{F}^{-1}$

$$\boxed{y(t) = -\sin t}$$

PROBLEMA 2

$$h[n] = 0'5^n u[n] - 0'2^n u[n]$$

a) $$H(\Omega) = TF\{h[n]\} = \frac{1}{1-0'5e^{-j\Omega}} - \frac{1}{1-0'2e^{-j\Omega}}$$

$$a^n u[n] \xrightarrow{TF} \frac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$$
$|a|<1$

$$H(\Omega) = \frac{\cancel{1} - 0'2e^{-j\Omega} - \cancel{1} + 0'5e^{-j\Omega}}{(1-0'5e^{-j\Omega})(1-0'2e^{-j\Omega})}$$

$$\boxed{H(\Omega) = \frac{0'3\,e^{-j\Omega}}{(1-0'5e^{-j\Omega})(1-0'2e^{-j\Omega})}}$$

2 ptos

b) $$H(\Omega) = \frac{0'3\,e^{-j\Omega}}{1-0'2e^{-j\Omega}-0'5e^{-j\Omega}+0'1\,e^{-j2\Omega}}$$

$$H(\Omega) = \frac{0'3\,e^{-j\Omega}}{1-0'7e^{-j\Omega}+0'1e^{-j2\Omega}} = \frac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}$$

$$Y(\Omega)\left(1-0'7e^{-j\Omega}+0'1e^{-j2\Omega}\right) = X(\Omega)\,0'3e^{-j\Omega}$$

$$Y(\Omega) - 0'7e^{-j\Omega}Y(\Omega) + 0'1e^{-j2\Omega}Y(\Omega) = 0'3e^{-j\Omega}X(\Omega)$$

TF^{-1}

$$\boxed{y[n] - 0'7\,y[n-1] + 0'1\,y[n-2] = 0'3\,x[n-1]}$$

Es un IIR de orden 2

2 ptos

c)

a) $x_1[n] = A$

$$y_1[n] = A\,|H(\Omega)|_{\Omega=0} = \boxed{A\cdot\frac{3}{4}} = \boxed{0'75\,A}$$

1/ $$H(\Omega)\Big|_{\Omega=0} = \frac{0'3\,e^{0}}{1-0'7e^{0}+0'1e^{0}} = \frac{0'3}{1-0'7+0'1} = \frac{0'3}{0'4} = \frac{3}{4}$$

b) $x_2[n] = (-1)^n = e^{j\pi n}$

$$y_2[n] = (-1)^n \cdot H(\Omega)\Big|_{\Omega=\pi} = \boxed{\frac{-1}{6}(-1)^n}$$

1/ $$H(\Omega)\Big|_{\Omega=\pi} = \frac{0'3\,e^{-j\pi}}{1-0'7e^{-j\pi}+0'1e^{-j2\pi}} = \frac{-0'3}{1+0'7+0'1} = \frac{-0'3}{1'8}$$

$$H(\Omega)\Big|_{\Omega=\pi} = \frac{-3}{18} = \frac{-1}{6}$$

c) $x_3[n] = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{3}\right)$

$$y_3[n] = 2\,|H(\pi/2)|\cos\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{3}+\measuredangle H(\pi/2)\right)$$

$$H(\pi/2) = \frac{0'3\,e^{-j\pi/2}}{1-0'7e^{-j\pi/2}+0'1e^{-j\pi}} = \frac{0'3(-j)}{1-0'7(-j)+0'1(-1)}$$

1/ $$H(\pi/2) = \frac{-0'3j}{0'9+0'7j} = 0'2631\,\underline{|-2'232}\text{ rad.}$$

$-127'87^\circ$

$$y_3[n] = 0'5262\cos\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{3}-2'231\right)$$

$$\boxed{y_3[n] = 0'5262\cos\left(\frac{\pi}{2}n - \underset{-67'87^\circ}{1'1846}\right)}$$

d)

$$H_i(\omega) = \frac{1}{H(\omega)} = \frac{1 - 0'7e^{-j\omega} + 0'1e^{-j2\omega}}{0'3\,e^{-j\omega}} = \frac{Y_i(\omega)}{X_i(\omega)}$$

$$0'3\,e^{-j\omega}\,Y_i(\omega) = \left(1 - 0'7e^{-j\omega} + 0'1e^{-j2\omega}\right) X_i(\omega)$$

$$0'3\,y[n-1] = x[n] - 0'7\,x[n-1] + 0'1\,x[n-2]$$

3/

$\underline{n-1 = n'}$

$$0'3\,y[n'] = x[n'+1] - 0'7\,x[n'] + 0'1\,x[n'-1]$$

$\boxed{\text{No es causal}}$ La respuesta depende de valores futuros de la entrada