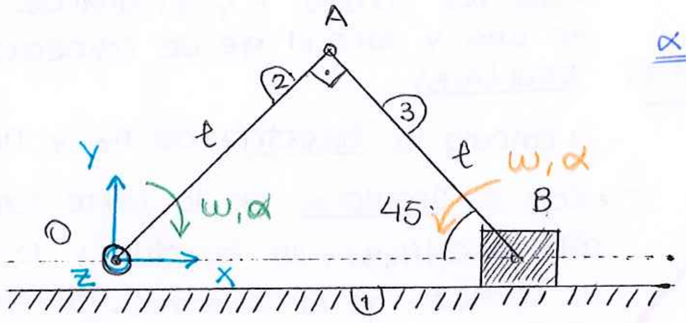
Problemas tema 2.

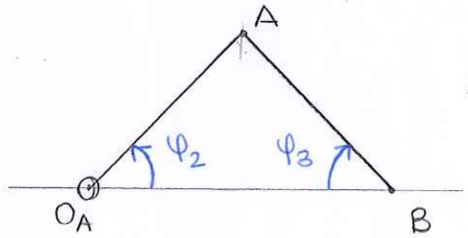
EJEMPLO DE APLICACIÓN 2.7

Sea el mecanismo biela-manivela, se pide para el elemento 3, en la posición indicada, lo siguiente:



$\underline{\alpha = \omega^2}$

1) Velocidad y aceleración angulares. (ω_3, α_3)



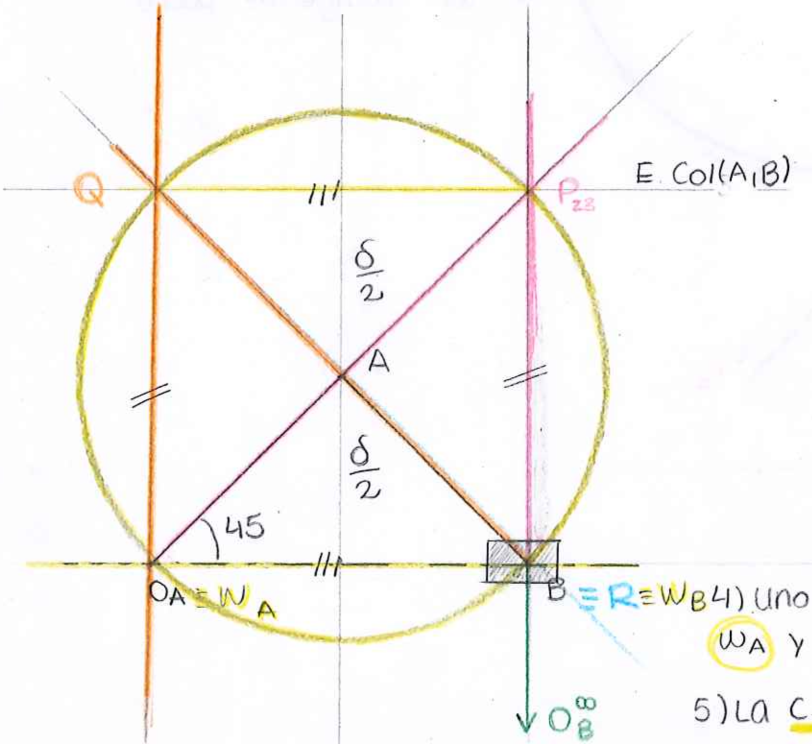
*Por geometría sabemos que $\boxed{\varphi_2 = -\varphi_3 \ (1)}$

*El enunciado nos dice que según nuestro sistema de referencia $\vec{\omega}_2 = -\omega\vec{k}$ por lo que teniendo en cuentra (1), $\boxed{\vec{\omega}_3 = \omega\vec{k}}$

Para calcular la aceleración angular sabemos que:

$$\bar{\alpha}_3 = \frac{d\bar{\omega}_3}{dt} = \frac{d\omega}{dt}\vec{k} = \alpha\vec{k} = \omega^2\vec{k} \ ; \ \boxed{\vec{\alpha}_3 = \omega^2\vec{k}}$$

2) Circunferencia de las inflexiones $(c.i_3)$



*B describe una trayectoria rectilínea, por lo que su centro de curvatura O_B se encuentra en el infinito ($\perp$ a V_B)

* 2ª CONSTRUCCIÓN

1) Donde se cortan $\overline{O_A A}$ y $\overline{O_B B}$ está el punto P_{23}

2) Donde se cortan $\overline{O_A O_B}$ y $\overline{AB}$ está el punto Q

3) Trazo una $\parallel$ a $\overline{QO_A}$ por P_{23} sacando el punto R donde corta a $\overline{QA}$

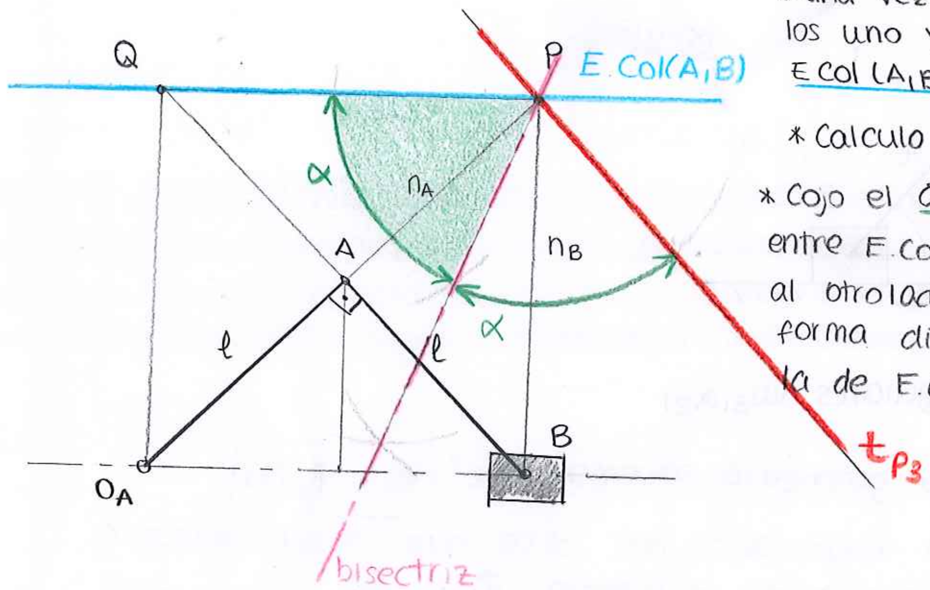
4) Uno Q y P_{23} y trazo una $\parallel$ por R, sacando ω_A y ω_B

5) La $\underline{C.i}$ pasa por P_{23}, ω_A y ω_B

3) ¿Qué puntos se pueden identificar a priori como pertenecientes a dicha circunferencia?

La circunferencia de las inflexiones es el lugar geométrico de los puntos cuya aceleración normal es cero, por tanto, sabemos que el punto O, por ser un punto fijo, y el punto B, por definir una trayectoria rectilínea pertenecerán a la circunferencia de las inflexiones.

4) Obtener la tangente polar mediante el teorema de Bobiller. Comprobar la coherencia del resultado. (t_{P_3})

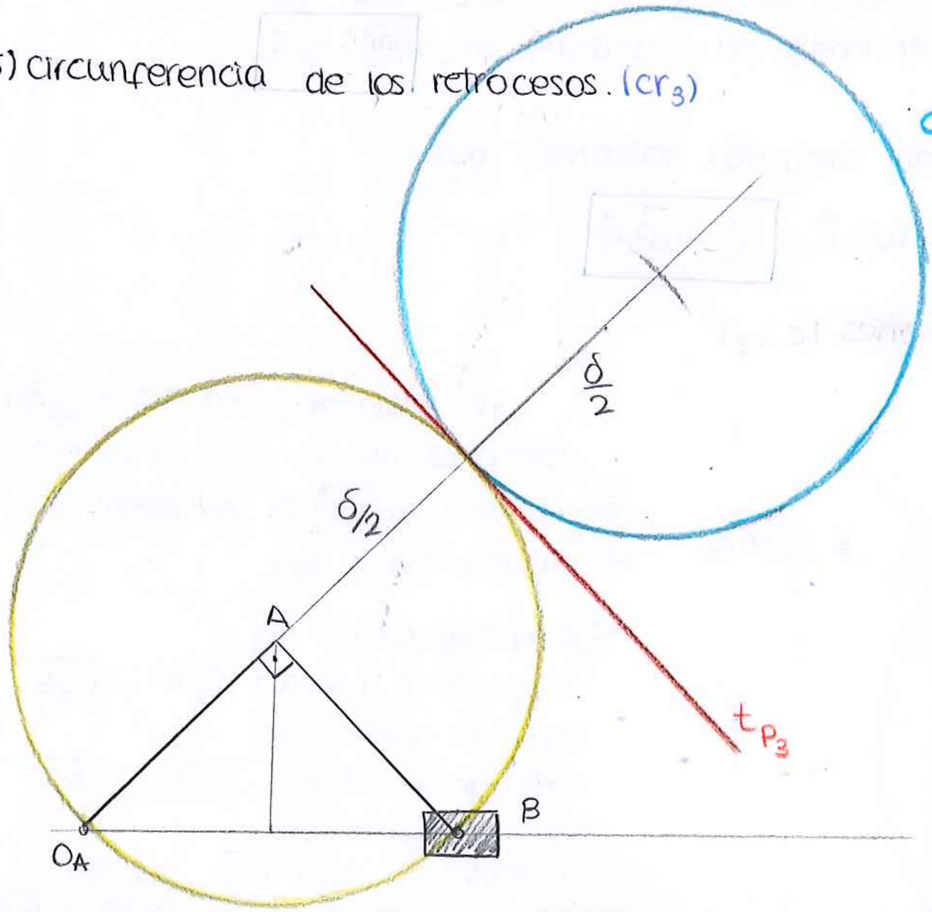


* Una vez conozco P y Q (obtenidos antes) los uno y saco el eje de colineación E.Col (A,B)

* Calculo la bisectriz de n_A y n_B

* Cojo el ángulo α de la parte sombreada entre E.Col(A,B) y la bisectriz y lo llevo al otro lado de la bisectriz. (De esta forma dicha bisectriz será también la de E.Col (A,B) y t_{P_3}

5) Circunferencia de los retrocesos. (cr_3)

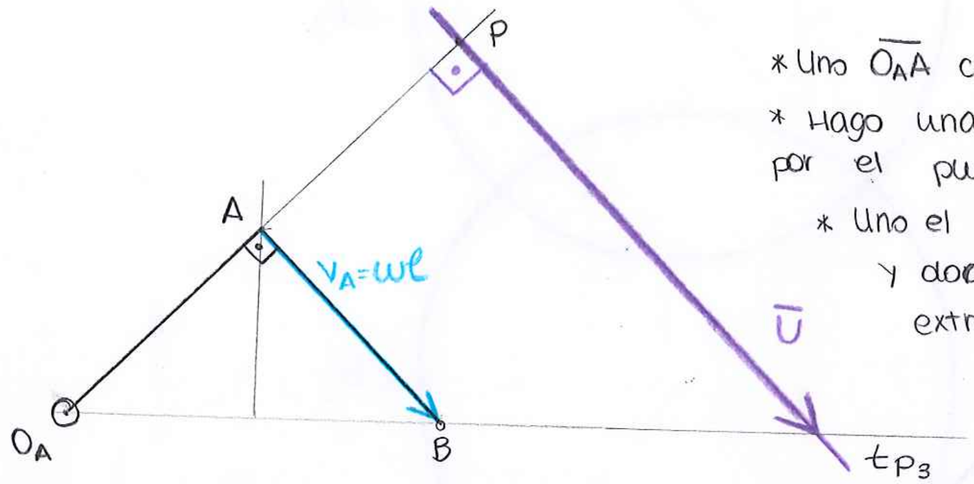


*La circunferencia de los retrocesos es simétrica a la de las inflexiones respecto a la tangente polar

6) Velocidad de sucesión

Sabemos que $\boxed{u = \delta . \omega}$ y en este caso δ (diámetro de c.i) vale: $\delta = 2\ell \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{u = 2\omega\ell}$

Para calcularlo gráficamente necesitamos conocer $V_A = \omega_2 . R$ y en este caso $\bar{V}_A = \omega \ell$, y aplicamos el teorema de Hartmann.

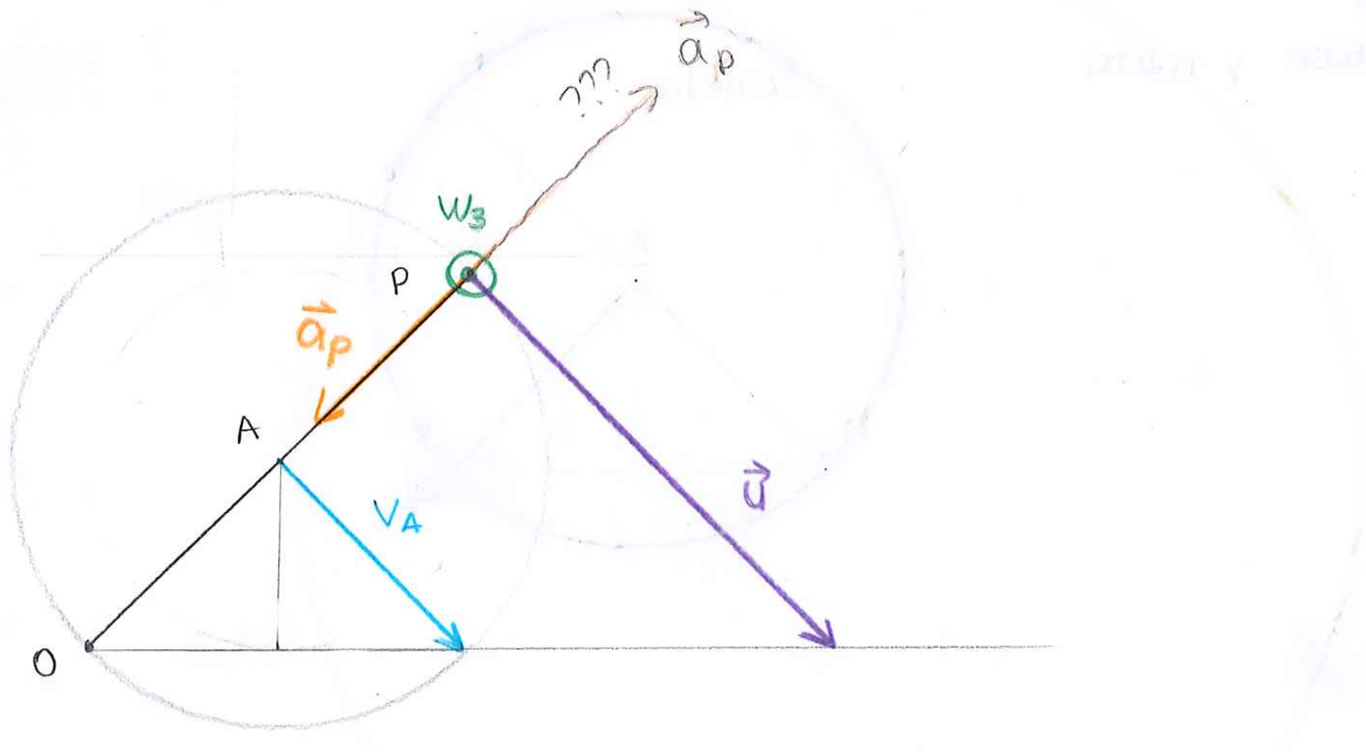


* Uno $\overline{O_A A}$ con el punto P
* Hago una ⊥ a la recta $\overline{O_A AP}$ por el punto P.
* Uno el extremo de $\bar{V}_A$ con O_A y donde corta a —— está el extremo de $\bar{u}$

(Normalmente obtendríamos $\bar{u}'$ y para sacar $\bar{u}$ tendríamos que proyectar sobre la t_P, pero en este caso $\bar{u}'$ está directamente sobre la tangente polar y por tanto, $\bar{u}' = \bar{u}$)

7) Aceleración del CIR.

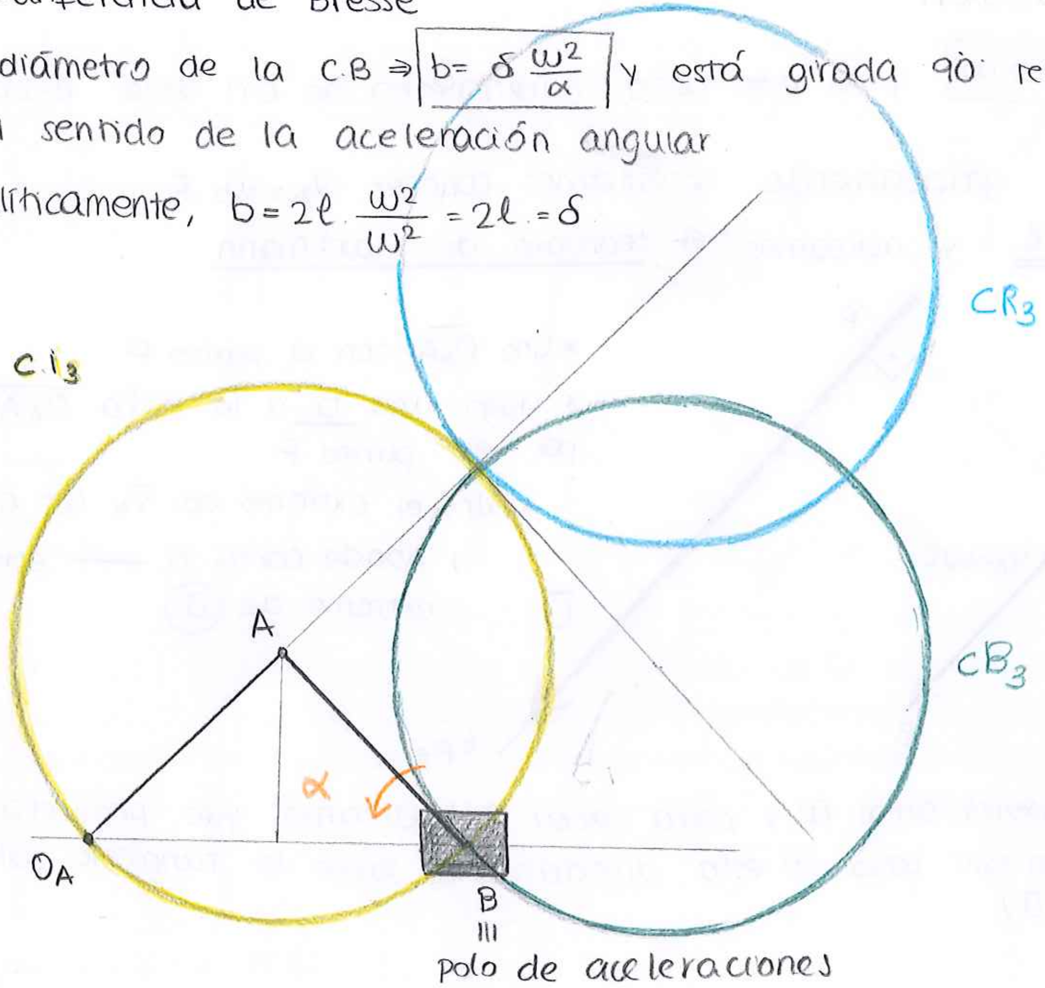
Analíticamente la aceleración del CIR se calcula $\boxed{\bar{a}_P = \bar{\omega}_3 \times \bar{u}}$ Gráficamente:
$\boxed{\bar{a}_P = \omega . u = 2\omega^2\ell}$



8) Circunferencia de Bresse

El diámetro de la C.B $\Rightarrow \boxed{b = \delta \frac{\omega^2}{\alpha}}$ y está girada 90° respecto a c.i en el sentido de la aceleración angular

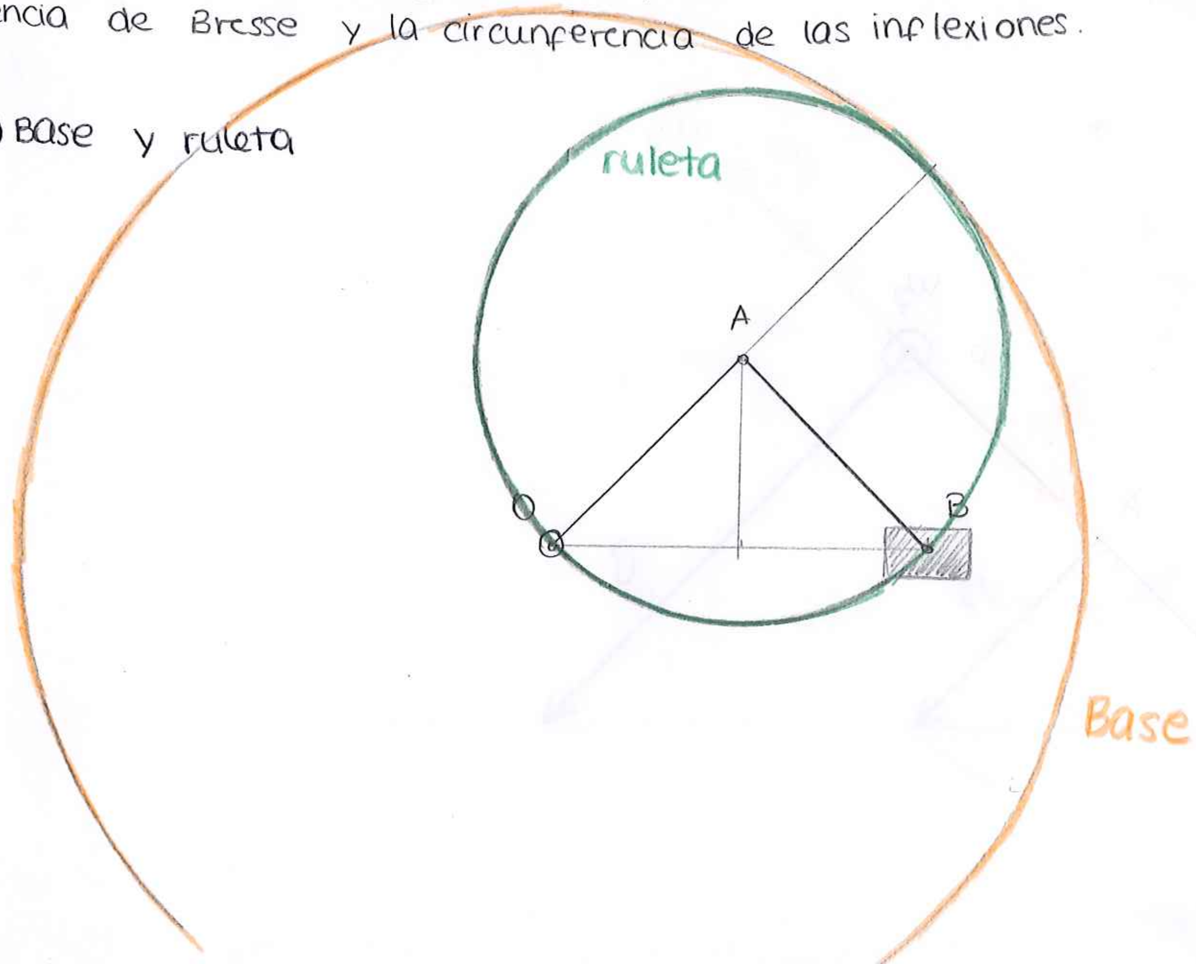
Analíticamente, $b = 2\ell \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2} = 2\ell = \delta$



9) Polo de aceleraciones

El polo de aceleraciones es el punto B, la intersección entre la circunferencia de Bresse y la circunferencia de las inflexiones.

10) Base y ruleta

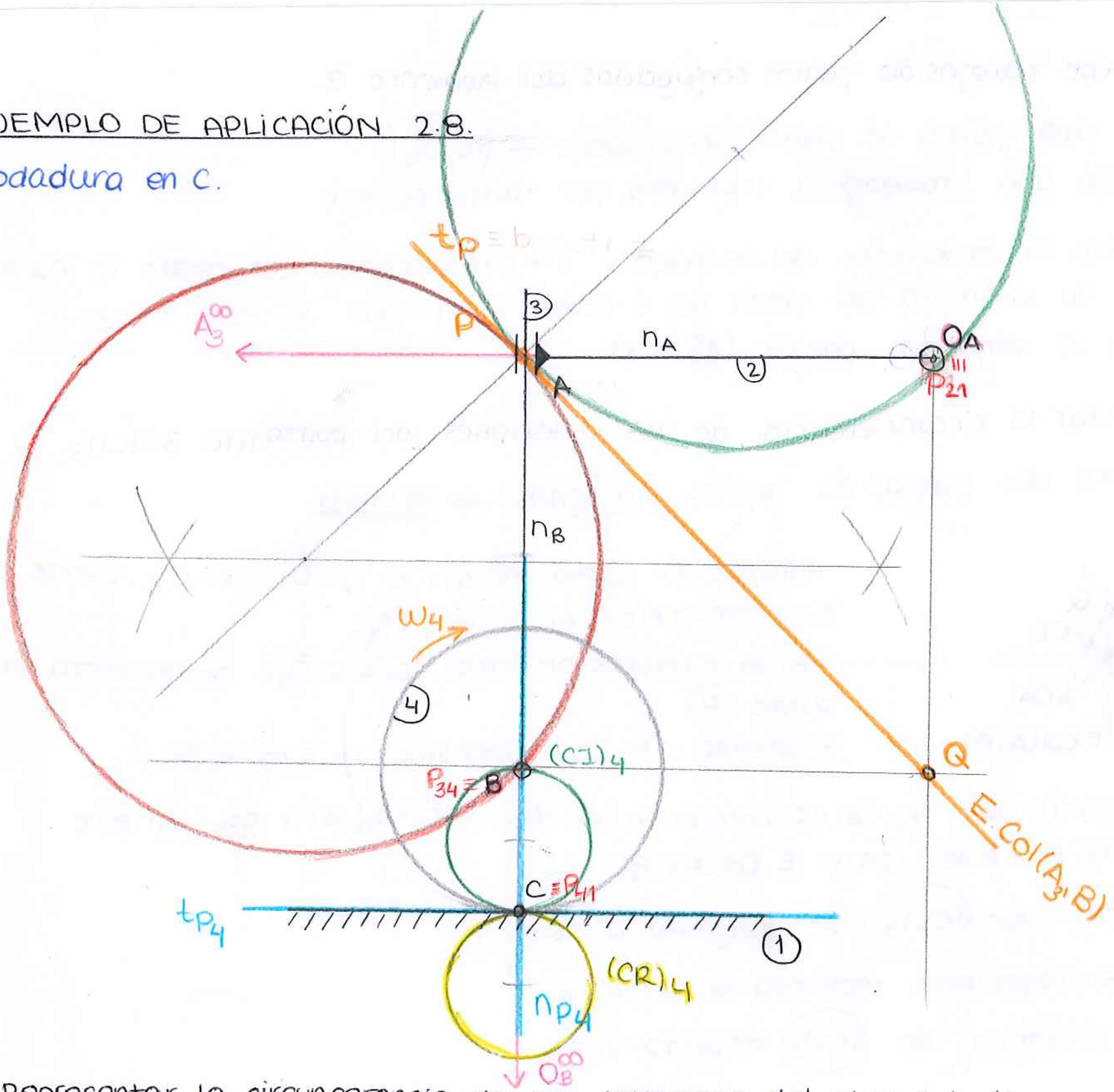


10) Obtener la circunferencia de las inflexiones en cualquier posición del plano.

La circunferencia de las inflexiones coincide permanentemente con la ruleta.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 2.8.

Rodadura en C.



1) Representar la circunferencia de los retrocesos del elemento 4. $(CR)_4$

Método analítico.

$$r_0^* = \overrightarrow{O_0 P} = \infty$$

$$r_1^* = \overline{PO_1} = \overline{P_{41}B} = R$$

$$\frac{1}{\delta^*} = \frac{1}{r_0^*} + \frac{1}{r_1^*} = 0 + \frac{1}{R} \Rightarrow \boxed{\delta^* = R}$$

Método gráfico:

* $P_{41} \in CI_4$
* CI_4 es tangente a la t_p^4 en P_{41}
* $B \equiv$ trayectoria recta $\Rightarrow B \in Ci$

$\Bigg\}$ $CI_4 \Rightarrow$ simétrica respecto a $t_p \Rightarrow CR_4$

2) Indicar dos parejas de puntos conjugados del elemento 3

Tenemos una pareja de puntos conjugados $\rightarrow$ (B, O_B^{∞})

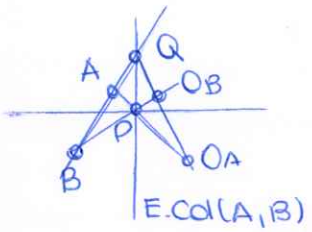
$*$ B tiene una trayectoria rectilinea, por tanto $O_B \rightarrow \infty$

Conocemos la envolvente del elemento 3 $\Rightarrow$ circunferencia con centro en $O_A \Rightarrow$ $\Rightarrow$ centro de curvatura del perfil de 3 (recto) por lo que A_3 está en el ∞

Tenemos la segunda pareja: (A_3^{∞}, O_A)

3) Representar la circunferencia de las inflexiones del elemento 3 $(CI)_3$

Conocemos dos parejas de puntos conjugados $\Rightarrow$ Bobillier



1) Unimos el punto A_3^{∞} con B y O_A con O_B, siendo su intersección el punto Q

2) En la intersección ente $\overline{O_A A}$ y $\overline{O_B B}$ se encuentra el punto P

3) Uniendo P y Q obtenemos el E.Col (A_3, B)

4) La bisectriz de n_{A_3}, n_B es común a la del E.Col(A_3, B) y t_{P_3}; en este caso, la t_P coincide con el E.Col(A_3, B).

$*$ Sabemos que $(CI)_3$ es tangente a t_P^3 en P

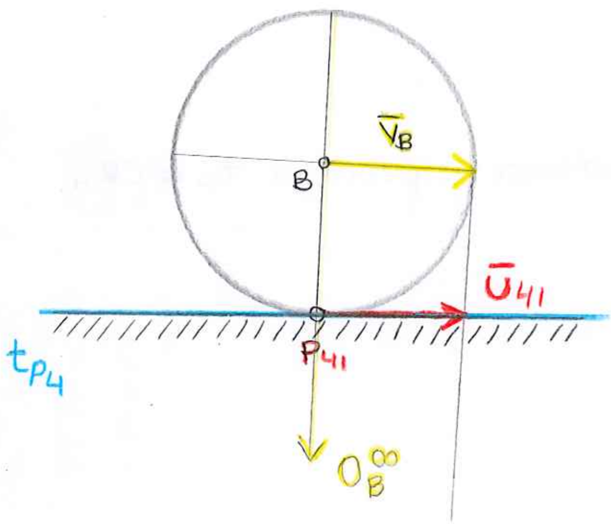
$*$ B tiene trayectoria rectilinea $\Rightarrow$ $B \in (CI)_3$

$*$ $(CR)_3$ simétrica de $(CI)_3$ respecto a t_{P_3}

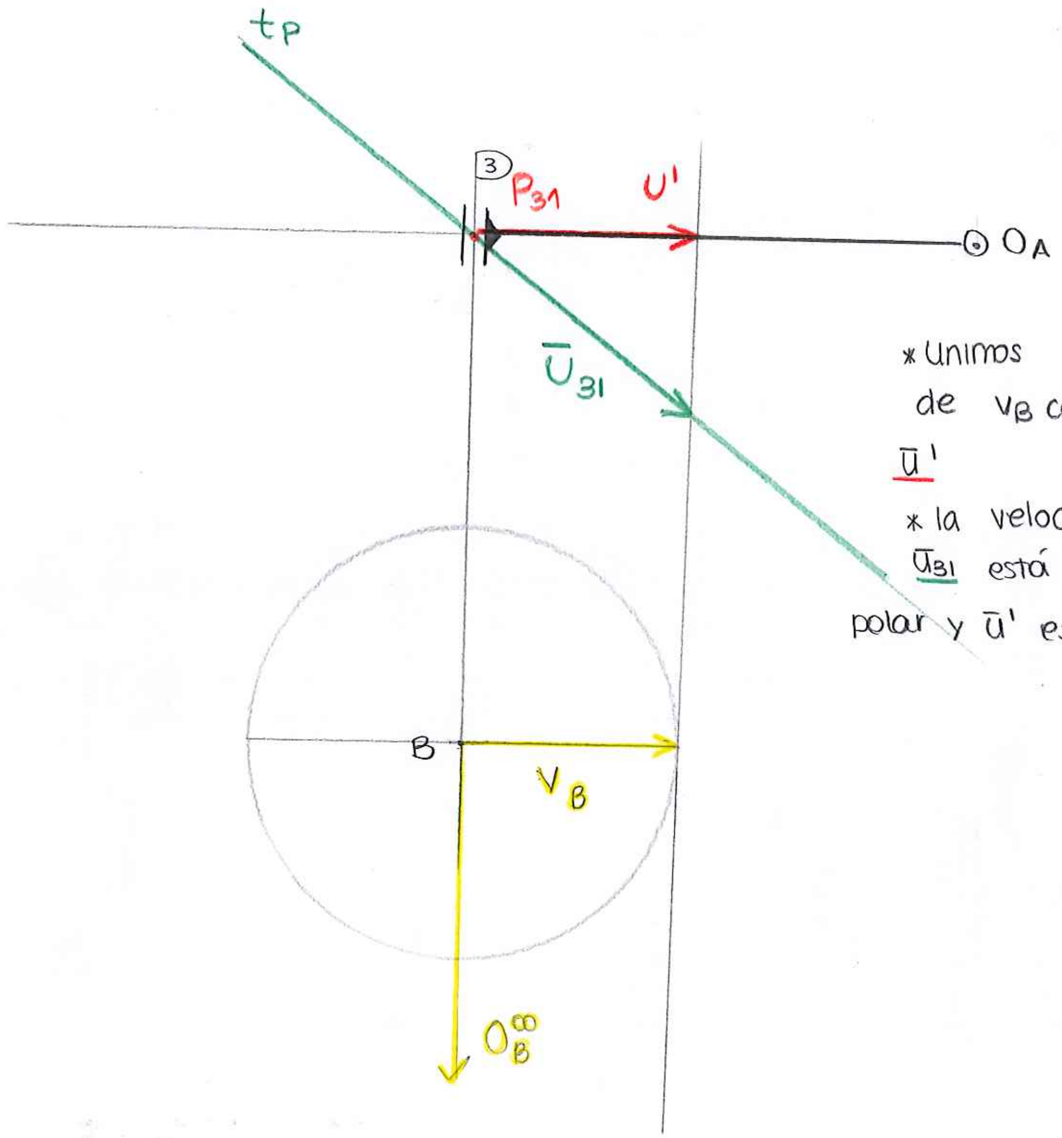
4) Tomando $\omega_4 = 1$ rad/s, repesentar la velocidad de sucesión del polo P_{41} y del polo P_{31}.

$V_B = \omega_4 \cdot R \Rightarrow V_B = R$ m/s

$*$ Aplicando Hartmann $\Rightarrow$ uniendo el extremo de $\bar{V}_B$ con O_B^{∞} obtenemos $\bar{u}'$ que al estar sobre la normal es directamente $\bar{u}$

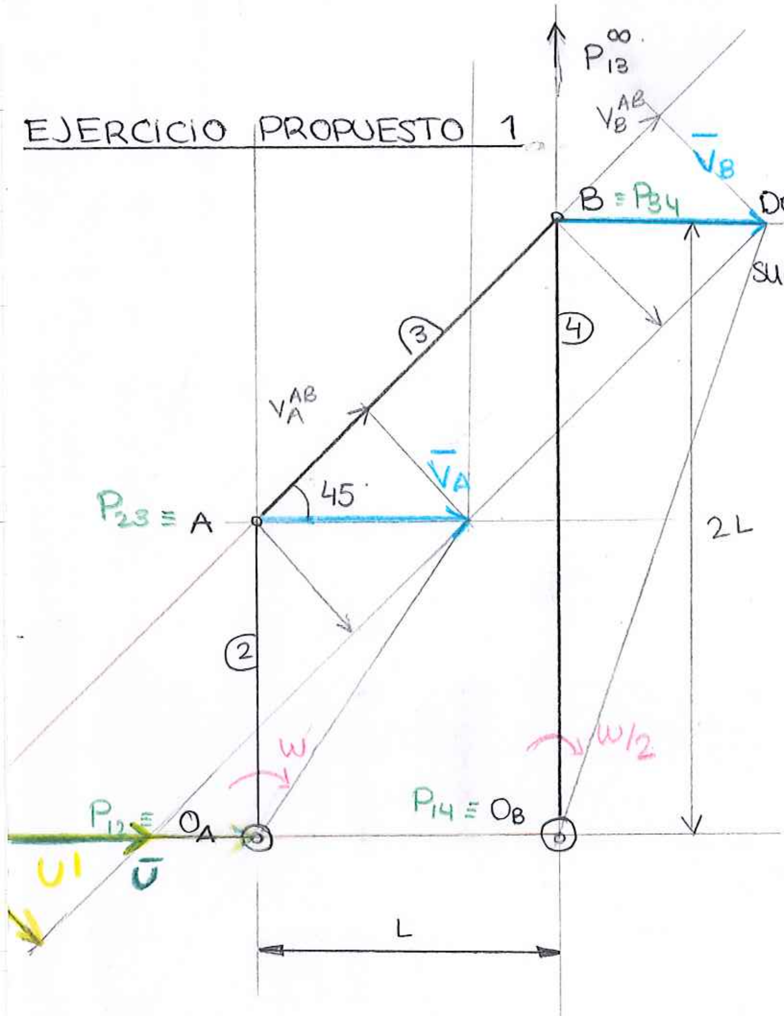


Hacemos lo mismo con el polo P_{31}



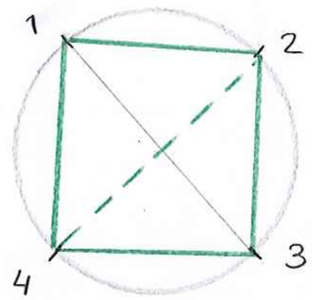
* Unimos el extremo de v_B con O_B^{∞} obteniendo $\bar{u}'$
* la velocidad de sucesión $\bar{u}_{31}$ está sobre la tangente polar y $\bar{u}'$ es su proyección.

EJERCICIO PROPUESTO 1



Determinar la velocidad del polo de sucesión P_{24}. (u_{24})

* Buscamos el polo P_{24}, Para eso atilizamos el diagrama del circulo.



P_{24} esta en la intersección de $\overline{P_{12}P_{14}}$ y $\overline{P_{23}P_{34}}$

segun el teorema de las velocidades proyectadas, la proyección de $\bar{V}_A$ sobre la recta AB y la proyección de $\bar{V}_B$ sobre la recta es la misma y como sabemos la dirección de la velocida $\bar{V}_B$ podemos obtenerla sabiendo de V_B^{AB} es su proyección

En este instante concreto, el elemento 3 está en traslación pura y por tanto $\omega_3 = 0$. Tambien sabemos que $\omega_4 = \frac{\omega_2}{2} = \frac{\omega}{2}$

Las proyecciones de las velocidades de P_{34}, P_{23} y P_{24} sobre la normal a $\overline{P_{34}P_{23}P_{24}}$ están alineadas,. así obtenemos u'

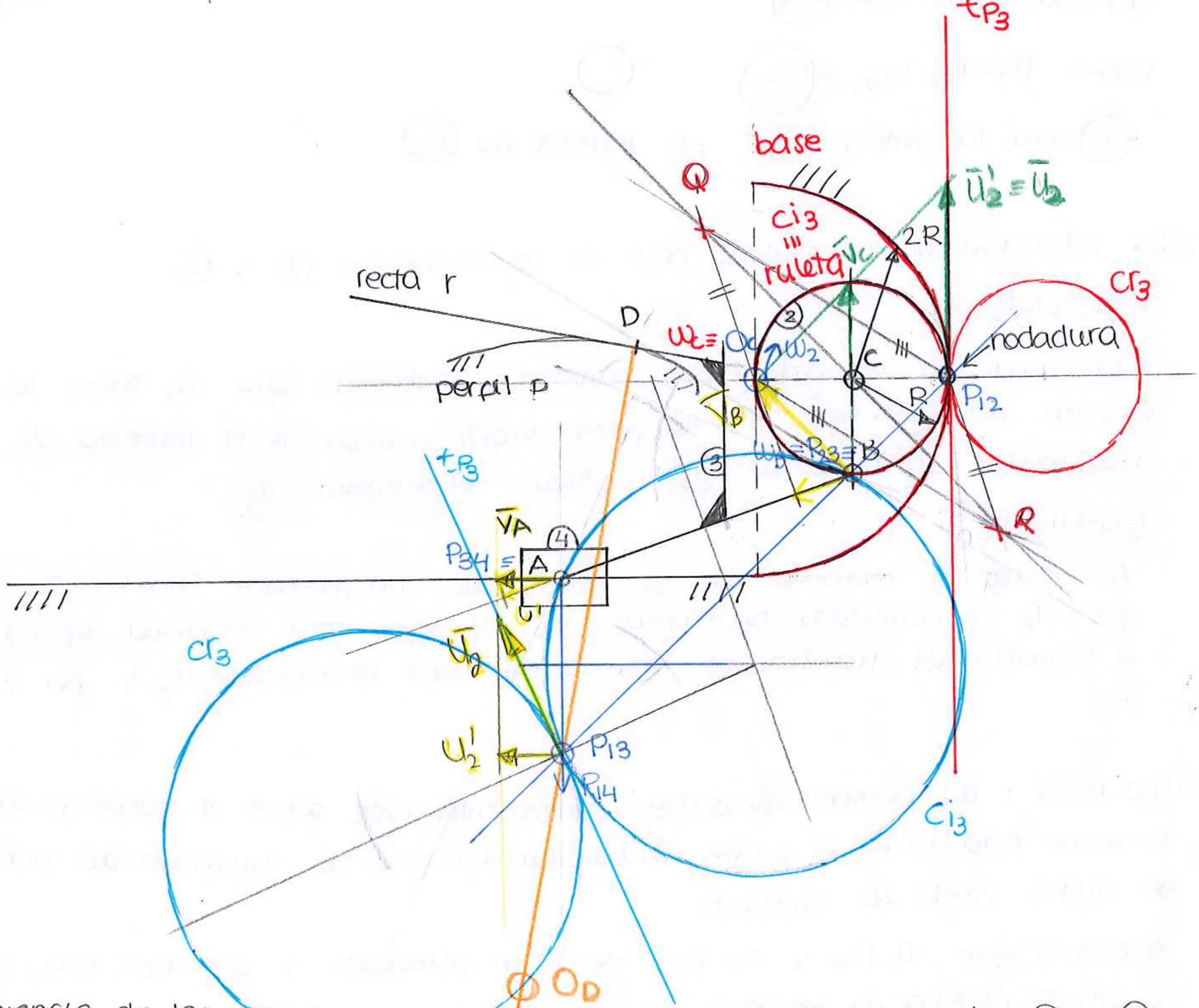
Las proyeccione de las velocidades de P_{14}, P_{12} y P_{24} sobre la normal a $\overline{P_{12}P_{24}P_{14}}$ están alineadas, así obtenemos $u''=0$.

sabiendo que u' es la proyección de $\bar{u}$, obtenemos esta última.

$$\boxed{u = \omega . L}$$

EJERCICIO PROPUESTO 3

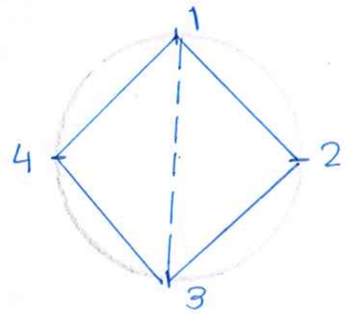
$\omega_2 = 1 \frac{rad}{s}$ (sentido horario)



1) Circunferencia de las inflexiones y de los retrocesos de los elementos 2 y 3

Necesitamos hallar los polos P_{12} y P_{13}

El P_{12} ya lo conocemos, es un polo primario. Para obtener el P_{13} aplicamos el diagrama del círculo.



ELEMENTO 2

La base y la ruleta del elemento 2 se reconocen a simple vista, y la tangente común es la t_{P_3}

Sabemos que el centro de curvatura de C es O_c, aplicamos la 1ª construcción

La $c.r_3$ es la simétrica a Ci_3 respecto de t_{P_3}.

ELEMENTO 3

Ya que el centro de curvatura de A está en el infinito, podemos decir que directamente $A \in ci_3$

Como $B_2 = B_3$, $\omega_{B_2} \equiv \omega_{B_2}$

cr_3 será la simétrica a ci_3 respecto de P_{13}

2) La velocidad de cambio de polo de los elementos ② y ③.

ELEMENTO 2

Conociendo la velocidad del punto C y sabiendo que $\bar{u}_3$ tiene la misma dirección que tP_2, en primer lugar aplicamos el teorema de Hartmann para hallar u'_2 y luego obtenemos $\bar{u}_2$

ELEMENTO 3

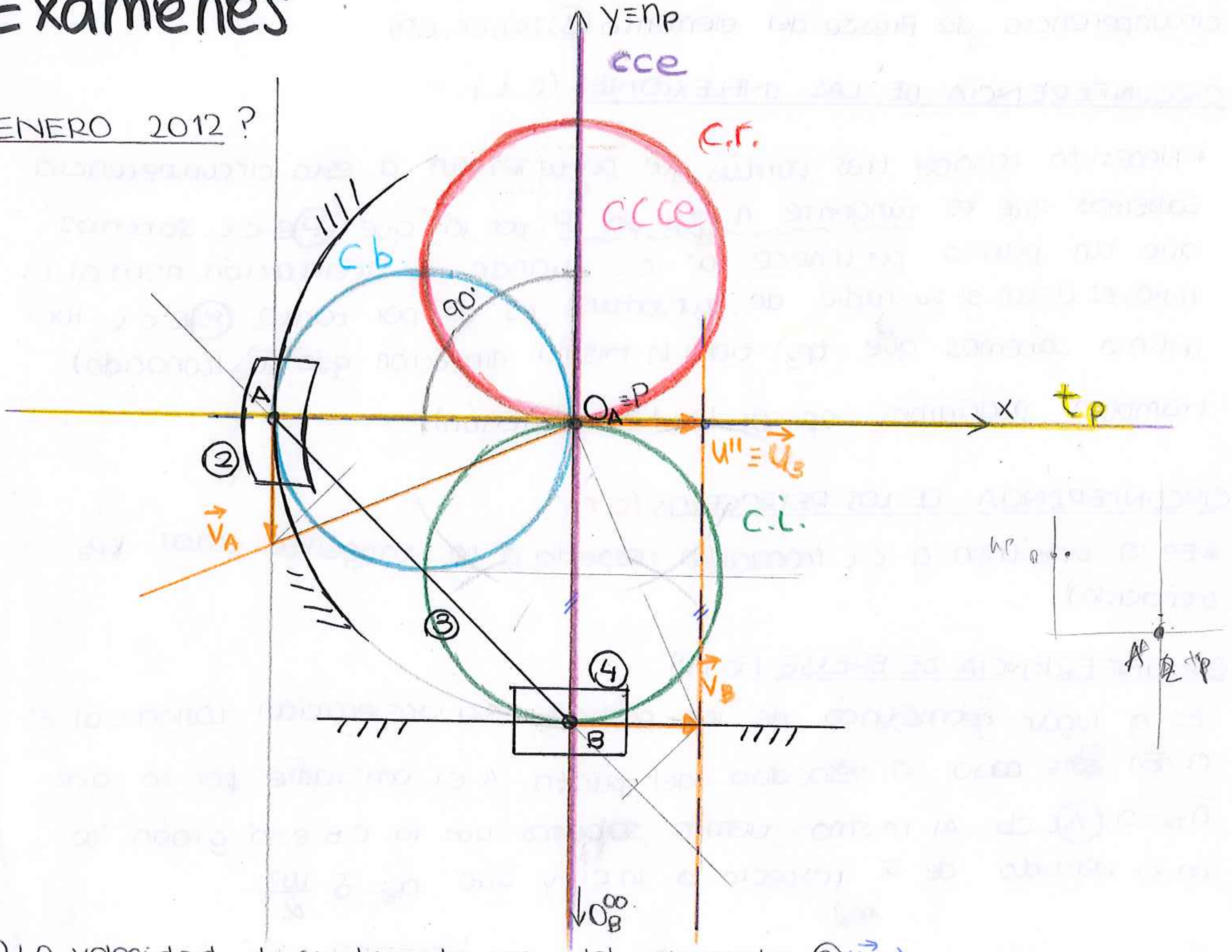
Aplicando el teorema de las velocidades proyectadas (partimos de que $\bar{V}_B$ es conocida), hallamos $\bar{V}_A$. Y sobre esta velocidad aplicamos el teorema de Hartmann, gracias al cual obtenemos $\bar{u}'_3$ y por último $\bar{u}_3$

3) La recta r del elemento ③ desliza permanentemente sobre el perfil p, contactándo en dicho instante en el punto D. Calcular el centro de curvatura del perfil p en dicho punto de contacto.

Sabemos que D, P_{13} y O_D han de estar alineados y que $O_D \in c.i_3$, ya podemos obtener la posición de O_D

Exámenes

ENERO 2012 ?



1) La velocidad de cambio de polo del elemento ③ ($\vec{u}_3$)

Para calcular la velocidad de cambio de polo del elemento ③ aplicamos el teorema de Hartmann a los puntos A y B (conocemos la dirección de la velocidad en ambos puntos y forman parte del elemento 3)

Lo primero que tengo que hacer es suponer la velocidad del punto B $\vec{V}_B$,* para poder aplicar el teorema

1) Uno O_A con el extremo de $\bar{V}_A$ y O_B^∞ con el extremo de $\vec{V}_B$

2) Trazamos una recta paralela a $\vec{V}_A$ por P hasta que corte $\overline{O_A V_A}$ $(u'=0)$ y otra paralela a $\bar{V}_B$ hasta que corte $\overline{O_B^\infty V_B} \Rightarrow u''$

3) Trazamos paralelas a $\overline{O_B B}$ por el extremo de u'' y a $\overline{O_A A}$ por el extremo de u'. Uniendo P con el punto en el que se cortan dichas rectas $\Rightarrow \bar{u}_3$ (en este caso $\bar{u}'' = \bar{u}_3$).

(Para relacionar $\bar{V}_A$ y $\bar{V}_B$: si dos puntos pertenecen a la misma barra, su proyección sobre esta mide lo mismo)*

2) Circunferencia de las inflexiones, circunferencia de los retrocesos y circunferencia de Bresse del elemento 3 (ci, cr, cb)

CIRCUNFERENCIA DE LAS INFLEXIONES (c.i.)

* Necesito conocer tres puntos que pertenezcan a esta circunferencia. Sabemos que es tangente a t_P por P, por lo que $P \in$ c.i. Sabemos que un punto pertenece a c.i cuando su aceleración normal es nula, es decir, si su radio de curvatura es ∞, por tanto, $B \in$ c.i. Por último sabemos que t_{P_3} tiene la misma dirección que $\vec{u}_3$ (conocida).
(también podríamos aplicar la 1 construcción).

CIRCUNFERENCIA DE LOS RETROCESOS (c.r)

* Es la simétrica a c.i (conocida) respecto a la tangente polar t_{P_3} (conocida).

CIRCUNFERENCIA DE BRESSE (c.b)

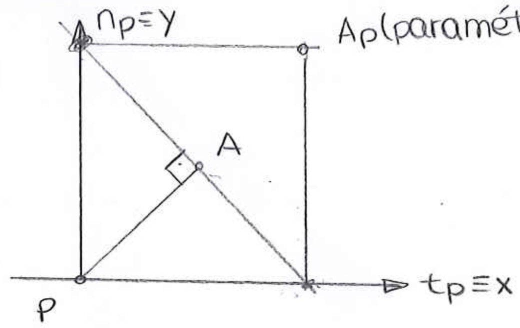
Es el lugar geométrico de los puntos cuya aceleración tangencial es 0. En este caso la velocidad del punto A es constante, por lo que $\vec{a}_{TA}=0$, $A \in cb$. Al mismo tiempo sabemos que la C.B está girada 90 en el sentido de $\vec{\alpha}$ respecto a la ci y que $d_B = \delta \frac{\omega^2}{\alpha}$

3) La c.c.e y c.c.c.e del elemento 3. (cce, ccce)

* Los puntos A y B pertenecen al elemento 3
El punto B describe una trayectoria rectilínea, lo que implica que $\rho=\infty$.
curvatura: $\frac{1}{\rho}=\frac{1}{\infty}=0=cte \rightarrow$ $B \in$ c.c.e
$O_B^\infty \in$ c.c.c.e

El punto A describe una circunferencia de radio de curvatura $\rho = L$,
curvatura $= \frac{1}{\rho}=\frac{1}{L}=cte \rightarrow$ $A \in$ c.c.e
$O_A \in$ c.c.c.e

c.c.e

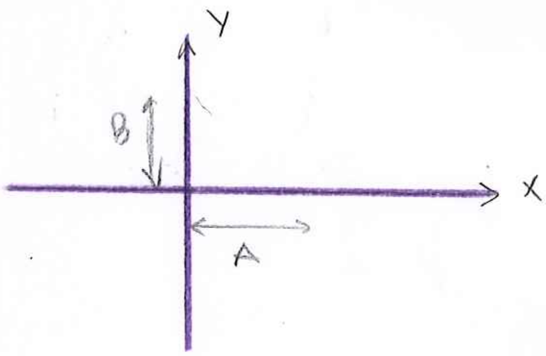


Realizamos la misma construcción con B

En este caso, A y B están en los ejes, por tanto, A_p^{∞} y B_p^{∞}.

Al unir A_p y B_p para formar la recta en paramétricas, está en el ∞, por lo que corta a los ejes en el infinito.

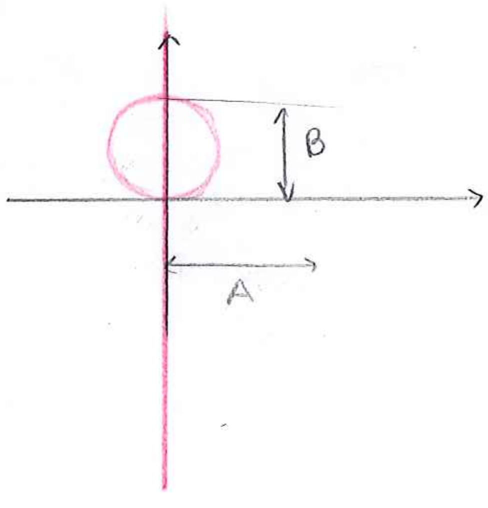
$$A=\infty;\ B=\infty \rightarrow A=0:\ \frac{1}{A}=\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{B\,\text{sen}\theta}\right)\cos\theta=0 \begin{cases}\cos\theta=0\\ r=\underset{\infty}{\underset{\shortparallel}{B}}\,\text{sen}\theta=\infty\end{cases}$$



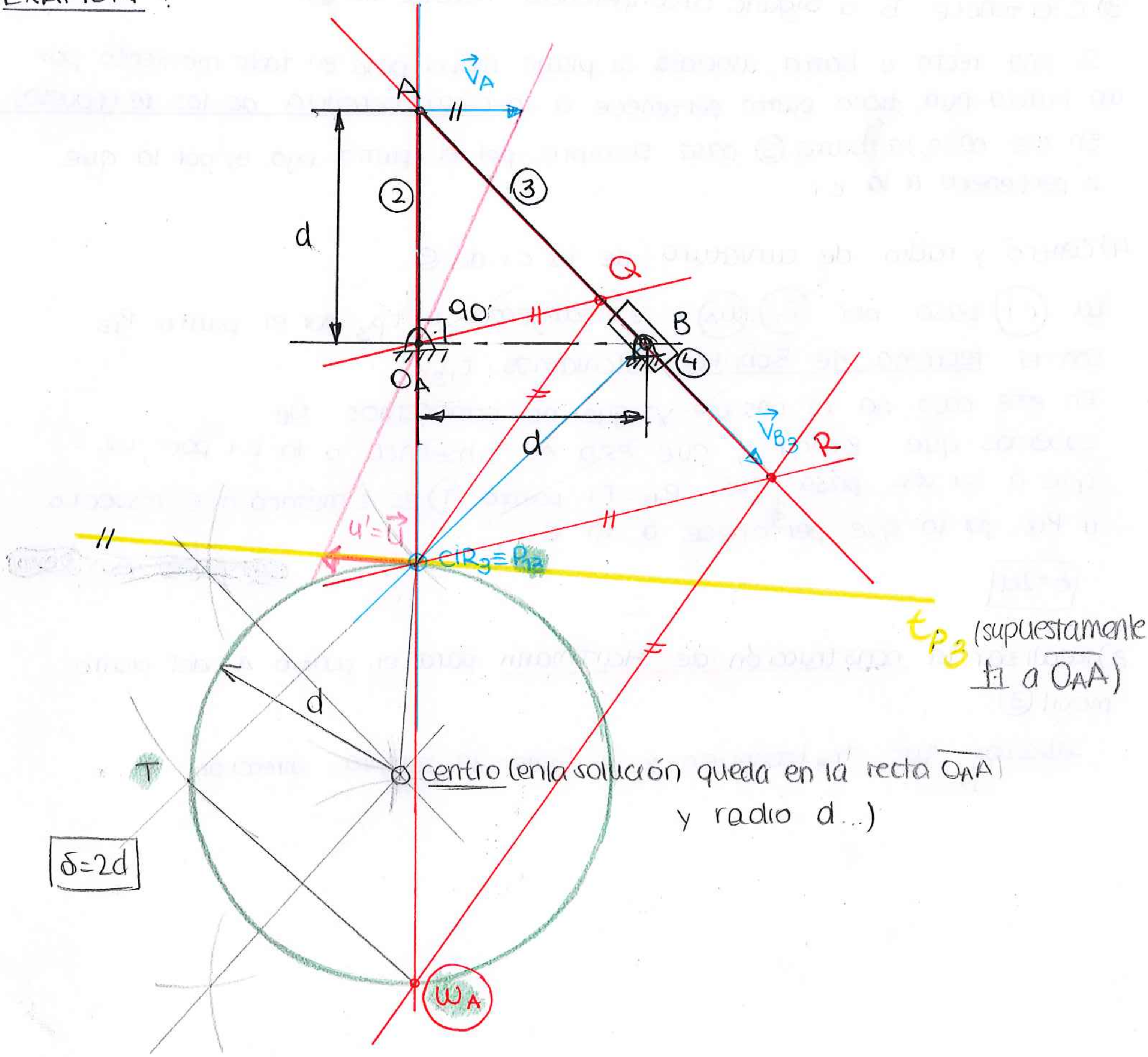
c.c.c.e

la recta nunca corta al eje x

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{A\cos\bar\theta}+\frac{1}{\bar B\,\text{sen}\bar\theta}\begin{cases}\overset{\uparrow}{A}=\infty \text{ (lo mismo que en la c.c.e)}\\[2mm] \frac{1}{\bar B}=\frac{1}{B}-\frac{1}{\delta}=\frac{1}{\infty}-\frac{1}{\underbrace{-L}_{\text{diámetro de } C.I_3}}=\frac{1}{L}\Rightarrow \bar B=L \text{ (circunferencia de } \phi=L)\end{cases}$$



EXAMEN ?



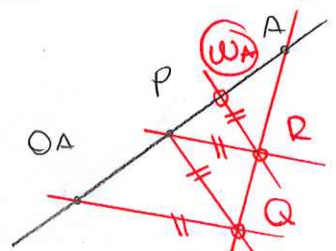
1) CIR del elemento ③ (CIR_3)

Trazo perpendicularmente a $\vec V_A$ y $\vec V_B$ y donde se cortan se encuentra el CIR_3. La dirección de $\bar V_A$ es conocida, pero no $\bar V_B$

$\bar V_{B3} = \underbrace{\vec V_{B4}}_{0} + \underbrace{\vec \omega_4 \times \vec{B_4B_3}}_{0} + \vec V_{Brel}$ (si me subo en ④ lo veo en esta dirección) 45 $\bar V_B$

2) A partir de los puntos conjugados (A, O_A) obténgase un punto W_A de la circunferencia de las inflexiones del elemento ③.

Para calcular W_A empleamos la 1 construcción



3) ¿Pertenece B a alguna circunferencia notable de ③?

Si una recta o barra, asociada al plano móvil, pasa en todo momento por un punto fijo, dicho punto pertenece a la circunferencia de los retrocesos

En ese caso, la barra ③ pasa siempre por el punto fijo B, por lo que B pertenece a la c.r.

4) Centro y radio de curvatura de la c.i. de ③.

La c.i pasa por P_{12}, ω_A y es tangente a t_{P_3} por el punto P_{13}

Con el teorema de Bobillier calculamos t_{P_3}

En este caso no es posible, ya que no conocemos O_B.

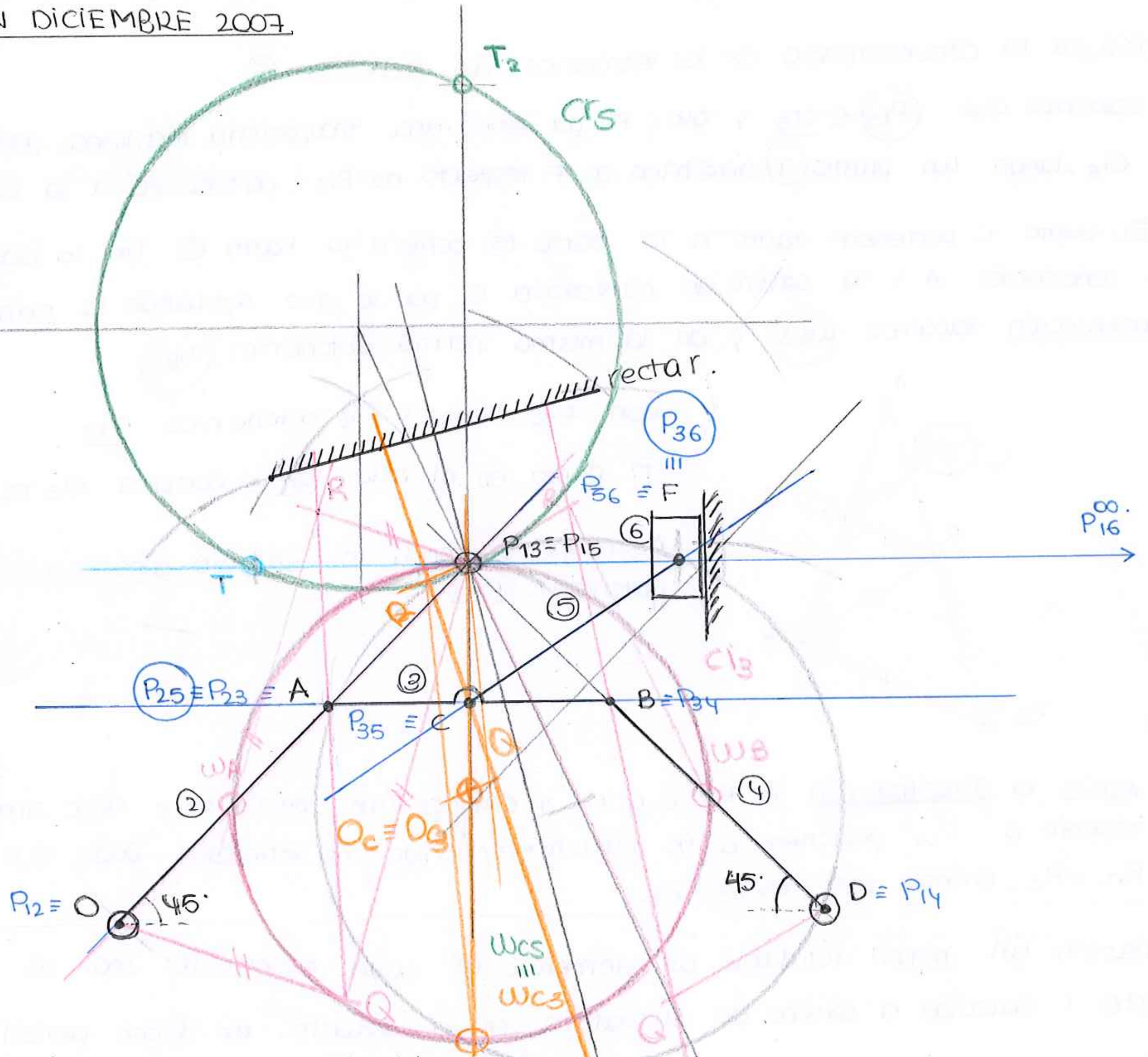
sabemos que $B \in c.r$ y que esta es simétrica a la c.i por t_{P_3} que a su vez pasa por P_{12}. El punto T es simétrico a B respecto a P_{13}, por lo que pertenece a la c.i.

$\boxed{\delta = 2d}$

3) Realizar la construcción de Hartmann para el punto A del plano móvil ③.

sabemos que t_{P_3} (conocida y $\bar{u}$ tienen la misma dirección

EXAMEN DICIEMBRE 2007



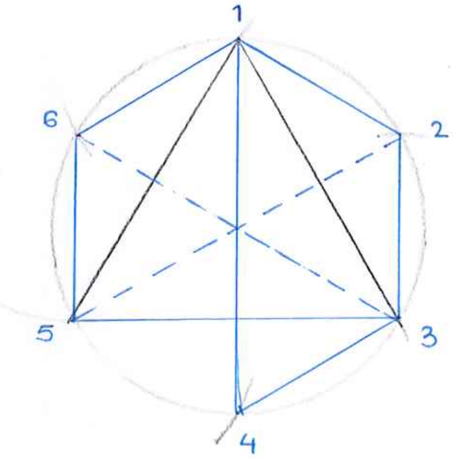
1) Número de grados de libertad del mecanismo

GRÜBLER → $G = 3(N-1) - 2P_1 - P_{11}$

$\left.\begin{matrix} N = 6 \\ P_1 = 7 \end{matrix}\right\}$ $G = 3(6-1) - 2\cdot 7 = 15 - 14 = 1$

2) Determinar la posición de los polos relativos P_{25} y P_{63}.

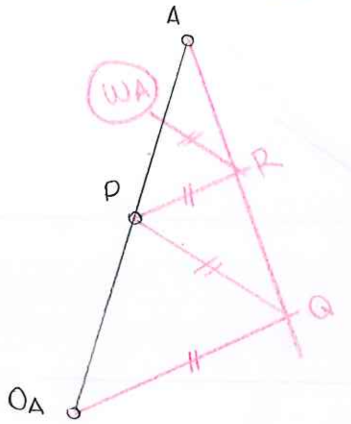
Obtenemos los polos primarios y aplicamos el diagrama del círculo.



3) Dibujar la circunferencia de los retrocesos del elemento ⑤

sabemos que $P_{15} \in cr_5$ y que F por tener una trayectoria rectilinea, pertenece a ci_5, luego un punto T simétrico a F respecto de P_{15}, pertenecerá a la $c.r_5$.

El punto C pertenece tanto a la barra ⑤ como a la barra ③. De la barra ③ conocemos A y su centro de curvatura O, por lo que aplicando la primera construcción sacamos ω_{A3} y de la misma forma obtenemos ω_{B3}



con ω_{A3}, ω_{B3} y P_{13} obtenemos ci_3

El punto en el que $\overline{C_3 P_{13}}$ corta a ci_3 es ω_{C3}.

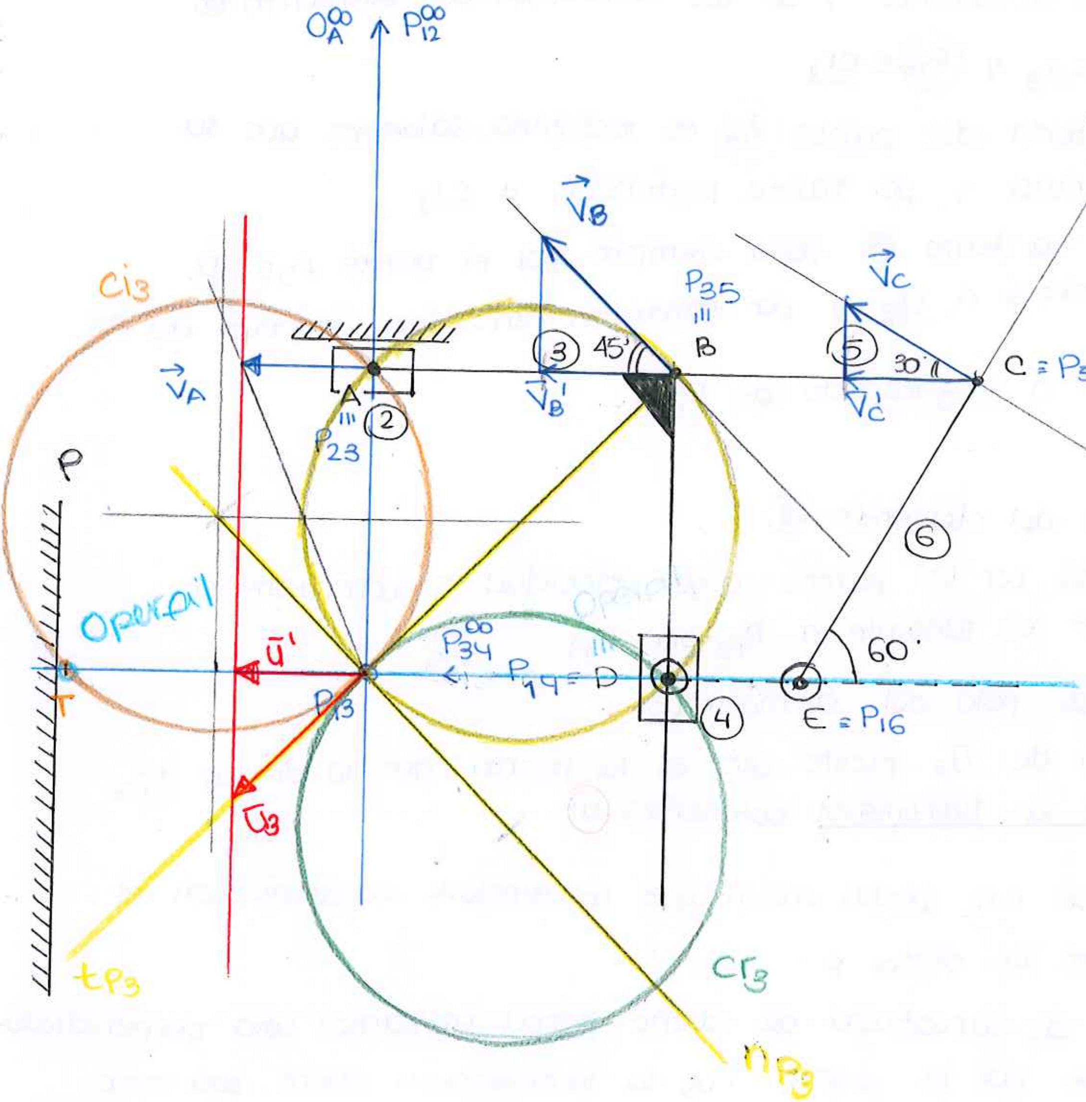
Aplicando de nuevo la primera construcción obtenemos O_{C3}

Aplico la 1ª costrucción a P_{15}, C y O_C y obtengo un punto ω_{C5} cuyo simétrico respecto a P_{15} pertenece a la circunferencia de los retrocesos. Dado que $P_{15} \equiv P_{13}$, en este caso $\omega_{C5} \equiv \omega_{C3}$.

4) Definir un perfil solidario al elemento ⑤ cuya envolvente sea la recta r. Calcular el centro de curvatura en el contacto de dicho perfil.

Para sacar el pto A, por P ⊥ a la recta hasta donde corte a C.I. Ese punto es el punto A.

EXAMEN. DICIEMBRE 2008

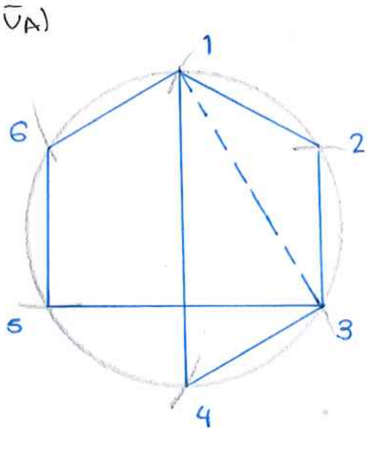


1) Número de grados de libertad del mecanismo.

GRÜBLER → $G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II}$

$N = 6$.
$P_I = 7$ } $\boxed{G = 3(6-1) - 2.7 = 15 - 14 = 1}$

2) Velocidades de las articulaciones móviles B y C. (Indicar su módulo en función de $\bar{v}_A$)



A partir del diagrama del círculo y los polos primarios obtenemos el polo P_{13}

El punto $P \in (3)$, luego con P_{13} y $\bar{v}_A$ podemos obtener $\bar{v}_B$.

$$\boxed{V_B = V_A \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot V_A}$$

$$\boxed{V_C = V_A \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}}$$

3) Circunferencia de las inflexiones y de los retrocesos del elemento 3.

conocemos el $P_{13} \in c.i_3$ y $P_{13} \in cr_3$

Dado que la trayectoria del punto A_3 es rectilinea, sabemos que su aceleración normal es nula y por tanto, pertenece a $c.i_3$

Por ultimo dado que la barra 3 pasa siempre por el punto fijo D, sabemos que este pertenece a cr_3 y por tanto, su simétrico respecto de P_{13}, $T \in c.i_3$

La $c.r_3$ es simétrica a $c.i_3$ respecto de P_{13}

4) Circunferencia de Bresse del elemento 3

Sabemos que CB pasa por los puntos cuya velocidad es constante, en este caso por A. y que es tangente a n_{P_3} por P_{13}

5) Velocidad de cambio de polo del elemento 3.

Sabemos la dirección de $\bar{u}_3$ puesto que es la misma que la de la t_{P_3}.
Aplicando el teorema de Hartmann obtenemos u'

6) Centro de curvatura de un perfil móvil que moviéndose solidario con el elemento 3 deslice sobre la pista p.

Para hallar el centro de curvatura de dicho perfil, trazamos una perpendicular a la pista p que pase por el punto P_{13}, la intersección entre esa recta y la $c.i_3$ será el centro O_{perfil}

2) La tangente polar el elemento ③

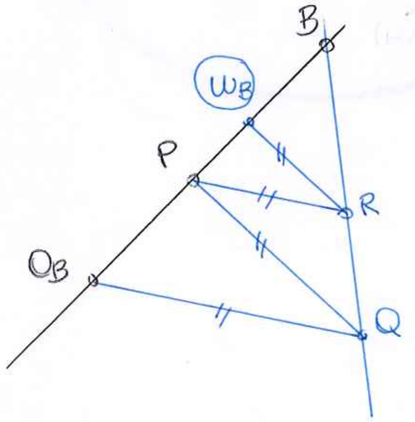
una vez hemos obtenido la c.i en el apartado 3, podemos obtener la tangente polar

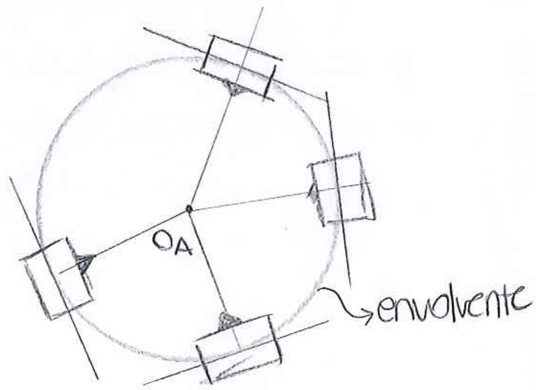
3) Las circunferencias de las inflexiones, retrocesos y de Bresse del elemento ③.

$V_B = cte \rightarrow a_B^t = 0 \Rightarrow B \in$ circunf de Bresse

CIRCUNFERENCIA DE LAS INFLEXIONES

El polo P_{13} pertenece a esta circunferencia, y también el punto ω_B que sacamos aplicando la 1ª construcción





Necesitamos otro punto para calcular la c.i

es rígido, por tanto, la barra ③ es ⊥ a la barra ④ en todo momento.

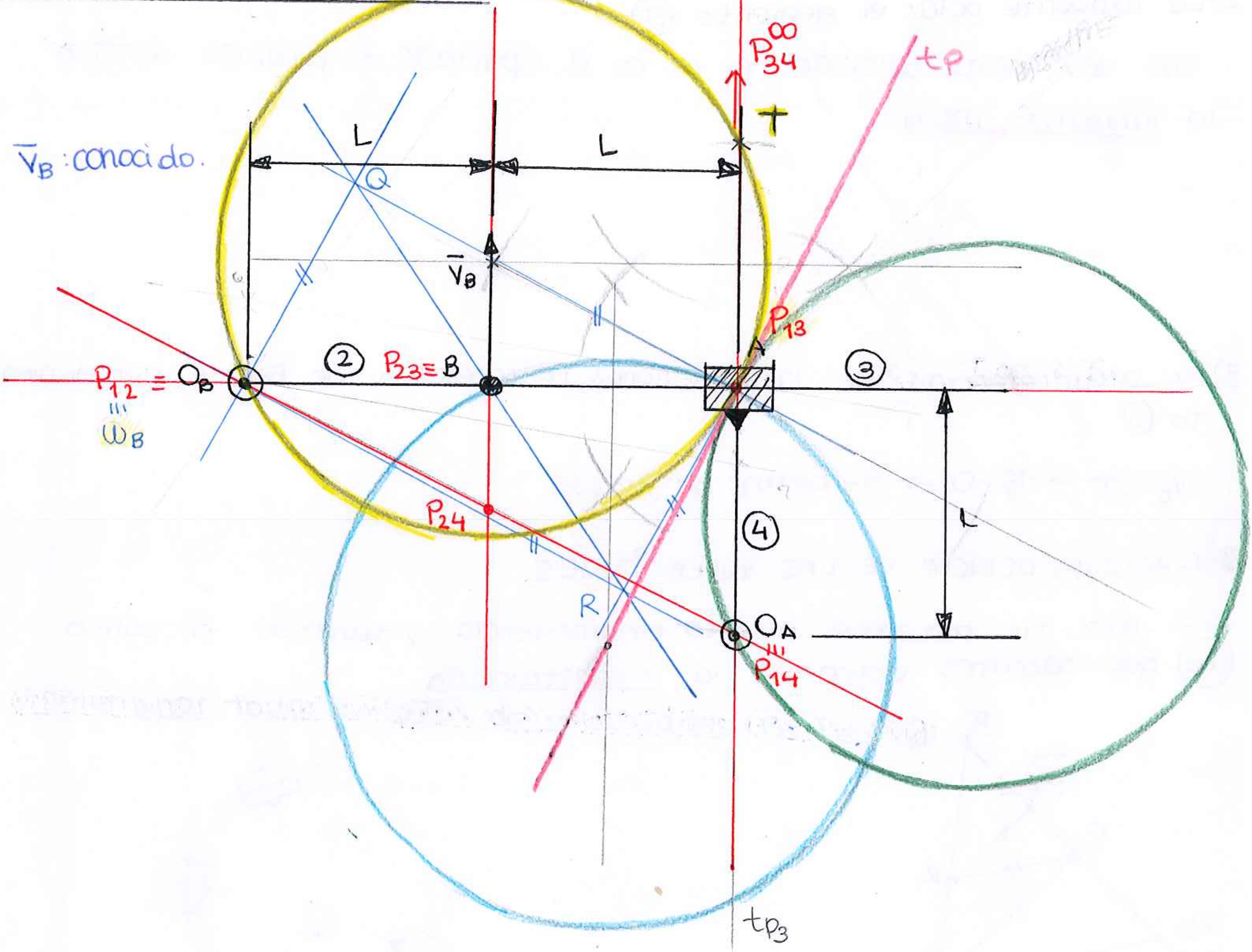
La barra ④ describe una circunferencia entorno a O_A que describe la envolvente de ③, por lo cual O_A pertenece a la c.r

La c.r es simétrica a la c.i por el punto P_{13}, por lo que el punto simétrico a O_A, T, pertenece a la c.i. Ya tenemos 3 puntos que forman la c.i P_{13}, ω_B, T

La c.r es la simétrica

sabemos que $B \in C_B$ y que a su vez, C_B está girada 90° en el sentido de α respecto a c.i.

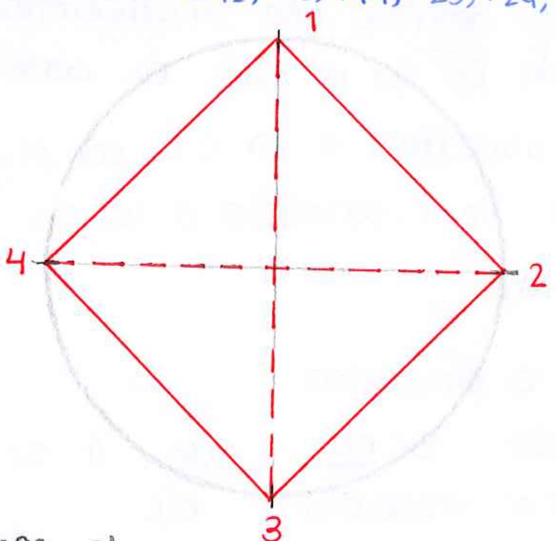
EXAMEN SEPTIEMBRE 2005



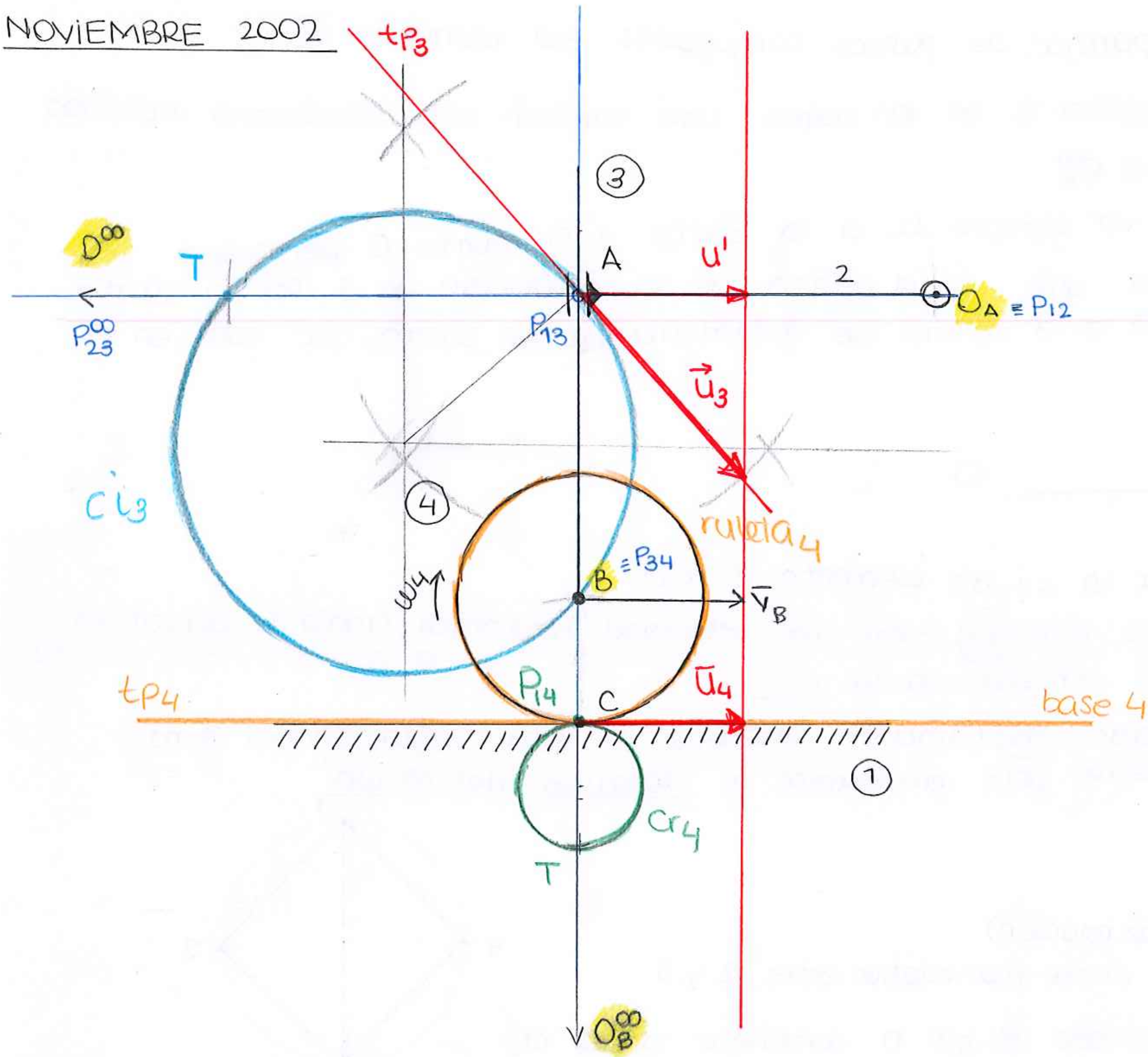
1) Determinar todos los polos de velocidades ($P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{23}, P_{24}, P_{34}$)

- $P_{12} \equiv O_B$; ya que $\bar{V}_{O_B} = 0$
- $P_{14} \equiv O_A$; ya que $\bar{V}_{O_A} = 0$
- $P_{23} \equiv B$ pertenece tanto a 2 como a 3, por lo que es el polo del mov. relativo
- P_{34} ≡ todos los puntos del sólido 4 tienen velocidad relativa a 3 de traslación, luego P_{34}^{∞}

Para hallar el resto de polos aplicamos el <u>diagrama del círculo</u>



NOVIEMBRE 2002



1) Enunciado de Euler-Savary generalizado.

En el centro de curvatura de la trayectoria del centro de curvatura de un perfil solidario a un plano móvil es el centro de curvatura de su envolvente.

2) Representar la circunferencia de los retrocesos del elemento 4

El polo P_{14} forma parte de la cr④ $P_{14} \equiv C$ porque hay rodadura como B describe una tray. rectilínea, el radio de curvatura es ∞, O_B^{∞}, por lo que $B \in c.i_4$ que es simétrico a cr_4.

t_{P_4} es tangente a P_{14} en la superficie común entre la base y la ruleta

cr_4 es tangente a t_{P_4} en P_{14}

3) Indicar dos parejas de puntos conjugados del elemento 3.

(B, O_B^{∞}) : El punto B de la barra tiene también una trayectoria rectilínea y por tanto, O_B^{∞}.

La barra 3 va siempre ⊥ a la barra 2. El punto O pertenece a la cr_3 ya que es el centro de la envolvente de 3. Por lo tanto el punto O es el centro de curvatura de un punto que está en el $\infty \rightarrow (D^{\infty}, O)$

4) Representar la c.i del elemento 3. (c.i)

Hemos visto que B_3 tiene una velocidad horizontal (radio de curvatura ∞) por lo que pertenece a la $c.i_3$

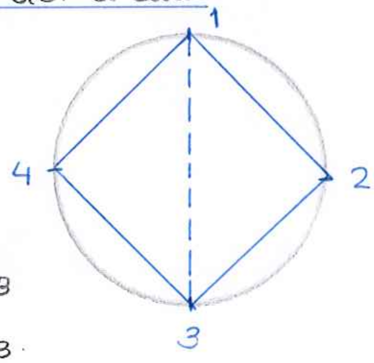
Por otro lado P_{13} también pertenece a esta circunferencia. Para calcular este polo empleamos el diagrama del círculo.

$P_{14} \equiv C$

$P_{12} \equiv O$

$P_{34} \equiv B$ (par de rotación)

$P_{23}^{\infty} \equiv$ ya que existe mov. relativo entre 2 y 3



Sabemos (apartado 3) que O pertenece a la cr_3 y que esta es simétrica a $c.i_3$ respecto de P_{13}.

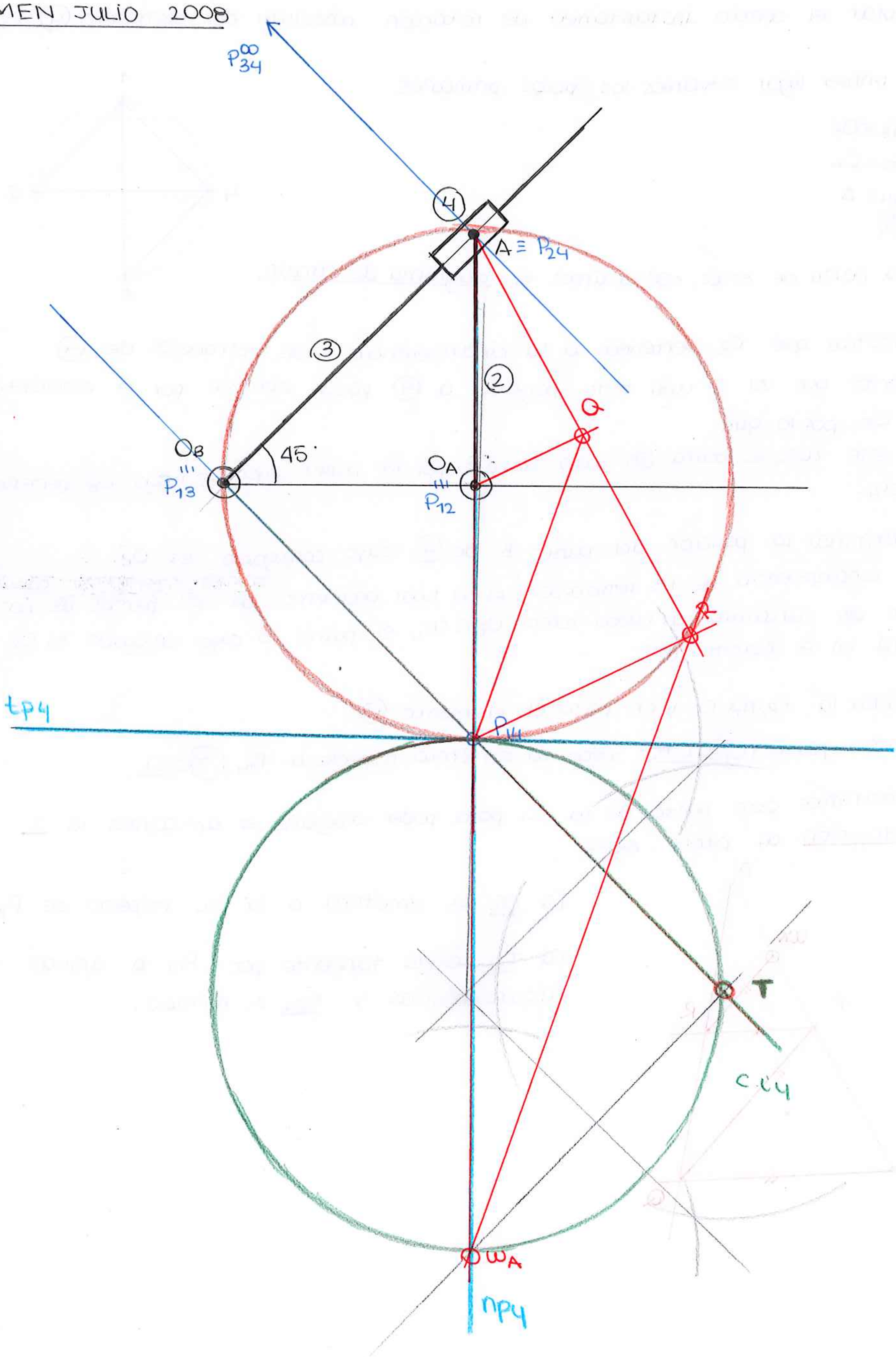
Obtenemos un punto T (simétrico de O respecto de P_{13} y con 3 puntos de la $c.i_3$ podemos obtenerla.

5) $\omega_4 = 1 \frac{rad}{s} \rightarrow$ velocidad de sucesión de P_{14} y P_{13}

Para sacar $\overline{u}_4$ aplicamos Hartmann en el elemento 4 en los puntos B_4 y C sabiendo que $\vec{v}_C = 0$.

Para sacar $\overline{u}_3$ aplicamos Hartmann en el elemento 3 en el punto B_3, en este caso conocemos tp_3 y sabemos que la velocidad de sucesión y la tangente polar tienen la misma dirección $\rightarrow \overline{u}_3$

EXAMEN JULIO 2008

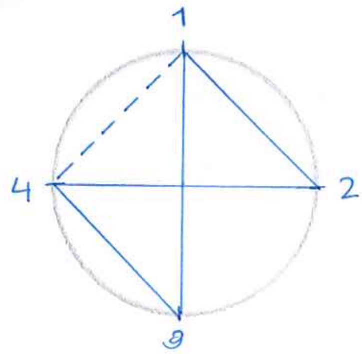


1) Calcular el centro instantáneo de rotación absoluto del elemento (4) (P_{14})

En primer lugar situamos los polos primarios.

$$\begin{cases} P_{13} \equiv O_B \\ P_{12} \equiv O_A \\ P_{24} \equiv A \\ P_{34}^{\infty} \end{cases}$$

y a partir de estos, construimos el diagrama del círculo.



2) Demostrar que O_B pertenece a la circunferencia de retrocesos de (4)

Tenemos que ver si una recta pegada a (4) pasa siempre por el elemento fijo O_B,

En este caso, la barra (3) pasa siempre por el punto fijo O_B, luego O_B pertenece a cr_4.

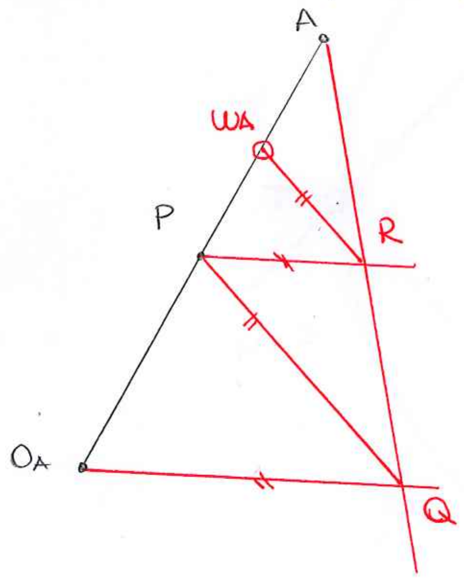
3) Determinar la posición del punto B de (4) cuyo conjugado es O_B.

La circunferencia de los retrocesos es el lugar geométrico de los puntos con radio de curvatura ∞. Luego como $O_B \in cr_4$, el punto B cuyo conjugado es O_B estará en el infinito. B^{∞}

4) Calcular la tp, np, ci y cr para el elemento (4).

Por una parte, $O_B \in c.r_4$, luego su simétrico respecto a P_{14}, $T \in ci$

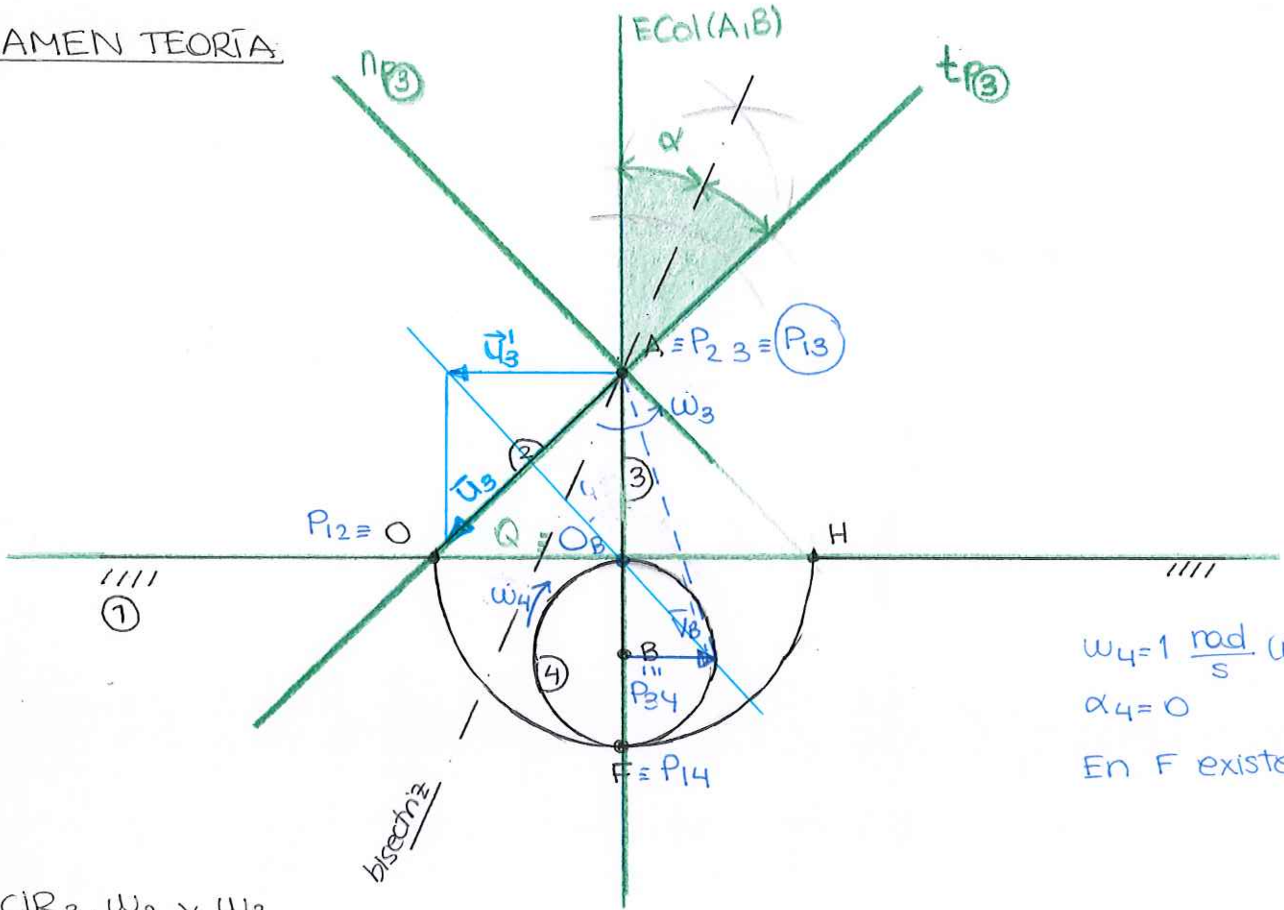
Necesitamos otro punto de la c.i para poder dibujarla ⇒ aplicamos la 2ª construcción. al punto $A \in (4)$.



La cr_4 es simétrica a la ci_4 respecto de P_{14}.

La tp_4 es la tangente por P_{14} a ambas circunferencias y np_4 su normal.

EXAMEN TEORÍA



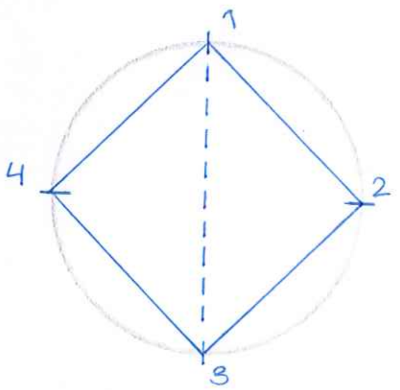
$\omega_4 = 1\ \frac{rad}{s}$ (negativo)

$\alpha_4 = 0$

En F existe rodadura

1) CIR_3, ω_2 y ω_3

Aplicando el diagrama del círculo obtenemos P_{13}



$\bar{V}_{B_4} = \bar{\omega}_4 \times \overline{FB} = R\ \frac{rad}{s}$

$\bar{V}_{B_3} = \bar{\omega}_3 \times \overline{AB} = \omega_3 \cdot 3R \Rightarrow \boxed{\omega_3 = \frac{1}{3}\ rad/s}$

si $V_{A_2} = V_{O_2} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_2 = 0}$

2) Aplicando el teorema de Bobillier obtener $t_{P③}$ y $n_{P③}$.

Dos puntos de ③ $\Rightarrow$ A y B $\begin{cases} (A, O) \\ (B, O_B) \end{cases}$

3) Aplicando el teorema de Hartmann obtener $\vec{u}_3$

* Sabemos que $\bar{u}_3$ está en la dirección de t_{P_3} obtenida en el apartado anterior.
* Aplicando Hartmann obtenemos $\bar{u}'_3$

4) Obtener $\vec{a}_{P_{31}}$

$\bar{a}_{P_{31}} = -\bar{\omega}_3 \times \bar{u}_3$

$\begin{cases} \bar{\omega}_3 = +\frac{1}{3}\bar{k} \\ \bar{u}_3 \end{cases}$

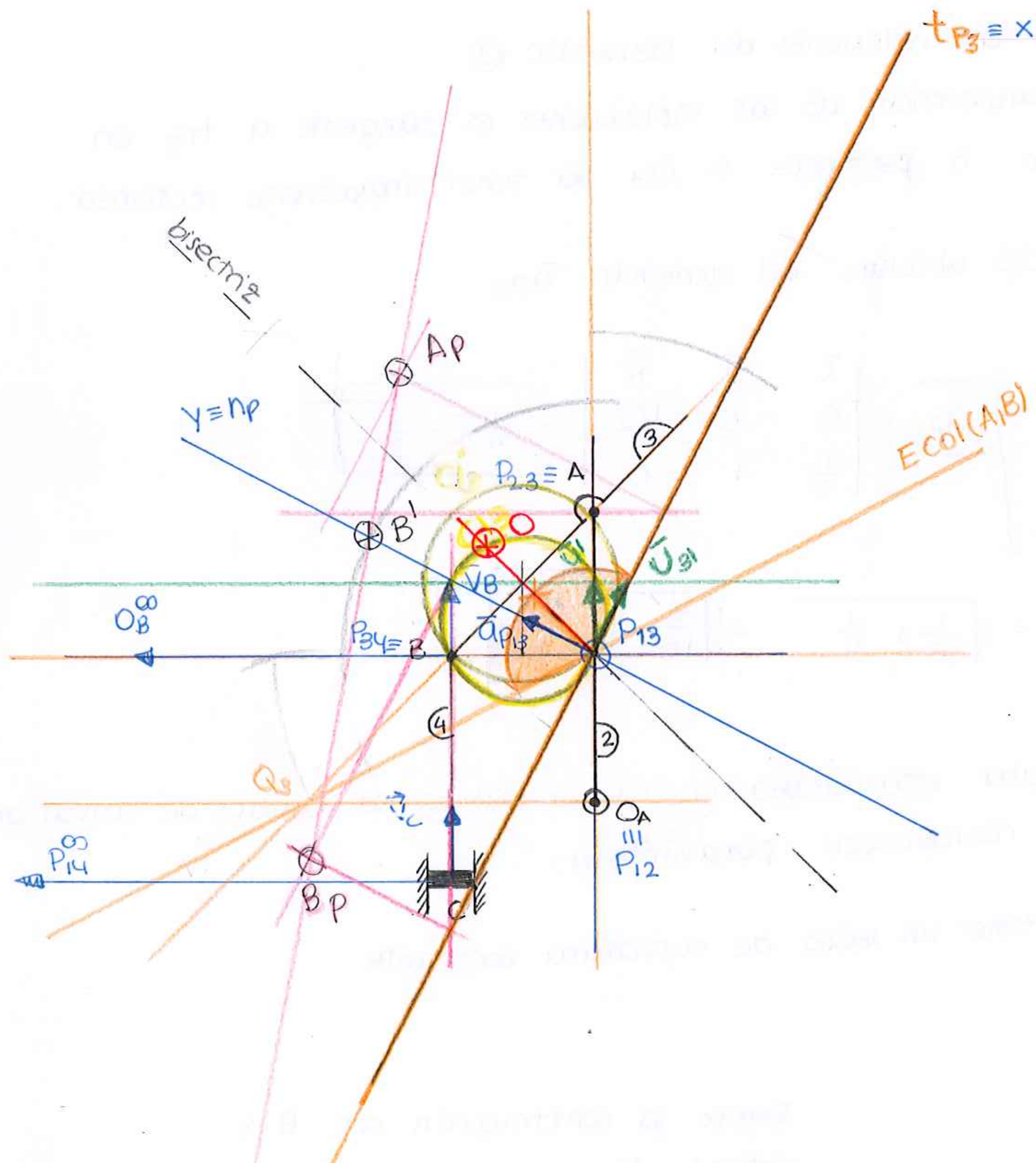
$u'_3 = 2 \cdot V_B = 2R\ \frac{m}{s}$

$\vec{u}_3 = -2R\bar{i} - 2R\bar{j}$

$\left.\right\} \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 0 & 1/3 \\ 2R & 2R & 0 \end{vmatrix} = \frac{2R}{3}\bar{j} - \frac{2R}{3}\bar{i} = \vec{a}_{P_{13}}$

$\boxed{\vec{a}_{P_{13}} = \frac{2R}{3}(-\bar{i} + \bar{j})}$

EXAMEN DICIEMBRE 2009



1) La tangente polar del elemento ③ aplicando el teorema de Bobillier.

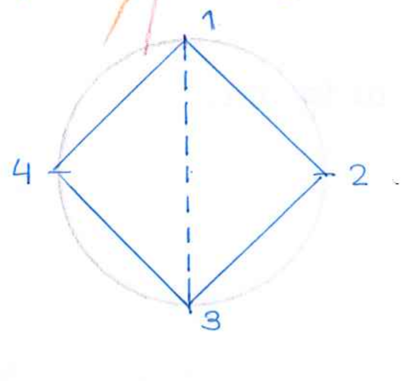
Conocemos dos pares de puntos conjugados del elemento ③.

$\begin{cases} (B, O_B^{\infty}) \\ (A, O_A) \end{cases}$

A'

Necesitamos conocer P_{13} para poder aplicar el teorema.

Aplicamos el diagrama del círculo a partir de los polos primarios



2) La velocidad de sucesión $\vec{u}_{13}$

Conociendo la velocidad de B, $\bar{V}_B = \bar{V}_C$, aplicamos el teorema de Hartmann y hallamos $\bar{u}'$; sabemos también que $\bar{u}_{13}$ está sobre la tp_3

3) La circunferencia de las inflexiones del elemento ③.

Sabemos que la circunferencia de las inflexiones es tangente a tp_3 en P_{13} y que el punto B pertenece a ci_3 por tener trayectoria rectilinea.

4) La aceleración del polo absoluto del elemento $\bar{a}_{P31}$

$$\bar{a}_{P31} = -\bar{\omega}_3 \times \bar{u}_3$$

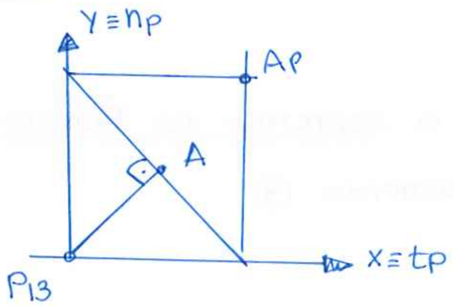
$$\left.\begin{array}{l} \bar{\omega}_3 = -\frac{1}{2}\bar{k}\,[rad/s] \\ \bar{u}'_3 = \bar{V}_B = 1\bar{j}\,[m/s] \\ \bar{u}_3 = \frac{1}{2}\bar{i} + 1\bar{j}\,[m/s] \end{array}\right\} \boxed{\bar{a}_{P13}} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 0 & 1/2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \end{vmatrix} = \boxed{\frac{1}{4}\bar{j} - \frac{1}{2}\bar{i}}$$

$$\boxed{|a_{P13}|} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{16}} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{4}}$$

5) La cúbica de curvatura estacionaria (cce) y la cúbica de centros de curvatura estacionarios (ccce). en coordenadas paramétricas

$$\left.\begin{array}{l} A, B \in c.c.e \\ O_A, O_B \in c.c.c.e \end{array}\right\} \text{por tener un radio de curvatura constante.}$$

- c.c.e



Repito la construcción con B y obtengo B_p.
Uno A_p con B_p y donde corte a $tp \rightarrow A'$
$n_p \rightarrow B'$

- c.c.c.e

$\bar{A} = A'$ es el mismo punto.

para sacar $\bar{B} \rightarrow \frac{1}{\bar{B}} - \frac{1}{B'} - \frac{1}{\delta}$ siendo δ el diámetro de la c.i.

6) Centro de curvatura a la recta $\overline{BA}$ en el punto de contacto en ese instante.

Trazamos una $\perp$ a la recta $\overline{BA}$ por el punto P_{13}. La intersección entre dicha recta y la $c.i_3$ será el centro de curvatura.