



# 2. Gaia III

Euler Savary-ren formularen aplikazioak

# 2. Gaia III

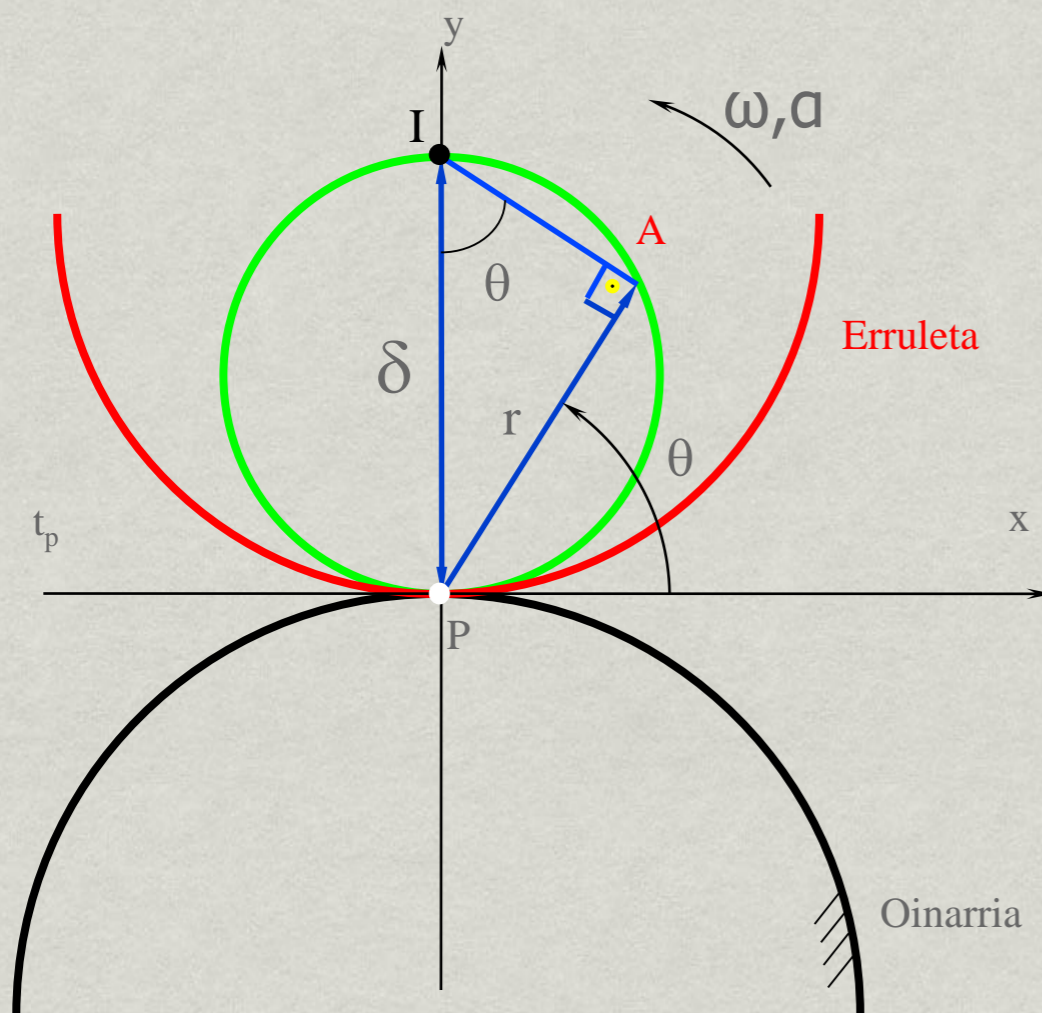
Euler Savary-ren formularen aplikazioak

# Aurkibidea

1. Inflexioen zirkunferentzia.
2. Euler-Savary-ren formularen hirugarren adierazpena.
3. Eraikuntza grafikoak.
4. Bobilier-en teorema
5. Bresse-ren Zirkunferentzia. Azelerazio poloa.
6. Gainazal konjokatuak. Euler-Savary-ren formularen orokorpena.
7. Atzerapenen zirkunferentzia. Aronhold-en teoremak.

# Inflexioen zirkunferentzia

Azelerazio normal nulua duten puntuen leku geometrikoa da, hau da, kurbatura erradio infinitua duten puntuena hain zuzen ere.



$$\left( \frac{1}{\overline{O_A P}^*} + \frac{1}{\overline{P A}^*} \right) \cdot \sin \theta = \frac{1}{\delta^*}$$

$$\overline{O_A P}^* = \infty$$

$$\overline{P A}^* = r$$

$$r = \delta \sin \theta$$



# Euler-Savary-ren hirugarren adierazpena

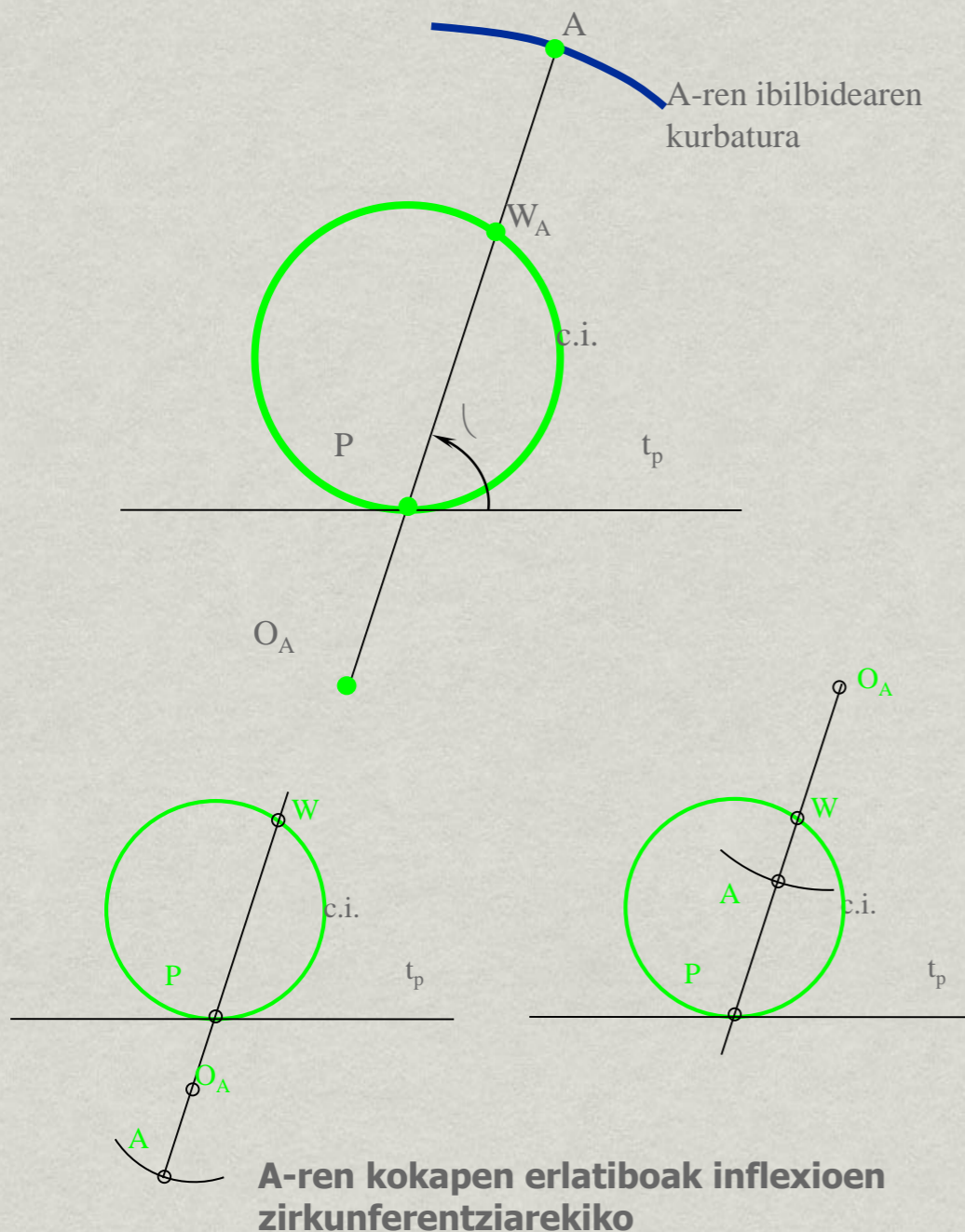
Hartmann-en teorema aplikatzen zaie  $AO_A$  eta  $W_A O_{WA}$  puntu konjokatu bikoteei

$$\frac{\omega}{u} = \left( \frac{1}{\overline{O_A P^*}} + \frac{1}{\overline{P A^*}} \right) \cdot \sin \theta = \left( \frac{1}{\overline{O_{W_A} P^*}} + \frac{1}{\overline{P W_A^*}} \right) \cdot \sin \theta$$

$$\begin{aligned} \overline{O_A P^*} &= \overline{O_A A^*} - \overline{P A^*} \\ \overline{P W_A^*} &= \overline{P A^*} - \overline{W_A A^*} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\overline{O_A A^*} - \overline{P A^*}} + \frac{1}{\overline{P A^*}} = \frac{1}{\overline{P A^*} - \overline{W_A A^*}}$$

$$\overline{P A^*}^2 = \overline{O_A A^*} \times \overline{W_A A^*}$$



# Gorputzen Egonkortasuna

Aztertu pista plano baten gainean errodatzen duen  $R$  erradiodun zilindroaren egonkortasuna bere  $G$  grabitate zentroaren kokapenaren arabera.

Azterketa hurrengo kasuetarako planteatu:  $PG = R$ ,  $PG = 3R/2$  eta  $PG = R/2$ .

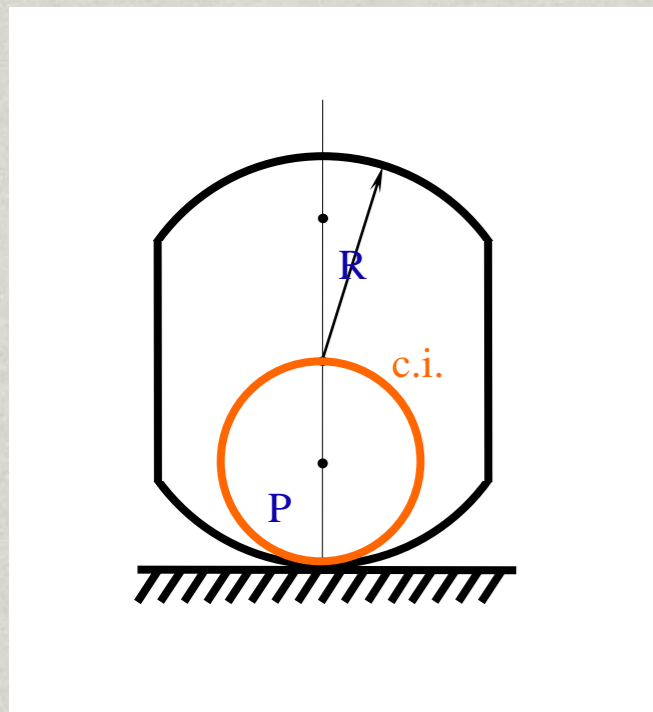


Diagram 1:  $W \equiv O$ ,  $PG = 3R/2$

$$\overline{PG}^2 = \overline{O_G G} \times \overline{WG};$$

$$(3R/2)^2 = \overline{O_G G} \times (R/2);$$

$$\overline{O_G G} = 9R/2$$

Diagram 2:  $W \equiv O \equiv O_G$ ,  $PG = R/2$

$$(R/2)^2 = \overline{O_G G} \times (R/2);$$

$$\overline{O_G G} = R/2$$

Diagram 3:  $O \equiv G$ ,  $PG = R/2$

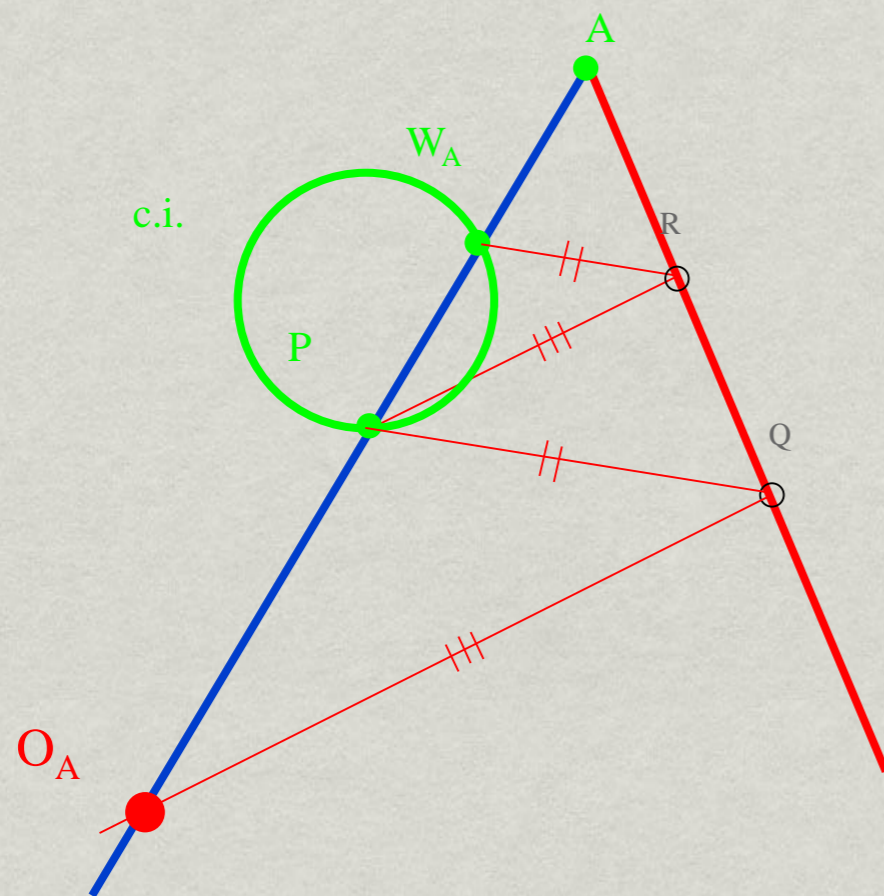
$$\overline{PG}^2 = \overline{O_G G} \times \overline{WG};$$

$$R^2 = \overline{O_G G} \times 0;$$

$$\overline{O_G G} = \infty$$

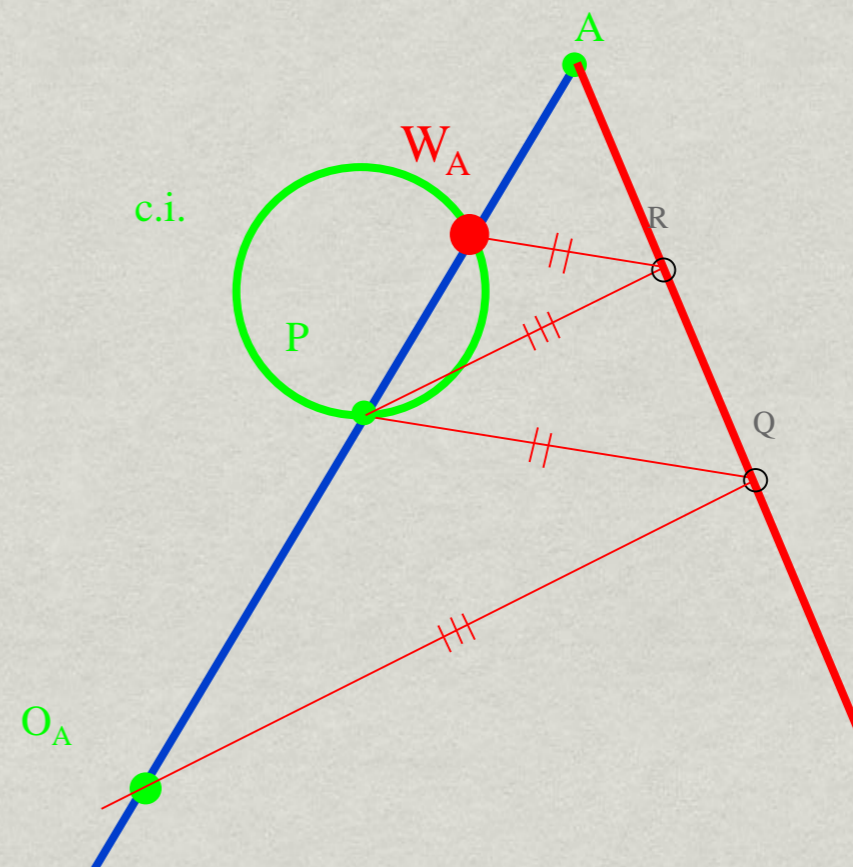
# Eraikuntza grafikoak

- \* 1go eraikuntza grafikoa.
- \* Datuak  $A$ ,  $W_A$ ,  $P$
- \* Ezezaguna:  $O_A$



- \* 2. eraikuntza grafikoa.

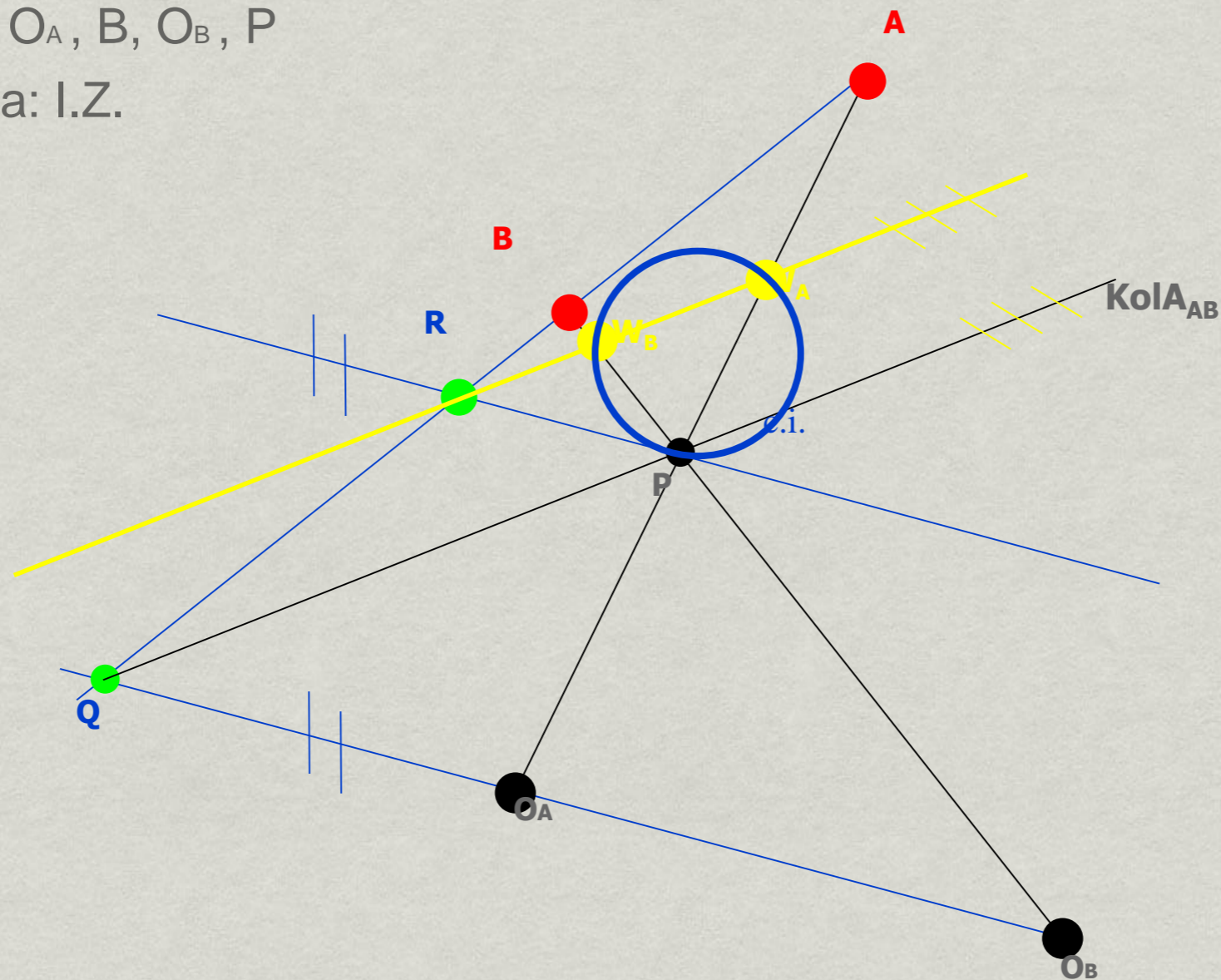
- \* Datuak  $A$ ,  $O_A$ ,  $P$
- \* Ezezaguna:  $W_A$





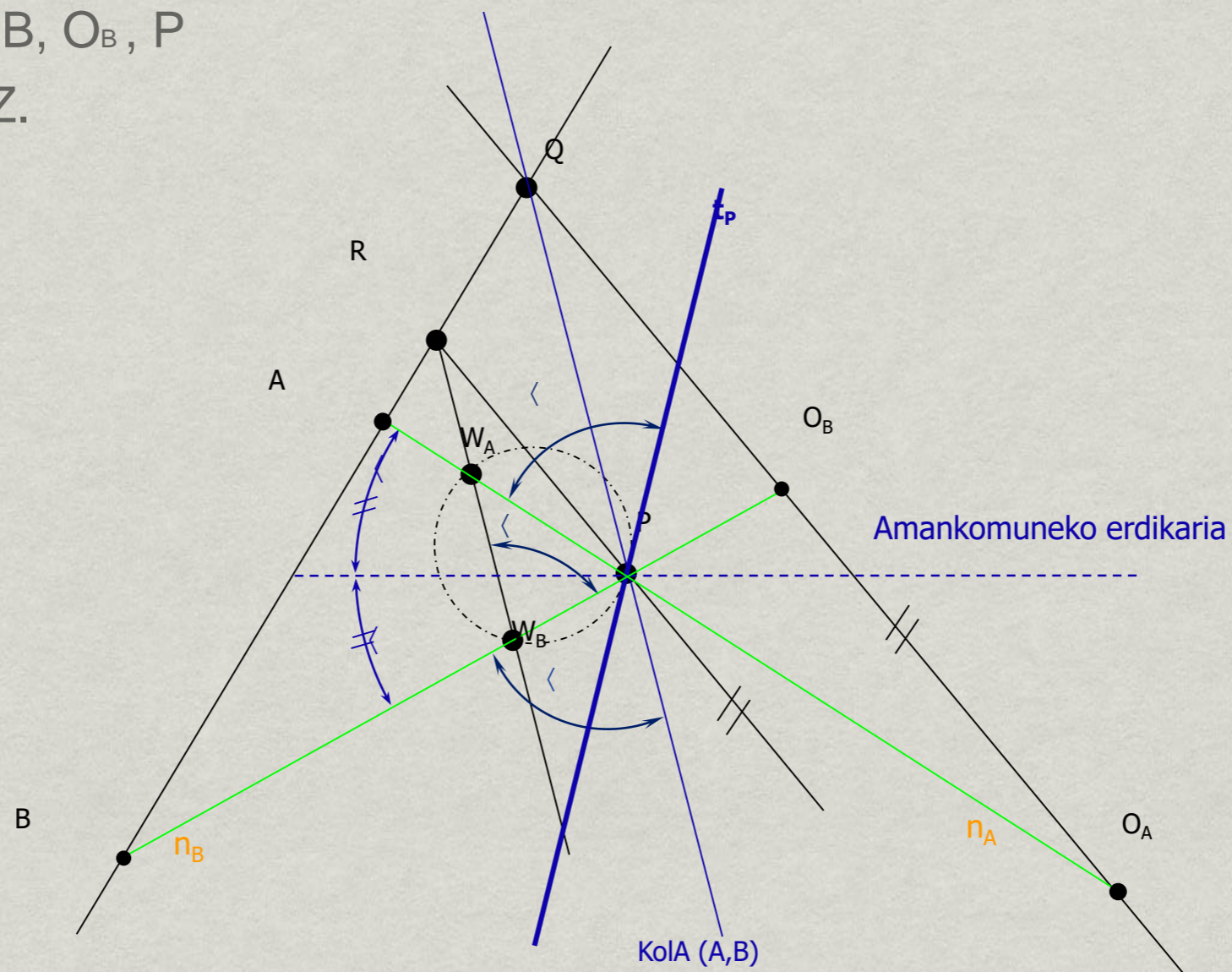
# Eraikuntza grafikoak

- \* 3. eraikuntza grafikoa.
- \* Datuak  $A, O_A, B, O_B, P$
- \* Ezezaguna: I.Z.



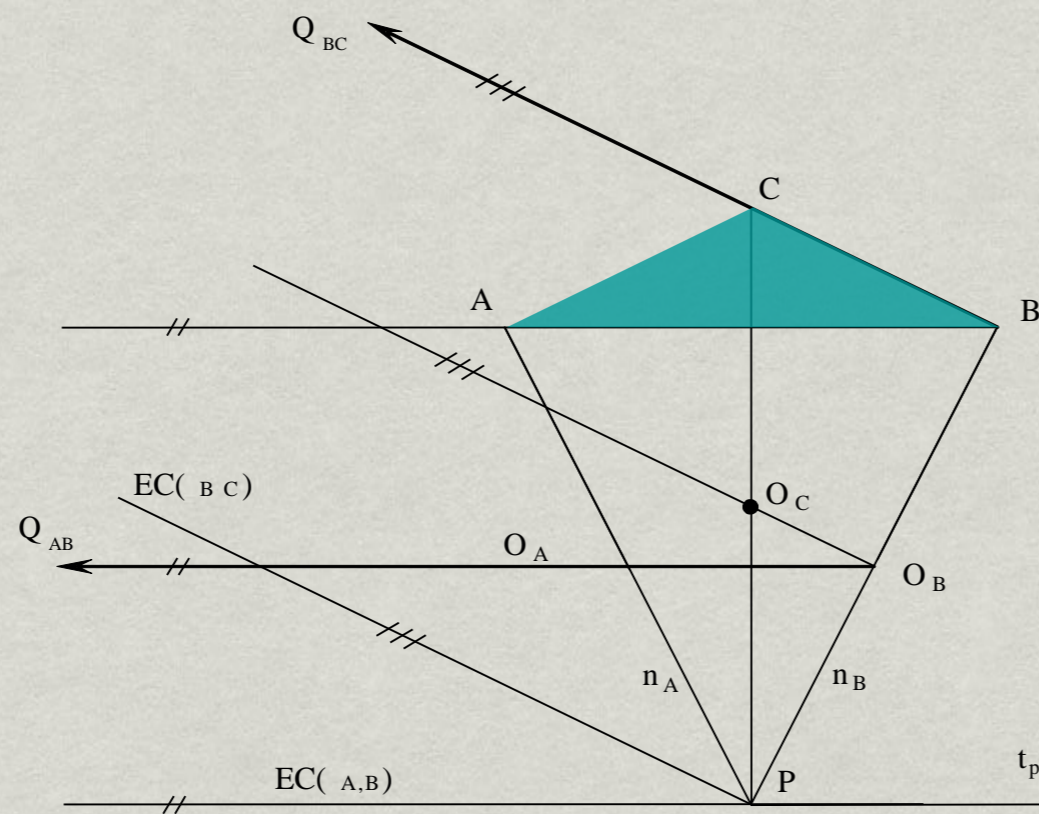
# Eraikuntza grafikoak

- \* 3. eraikuntza grafikoa.
- \* Datuak  $A, O_A, B, O_B, P$
- \* Ezezaguna: I.Z.



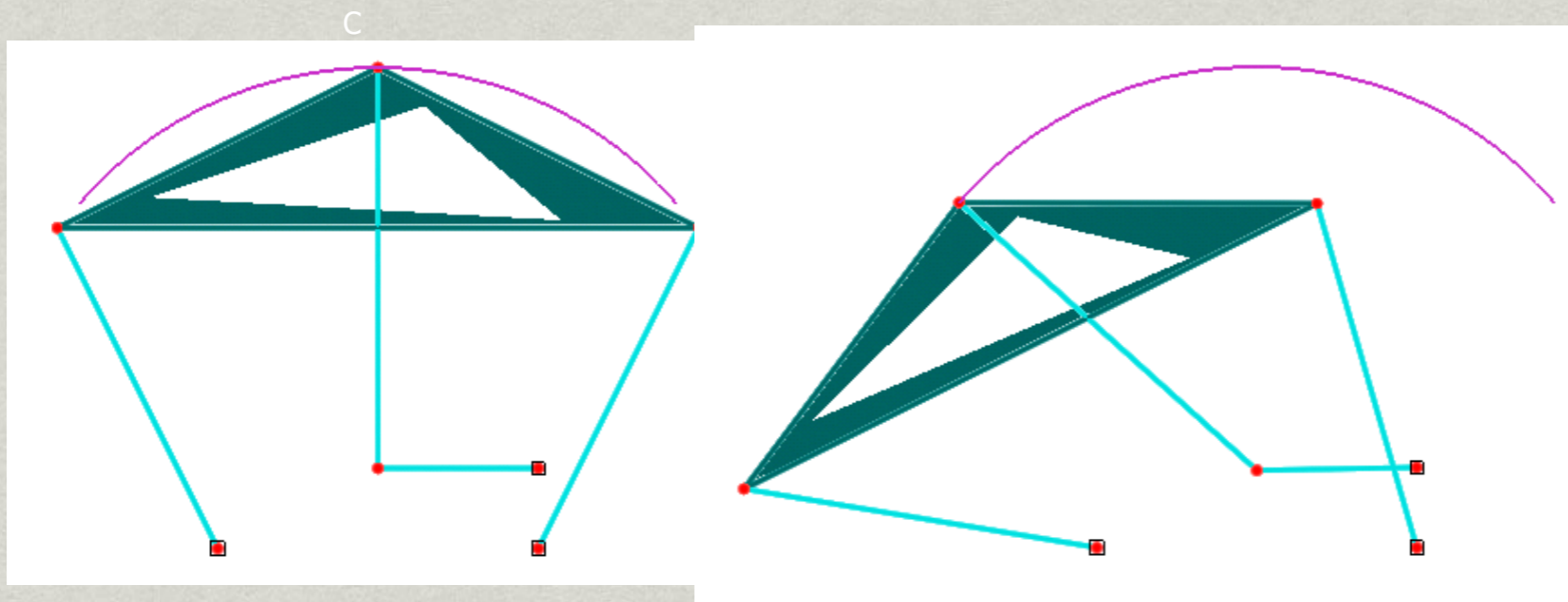
# Eraikuntza grafikoak

- \* Aronhold-en eraikuntza
- \* Datuak  $A, O_A, B, O_B$
- \* Ezezaguna:  $C$  plano mugikor bereko puntuaren kurbatura zentroa



# Eraikuntza grafikoak

- \* Aronhold-en eraikuntza
- \* Datuak  $A, O_A, B, O_B$
- \* Ezezaguna:  $C$  plano mugikor bereko puntuaren kurbatura zentroa



# Bressren zirkunferentzia

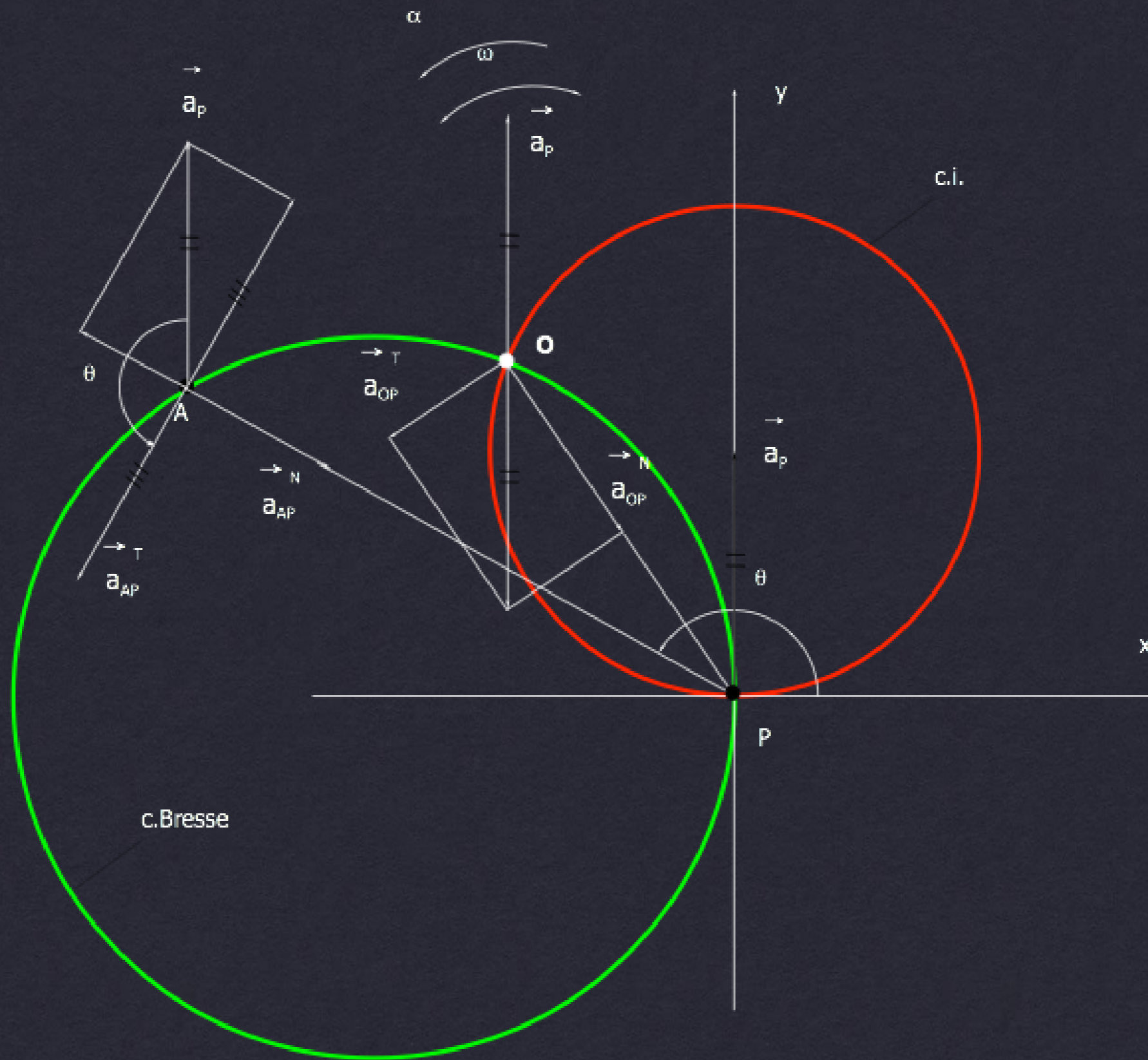
## Azelerazio poloa

A puntuaren azelerazio ukitzaille absolutua

$$a_A^t = a_P \times \cos \theta + \alpha \times r$$

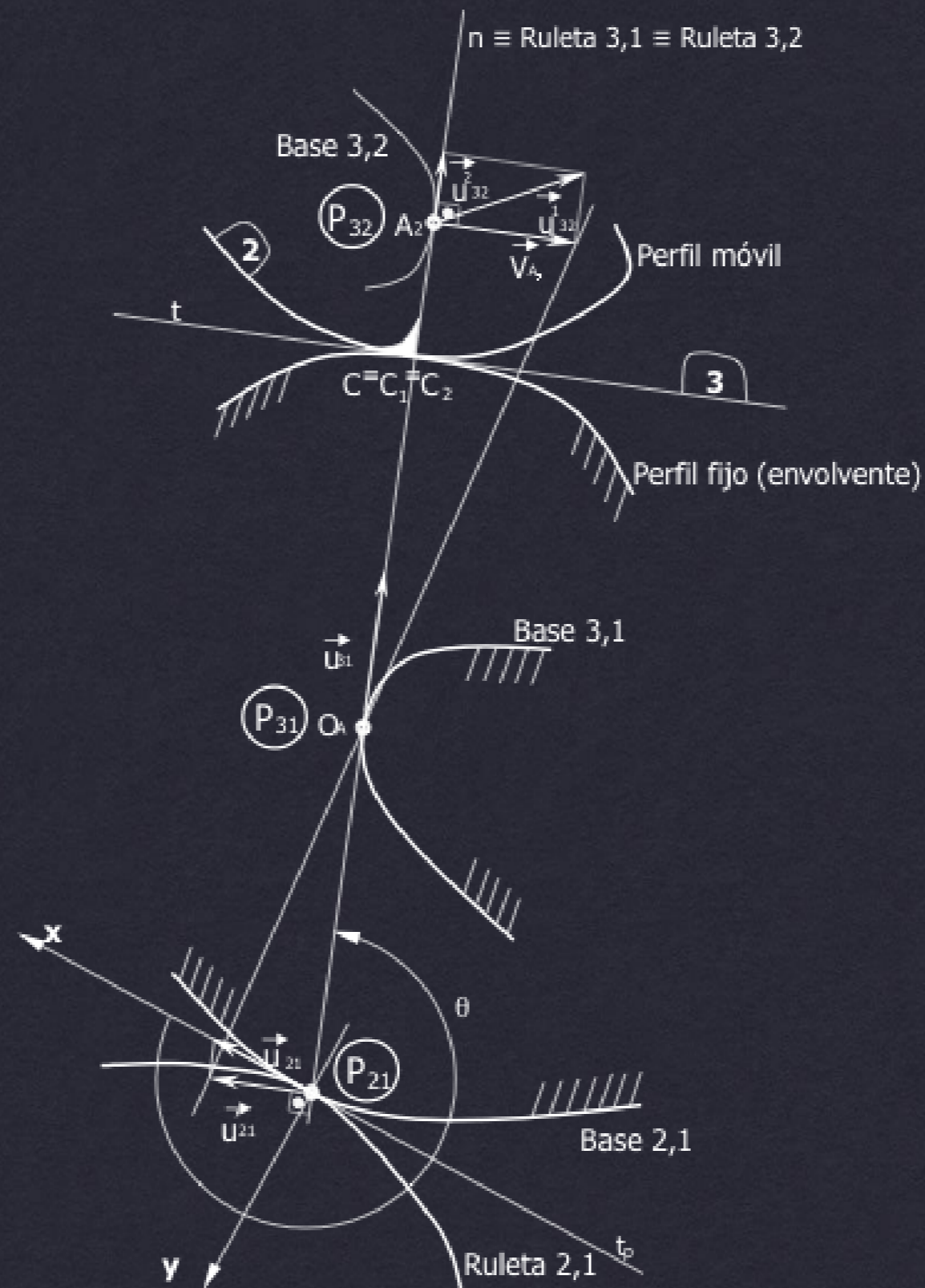
Azelerazion ukitzaille nulua duten plano mugikorreko puntuen leku geometrikoa

$$\omega \times u \times \cos \theta + \alpha \times r = 0 \qquad r = -\frac{\omega^2}{\alpha} \times \delta \times \cos \theta$$



# Bresseren zirkunferentzia

azelerazio poloa



# Perfil konjokatuak

Euler-Savary-ren formularen orokorpena

# Euler-Savary-ren formularen orokorpena

- \* Plano mugikor bati itsatsitako gainazal baten kurbatura zentruak egiten duen ibilbidearen kurbatura zentroa, bere inguratzailearen kurbatura zentroarekin bat dator.

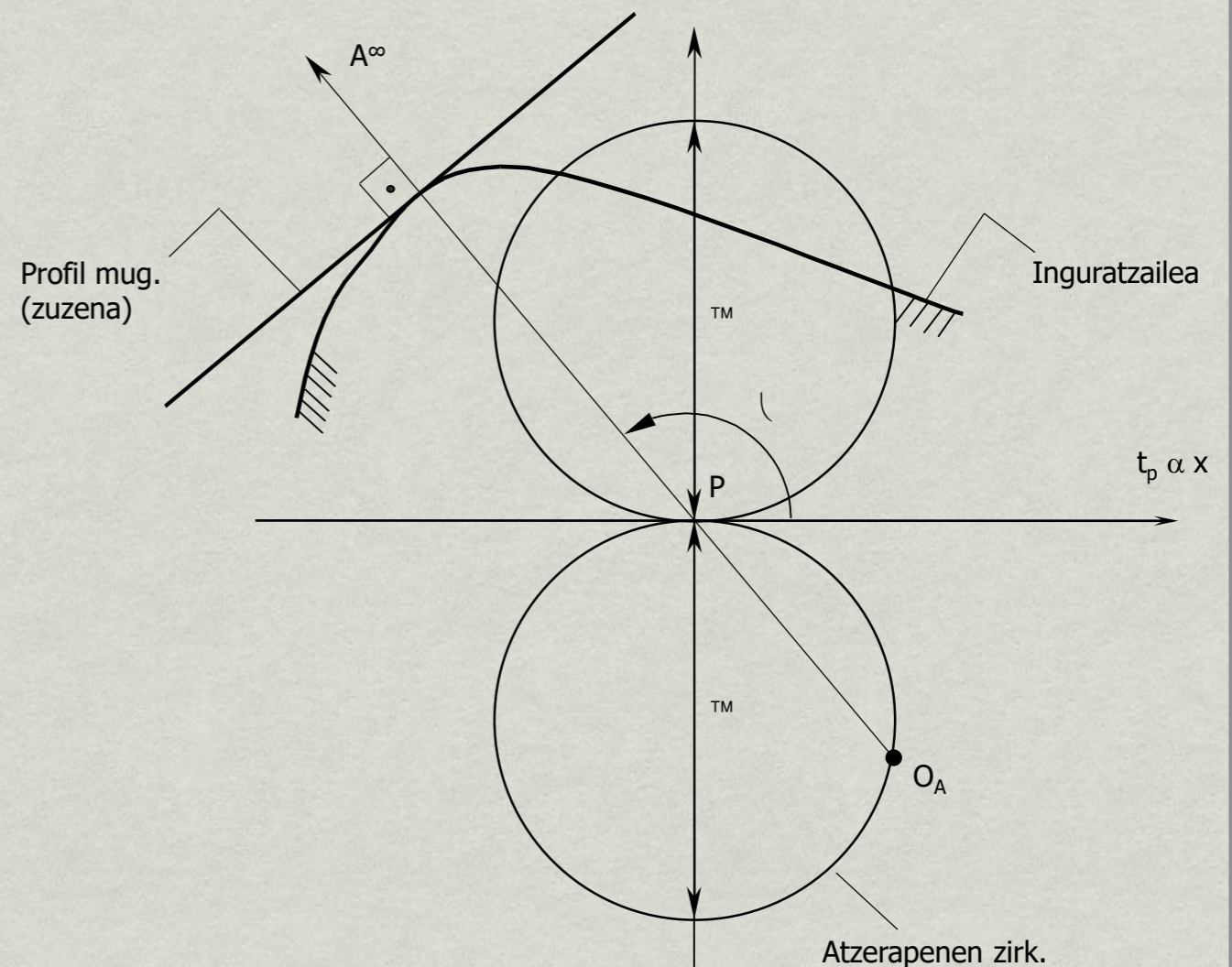
$$\left( \frac{1}{O_A P} + \frac{1}{P A} \right) \sin \theta = \frac{\omega_{21}}{u_{21}} = \frac{1}{\delta_{21}}$$



# Atzerapenen zirkunferentzia

- \* Profil mugikorra zuzen bat izatekotan profil mugikor honen kurbatura zentroen ibilbideen kurbatura zentroak beste zirkunferentzia batean kokatzen dira.
- \* Zirkunferentzia honi atzerapenen zirkunferentzia deritzogu.

$$\overline{O_A P} = \delta_{21} \cdot \sin \theta$$



# Aronhold-en teoremak

- \* Aronhold-en lehenengo teorema: Atzerapenen zirkunferentzia plano mugikorrari itsatsitako zuzenen inguratzaileen kurbatura zentroen leku geometrikoa da.
- \* Aronhold-en 1go teoremaren ondorioa: Plano mugikorreko zuzen bat puntu batetatik beti pasatzen bada, puntu hori atzerapenen zirkunferentzian kokatuta dago.
- \* Aronhold-en 2. teorema: Plano mugikorrari itsatsitako kurba baten inguratzailea zuzen bat bada, kurba honen kurbatura zentroak inflexioen zirkunferentzian kokatuko dira.

