



2. Gaia I

Higidura Planoaren Geometria

Aurkibidea

- 1. Irudi plano baten mugimenduaren azterketa bere planoan**
- 2. Aronhold-Kennedy-ren teorema**

Ezaugarri zinematikoak

Ikasiko dira kontzeptu hauek:

- Aldiuneko Biraketa Zentroa (ABZ)
- Kurba polarrak: oinarria eta erruleta
- Zirkunferentzia nabarmenak: Inflexio zirkunferentzia, Bresse-ren zirkunferentzia eta atzerapenen zirkunferentzia

Mekanismo planoak

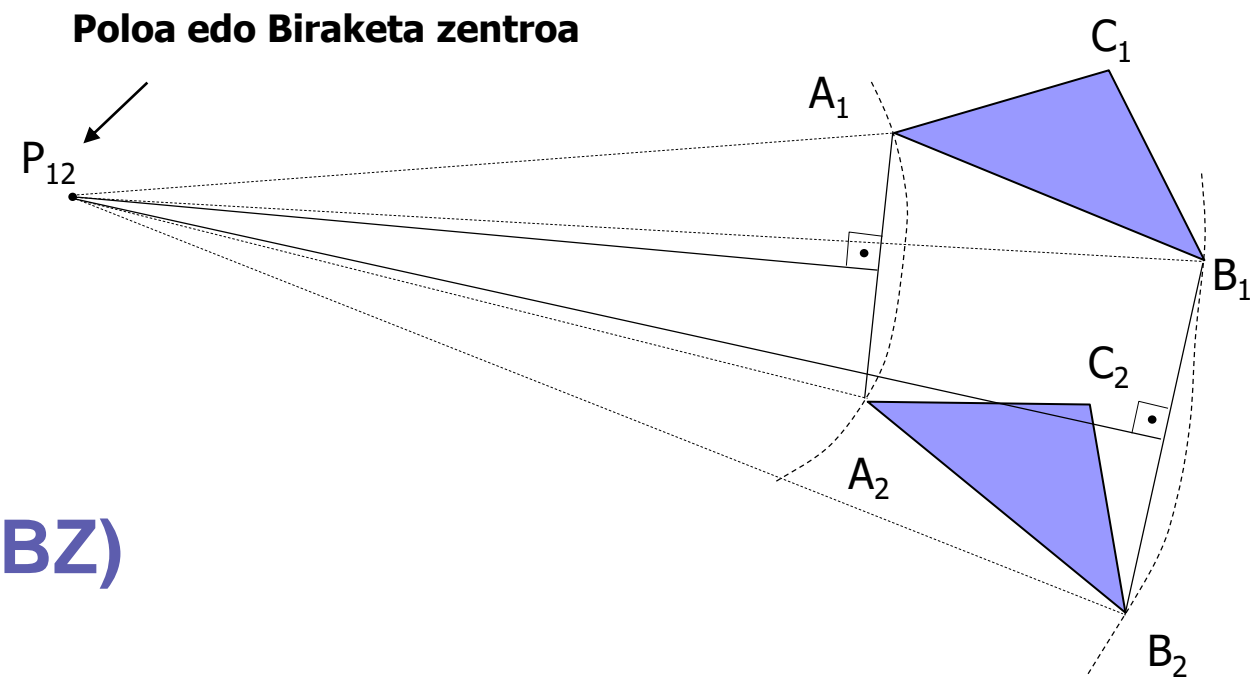
- Mekanismoaren **puntu guztien ibilibideak paraleloak dira** plano finko jakin batekiko
- Bere **diagrama zinematikoa plano baten barnean** irudikatzen da
- Helburu nagusia da elementu baten **mugimendua aztertzea**

Irudi plano baten mugimenduaren azterketa bere planoan

■ Mugimendu laua:

Irudi lau baten mugimendua aztertzeko nahikoa da irudi honen **AB zuzenki baten mugimendua** ikastea

t_1 eta t_2 aldiunetan P_{12} -ren kokapena ez da aldatzen



Aldiuneko biraketa zentroa (ABZ)

2. kokapena hurbiltzen denean 1go kokapenera, A_1A_2 eta B_1B_2 zuzenkiek ibilbideen ukitzaileetara jotzen dute

- * **Aldiuneko Biraketa Zentrua. Ezaugarri nagusiak**
- * Mugimendu infinitesimala batean (dt) P₁₂ poloa deitzen da ABZ
- * ABZ-ren kokapena lortzeko: ibilbideekiko zuzen normalen ebakidura puntua
- * **ABZ-ren abiadura, aldiune horretan, nulua da.**
- * **ABZ-rekiko biraketa, plano mugikorraren benetazko mugimendu infinitesimala da.** Plano mugikorraren mugimendua, ABZ-ren segidako kokapenenekiko biraketa sekuentzia bat bezala adierazi daiteke.
- * **Abiaduren banaketa** aldiune jakin batetan, solido zurrun horrek, ABZ-rekiko biraketa egonkorrean egonda izango lukeenaren berdina da.
- * Solido zurrunaren **abiadura angeluarra**: $\omega = d\phi/dt$. Eta baita ere, A puntuaren abiadurarekin erlazionatuz:

$$\omega = r_A * d\phi / r_A * dt = v_A / r_A$$

non r_A , A puntuaren eta ABZ-ren arteko distantzia da

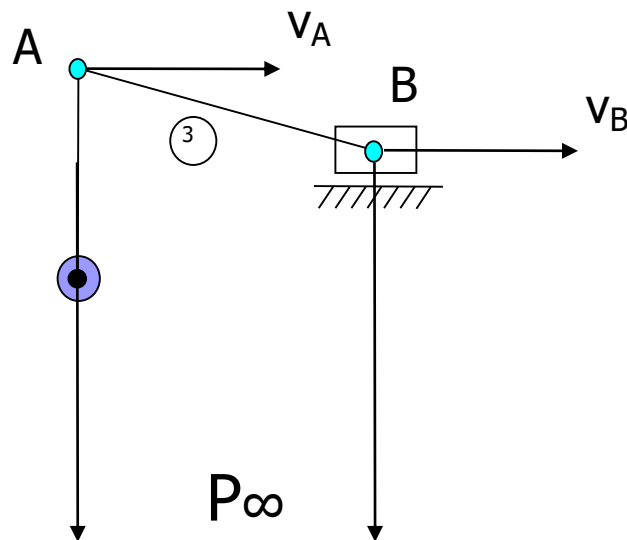
ABZ

Kasu berezi bat:

Solido zurrunaren puntu guztiek **abiadura norabide berbera** daukate

Kasu honetan ABZ infinitoan dago ($r=\infty$).

Beraz, **aldiune honetan: $\omega=V/\infty=0$. Plano mugikorak ez dauka biraketazko mugimendurik**, baizik eta trasladatzen da.



Biela-biradera mekanismoa kokapen partikularra batean

Kurba Polarrak

Aztertzen dugu ABZ-ren kokapena
mugimenduan zehar:

- Aldiuneren batean ABZ izan diren plano mugikorreko **puntuak erruleta** irudikatzen dute (edo kurba polarra mugikorra)
- Aldiuneren batean ABZ izan diren plano finkoko puntuak **oinarria** irudikatzen dute (edo kurba polarra finkoa)
- Oinarria eta erruleta ukitzailleak dira, ABZ kontaktu puntua izanik

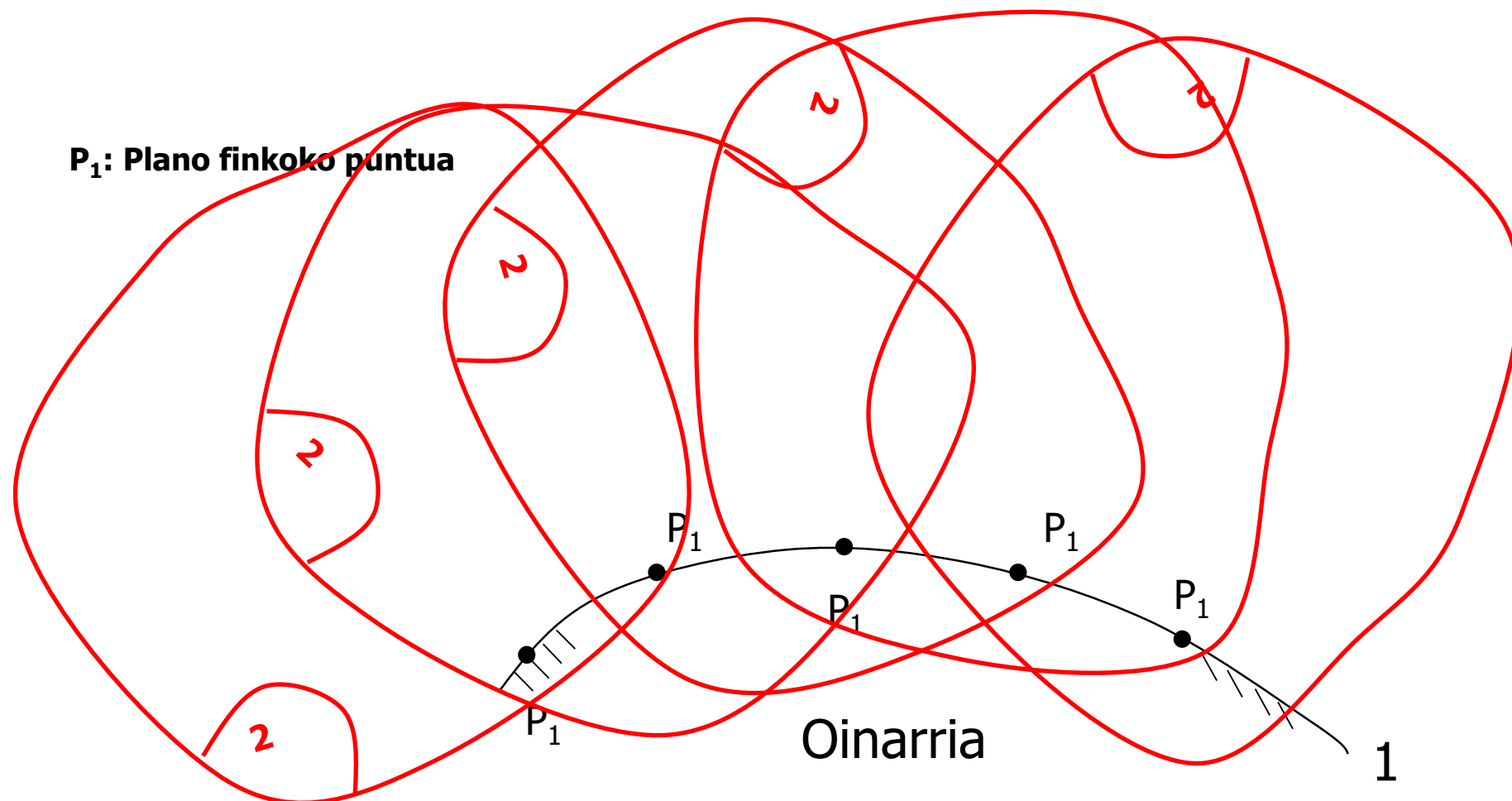
Kurba Polarrak

ABZ-ren kokapenean **hiru puntu desberdindu** ditzakegu:

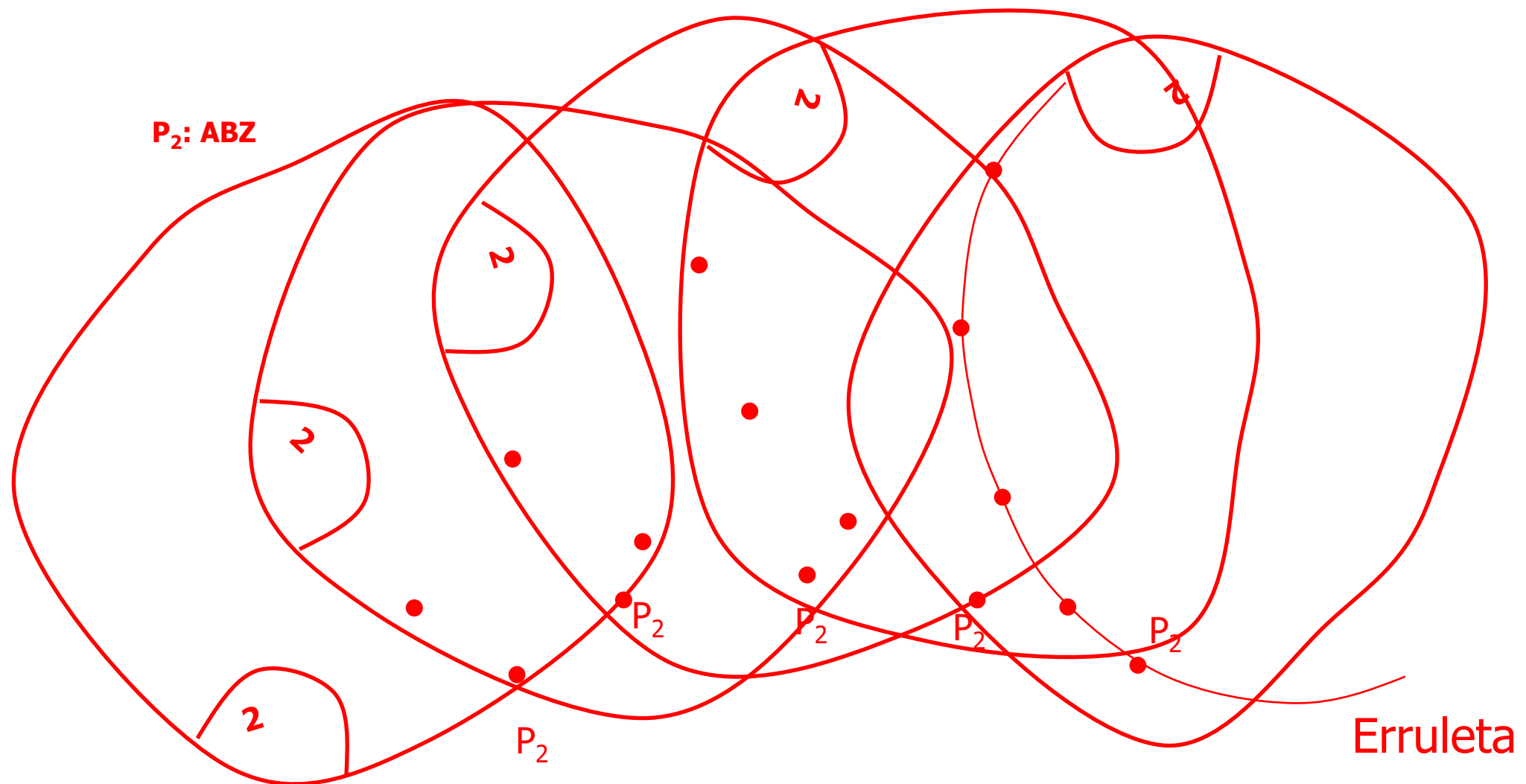
- P_1 : ABZ-rekin bat datorren **plano finkoaren puntu bat**. Bere abiadura nulua da, puntu finkoa delako
- P_2 : abiadura nulua duen **plano mugikorraren puntu bat**. **Hauxe da ABZ!!!!**
- P_3 : **puntu matematikoa**. Irudikatzen du ABZ-ren kokapena mugimenduan zehar. Abiadura ez nulua du (**u**: jarraipen abiadura)

Kurba polarrak: Oinarria eta erruleta

- * **Oinarria edo kurba polar finkoa:** ABZ-rekin bat egin duten plano finkoko puntuen leku geometrikoa.



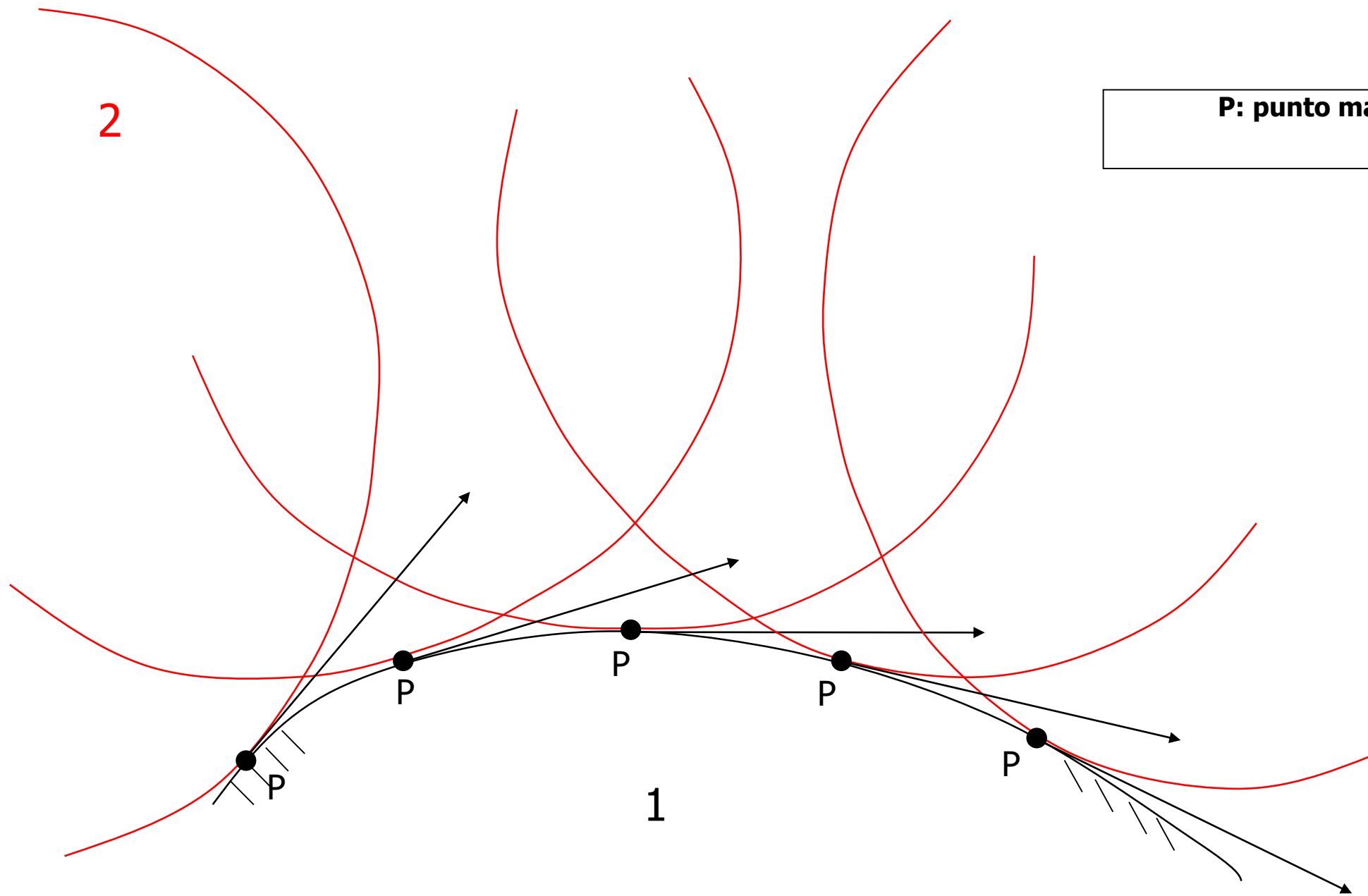
- ✦ **Erruleta edo kurba polar mugikorra: ABZ-rekin bat egin duten plano mugikorreko puntuen leku geometrikoa.**



Oinarriaren eta erruletaren ezaugarriak

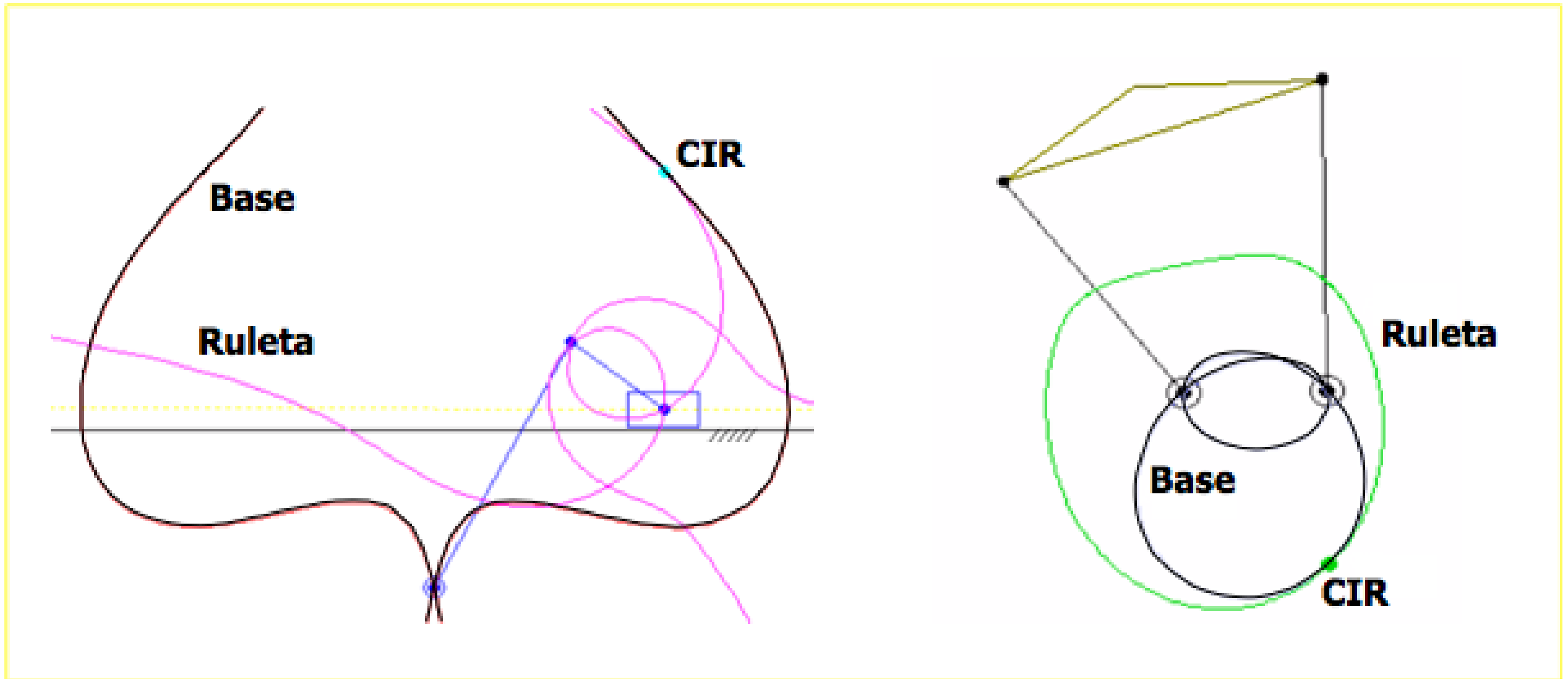
- * Oinarria eta erruleta, euren artean, uneoro, **kurba ukitzaileak** dira.
- * **Jarraipen abiadura (u)** kurba hauen arteko ukitzailearen gainean kokatuta dago.
- * **Erruletak errodadura hutseko mugimendua du oinarriarekiko ($V_{p1}=V_{p2}=0$, ez dago labainketarik).**
- * Elementu plano baten mugimendua, bere planoan, guztiz definituta gelditzen da oinarria eta erruletaren arteko errodadura mugimenduarekin.

✱ Jarraipen abiadura



P: punto matematikoa

Oinarria eta erruleta

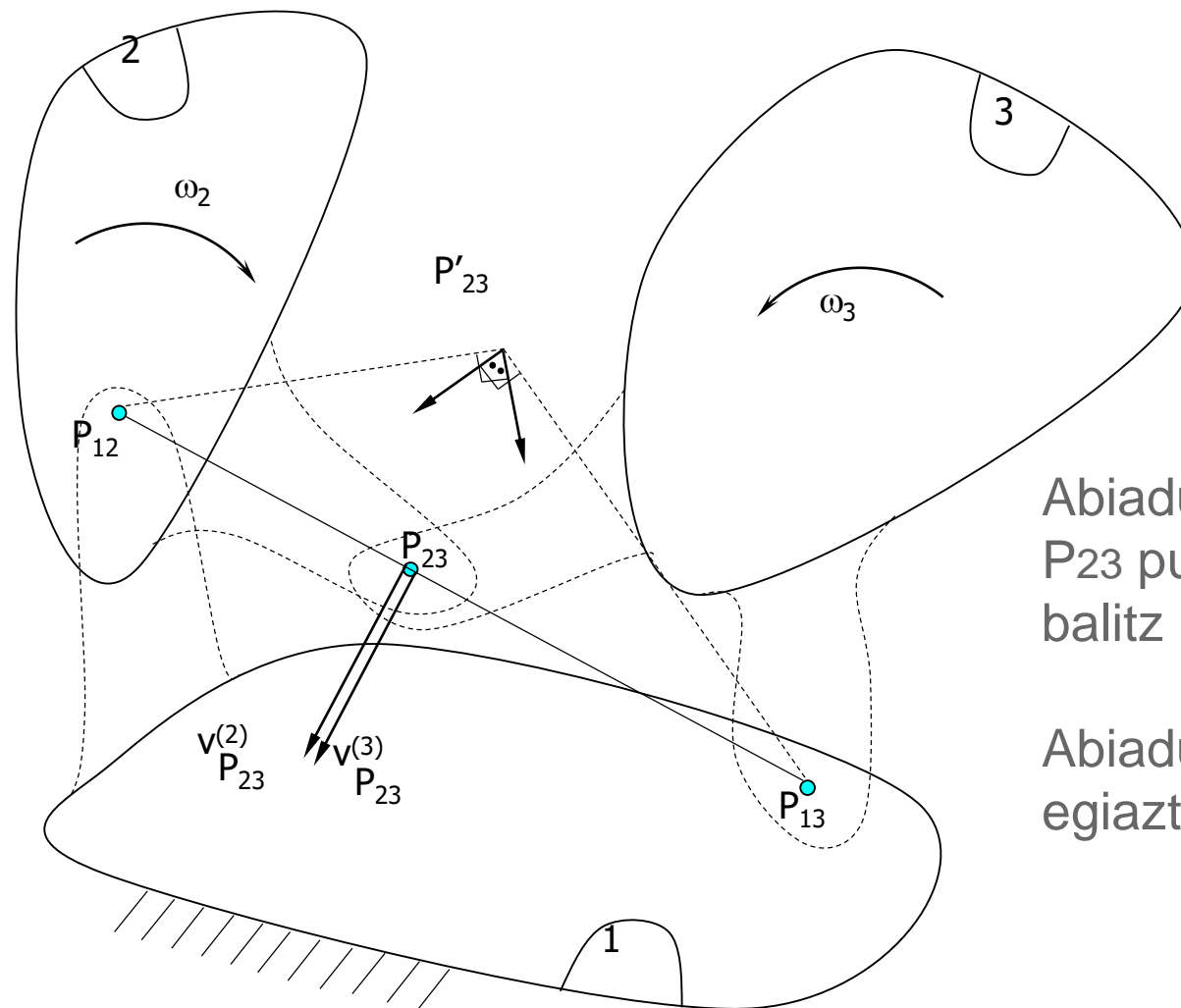


Aronhold-Kennedy-ren teorema

- * Orokortuko da ABZ-ren kontzeptua: **bi plano mugikorren arteko mugimendura orokortu dezakegu.**
- * **Higidura erlatiboa** ikasten da.
- * 2. plano mugikorra eta 3. plano mugikorra. Beraien arteko ABZ da P_{23} .
- * Dakigunez: $V_{p2}=V_{p3}$ (ez da nulua izan behar, plano mugikorrak direlako)
- * Oinarriaren eta erruletaren kontzeptuak orokortu ditzakegu ere. Kurba polar hauek, kasu honetan, mugikorrak izango dira.
- * Errodadurazko mugimendua baimentzen da kurba polar hauen artean.

Aronhold-Kennedy-ren teorema

“Hiru plano mugikorren artean definitu daitezkeen polo erlatiboak uneoro lerrokatuta daude”



Plano horiek ez dute zertan lotura zinematikoekin lotuta egon behar

Abiadura absoluto berbera izan behar du P_{23} puntuak, bai 2. planoko barnekoa izango balitz bezala, edo 3. planoko barnekoa.

Abiaduraren moduluak honako hau egiaztatzen du:

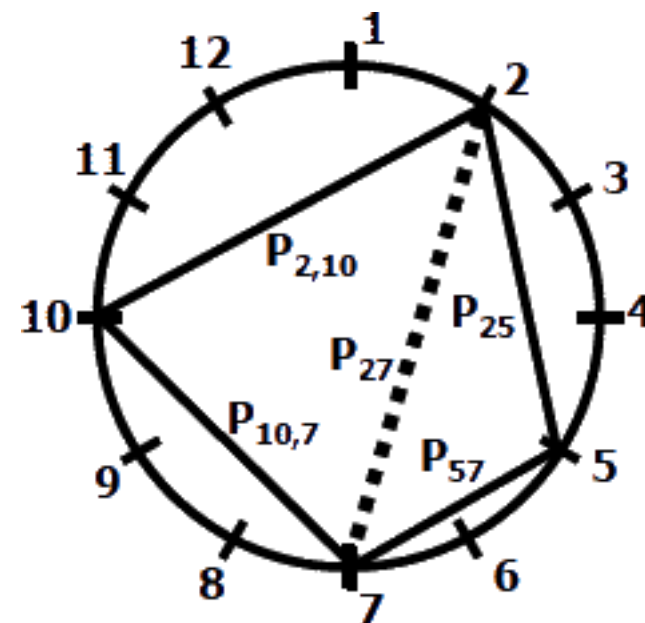
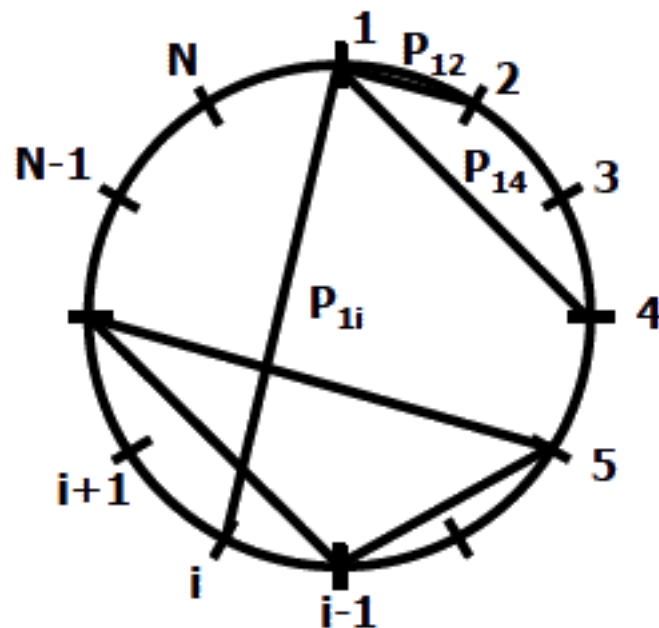
$$v_{P_{23}} = \omega_2 \overline{P_{12}P_{23}} = \omega_3 \overline{P_{13}P_{23}}$$

ABZ edo polo guztiak lortzeko prozesua:

- Elementuen artean binaka egin daitezkeen konbinazioak bezainbeste ABZ dago mekanismo batean.
- Beraz, mekanismoak N elementu baditu, ABZ kopurua honako hau izango litzateke: $N(N-1)/2$
- Kasu batzuetan poloak erraz ezagutu daitezke: polo primarioak:
 - Biraketa lotura guztiak
 - Infinitoan dagoen edozein puntu, lotura prismatiko baten traslazioarekiko elkartzuta den norabidean
 - Errodadura lotura baten kontaktu puntua
 - Espeka motako lotura batean, poloa kontaktu puntuan egindako normalean dago.

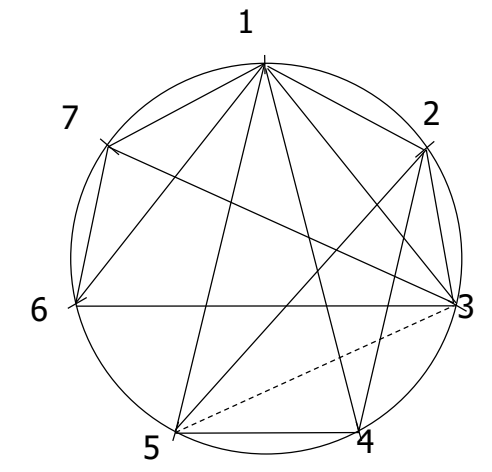
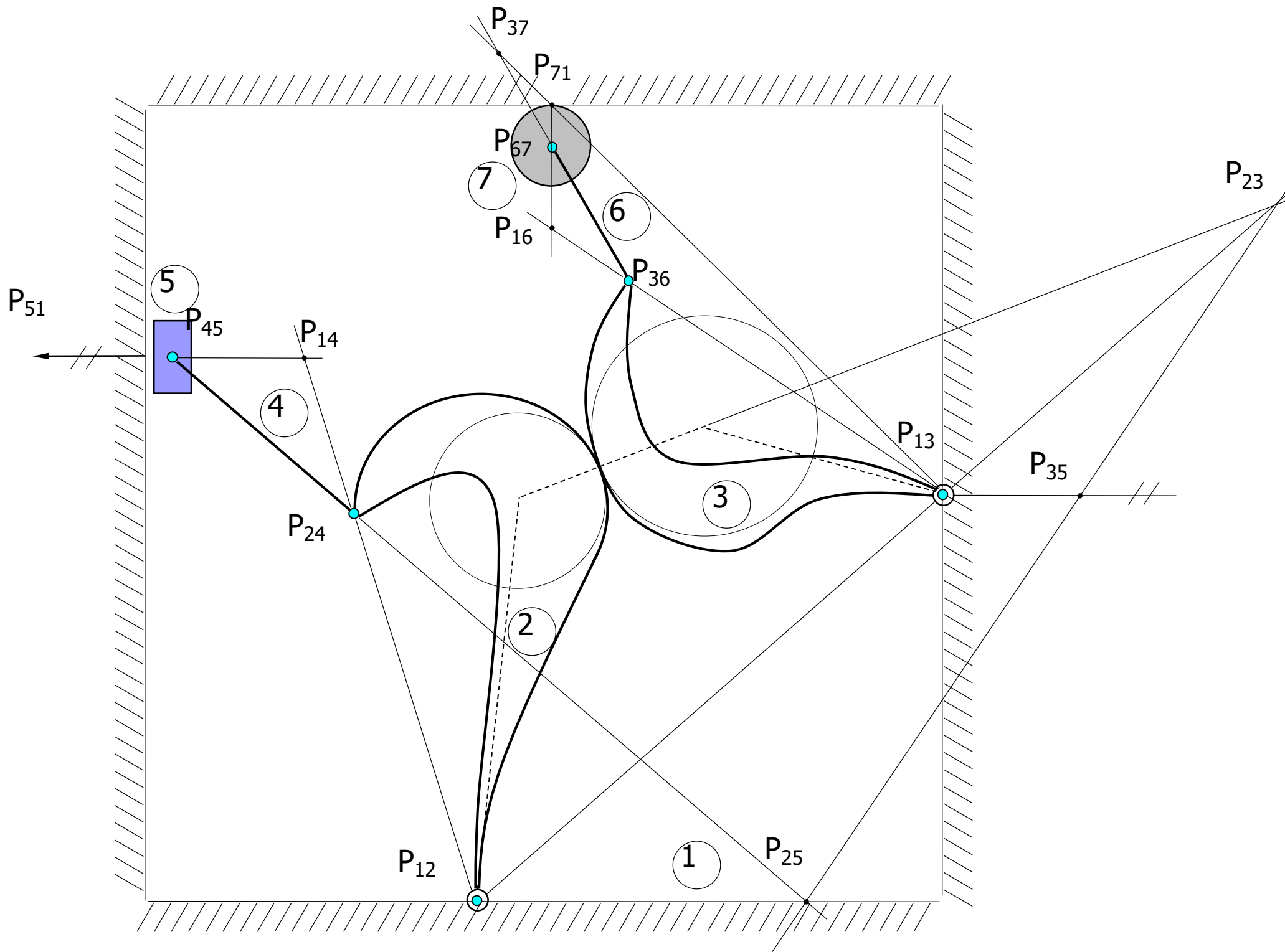
* Zirkuluaren diagrama:

- * Polo kopuru totala: $N(N-1)/2$
- * **Zirkulu bat** ezartzen da eta mekanismoak dituen **elementu bezainbesteko zatitan** banatzen da bere perimetroa.
- * Zirkuluan eraiki daitezkeen korda desberdinek, mekanismoaren poloak irudikatzen dituzte.
- * **Polo primarioei dagozkien kordak** marrazten dira.
- * Ezezaguna den polo bat aurkitzeko, **bi hiruki aldi berean izten duen korda bat bilatu behar da.**
- * Hirukietariko baten aldeek definitzen duten polo bikoteak osatzen dute zuzen bat; bestalde, beste hirukiaren aldeek beste zuzena osatzen dute. Orduan, bi zuzen horien arteko ebakidura puntua izango da poloa.



$$P_{2,7} = P_{2,5}P_{5,7} \cap P_{10,7}P_{2,10}$$

Adibidea:



$$\begin{aligned}
 P_{23} &= \overline{P_{12}P_{13}} \cap \text{Normal levas} \\
 P_{16} &= \overline{P_{17}P_{76}} \cap \overline{P_{13}P_{63}} \\
 P_{14} &= \overline{P_{15}P_{45}} \cap \overline{P_{12}P_{24}} \\
 P_{25} &= \overline{P_{12}P_{15}} \cap \overline{P_{24}P_{45}} \\
 P_{37} &= \overline{P_{17}P_{13}} \cap \overline{P_{76}P_{63}} \\
 P_{35} &= \overline{P_{23}P_{25}} \cap \overline{P_{13}P_{15}}
 \end{aligned}$$