

## 2. Gaia. Estatistika. II

### Adierazgarritasun irizpideak

#### Aurkibidea

1. t proba batzbestekoa benetako balio batekin konparatzeko.
2. t proba batzbesteko esperimentalak konparatzeko.
  1. Bariantzak ezberdinak ez direnean.
  2. Bariantzak ezberdinak direnean.
3. F proba bariantzak konparatzeko.
4. Binakako laginen konparaketa.
5. Emaizta susmagarriak baztertzeko probak.
  1. Dixon-en Q.
  2. Grubss-en G.

1



### 1. t proba batzbestekoa benetako balio batekin konparatzeko

$$\mu = x \pm \frac{ts}{\sqrt{n}} \quad \left. \begin{array}{l} t_{kal} = \frac{|\bar{X} - \mu| \sqrt{n}}{s} \\ t_{taula} (n-1, \%95) \end{array} \right\} \begin{array}{l} t_{kal} \leq t_{taula} \Rightarrow \text{diferentzia ez da adierazgarri da } (x = \mu). \\ t_{kal} > t_{taula} \Rightarrow \text{diferentzia adierazgarri da } (x \neq \mu). \end{array}$$

Guk kalkulatuako  $\bar{X}$  balioa tarte barruan kokatzen bada esan daiteke gure metodoak ez duela errore sistematikorik, beraien diferentzia errore aleatorioak bakarrik eragiten dutelako.

Erabiltzen den konfiantza maila %95koa da.



Analisia egin eta neurtu

$\bar{X}$  eta S

konparatu

$\mu = 105 \text{ mg}$



2



### 2. t proba batzbesteko esperimentalak konparatzeko

Bi batzbesteko esperimental konparatu nahi direnean lehenabizi batzbesteko horiei dagozkien desbideratze estandarrak konparatu behar dira. Horren arabera, bi prozedura jarrai daitezke batzbestekoak konparatzeko.

Bi datu multzo ditugu:  $X_1, s_1$  eta  $n_1$   
 $X_2, s_2$  eta  $n_2$ .



$X_1, s_1$  eta  $n_1$



$X_2, s_2$  eta  $n_2$

#### a. Desbideratze estandarrak ezberdinak ez direnean. Desbideratze estandarrak antzekoak direnean

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad t_{kal} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$t_{taula} (n_1 + n_2 - 2, \%95) \quad \left\{ \begin{array}{l} t_{kal} \leq t_{taula} \Rightarrow X_1 \text{ eta } X_2 \text{ arteko diferentzia ez da adierazgarria.} \\ t_{kal} > t_{taula} \Rightarrow X_1 \text{ eta } X_2 \text{ arteko diferentzia adierazgarria da.} \end{array} \right.$$

3



### 2. t proba batzbesteko esperimentalak konparatzeko

#### b. Desbideratze estandarrak ezberdinak direnean.

$$t_{kal} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Askatasun gradoak} \\ \text{Taulan begiratzeko} \\ v = \frac{\left( \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{\left( \frac{S_1^2}{n_1} \right)^2 + \left( \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2} - 2 \end{array} \right\}$$

Konfiantza maila %95

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{kal} \leq t_{taula} \Rightarrow X_1 \text{ eta } X_2 \text{ arteko diferentzia ez da adierazgarria.} \\ t_{kal} > t_{taula} \Rightarrow X_1 \text{ eta } X_2 \text{ arteko diferentzia adierazgarria da.} \end{array} \right.$$

4



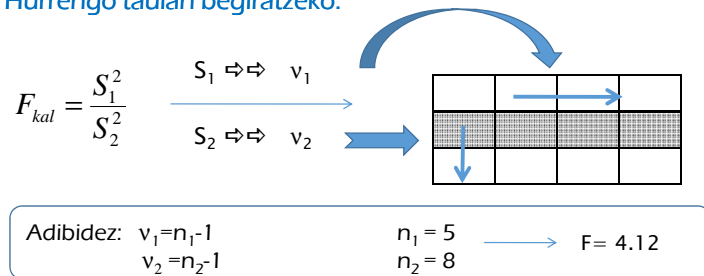
### 3. F proba bariantzak konparatzeko

$$F_{kal} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad \text{non } s_1 > s_2 \quad \text{BETI} > 1,0$$

$$F_{taula} (n_1-1, n_2-1, \%95)$$

$F_{kal} \leq F_{taula} \Rightarrow$  diferentzia ez da adierazgarria da ( $S_1 = S_2$ ).  
 $F_{kal} > F_{taula} \Rightarrow$  diferentzia adierazgarria da ( $S_1 \neq S_2$ ).

Hurrengo taulan begiratzeko:



### 2. F proba bariantzak konparatzeko

Table 4-5 Critical values of  $F = s_1^2/s_2^2$  at 95% confidence level

Degrees of freedom for $s_2$	Degrees of freedom for $s_1$													
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	$\infty$
2	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5
3	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.84	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.62	8.53
4	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.75	5.63
5	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.50	4.36
6	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.81	3.67
7	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.58	3.51	3.44	3.38	3.23
8	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.08	2.93
9	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.86	2.71
10	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.84	2.77	2.70	2.54
11	3.98	3.59	3.36	3.20	3.10	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.57	2.40
12	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.47	2.30
13	3.81	3.41	3.18	3.02	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.38	2.21
14	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.31	2.13
15	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.25	2.07
16	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.19	2.01
17	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.15	1.96
18	3.56	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.11	1.92
19	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.07	1.88
20	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.04	1.84
30	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.84	1.62
$\infty$	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.46	1.00



### 4. Binakako laginen konparaketa

Hipotesia: bi metodoen artean ezberdintasunik ez balego, emaitzen arteko ezberdintasunak  $m=0$  batzbestekoa duen populazioari dagokio.

Hipotesi hau frogatzeko binakako datuen diferentzien arteko batzbesteko esperimentalak ( $d$ ) konparatzen da 0 balioarekin  $t$  proba bat eginez.

$$t_{kal} = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{s_d}$$

$\bar{d}$ : binakako balioen arteko diferentzien batzbestekoa

$s_d$ : binakako balioen arteko diferentzien desbideratze estandarra

Konparatu  $t_{taula} (n-1, \%95)$



### 4. Binakako laginen konparaketa

Bi metodo desberdin erabiltzen parasetamola determinatu da pilula ezberdinetan

#### Parasetamola (%)

Laginak	UV espektroskopia	NIR espektroskopia	$d$
1	84.63	83.15	1.48
2	84.38	83.72	0.66
3	84.08	83.84	0.24
4	84.41	84.20	0.21
5	83.82	83.92	-0.10

Adierazgarria da bi metodoen arteko ezberdintasuna?

$$\bar{d} = 0.498$$

$$s_d = 0.612$$

$$t_{kal} = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{s_d} = \frac{0.498\sqrt{5}}{0.612} = \frac{1.114}{0.612} = 1.820$$

$t_{taula} = 2.776$   $t_{kal} < t_{taula}$  diferentzia ez da adierazgarria

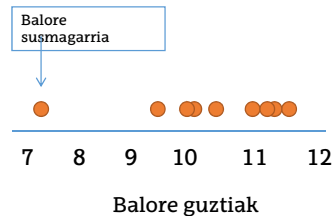
## 5. Eamaitza susmagarriak baztertzeo probak

### Dixon-en Q

$$Q_{kal} = \frac{\text{Balore susmagarria} - \text{Balore hurbilena}}{\text{Balore handiena} - \text{Balore txikiena}}$$

$Q_{kal} \leq Q_{taula} \Rightarrow$  Balore susmagarria mantendu.

$Q_{kal} > Q_{taula} \Rightarrow$  Balore susmagarria eliminatu.



$Q_{taula}(n, \%95)$

Table 4-6 Values of Q for rejection of data

Q (90% confidence) <sup>a</sup>	Number of observations
0.76	4
0.64	5
0.56	6
0.51	7
0.47	8
0.44	9
0.41	10

a.  $Q = \text{gap}/\text{range}$ . If  $Q_{\text{calculated}} > Q_{\text{table}}$ , the value in question can be rejected with 90% confidence.

SOURCE: R. B. Dean and W. J. Dixon, *Anal. Chem.* **1951**, 23, 636; see also D. R. Rorabacher, *Anal. Chem.* **1991**, 63, 139.

9

## 5. Eamaitza susmagarriak baztertzeo probak

### Dixon-en Q

Adibidea: Hemen dituzu 10 datu esperimentalak, saio batean lortuak:

10.45; 10.47; 10.47; 10.48; 10.49; 10.50; 10.50; 10.52; 10.53; 10.58

10.58 datu susmagarria dela esan genezake?

$$Q_{kal} = \frac{\text{Balore susmagarria} - \text{Balore hurbilena}}{\text{Balore handiena} - \text{Balore txikiena}} = \frac{10.58 - 10.53}{10.58 - 10.45} = \frac{0.05}{0.13} = 0.385$$

%95eko konfiantza maila kontutan harturik,

$Q_{taula} = 0.41$

beraz  $Q_{kal} < Q_{taula}$

balioa ez da susmagarria beraz mantendu

Ariketa batean balio susmagarria baztertu behar bada, baztertu eta birkalkulatu X eta S

10

## 5. Eamaitza susmagarriak baztertzeo probak

### Grubbs-en G

$$G_{kalk} = \frac{|\text{Balore susmagarria} - \bar{X}|}{s}$$

$G_{taula}(n, \%95)$

$G_{kal} \leq G_{taula} \Rightarrow$  Balore susmagarria mantendu.

$G_{kal} > G_{taula} \Rightarrow$  Balore susmagarria eliminatu.

X eta S kalkulatzeo balio susmagarria erabili

TABLE 4-5 Critical values of G for rejection of outlier

Number of observations	G (95% confidence)
4	1.463
5	1.672
6	1.822
7	1.938
8	2.032
9	2.110
10	2.176
11	2.234
12	2.285
15	2.409
20	2.557

$Q_{\text{calculated}} = | \text{questionable value} - \text{mean} | / s$ . If  $Q_{\text{calculated}} > Q_{\text{table}}$ , the value in question can be rejected with 95% confidence. Values in this table are for a one-tailed test, as recommended by ASTM.

SOURCE: ASTM E 178-02 Standard Practice for Dealing with Outlying Observations, <http://webstore.aansi.org>; F. E. Grubbs and G. Beck, *Technometrics* **1972**, 14, 847.

Ariketa batean balio susmagarria baztertu behar bada, baztertu eta birkalkulatu X eta S

11

## 5. Eamaitza susmagarriak baztertzeo probak

### Grubbs-en G

Adibidea: Hemen dituzu 12 datu esperimentalak, saio batean lortuak:

10.2; 10.8; 10.6; 9.9; 9.4; 6.8; 10.0; 9.2; 11.3; 9.5; 10.6; 11.2

6.8 datu susmagarria dela esan genezake?

Lehendabizi X eta s kalkulatu, datu guztiak kontutan hartzen.

$\bar{X} = 9.96$

$s = 1.21$

$n = 12$

$$G_{kal} = \frac{|\text{Balore susmagarria} - \bar{X}|}{s} = \frac{|6.8 - 9.96|}{1.21} = \frac{3.16}{1.21} = 2.612$$

%95eko konfiantza maila kontutan harturik,

$G_{taula} = 2.285$

beraz  $G_{kal} > G_{taula}$

balioa susmagarria da beraz baztertu

Ondorioz, birkalkulatu X eta S.



$\bar{X} = 10.24$   $s = 0.72$   $n = 11$

12