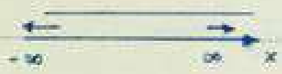
Distribución Uniforme (Tb. se conoce como distribución RECTANGULAR)

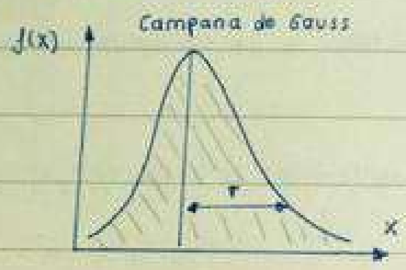
1. Parámetros "a" y "b" $(a < b)$
2. Función de densidad: $f(x) = \dfrac{1}{b-a}$
3. Función de distribución: $F(x) = \dfrac{x-a}{b-a}$
4. Función generatriz: $\alpha_x(u) = \dfrac{e^{ub} - e^{ua}}{e^{u}(b-a)}$
5. Media: $m_x = Ex = \dfrac{b+a}{2}$
6. Varianza: $\sigma_x^2 = E(X - m_x)^2 = \dfrac{(b-a)^2}{12}$

Distribución Normal

Sin duda la distribución continua de probabilidad más importante, por la frecuencia con que se encuentra y por sus aplicaciones teóricas, es la distribución normal, gaussiana o de Laplace - Gauss. Fue descubierta y publicada por primera vez en 1733 por De Moivre. A la misma llegaron, de forma independiente, Laplace (1812) y Gauss (1809).

$X \longrightarrow N(m, \sigma)$





$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

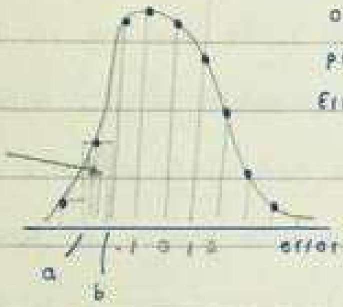
Reproducción de los Diarios de Gauss

1801: Determinación de los parámetros orbitales del asteroide Ceres y predicción de su posición.

Error = Posición calculada - Posición observada

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

$$P(a \le x \le b) = F(b) - F(a)$$



- Caracteres morfológicos de individuos (personas, animales, plantas, piezas, componentes...) de una especie (tallas, pesos, diámetros, perímetros, ...).
- Caracteres sociológicos, por ej. consumo de cierto producto por un mismo grupo de individuos, puntuaciones de examen, ...
- Caracteres fisiológicos, por ej: efecto de una misma dosis de un fármaco

· Errores cometidos al medir ciertas magnitudes.

· El ruido en telecomunicaciones.

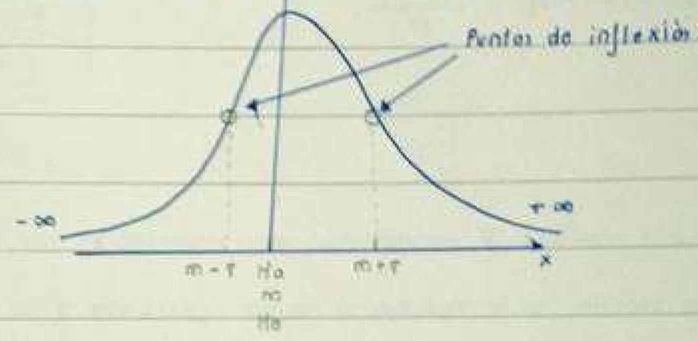
· Y en general cualquier característica que se obtenga como suma de muchos factores.

· Características de la Distribución Normal

· Tiene forma de campana, es asintótica al eje de las abscisas (para $x = \pm\infty$)

· Simétrica con respecto a la media (m) donde coinciden la mediana (Me) y la moda (Mo).

· Los puntos de inflexión tienen como abscisas los valores $m \pm \sigma$



· El Ruido en Telecomunicaciones

El ruido es cualquier señal indeseable (no contiene información) presente en todo sistema de telecomunicaciones.

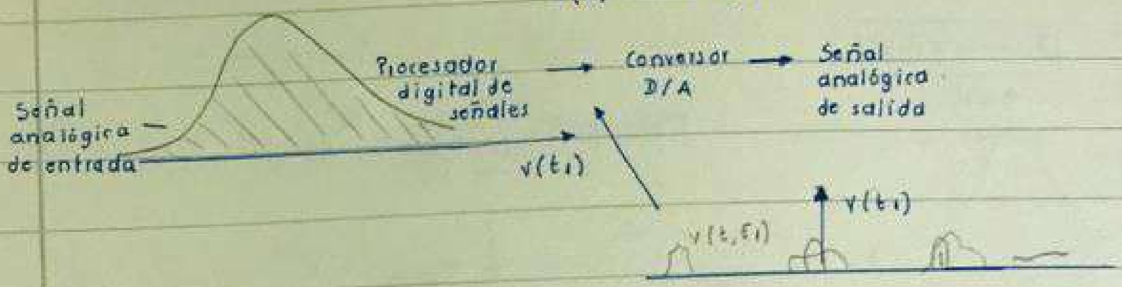
El ruido es un fenómeno natural, inevitable y generalmente incontrolable. Es una señal aleatoria tanto en fase, amplitud y frecuencias.

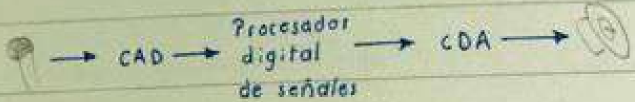
Existen varios tipos de ruidos pero hablaremos de un ruido que sigue distribución Gaussiana: El ruido térmico.

Ruido Térmico

Es la causa de ruido más imp. en los circuitos eléctricos y, en consecuencia, está presente en todos los componentes de los sistemas de comunicación que incluyen circuitos eléctricos o electrónicos. Su origen es el movimiento aleatorio de los electrones libres en los conductores y semiconductores debido a la agitación térmica que hace que en un instante un mayor n° de electrones vaya en una dirección y otras veces lo haga en la otra creando una corriente que cambia de magnitud y de dirección creando un voltaje aleatorio que en algunas casos puede "enterrar" a la propia señal.

$v(t) \text{ — } N(0, \sigma)$



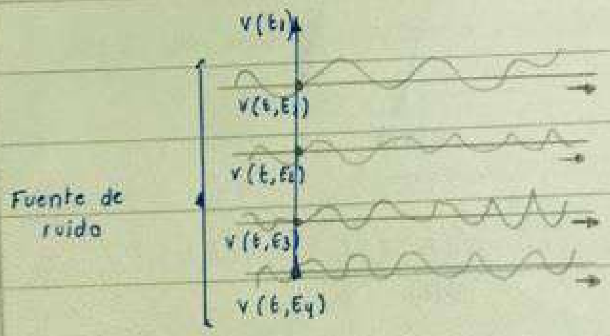


El micrófono transforma las presiones acústicas de la voz en una señal analógica, la señal se aplica a un CAD, lo salida va a procesador digital, después al CDA, para que la señal analógica se reproduzca en el altavoz.

- Ruido térmico

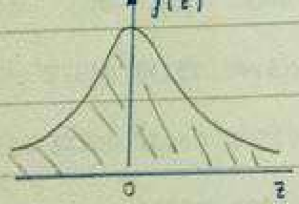
$v(t) \text{ —— } N(0, \sigma)$

La varianza puede conocerse con un medidor de potencia verdadera que tenga una constante de tiempo grande.



- Distribución Normal Tipificada

$$\boxed{z \text{ —— } N(m = 0, \sigma = 1)}$$

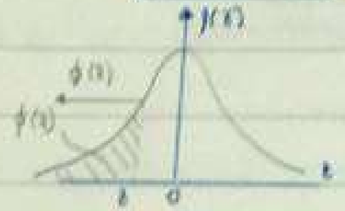


$$f(z) = \frac{1}{1\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{z-0}{1}\right)^2}$$

$$\boxed{z = \frac{x - m_x}{\sigma_x}}$$

·Distribución Normal Tipificada

$$\boxed{z \longrightarrow N(0,1)}$$

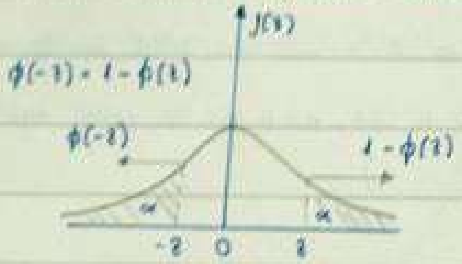


$$F(z) = \phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 z^2} dz$$

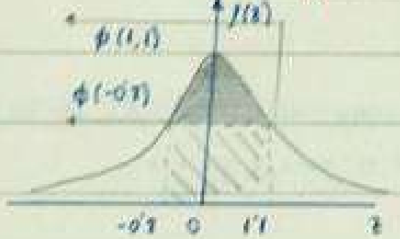
$\downarrow$ Tablas

·Distribución Normal Tipificada. Simetría

$$\phi(-z) = 1 - \phi(z)$$



·Probabilidades Normal Tipificada



$P(-0'8 \leq z \leq 1'1) = \phi(1'1) - \phi(-0'8) =$

Tablas

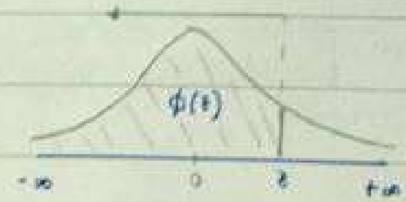
$\phi(1'1) \to 0'8643$

$\phi(-0'8) \to 0'2119$

Tabla A1: $\phi(z)$

¿$\phi(0'62)$? = 0'7324

¿$\phi(-3'8)$?



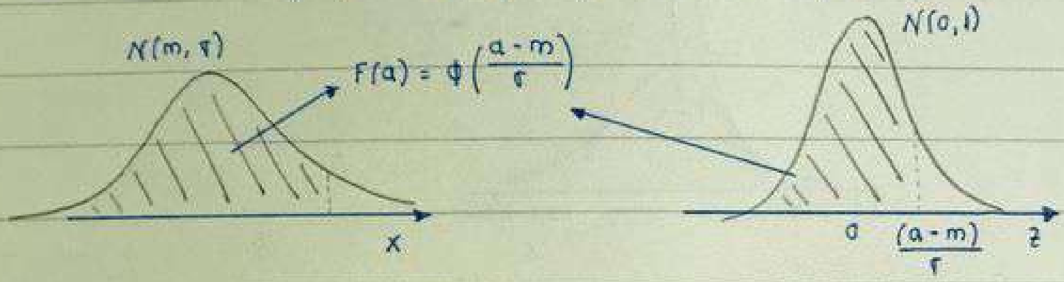
z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5754
0'2	0'5793	0'5832		0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179		0'255	0'6193	0'630	0'6406	0'6443	0'6480		
0'4	0'6554	0'6591		066			0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7258	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7518	0'7549

$\phi(z)$

- Distribución Normal. Cálculo probabilidades

$$X \rightarrow N(m, \sigma) \rightarrow Z = \frac{X - m}{\sigma} \rightarrow N(0,1)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = P\left(\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{x-m}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{x-m}{\sigma}\right) = \phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$$



Ej 1.

La potencia eléctrica instalada en los hogares de una población es una v.a. que sigue distribución normal de media 4,5 Kw. y desviación típica 2,1 Kw. Calcular la probabilidad de que una familia tomada al azar haya instalado:

a) Menos de 3 Kw. $P(X < 3)$

b) Más de 5 Kw. $P(X > 5)$

c) Entre 1,5 y 6,5 Kw. $P(1'5 < X < 6'5)$

Sea X la variable "potencia instalada": $X \longrightarrow N(m = 4,5 \quad \sigma = 2'1)$

$$F(a) = \phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right)$$

$$X \longrightarrow N(m = 4'5 \,;\, \sigma = 2'1)$$

$$P(X \leq 3) = F(3) = \phi\left(\frac{3 - 4'5}{2'1}\right) = \phi(-0'71) = 0'2389$$

$$P(X \geq 5) = 1 - F(5) = 1 - \phi\left(\frac{5 - 4'5}{2'1}\right) = 1 - \phi(0'238) = 0'5948$$

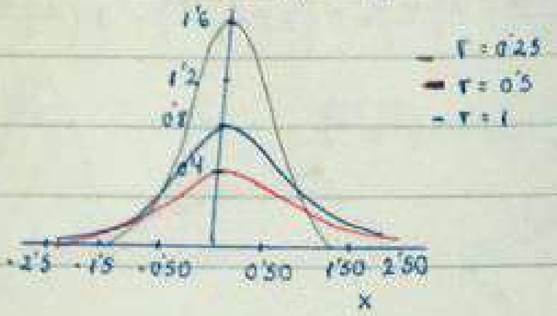
$$P(1'5 \leq X \leq 6'5) = F(6'5) - F(1'5) =$$

$$\phi\left(\frac{6'5 - 4'5}{2'1}\right) - \phi\left(\frac{1'5 - 4'5}{2'1}\right) = \phi(0'95) - \phi(-1'43) = 0'7525$$

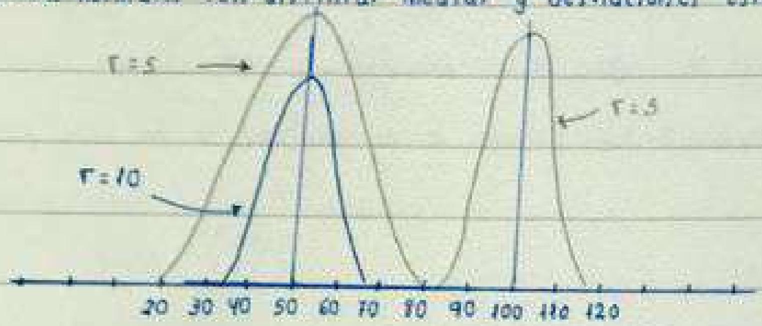
Distribución Normal: Propiedades

1. Comparación de distribuciones normales

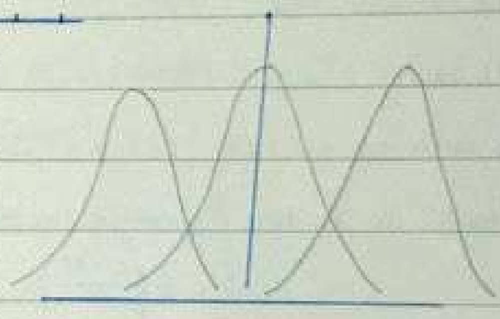
Distribución normal con $\mu = 0$ para varios valores σ



Curvas normales con distintas medias y desviaciones estándar

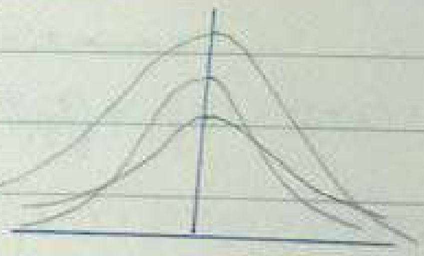


$N(m, \sigma)$: Interpretación geométrica



- Podemos interpretar la media como un factor de traslación.

- Y la desviación típica como un factor de escala, grado de dispersión...



2. Una transformación lineal de variable normal es otra vble normal.

$$X \text{ — } N(m_x, \sigma_x)$$
$$y = ax + b \longrightarrow Y \text{ — } N(am_x + b,\ a\sigma_x)$$

$$m_y = am_x + b$$
$$\sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2$$

3. Una combinación lineal de variables normales indep es otra vble normal.

$$X \text{ — } N(m_x, \sigma_x) \quad ; \quad Y \text{ — } N(m_y, \sigma_y)$$

$$X \text{ e } Y \text{ indep}$$

$$w = ax + by + c$$

$$w \text{ — } N\left(am_x + bm_y + c\ ;\ \sqrt{a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2}\right)$$

$$m_w = am_x + bm_y + c$$
$$\sigma_w^2 = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2$$