DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

MEKANIKA INGENIARITZA SAILA

INGENIARITZA GOI ESKOLA TEKNIKOA

TEORÍA DE MÁQUINAS.

MAKINEN TEORIA.

3º Ingeniería Industrial. Septiembre 2006.
Examen Final.

Ingeniaritza industrialeko 3. kurtsoa. 2006.-eko Iraila.
Azterketa Finala.

Peso sobre la Unidad Temática: 10 %.
Ejercicio. 2 Tiempo: 30 min.

Atal Tematikoaren Pisua: 10 %.
Ariketa. 2 Iraupena: 30 min.

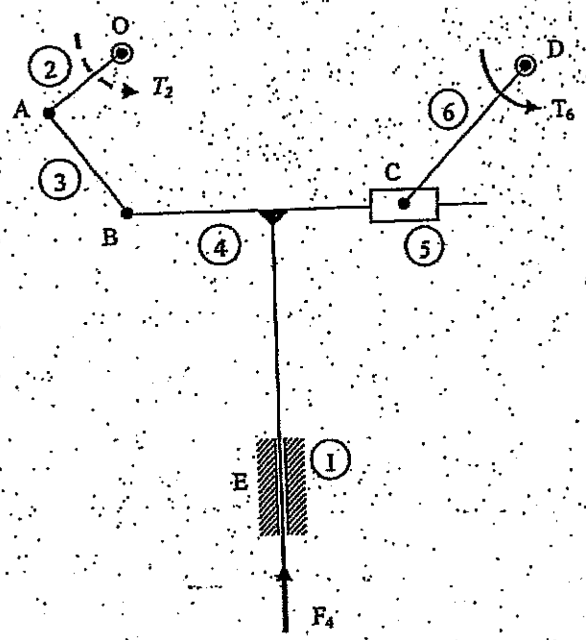
ONEI

GRUPO:
NOMBRE Y APELLIDOS:

TALDEA:
IZEN ABIZENAK:

En la figura siguiente se representa un modelo simplificado de un mecanismo de yugo escocés accionado por una díada R. Suponiendo el problema cinemático resuelto, conocidas todas las propiedades másicas de los elementos del mecanismo, y aplicando el principio de d'Alembert, se pide:

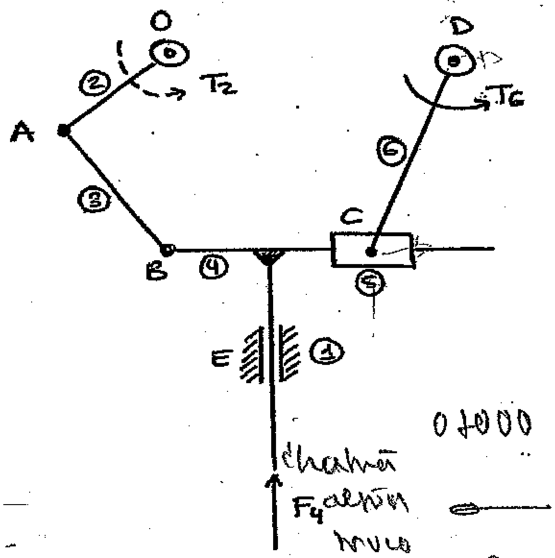
1. Calcular las reacciones en todos los pares cinemáticos. (8p)
2. Calcular el par motor $\mathbf{T_2}$, necesario para accionar el mecanismo venciendo el par resistente $\mathbf{T_6}$ y la fuerza $\mathbf{F_4}$. (2p)



2º PARCIAL

- DINÁMICA { Newton ↔ D'Alembert / Potencias virtuales } (≃ 10% ejercicios)
- VOLANTES DE INERCIA (≃ 30% ejercicios)
- VIBRACIONES { 1 g.d.l / n g.d.l } (≃ 60% ejercicios)

SEPT. 2006 Ej. 2

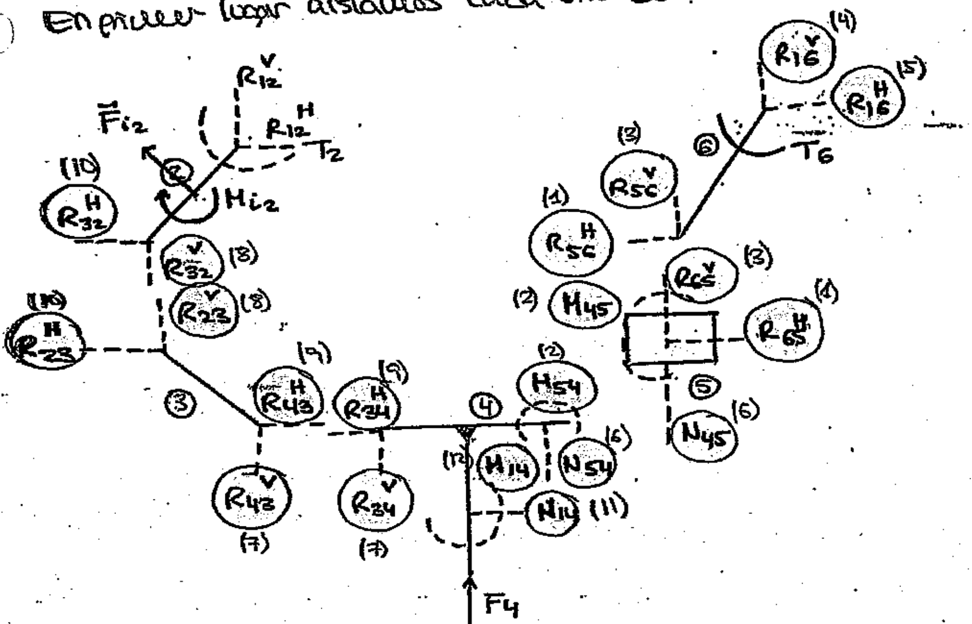


PRINCIPIO DE D'ALEMBERT

Es equivalente a Newton e iguala el sumatorio de las fuerzas y el de los momentos a cero, ya que dentro de estos tiene en cuenta las acciones inerciales.

0 + 000 → Todas las fuerzas están descompuestas en las mismas 2 direcciones. Así se podrán resolver y no nos tendremos que preocupar de la orientación que tomen las fuerzas y hacemos el estudio dinámico.

En primer lugar aislamos cada uno de los elementos



Las acciones representadas con trazo continuo son dato y las de trazo discontinuo, no.

Tras aislar cada elemento analizamos las acciones que intervienen en el siguiente orden:

- acciones exteriores
- acciones por la unión con otros elementos, según la naturaleza del par
- acciones inerciales (dato)

Como las acciones inerciales son conocidas, las damos por puestas en todos los elementos, para no tener que andar poniéndolas en todos ellos.

De cada elemento podremos obtener 3 ecuaciones (fuerzas en ambas direcciones y momentos), luego podremos obtener 15 ecuaciones. El número de incógnitas (trazo discontinuo) observamos que es 15, por lo que tenemos un sistema de 15 ecuaciones e incógnitas.

$$② \begin{cases} -(13)\ \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{12}^H \\ -(14)\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{12}^V \\ -(15)\ \Sigma M = 0 \rightarrow T_2 \end{cases}$$

$$③ \begin{cases} -(10)\ \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{23}^H \\ -(8)\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{23}^V \\ -(9)\ \Sigma M_A = 0 \rightarrow R_{43}^H \end{cases}$$

$$④ \begin{cases} -(11)\ \Sigma F^H = 0 \rightarrow N_{14} \\ -(7)\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{34}^V \\ -(12)\ \Sigma M = 0 \rightarrow M_{14} \end{cases}$$

$$⑤ \begin{cases} -(1)\ \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{65}^H \\ -(6)\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow N_{45} \\ -(2)\ \Sigma M_C = 0 \rightarrow M_{45} \end{cases}$$

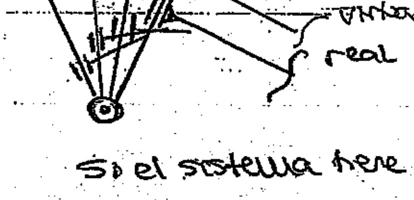
$$⑥ \begin{cases} -(3)\ \Sigma M_D = 0 \rightarrow R_{56}^V \\ -(4)\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{16}^V \\ -(5)\ \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{16}^H \end{cases}$$

2) El par motor T_2 necesario para accionar el mecanismo venciendo el par resistente T_6 y la fuerza F_4 lo hemos obtenido en el apartado (1).

MÉTODO DE LAS POTENCIAS VIRTUALES

Es un método más rápido para obtener las acciones exteriores que actúan sobre el sistema y son incógnita.

- Movimiento virtual ⇒ es un movimiento que aunque no sea real, sea posible de acuerdo a las restricciones del par cinemático

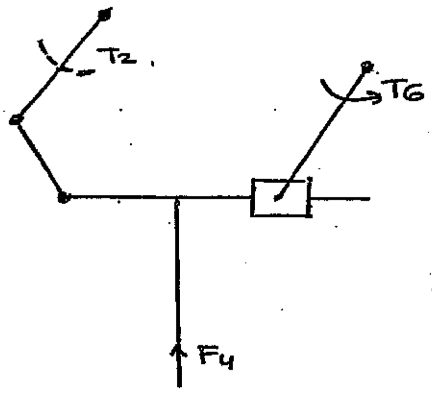


Si el sistema tiene n grados de libertad, tomamos tres movimientos virtuales posibles en los que se anulen algunas incógnitas (todas menos una), de modo que se simplifique el problema

→ El sumatorio de todas las potencias es igual a cero.

Las acciones motoras generan potencias positivas (el elemento se moverá en la dirección de la acción) y las acciones resistivas generan potencias negativas (el movimiento será en la dirección contraria a la de la acción).

Aplicando el principio de potencias virtuales para el cálculo de T_2:



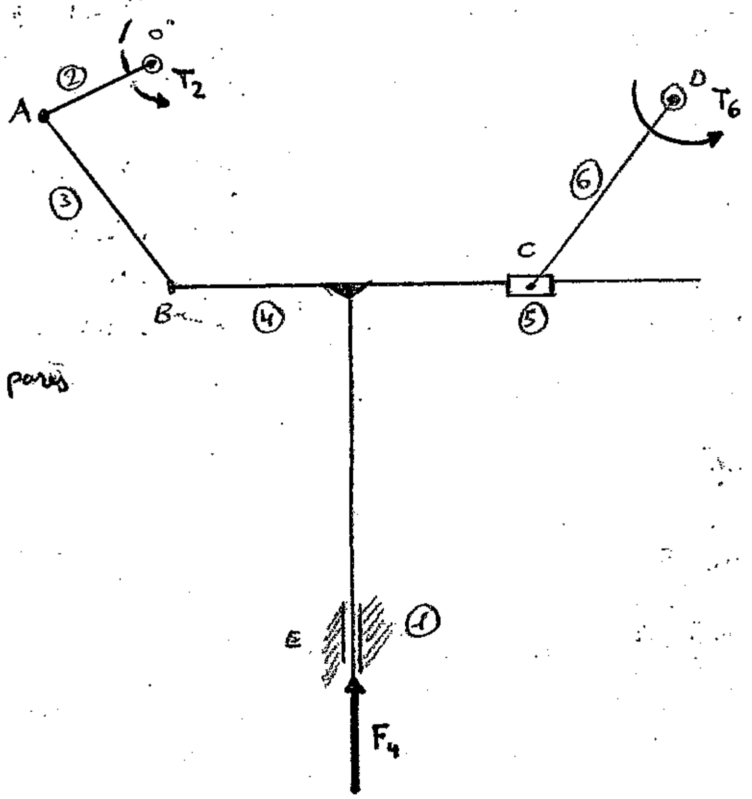
[Las acciones que crea el elemento fijo no generan potencia.]

$$\vec{T}_2 \cdot \vec{\omega}_2 + \vec{T}_6 \cdot \vec{\omega}_6 + \vec{F}_4 \cdot \vec{V}_4 + \sum_{n=2}^{6} \left[\vec{F}_{in} \cdot \vec{V}_{Gn} + \vec{M}_{in} \cdot \vec{\omega} \right. = 0$$

Cuando el sistema tiene un único grado de libertad, la aplicación del teorema de potencias virtuales nos dará una sola ecuación.

De la ecuación anterior despejamos directamente T_2. El principio de potencias virtuales se aplica para calcular de forma rápida las acciones exteriores, pero no para los interiores.

Sept. 2006. Ej. 2



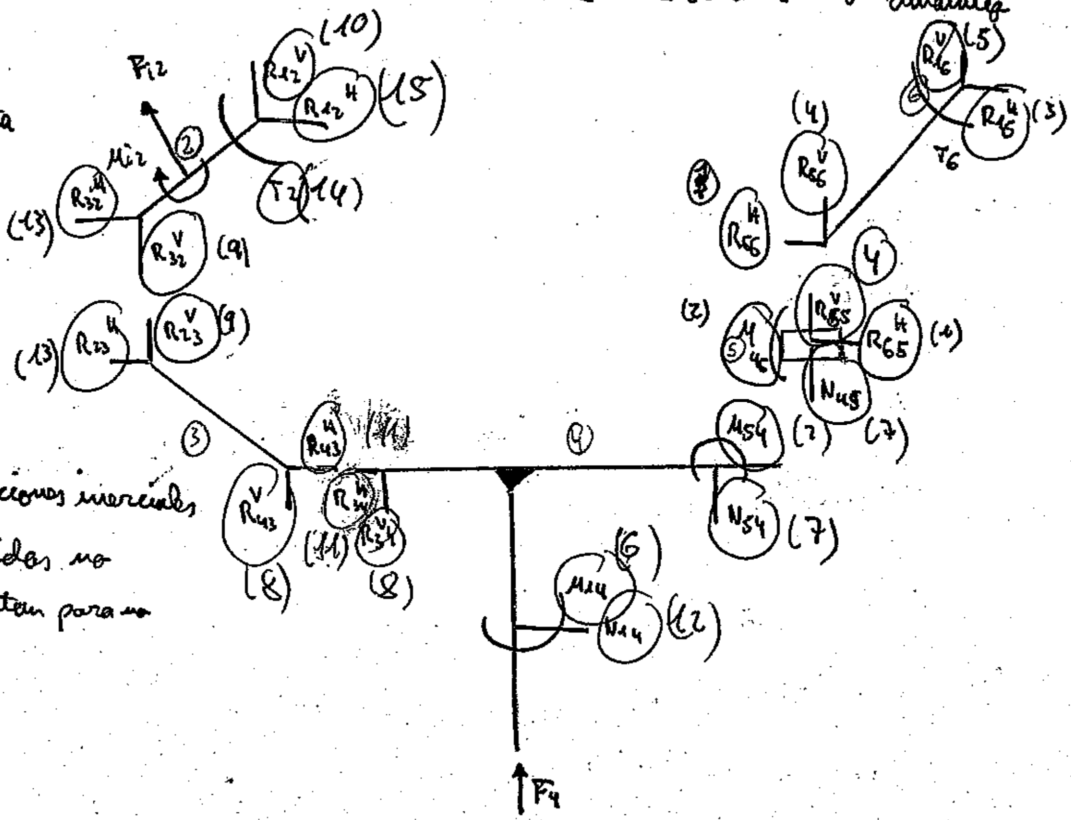
1) Reacciones en todos los pares cinemáticos

2) T_2 para vencer T_6 y F_4

Comenzamos aislando cada uno de los elementos y haciendo el estudio dinámico

Dato

Incógnita



Las acciones inerciales son conocidas no se representan para no molestar.

De cada elemento se pueden obtener 3 ecuaciones, con lo que se podrán obtener 3 incógnitas

② $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{12}^H (15) \\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{12}^V (10) \\ \Sigma M = 0 \rightarrow T_2 (14) \end{cases}$

④ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \rightarrow N_{14} (12) \\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{34}^V (8) \\ \Sigma M = 0 \rightarrow M_{14} (6) \end{cases}$

③ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{23}^H (13) \\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{23}^V (9) \\ \Sigma M = 0 \rightarrow R_{43}^H (11) \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{65}^H (1) \\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow N_{45} (7) \\ \Sigma M = 0 \rightarrow M_{45} (2) \end{cases}$

⑥ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{46}^H (3) \\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{16}^V (5) \\ \Sigma M = 0 \rightarrow R_{56}^V (4) \end{cases}$

Para calcular el par T_2 se usará el ppio de las potencias virtuales

MÉTODO DE LAS POTENCIAS VIRTUALES

Es un método rápido para obtener las acciones exteriores que actúan sobre el sistema y son incógnitas.

- Movimiento virtual ⇒ es un movimiento que aunque no sea real, sea posible dentro de las restricciones del par cinemático.

Si el sistema tiene n grados de libertad, tomamos tres movimientos virtuales posibles en los que se anulen algunas incógnitas (todas menos una), de modo que se simplifique el problema

→ El sumatorio de todas las potencias es igual a cero.

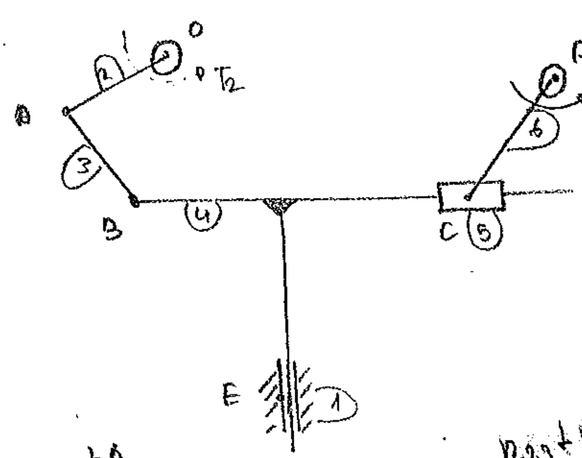
Las acciones motoras generan potencias positivas (el elemento se moverá en la dirección de la acción) y las acciones resistivas generan potencias negativas (el movimiento será en la dirección contraria a la de la acción).

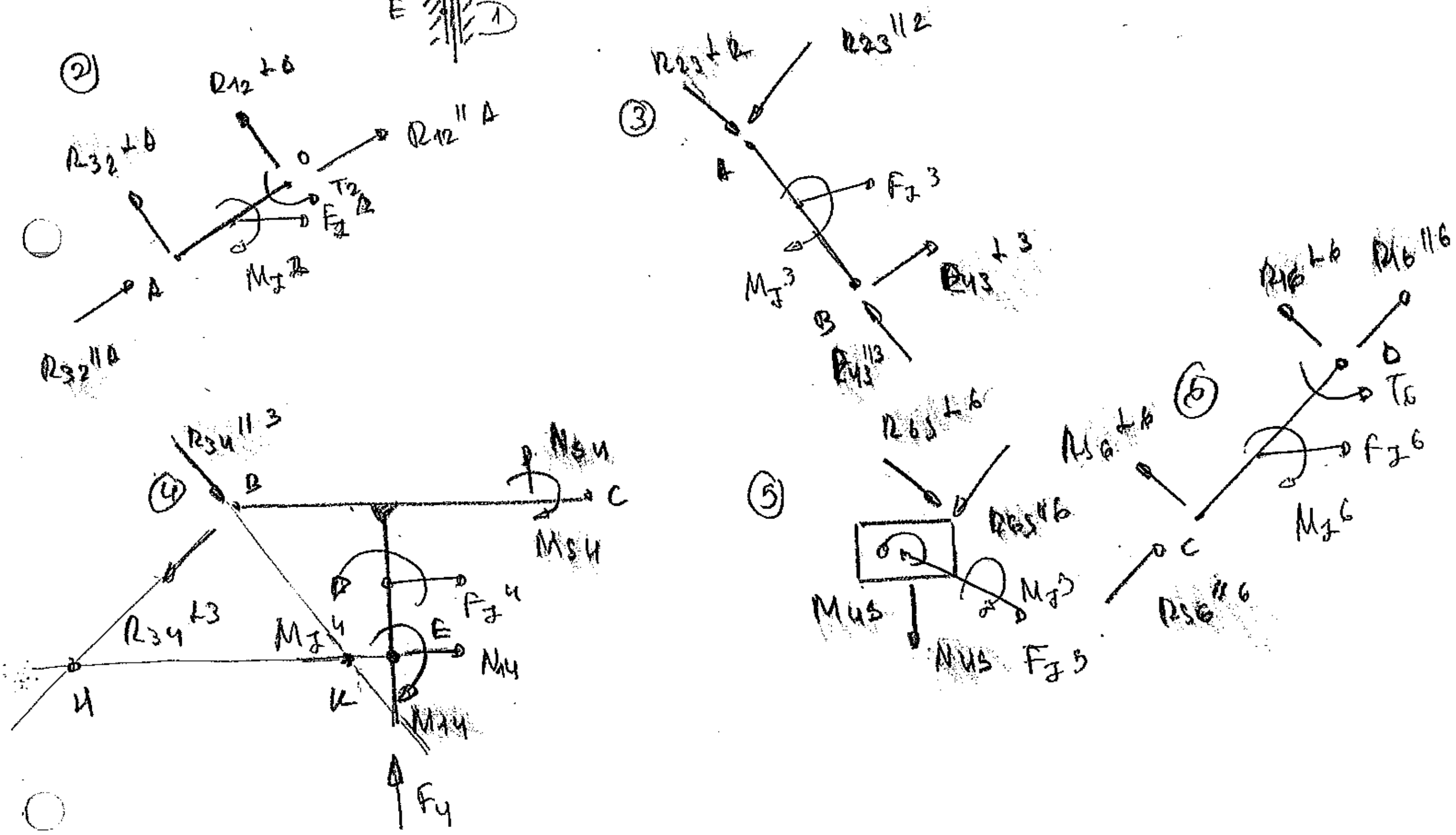
Aplicándolo para obtener T_2:

○ datos

$$\vec{T}_2 \cdot \vec{\omega}_2 + \vec{T}_6 \cdot \vec{\omega}_6 + \vec{F}_4 \cdot \vec{v}_4 + \sum_{i=2}^{6} \left[\vec{F}_{ii} \cdot \vec{v}_{gi} + \vec{M}_{ii} \cdot \vec{\omega}_{ii} \right] = 0 \rightarrow \frac{\text{Se despeja } T_2}{1 \text{ gdl} \rightarrow 1 \text{ ec. pot. virt}}$$

EXAMEN SEPTIEMBRE 2006





Comenzamos a resolver:

(6) $\Sigma M_D \rightarrow R_{56}^{\perp 6}$ ✓

$\Sigma F^{\perp 6} \rightarrow R_{16}^{\perp 6}$ ✓

$\longrightarrow$ Volvemos al elemento (6):

$\Sigma F^{\parallel 6} \longrightarrow R_{16}^{\parallel 6}$ ✓

(5) ΣF^x, ΣF^y $\rightarrow R_{65}^{\parallel 6}$ ✓, $\rightarrow N_{45}$ ✓

$\Sigma M_C \rightarrow M_{45}$ ✓

$\longrightarrow$

(4) Hallemos en primer lugar ~~el punto H.~~ los punto K y H:

$\Sigma M^K \rightarrow$ incógnitas: $R_{34}^{\perp 3}$ y M^{14}

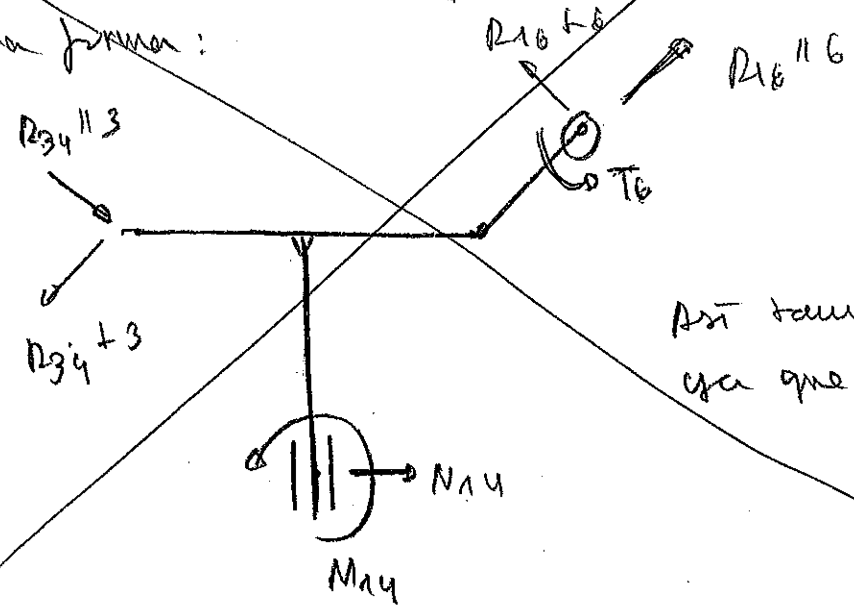
$\Sigma M^H \rightarrow$ incógnitas: $R_{34}^{\parallel 3}$ y M^{14}

$\Sigma M^E \rightarrow$ incógnitas: M^{14}, $R_{34}^{\parallel 3}$ y $R_{34}^{\perp 3}$

$\longrightarrow$

Eso da a lugar a un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas de donde llegamos: $R_{34}^{\perp 3}$, $R_{34}^{\parallel 3}$ y M_{14}

Parece que las 3 ecuaciones obtenidas de esta forma no sean linealmente independientes y podríamos proceder de otra forma:



Así tampoco nos saldría ya que estamos en los mismos

De las 3 ecuaciones obtenidas anteriormente sólo 2 serán linealmente dependientes. De ellas resolveremos M_{14} siempre y a elegir entre $R_{34}^{\parallel 3}$ o $R_{34}^{\perp 3}$

Por tanto y a mi elección hallo $\begin{cases} R_{34}^{\parallel 3} \\ M_{14} \end{cases}$

Ahora voy al elemento 3 : ← OJO MIRAR COMO LO HACE EL TIO EN CASO + FÁCIL

$$③ \left| \begin{array}{l} \Sigma M_A \to R_{43}^{\parallel 3} \\ \left.\begin{array}{l} \Sigma F^{\parallel 3} \\ \Sigma M^{\parallel 3} \end{array}\right\} \to R_{23}^{\parallel 2},\ R_{23}^{\perp 2} \end{array} \right.$$

· Vuelvo al elemento ④ : $\Sigma F^{N_{14}} \to N_{14}$

· Voy al elemento ② :

$$② \left| \begin{array}{l} \Sigma F^{\parallel 2} \to R_{12}^{\parallel 2} \\ \Sigma F^{\perp 2} \to R_{12}^{\perp 2} \end{array} \right. \qquad \Sigma M_A \to T_2$$

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS

Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

INGENIARITZA MEKANIKOA SAILA
INGENIARIEN GOI ESKOLA

TEORÍA DE MÁQUINAS.
Ingeniería Industrial. 3er curso. Marzo 2003.
Unidad temática: B.
Teoría
Peso: 40 %. Tiempo: 60 min.

MAKINEN TEORIA.
Ingeniaritza industriala. 3. kurtsoa. Martxoak 2003
Atal Tematikoa: B
Teoria
Pisua: % 40. Iraupena: 60 min.

GRUPO / TALDEA:
NOMBRE / IZENA:
APELLIDOS / ABIZENAK:

PARTE A

0.4E7

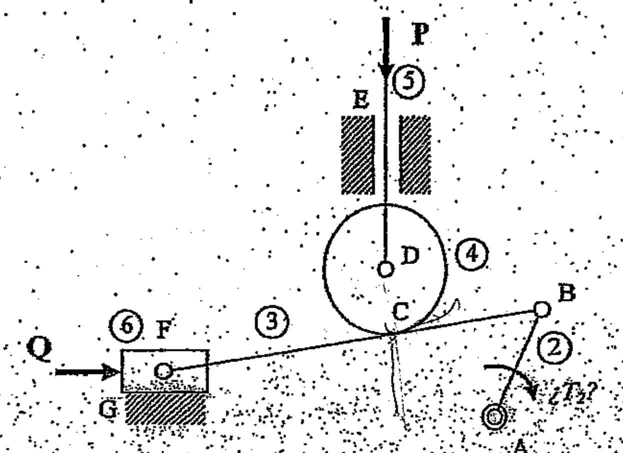
1. Concepto de:
   a. Sistema discreto y sistema continuo. Discretización. **(0.5p)**
   b. Sistema lineal y sistema no lineal. **(0.5p)**
2. Respuesta de un sistema de 1 grado de libertad no amortiguado cuando se le somete a una excitación tipo rampa y condiciones iniciales nulas. Representación gráfica. **(1.5p)**
3. Obtención y representación gráfica del factor de amplificación dinámica y del desfase en un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento histerético o estructural. **(1.5p)**

PARTE B

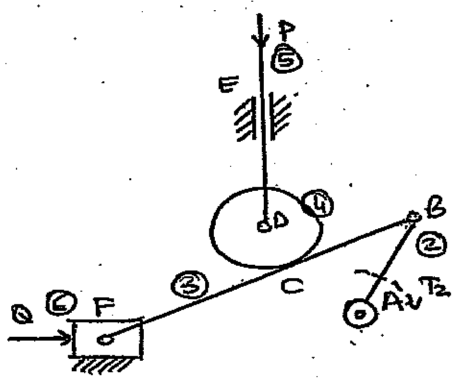
4. Obtener la expresión de la respuesta para las vibraciones libres no amortiguadas de un sistema de dos grados de libertad mediante la utilización de coordenadas modales. **(2p)**
5. Representar el sistema de medida experimental necesario para calcular el amortiguamiento de un sistema mediante el método de la energía perdida por ciclo. Describir brevemente el funcionamiento de cada uno de los componentes del sistema de medida. **(1p)**

PARTE C

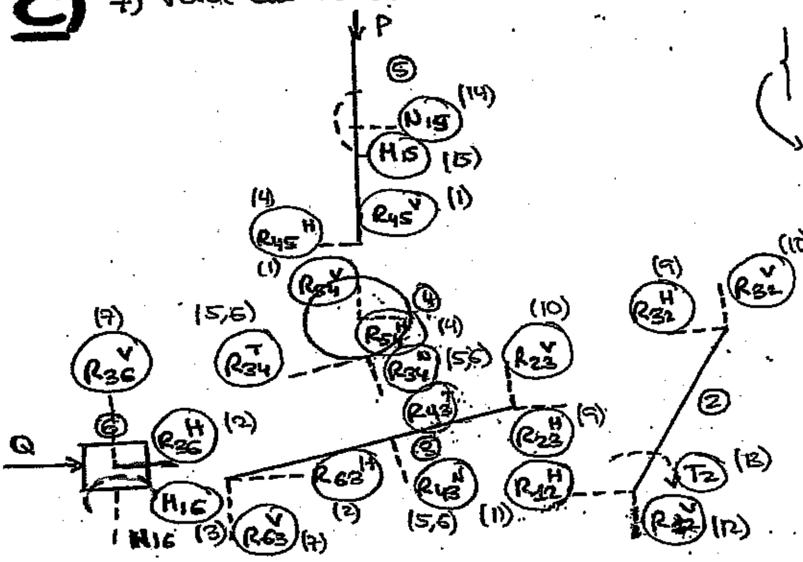
6. Necesidad del equilibrado de rotores: definir los dos tipos de desequilibrio, y comentar brevemente los fundamentos del método práctico de equilibrado dinámico. **(1p)**
7. El siguiente mecanismo representa un dispositivo de accionamiento de una doble bomba de agua accionado por la manivela 2. Aplicando el método de Newton o Principio de D'Alembert, calcular el par motor T_2 necesario para vencer las presiones resistentes **P** y **Q**, y las reacciones en todos los pares del mecanismo. **(2p)**



MARZO 2003 - Teoría



c) 7) Para ello aislaremos los diferentes elementos.



Si $C \equiv P_I$: $G = 3(6-1) - 2\cdot 7 = 1$

Si $C \equiv P_{II}$: $G = 3(6-1) - 2\cdot 6 - 1 = 2$

como tiene un único grado de libertad C será un P_I.

nº de grados de libertad = nº de acciones motoras

Tenemos 5×3 ecuaciones y 15 incógnitas, por lo que el sistema es resoluble.

②
- $\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{12}^H$ (11)
- (12) $\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{12}^V$
- (13) $\Sigma M = 0 \rightarrow T_2$

③
- $\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{23}^H$ (9)
- (10) $\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{23}^V$
- (7) $\Sigma M_B = 0 \rightarrow R_{63}^V$

④
- (5) $\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{34}^H$
- (6) $\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{34}^V$
- $\Sigma M_C = 0 \rightarrow R_{54}^H$ (4)

R_{34}^H, R_{34}^V → R_{34}^T y R_{34}^N (las descomponemos como queremos)

⑤
- (14) $\Sigma F^H = 0 \rightarrow N_{15}$
- (1) $\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{45}^V$ ①
- (15) $\Sigma M = 0 \rightarrow M_{15}$

⑥
- (2) $\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{36}^H$ ②
- (8) $\Sigma F^V = 0 \rightarrow N_{16}$
- (3) $\Sigma M = 0 \rightarrow M_{16}$ ③

Si quisiéramos calcular T_2 mediante el teorema de potencias virtuales:

$$\vec{T}_2 \vec{w}_2 + \vec{P}\vec{V}_5 + \vec{Q}\vec{V}_6 + \sum_{n=2}^{6}\left[\vec{F}_{i_n}\vec{V}_{G_n} + \vec{M}_{i_n}\vec{w}_n\right] = 0 \Rightarrow T_2$$

Ese sería el formato desde el punto de vista de D'Alembert. Si lo hiciéramos desde el pto. de vista de Newton obtendríamos lo siguiente:

$$\vec{T}_2 \vec{w}_2 + \vec{P}\vec{V}_5 + \vec{Q}\vec{V}_6 = \sum_{n=2}^{6}\left[\underbrace{M_n \vec{a}_{G_n}}_{-F_I^n}\vec{V}_{G_n} + \underbrace{I_n \vec{\alpha}_n}_{-\vec{M}_I^n}\vec{w}_n\right] \Rightarrow T_2 \quad \text{(son equivalentes)}$$

MARZO 2003

labein tecnalia

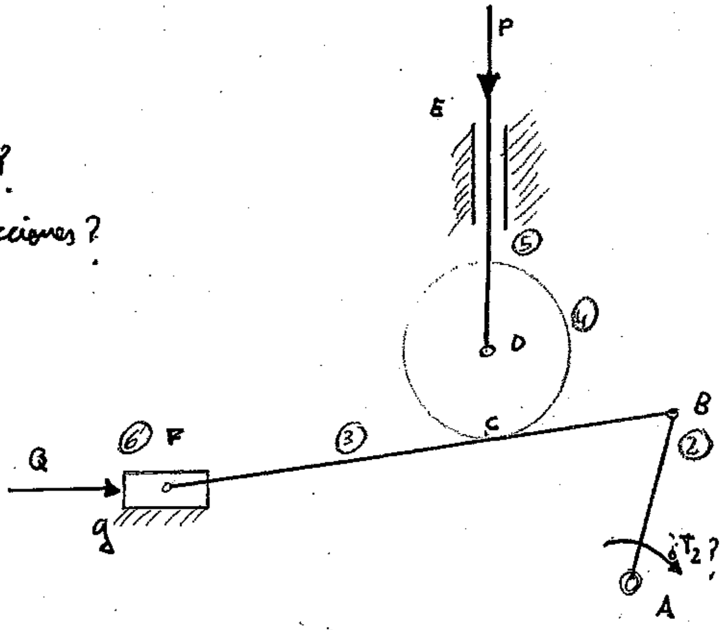
conocidas

desconocidas

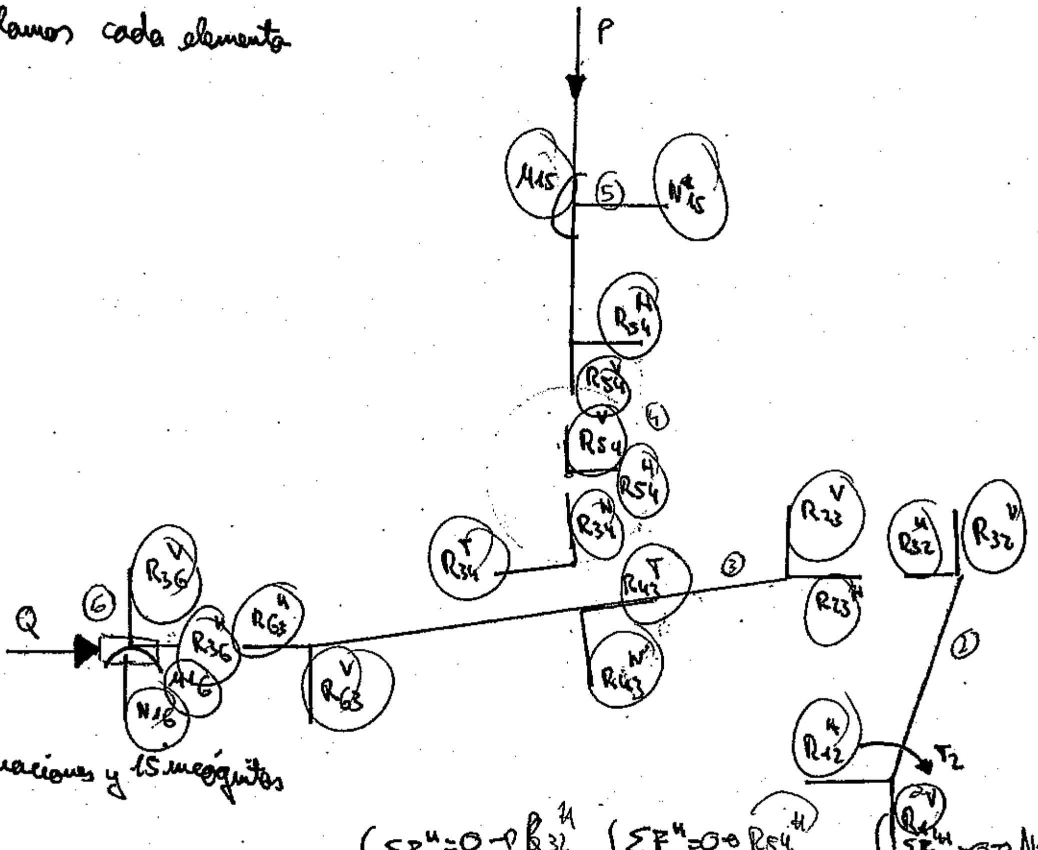
C

7. ¿T_2?

¿Reacciones?



Aislamos cada elemento



5x3 ecuaciones y 15 incógnitas

② $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \to R_{12}^H \\ \Sigma F^V = 0 \to R_{12}^V \\ \Sigma M = 0 \Rightarrow T_2 \end{cases}$

③ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \to R_{32}^H \\ \Sigma F^V = 0 \; R^{23\,V} \\ \Sigma M = 0 \to R_{63}^V \end{cases}$

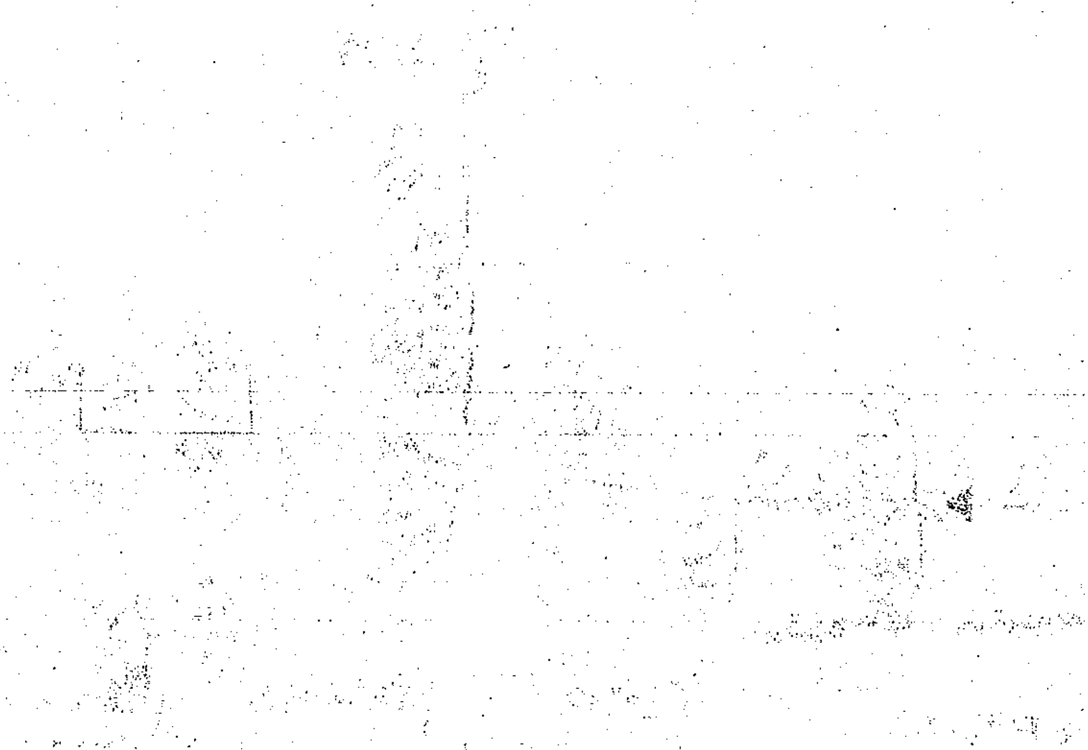
④ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \to R_{54}^H \\ \Sigma F^V = 0 \to R_{34}^V \\ \Sigma M = 0 \to R_{34}^H \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \to N_{15} \\ \Sigma F^V = 0 \to R_{54}^V \\ \Sigma M = 0 \to M_{15} \end{cases}$

⑥ $\begin{cases} \Sigma F^H = 0 \to R_{36}^H \\ \Sigma F^V = 0 \to N_{16} \\ \Sigma M = 0 \to M_{16} \end{cases}$

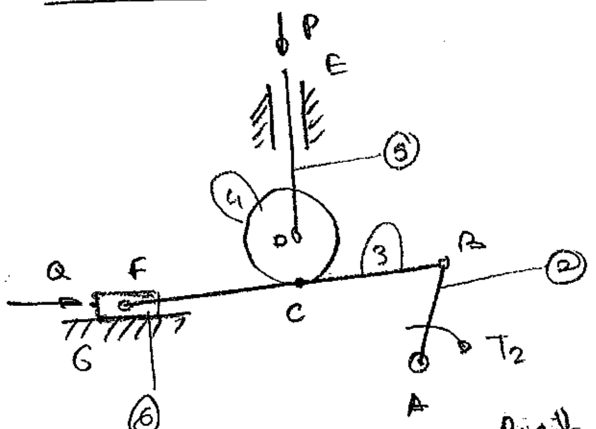
Para calcular T_2 mediante las potencias virtuales:

$$\vec{T}_2 \boxed{\vec{\omega}_2} + \boxed{\vec{P}}\boxed{\vec{v}_5} + \boxed{\vec{Q}}\boxed{\vec{v}_6} + \sum_{i=2}^{6} \left[\boxed{\vec{F}_{Ii}} \boxed{\vec{v}_{Gi}} + \boxed{\vec{M}_{Ii}} \boxed{\vec{\omega}_i} \right] = 0 \to T_2$$



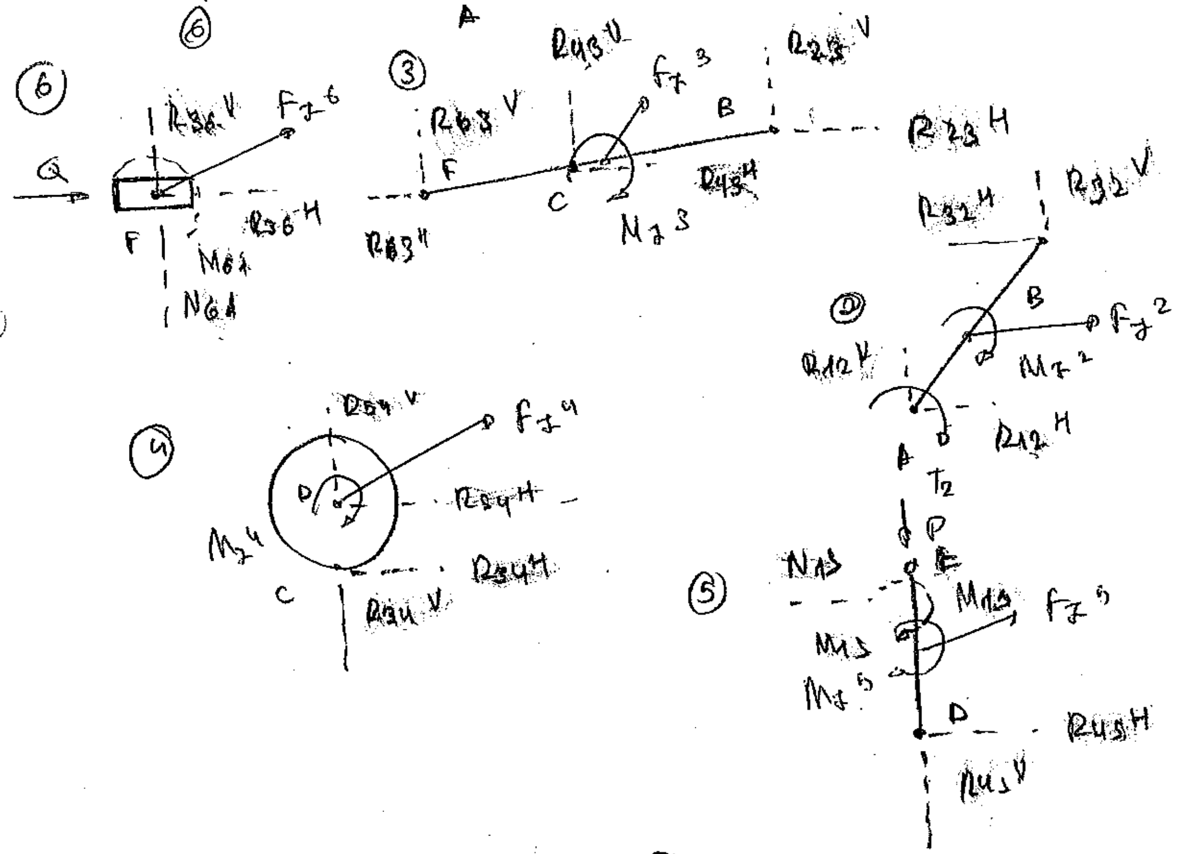
[illegible]

MARZO 2003



Nº ecuaciones $= 3(N-1) =$
$= 3 \cdot 5 = 15$

Nº incógnitas $= 15$



- Empezamos con el elemento (6):

(6) $\Sigma F_H = 0 \rightarrow R_{36}^H$
$\Sigma M_F = 0 \rightarrow M_{01} = 0$

(4) $\Sigma M_D = 0 \rightarrow R_{34}^H$
$\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{54}^H$

(5) $\Sigma F^H = 0 \rightarrow N_{15}$
$\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{45}^V$
$\Sigma M_D = 0 \rightarrow M_{15}$

Volvemos sobre el disco (4)

(4) $\Sigma M^V = 0 \rightarrow R_{34}^V$

Vamos con el (3)

(3) $\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{23}^H$
$\Sigma M^F = 0 \rightarrow R_{23}^V$
$\Sigma M^B = 0 \rightarrow R_{63}^V$

Volvemos con (6)

(6) $\Sigma F^V = 0 \rightarrow N_{01}^V$

Vamos con el (2)

(2) $\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{12}^H$
$\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{12}^V$
$\Sigma M^A = 0 \rightarrow T_2$

Para calcular el par motor necesario lo podríamos haber aplicando el principio de las potencias virtuales:

Si tenemos en cuenta que los enlaces ~~no~~ son perfectos, es decir, no disipan energía pues no tienen ~~roz~~ rozamiento o este es puntual y además $\vec{R_{ij}} = -\vec{R_{ji}}$ por lo que desarrollan potencias ~~cont~~ contrarias.

Pcio pot virtuales:

$$\vec{T_e} \cdot \vec{\tilde{w}_e} + \sum_{n=2}^{N} \vec{F_n} \cdot \vec{\tilde{v}_n} + \sum_{n=2}^{N} \vec{M_n} \cdot \vec{\tilde{w}_n} +$$

$$+ \sum_{i=2}^{N} (\vec{F_{g}}i \cdot \vec{\tilde{v}_{G}}i + \vec{M_{g}}i \cdot \vec{\tilde{w}_i}) = 0$$

Luego lo planteamos como:

$$Q \cdot v_B \cdot \cos(\mathrm{ang} < \vec{Q}, \vec{F_{G7}}) + P \cdot v_E \cdot \cos(\mathrm{ang} < \vec{P_e}, \vec{v_E} >) +$$

$$+ T_2 \cdot w_2 + \sum_{i=2}^{N} F_g i \cdot v_G i \cdot \cos(\mathrm{ang} < \vec{F_g}i, \vec{F_G}i) +$$

$$+ \sum_{i=2}^{N} M_g i \cdot w_i \cdot \cos(\mathrm{ang} < \vec{M_g}i, \vec{w}_i >) = 0$$

En este caso al tener el mec 1 g.d.l hemos considerado un campo de ~~pot~~ desplzs. reales en vez de virtuales

DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA MECANICA

emanta zabal zazu

MEKANIKA
INGENIARITZA SAILA

TEORÍA DE MECANISMOS Y MÁQUINAS.
3º Ingeniería Industrial. Septiembre 2000.
Ejercicio 2. Peso sobre el conjunto del examen: 30%. Tiempo: 40min.

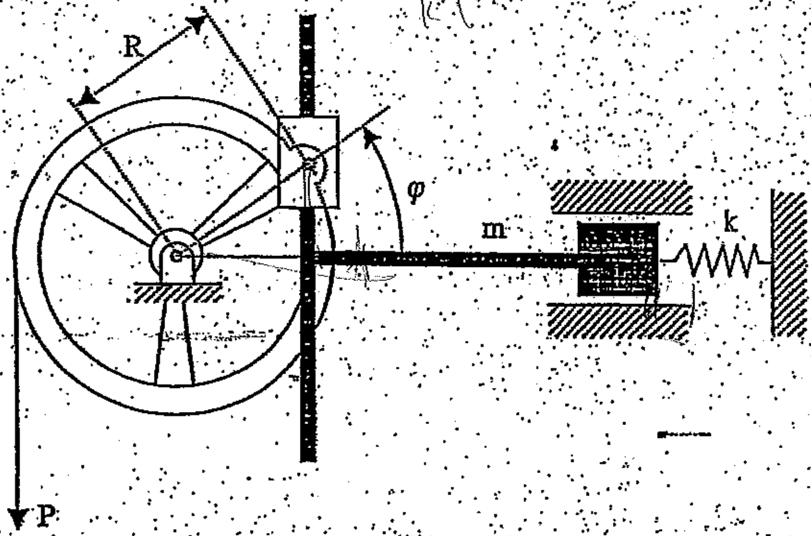
BASTANTE RARO

A) Sea el mecanismo de yugo escocés de la figura. El momento del volante de inercia es I y la masa del elemento deslizante m. Se aplica un peso P a la cuerda enrollada en el volante de manera que deforma un muelle de rigidez k que se encuentra sin tensión cuando $\varphi = 0$. Se pide:

1. La inercia generalizada $I^*(\varphi)$.
2. El momento reducido $M^*(\varphi)$.
3. La ecuación generalizada del movimiento. ← que es esto ??

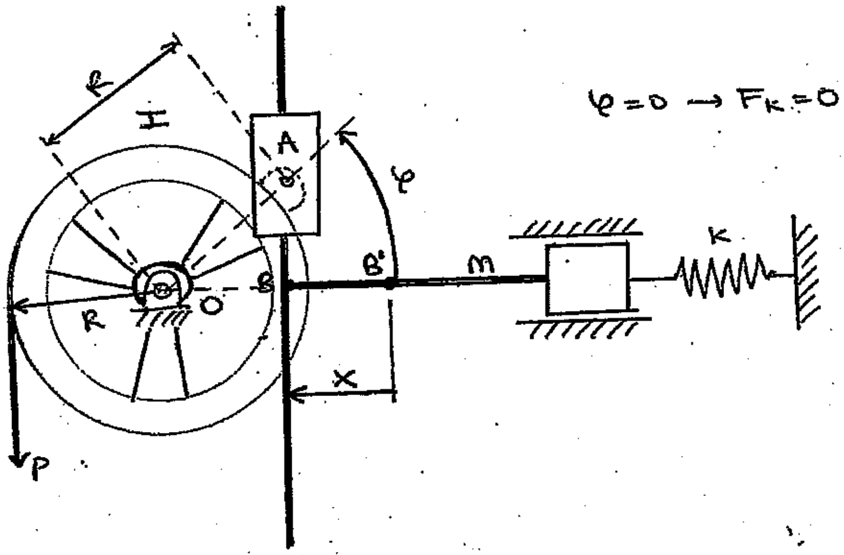
$R - R\cos\varphi$

$R(1-\cos\varphi)$



B) Sea una máquina rotativa con una inercia reducida I^*. Demostrar que al añadir un volante con una inercia $I \gg I^*$ la fluctuación de la velocidad angular ω se reduce.

SEPT. 2000 - Ej. 2



$\varphi = 0 \rightarrow F_K = 0$

1) $I^*(\varphi)$

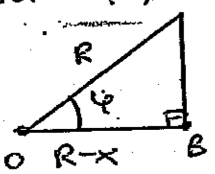
Es la inercia que debería de tener el elemento de entrada para que su energía cinética fuese igual a la de todo el sistema en la situación dada

Tomaremos ~~[illegible]~~ el parámetro x, que indica el desplazamiento del punto B, y cuando $\varphi=0$ $x=0$, de forma que exprese la posición el elemento que desliza.

La expresión general de la energía cinética es: $T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$

$$\underbrace{\frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2}_{\text{energía cin. del disco}} + \underbrace{\frac{1}{2} m \dot{x}^2}_{\text{energía cin del elem. que desliza}} = \frac{1}{2} I^* \dot{\varphi}^2$$

Para despejar I^*, trataremos de obtener $\dot{x}$ en función de $\dot{\varphi}$. Para ello:



$$R\cos\varphi = R - x \xrightarrow{\text{deriv.}} -R\dot{\varphi}\sin\varphi = -\dot{x} \Rightarrow \underline{\dot{x} = R\sin\varphi\,\dot{\varphi}}$$

$\hookrightarrow x = R(1-\cos\varphi)$

$$\cancel{\frac{1}{2}} I \cancel{\dot{\varphi}^2} + \cancel{\frac{1}{2}} m R^2 \sin^2\varphi \cdot \cancel{\dot{\varphi}^2} = \cancel{\frac{1}{2}} I^* \cancel{\dot{\varphi}^2} \Rightarrow \boxed{I^* = I + mR^2\sin^2\varphi}$$

2) $M^*(\varphi)$

El momento reducido es el momento que tendríamos que aplicar al elemento de entrada para que su potencia ~~[illegible]~~ fuese igual a la potencia total ~~[illegible]~~ del sistema dado.

$$\underbrace{P\cdot\dot{\varphi}\cdot R}_{v} - \underbrace{Kx}_{F_K}\cdot\dot{x} = M^*\cdot\dot{\varphi} \Rightarrow P\dot{\varphi}R - KxR\sin\varphi\dot{\varphi} = M^*\cdot\varphi \Rightarrow$$

la fuerza del muelle es contraria a la dirección en que se mueve el elemento que desliza

$$\Rightarrow \boxed{M^* = PR - KR^2\sin\varphi(1-\cos\varphi)}$$

Las reacciones del punto A no las tomamos en cuenta ya que son acciones internas del sistema y nosotros analizamos la potencia de las acciones exteriores. (el peso no genera potencia por ser perpendicular a la velocidad del elemento deslizante).

3) La ecuación generalizada es la siguiente:

$$\rightarrow M^* = \frac{1}{2}\frac{dI^*}{d\varphi}\omega^2 + \alpha I^*$$

[¡OJO! Derivamos respecto de φ, no del tiempo.]

Aplicándola a nuestros resultados:

$$M^* = PR - KR^2\sin\varphi(1-\cos\varphi) = \frac{\cancel{2}\sin\varphi\cos\varphi mR^2}{\cancel{2}}\dot{\varphi}^2 + \ddot{\varphi}\left[I + mR^2\sin^2\varphi\right]$$

y esto de donde como tal?

Teorema de la energía jeje.

$$\int_0^{\varphi} M^*(\varphi)\,d\varphi = \frac{1}{2} I^*(\varphi)\cdot\dot{\varphi}^2$$

↳ pasándolo a forma diferencial →

$$\rightarrow M^*(\varphi)\,d\varphi = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left[I^*(\varphi)\cdot\dot{\varphi}^2\right]$$

$$M^*(\varphi)\cdot\dot{\varphi} = \frac{1}{2}\frac{dI^*(\varphi)}{dt}\cdot\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}I^*(\varphi)\cdot\frac{d\dot{\varphi}^2}{dt}$$

$$M^*(\varphi)\cdot\cancel{\dot{\varphi}} = \frac{1}{2}\frac{dI^*(\varphi)}{d\varphi}\dot{\varphi}^2\underbrace{\frac{d\varphi}{dt}}_{\dot{\varphi}} + \frac{1}{2}I^*(\varphi)\cancel{2\dot{\varphi}}\cdot\ddot{\varphi}$$

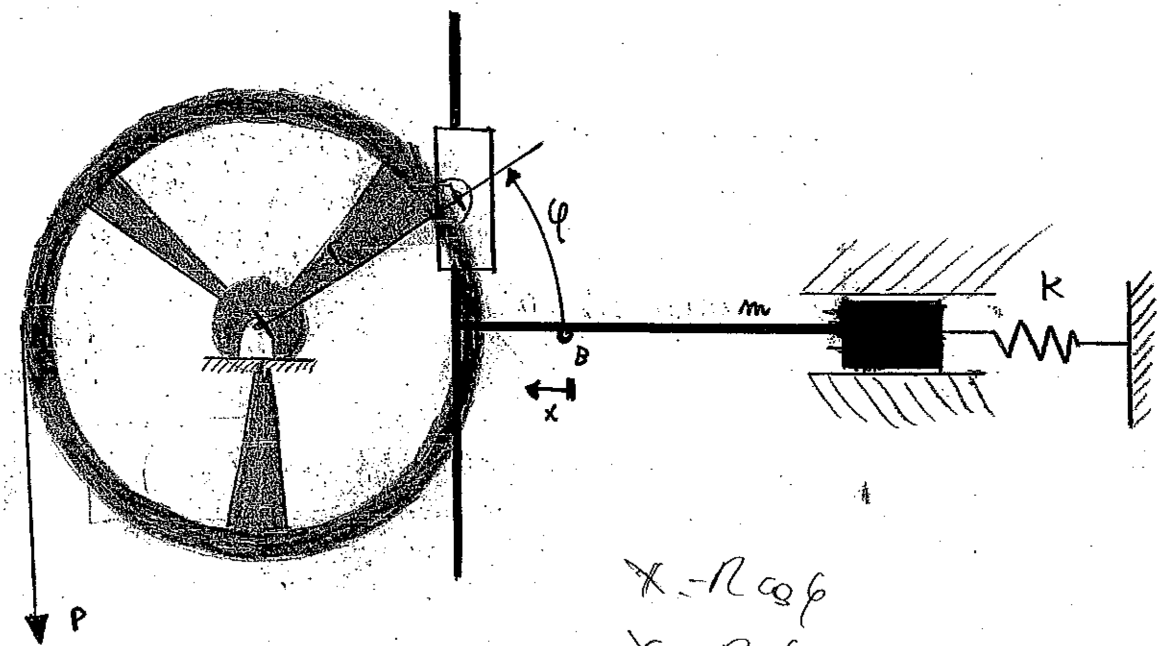
$$\dot{\varphi} = \omega;\quad \ddot{\varphi} = \alpha$$

Por tanto: $\boxed{M^*(\varphi) = \frac{1}{2}\frac{dI^*(\varphi)}{d\varphi}\cdot\omega^2 + I^*(\varphi)\cdot\alpha}$

Septiembre 2000

Yugo escocés $I, m, P, K \rightarrow x=0$ cuando $\varphi=0$

- $I^*(\varphi)$
- $M^*(\varphi)$
- E_{min}



$x = R\cos\varphi$

$x = R(1-\cos\varphi)$

1) $I^*(\varphi) \rightarrow$ Es la inercia que debería tener el elemento de entrada para que su energía cinética fuese igual a la de todo el sistema en la situación dada.

Tomamos el parámetro x, que indica el desplazamiento del punto B, y que cuando $\varphi=0$, $x=0$.
La expresión general de la energía cinética es:

$$T = \frac{1}{2} m v_g^2 + \frac{1}{2} I_g \omega^2$$

Particularizando $\rightarrow$

$$\underbrace{\frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2}_{T\text{ volante}} + \underbrace{\frac{1}{2} m \dot{x}^2}_{\substack{T\text{ elemento} \\ \text{que desliza}}} = \frac{1}{2} I^* \cdot \dot{\varphi}^2$$

$x(\varphi) = R(1-\cos\varphi)$

$\dot{x} = R\,\text{sen}\varphi \cdot \dot{\varphi}$

$$\cancel{\frac{1}{2}} I \cancel{\dot{\varphi}^2} + \cancel{\frac{1}{2}} m R^2 \text{sen}^2\varphi \cdot \cancel{\dot{\varphi}^2} = \cancel{\frac{1}{2}} I^* \cdot \cancel{\dot{\varphi}^2}$$

$$\boxed{I^* = I + mR^2 \text{sen}^2\varphi}$$

2) $M^*(\varphi)$

El momento reducido es el momento que tendríamos que aplicar al elemento de entrada para que su potencia fuese igual a la potencia total del sistema dado.

$$P\cdot\underbrace{\dot\varphi\cdot R}_{v} - \underbrace{Kx}_{F_K}\cdot\dot x = M^*\cdot\dot\varphi$$

$$P\cdot\cancel{\dot\varphi}R - KxR\sin\varphi\cdot\cancel{\dot\varphi} = M^*\cancel{\dot\varphi}$$

$$\boxed{M^* = R(P - Kx\sin\varphi) = R(P - KR\operatorname{sen}\varphi(1-\cos\varphi))}$$

3) Ec. generalizada del movimiento

$$M^* = \frac{1}{2}\frac{dI^*}{d\varphi}\omega^2 + \alpha I^*$$

$$PR - KR^2\sin\varphi(1-\cos\varphi) = \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}\sin\varphi\cos\varphi\, mR^2\dot\varphi^2 + \ddot\varphi\left[I + mR^2\sin^2\varphi\right]$$

SEPTIEMBRE 1993

CINEMATICA Y DINÁMICA DE MAQUINAS

ESPECIALIDAD: ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL Y TECNICAS ENERGETICAS

EXAMEN FINAL DE SEPTIEMBRE 2-9-1993

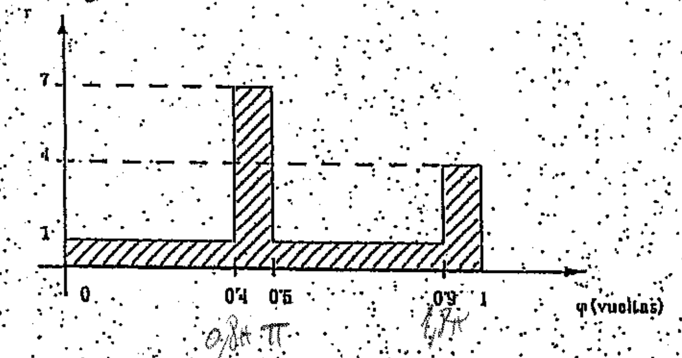
OJU

POTA MIERDA DE UNIDADES

PROBLEMA:

En una máquina alternativa en régimen permanente el par resistente varía como se indica en la figura, siendo el par motor constante. La máquina gira a 1200 rpm. Se pide:

1.- Valor del par motor. (2 p)
2.- Potencia del motor en CV. (2 p)
3.- Hallar el grado de irregularidad con que gira la máquina, si su factor de inercia propio es de 20 Kg m^2. (4 p)
4.- Calcular los valores máximo y mínimo de la velocidad, y señalar sobre el diagrama de momentos reducidos el instante en que se produce cada uno de ellos. (2 p)



TIEMPO: 30 MINUTOS
PESO SOBRE EL CONJUNTO DEL EXAMEN: 10%

CINEMÁTICA Y DINÁMICA DE MAQUINAS

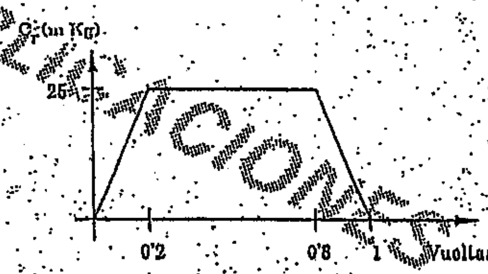
ESPECIALIDAD: ELÉCTRICA
EXAMEN SEGUNDO PARCIAL 6-6-1995

PRIMER PROBLEMA:

OJO EL → ojo con unidades

En una máquina alternativa en régimen permanente, el par resistente varía como se indica en la figura, siendo el par motor constante. La máquina gira a una velocidad angular de 1200 rpm.

1. Hallar el valor del par motor. (2 p)
2. Hallar la potencia del motor en C.V. y en Kw (1 p)
3. Se necesita un grado de irregularidad de 1/500. Hallar el factor de inercia PD^2 del volante que es necesario añadir, si el factor de inercia propio de la máquina es de 12 Kg m^2. (4 p)
4. Calcular las velocidades máxima y mínima, y señalar su situación sobre el diagrama de momentos reducidos. (1 p)
5. Proyectar el volante en acero moldeado, capaz de proporcionar ese factor de inercia, teniendo en cuenta que por limitaciones de espacio el diámetro máximo del volante es de 0'5 m. Se sabe que la resistencia a tracción es σ_t = 1400 Kg/cm^2 y que el peso específico es γ = 7800 Kg/m^3. Tomar un coeficiente de seguridad de 2'5. (2 p)



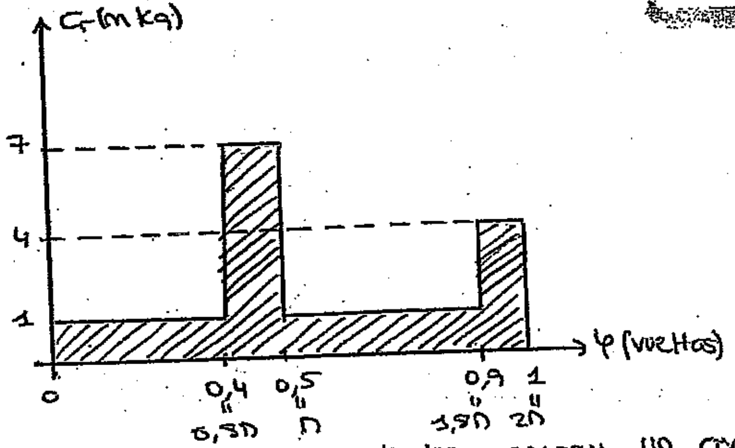
TIEMPO: 20 MINUTOS
PESO SOBRE EL CONJUNTO DEL EXAMEN: 15%

SEPT. 1993

$\frac{mkg}{s} = \frac{9,8\,m\,N}{s}$

$1CV = 75 \frac{mkg}{s} = 735W$

Mal las unidades



C_m = cte

w_a = 1200 rpm

Las acciones resistentes operan un conjunto de momentos resistentes que podemos reducir a un momento resistente reducido aplicado al elemento de entrada, (el mismo concepto que para I^* y M^*) – Cr^*.

Como el enunciado habla del par resistente en singular, se refiere al par resistente reducido al elemento de entrada.

De esta forma el par total será: $M^* = \underset{\text{constante}}{C_m} - \underset{\text{variable}}{Cr^*}$.

1) C_m ?

Sabemos que en régimen $\int_{\varphi}^{\varphi+2\pi}\left[M^* - \frac{1}{2}\frac{dI}{d\varphi}w_a^2\right]d\varphi = \frac{1}{2}I(w_2^2 - w_1^2) = 0$ ya que $w_2 = w_1$ porque es cíclico. Despreciando el segundo término frente al primero tenemos lo siguiente:

$$0 = \int_0^{2\pi} M^* d\varphi = \int_0^{2\pi}[C_m - Cr^*]d\varphi \Rightarrow \int_0^{2\pi} \underset{\text{cte}}{C_m} \cdot d\varphi = \int_0^{2\pi} Cr^* d\varphi \Rightarrow C_m \cdot 2\pi = \int_0^{2\pi} Cr^* \cdot d\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_m = \frac{\int_0^{2\pi} Cr^* d\varphi}{2\pi}$$

En este caso Cr^* es conocido y lo hacemos gráficamente ya que en este caso es muy sencillo:

$$C_m = \frac{1}{2\pi}(0,8\pi + 1,4\pi + 0,8\pi + 0,8\pi)\,m\cdot kg \Rightarrow \boxed{C_m = 1,9\,m\cdot kg}$$

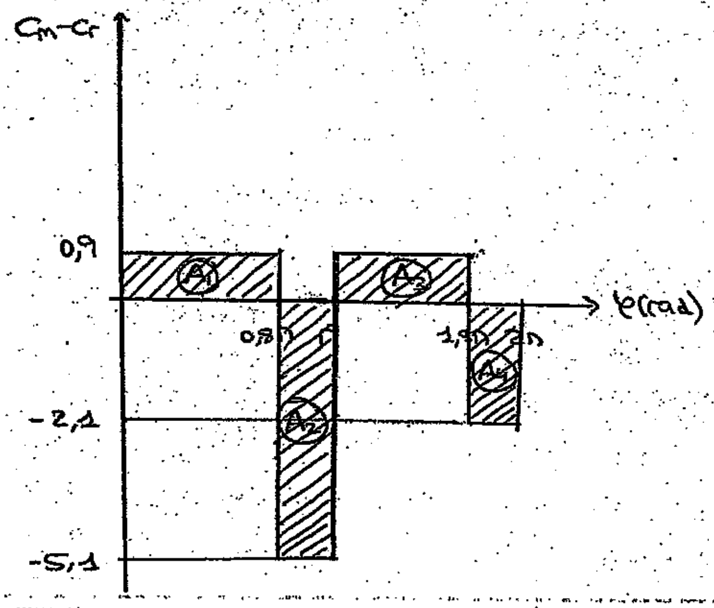
2) $Pot_m = C_m \cdot w$

$$Pot_m = \frac{1200 \cdot 2\pi\,rad}{60\,s} \cdot 1,9\,m\cdot kg = 238,76\,m\cdot kg \Rightarrow \boxed{Pot_m = 3,8\,CV}$$

Mal las unidades

3) ε ? $PD^2 = 20\ Kg \cdot m^2$

Para ello dibujaremos $M^* = C_m - C_r^*$ a lo largo de un ciclo:



$A_1 = 0{,}72\pi\ m \cdot kg$
$A_2 = -1{,}02\pi\ m \cdot kg$
$A_3 = 0{,}72\pi\ m \cdot kg$
$A_4 = -0{,}42\pi\ m \cdot kg$

Comprobamos que $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 =$

$S_1 = A_1 = 0{,}72\pi = S_{max}$

$S_2 = A_1 + A_2 = -0{,}3\pi = S_{min}$

$S_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 0{,}42\pi$

$S_4 = 0 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$$I = \frac{S_{max} - S_{min}}{\varepsilon \omega_a^2} \Rightarrow \boxed{\varepsilon} = \frac{0{,}72\pi - (-0{,}3\pi)\ m \cdot kg}{\frac{20 kg \cdot m^2}{4 \cdot 9{,}8\, m/s^2} \left(1200 \cdot \frac{2\pi}{60} \frac{rad}{s}\right)^2} = \boxed{3{,}98 \cdot 10^{-4}} \text{ (adimensional)}$$

$I = \frac{PD^2}{4g}$

4) $\omega_a = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \Rightarrow 2\omega_a = \omega_{max} + \omega_{min}$ (1)

$\varepsilon = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_a} \Rightarrow \varepsilon \omega_a = \omega_{max} - \omega_{min}$ (2)

(1)+(2): $\omega_a (2 + \varepsilon) = 2\omega_{max} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_{max} = \omega_a \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)$

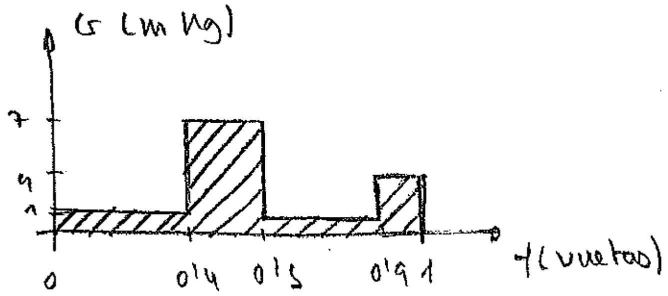
(1)−(2): $\omega_a (2 - \varepsilon) = 2\omega_{min} \Rightarrow \omega_{min} = \omega_a \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)$

$\boxed{\omega_{max} = 1200{,}24\ rpm \quad \omega_{min} = 1199{,}76\ rpm}$

La ω_{max} se produce en la posición angular del elemento de entrada que corresponde al S_{max}, es decir, al S_1 (ó A_1) → la ω es máxima en $\varphi = 0{,}8\pi$

La ω_{min} se produce en la posición angular del elemento de entrada que corresponde al S_{min}, es decir, al S_2 (ó $A_1 + A_2$) → la ω es mínima en $\varphi = \pi$

PROBLEMA 1 SEPTIEMBRE 1993



$\omega_m = 1200 \text{ rpm} = 1200 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60}$

$C_m = \text{cte}$

1. Valor del par motor

Como la máquina trabaja en régimen:

$$\int_0^{2\pi} (C_m - G)\, d\theta = 0 \longrightarrow \int_0^{2\pi} C_m \, d\theta = 2\pi C_m = \int_0^{2\pi} G \cdot d\theta \longrightarrow$$

$$\longrightarrow 2\pi C_m = 1 \cdot 0'4 \cdot 2\pi + 7 \cdot 2\pi (0'5 - 0'4) + 1 \cdot 2\pi (0'9 - 0'5) + 4 \cdot 2\pi (1 - 0'9) =$$

$$= 2\pi (0'4 + 0'7 + 0'4 + 0'4) = 3'8\pi \longrightarrow$$

$$\Longrightarrow C_m = \frac{3'8\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 1'9 \text{ (m·kg)} = (\text{N·m } 1/g)$$

2. $\text{Pot}_{motor} = C_m \cdot \omega = 1'9 \text{ mkg} \cdot \frac{1200 \cdot 2\pi}{60} \frac{\text{rad}}{s} = 238'76 \frac{\text{m kg}}{s}$

$238'76 \frac{\text{m kg}}{s} \cdot 9'8 \frac{m}{s^2} = (238'76 \cdot 9'8) N \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735 \text{ W}} = 3'18 \text{ CV}$

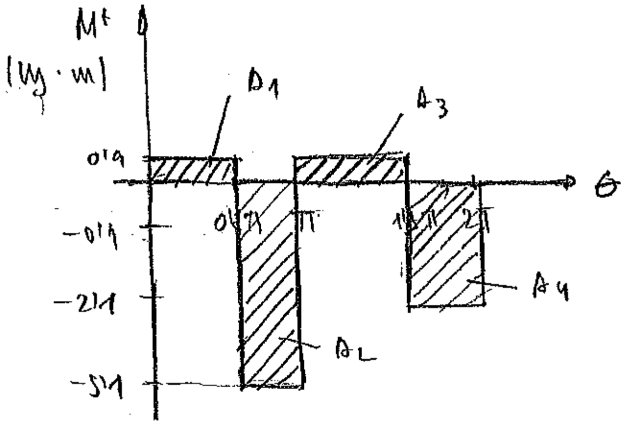
ojo factor de inercia

3. $PD^2 = 20 \text{ kg} \cdot m^2$

$M^t = C_m - G$

$I = M D^2/4 = P/g \; D^2/4 \rightarrow$

$\rightarrow 4Ig = PD^2 = \text{factor inercia}$



$S_1 = \underbrace{0'9 \cdot 0'8\pi}_{A_1} = 2'26 \text{ kg·m rad}$

$S_2 = A_1 + A_2 = (0'9 \cdot 0'8\pi) - (5'1 \cdot 0'2\pi) = -0'94 \text{ kg·m rad}$

$S_3 = A_1 + A_2 + A_3 = (0'9 \cdot 0'8\pi) - (5'1 \cdot 0'2\pi) + (0'9 \cdot 0'8\pi) = 1'32 \text{ kg m rad}$

$S_4 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 0$ $\longrightarrow$

$\longrightarrow$

$$I = \frac{\delta_{max} - \delta_{min}}{\varepsilon\, w_a^2} \rightarrow \varepsilon = \frac{\delta_{max} - \delta_{min}}{I\, w_a^2} =$$

$$= \frac{(2'26 + 0'94)\ \cancel{kg}\ \cancel{m}\cdot rad}{\frac{20\cdot 9'8}{4}\ \cancel{kg}/\cancel{s^2}\ \cancel{m}\left(\frac{1200\cdot 2\pi}{60}\right)^2 \frac{rad^2}{s^2}} =$$

0'00

$4 I g = 20\ kg\,m^2 \rightarrow$

$\rightarrow I = \frac{20}{9'8\cdot 4}\ kg\,s^2 m$

$= \cancel{3'12\cdot 10^{-3}}$
$3'97\cdot 10^{-4}$

4 Valores máx y mín de la velocidad

$$w_a = \frac{W_{max} + W_{min}}{2}$$

$$\varepsilon\, w_a = w_{max} - w_{min}$$

w

$w_{max} = 2 w_a - w_{min}$

$\varepsilon\, w_a = 2\, w_a - 2 w_{min} \rightarrow$

$3'97\cdot 10^{-4}$
$\cancel{3'12\cdot 10^{-3}}$

$\rightarrow w_{min} = \frac{1}{2} w_a (2 - \varepsilon) = \frac{1}{2}\,\frac{1200\cdot 2\pi}{60}\,(2 - \cancel{1'100}) =$

$125'64$ rad/s

$= \cancel{27'14\ rad/s}\ \cancel{125'47\ rad/s} = 1199'76$ rpm

$w_{max} = 2\cdot \frac{1200\cdot 2\pi}{60} - \cancel{27'44}\ \cancel{125'47} = \cancel{98'52\ rad/s}\ 125'68$ rad/s

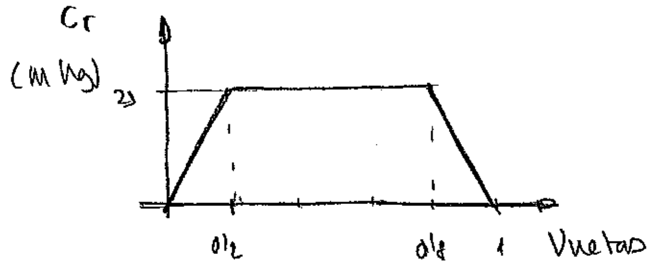
$125'64$ $= 1200'22$ rpm

Como se puede ver, en este problema el grado de irregularidad es mínimo y por lo tanto lo será la fluctuación de la velocidad $\longrightarrow$ de eso trata el volante de inercia

$W_{max} \longrightarrow 0'8\pi$

$W_{min} \longrightarrow \pi$

EXAMEN 1996



Régimen permanente

$C_m = cte$

$W_a = 1200 \text{ rpm} = \frac{1200 \cdot 2\pi}{60} = 40\pi \text{ rad/s}$

1) $\int_0^{2\pi} (C_m - C_r)\cdot d\varphi = 0 \rightarrow C_m = \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{0'4\pi} \frac{25}{0'4\pi}\varphi \cdot d\varphi + \int_{0'4\pi}^{1'6\pi} 25 \cdot d\varphi + \int_{1'6\pi}^{2\pi} \frac{-25}{0'4\pi}(\varphi - 2\pi)\right.$

$C_m = \frac{25}{2\pi}\left[\frac{1}{0'4\pi}\,\frac{1}{2}\,(0'4\pi)^2 + 1'6\pi - 0'4\pi) - \frac{1}{0'4\pi}\left(\frac{1}{2}\left((2\pi)^2 - (1'6\pi)^2\right) - 2\pi(2\pi - 1'6\pi)\right)\right]$

$= 20 \text{ m kg}$

2) $P_{ot} = 9'8 \cdot 20 \text{ N}\cdot\text{m} \cdot 40\pi \text{ rad/s} = 7840\pi \text{ W} = 24\ 630'09 \text{ W}$

$P_{ot} = 7840\pi \text{ W} \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735 \text{ W}} = 33'51 \text{ CV}$

3) $\varepsilon = 1/500$

$E_{max} - E_{min} = \frac{1}{2} I (\omega_{max} - \omega_{min})(\omega_{max} + \omega_{min}) =$

$= I\omega_a\, \varepsilon\, \omega_a = \varepsilon\, \omega_a^2\, I$

En este caso:

$E_{max} - E_{min} = \varepsilon\, \omega_a^2 (I + I_{maq}) = \varepsilon\, \omega_a^2 \frac{1}{4g}(f.i.v + f.i.maq)$

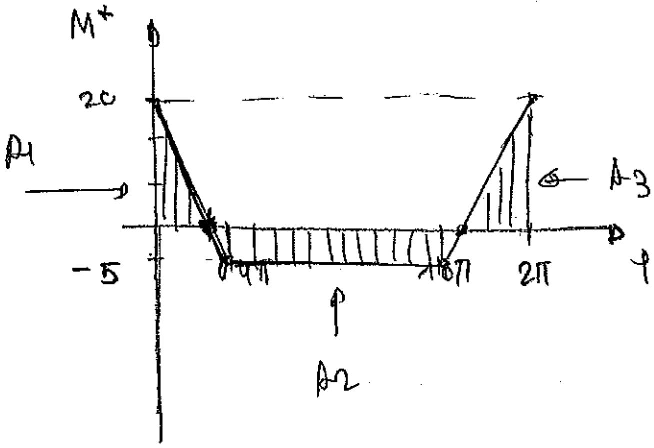
$\rightarrow f.i.v = \frac{E_{max} - E_{min}}{\varepsilon\, \omega_a^2} 4g - f.i.maq$

(factor inercia maq $= 4\, I_{maq} \cdot g$)

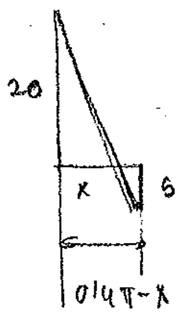
$f.i.v = \frac{(1010'5 + 1010'5) \text{ kg m rad}}{1/500 \cdot (40\pi)^2 \frac{\text{rad}^2}{s^2}} \, 4 \cdot 9'8 \frac{m}{s^2} - 12 \text{ kg m}^2 =$

$= 141'19 \text{ kg m}^2$

$\rightarrow$



$M^* = Cm - G$



$$\frac{20}{5} = \frac{x}{0'4\pi - x} \rightarrow 5x = 20 \cdot 0'4\pi - 20x \rightarrow x = \frac{20 \cdot 0'4\pi}{(20+5)} =$$

$$A_1 = A_3 = 20 \cdot x \cdot 1/2 = 20 \cdot \frac{20 \cdot 0'4\pi}{25} \cdot 0'5 = \frac{16}{5}\pi = 10'05 \text{ kg m} \cdot \text{rad}$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \rightarrow A_2 = -A_1 + A_3 = -20'1 \text{ kg m rad}$$

$\delta_1 = 10'05$

$\delta_2 = 10'05 - 20'1 = -10'05$

$\delta_3 = 0$

4) $$w_a = \frac{w_{max} + w_{min}}{2} \longrightarrow w_{max} = 2w_a - w_{min}$$

$$\varepsilon w_a = w_{max} - w_{min} \rightarrow \varepsilon w_a = 2w_a - 2w_{min} \rightarrow$$

$$\longrightarrow w_{min} = \frac{1}{2} w_a (2 - \varepsilon) =$$

$$= 0'5 \cdot 1200 (2 - 1/300) = 1198'8 \text{ rpm}$$

$$w_{max} = 2 \cdot 1200 - 1198'8 = 1201'2 \text{ rpm}$$

bastante cercanos → están bien

5) $D \leq 0'5 \rightarrow R \leq 0'25$ m

$$\sigma_t = 1400 \text{ kg/cm}^2 = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} = 1'4 \cdot 10^7 \text{ kg/m}^2$$

$$\delta n = \frac{\sigma_t}{\sigma_{adm}} \rightarrow \sigma_{adm} = \frac{\sigma_t}{n} = \frac{1'4}{2'5} \cdot 10^7 \text{ kg/m}^2$$

habría que buscar valor de ρ

$$\sigma_{adm} = \rho R^2 \cdot w_{max}^2 \Rightarrow R = \frac{1}{w_{max}} \sqrt{\frac{\sigma_{adm}}{\rho}} = \frac{1}{\frac{1201'2 \cdot 2\pi}{60}} \sqrt{\frac{\frac{1'4}{2'5} \cdot 10^7 \cdot 9'8}{7800}} = 0'66 \text{ m}$$

$$\frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m^3} \cdot m^2 \cdot \frac{rad^2}{s^2}$$

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS

eman ta zabal zazu
Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

INGENIARITZA MEKANIKOA SAILA
INGENIARIEN GOI ESKOLA

TEORÍA DE MÁQUINAS.
Ingeniería Industrial. 3er curso. Marzo 2003.
Unidad temática: B.
Ejercicio 1.
Peso: 30 %. Tiempo: 60 min.

MAKINEN TEORIA.
Ingeniaritza industriala. 3. kurtsoa. Martxoak 2003
Atal Tematikoa: B
1go ariketa
Pisua: % 30. Iraupena: 60 min.

GRUPO / TALDEA:
NOMBRE / IZENA:
APELLIDOS / ABIZENAK:

El conjunto de la figura 1 corresponde a un mecanismo de avance intermitente de una cinta transportadora de paquetería. Un motor que proporciona un par constante, acciona un eje acoplado a un volante de inercia, que a su vez esta acoplado a una polea de momento de inercia **I**. Dicha polea posee un bulón (a una distancia **R** del centro de la polea) que acciona por contacto directo la cremallera de la cinta transportadora. En la figura 2 puede observarse una posición genérica del movimiento.

Tal y como se puede observar, la cinta sólo se moverá durante una mitad del ciclo del movimiento de la polea, precisamente durante el ángulo en que se produce contacto entre bulón y cinta transportadora. Obviamente, en la otra mitad la cinta permanece quieta. Dicha cinta se moverá únicamente si experimenta una fuerza horizontal **F**. Esto quiere decir que la fuerza horizontal en el bulón es **F** en la mitad del ciclo (cuando está en contacto con la cinta) y en la otra mitad es nula.

Se pide lo siguiente:

1. Dibujar el diagrama de la fuerza horizontal en el bulón a lo largo de la variable angular de la polea. **(1p)**
2. Calcular y representar el momento resistente reducido en la polea. **(2p)**
3. Calcular la potencia necesaria para el motor si se quiere que la polea gire a N rpm. **(2p)**
4. Calcular y representar el momento reducido en la polea. **(2p)**
5. Calcular el volante de inercia necesario para poder garantizar un grado de irregularidad de **ε**. **(3p)**

Datos:

Momento de inercia de la polea: **I = 1 kg.m²**
Fuerza necesaria para mover la cinta: **F = 5000 N**
Radio de la polea (distancia desde su centro hasta el bulón): **R = 0,2 m**
Velocidad angulár del motor: **N = 500 rpm**
Grado de irregularidad deseado para el volante: **ε = 0,01**

Nota:

Tomar las variables del sistema tal y como aparecen en la figura 2

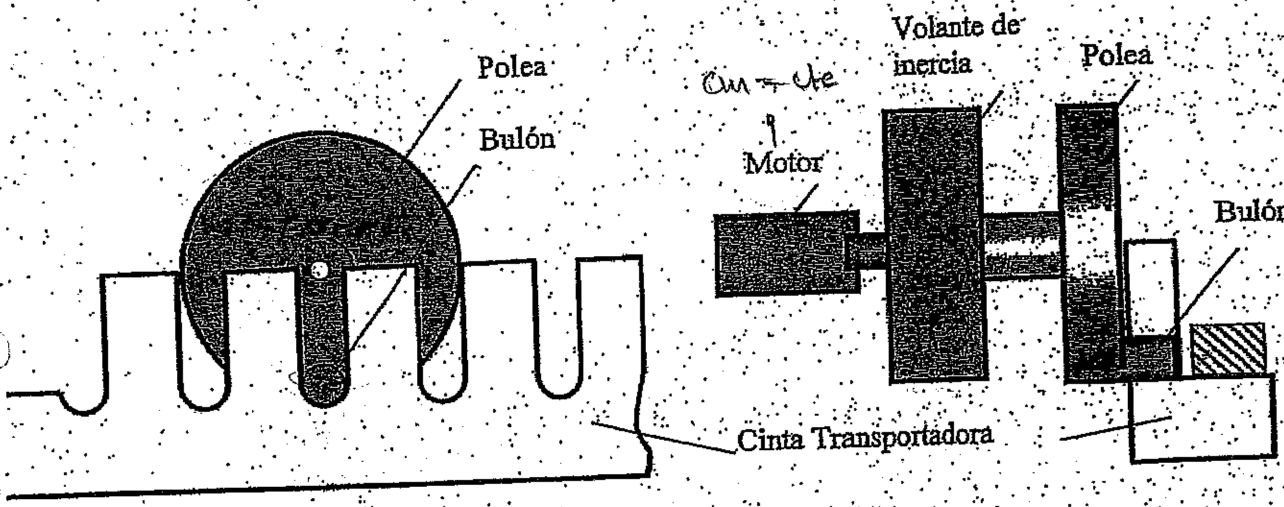


Figura 1. Mecanismo de avance de una cinta transportadora.

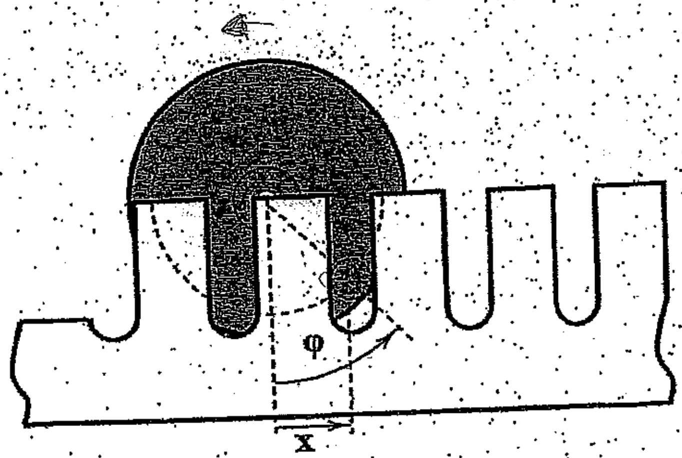
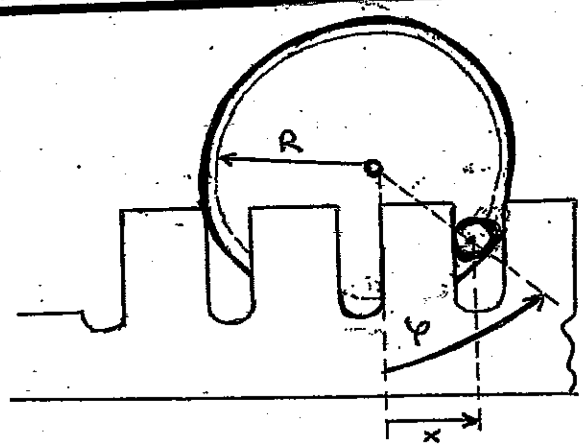


Figura 2. Variables del movimiento. Posición genérica.

MARZO 2003



$I = 1\,kg\cdot m^2$

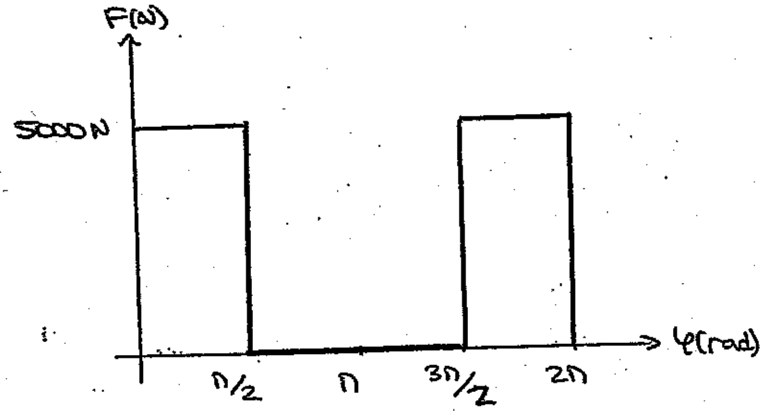
$F = 5000\,N$

$R = 0{,}2\,m$

$n = 500\,rpm$

$\varepsilon = 0{,}01$

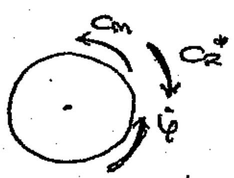
1) $F(\varphi)$



Para que la cremallera se mueva, el bulón hace sobre la cremallera una fuerza de 5000N. Por el principio de acción reacción, la fuerza que recibe el bulón cuando hay contacto es de 5000 N.

2) El momento resistente reducido en la polea es el momento que debería tener este momento, tal que su potencia fuese igual a la potencia de todas las acciones resistentes del sistema. (Si no nos pidieran el momento resistente reducido, sería de otro tipo de acciones).

La única acción resistente que recibe la polea es la que proviene del bulón (la dibujada en el apartado anterior).



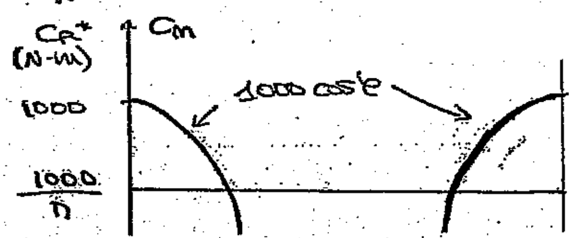
$C_R^* \cdot \dot\varphi = F \cdot \dot x$ (trabajando con módulos).

Para relacionar $\dot x$ y $\dot\varphi$ buscaremos una relación entre φ y x que después derivaremos:

$x = R\sin\varphi \Rightarrow \dot x = \dot\varphi R\cos\varphi$

$C_R^* \cdot \cancel{\dot\varphi} = F \cdot \cancel{\dot\varphi} R\cos\varphi \Rightarrow \boxed{C_R^* = FR\cos\varphi} \Rightarrow C_R^* = F \cdot 0{,}2 \cdot \cos\varphi$

$0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$: $C_R^* = 1000\cos\varphi$



3) La potencia del motor es igual al par motor por la velocidad angular.

El par motor se calcula de la siguiente forma:

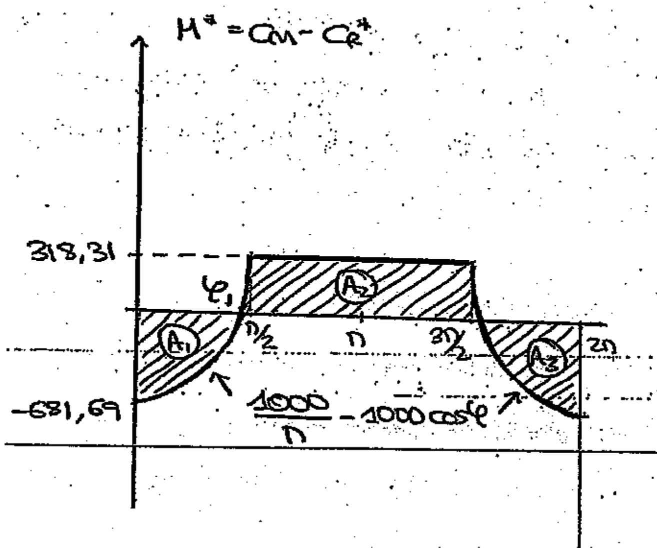
$$\boxed{C_M} = \frac{\int_0^{2\pi} C_R^* \, d\varphi}{2\pi} = \frac{2\int_0^{\pi/2} 1000\cos\varphi \, d\varphi}{2\pi} = \frac{1000[\sin\varphi]_0^{\pi/2}}{\pi} = \boxed{\frac{1000}{\pi} \text{ N·m}}$$

Obtenido el par motor, calcularemos la potencia motora,

$$\boxed{Pot_M} = C_M \cdot \dot{\varphi} = \frac{1000}{\pi} \text{ N·m} \cdot 500 \frac{2\pi}{60} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \boxed{\frac{50000}{3} \text{ W}}$$

4) El momento reducido es el par total de la polea, sobre la que actúan el momento motor y el par resistente reducido (que sustituye a todas las acciones del sistema)

$M^* = C_M - C_R^*$



5) Para poder calcular los S, deberemos obtener A_1, A_2 y A_3, para lo que determinaremos φ_1:

$$\frac{1000}{\pi} - 1000\cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \varphi_1 = 71{,}43^\circ$$

$\varphi_1 = 1{,}247$ rad

$$A_1 = \int_0^{1{,}247 \text{rad}} \left[\frac{1000}{\pi} - 1000\cos\varphi\right] d\varphi = \left[\frac{1000\varphi}{\pi} - 1000\sin\varphi\right]_0^{1{,}2}$$

$$\Rightarrow \underline{A_1} = \left(\frac{1247}{\pi} - 1000\sin 1{,}24\right) - 0 = \underline{\underline{-551{,}1 = A_3}}$$

Sabiendo que $A_1 + A_2 + A_3 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{A_2 = 1102{,}2}}$

Por tanto,
$$\begin{cases} S_1 = A_1 = -551{,}1 = S_{min} \\ S_2 = A_1 + A_2 = 551{,}1 = S_{max} \\ S_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 0 \end{cases}$$

Con estos podemos obtener el momento de inercia necesario para el ε deseado.

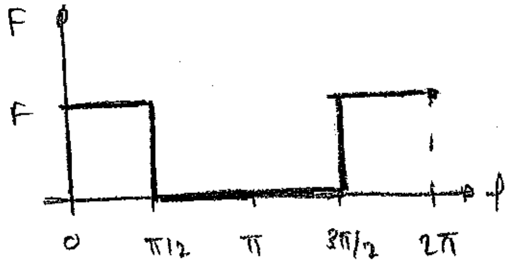
$$\underline{\underline{I}} = \frac{S_{max} - S_{min}}{\varepsilon \omega_a^2} = \frac{551{,}1 - (-551{,}1) \text{ N·m}}{0{,}01 \cdot \left(\frac{500 \cdot 2\pi}{60}\right)^2 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}} = \underline{\underline{40{,}2 \text{ kg m}^2}}$$

Como la inercia de la polea es de 1 kg m^2, el volante de inercia deberá complementar —— la inercia necesaria para que se cumplan las especificaciones.

Por tanto $\boxed{I_V = 39{,}2 \text{ kg m}^2}$

EXAMEN MARZO 2003

1)



$C_m = cte$

2) $Cr^* \rightarrow$ momento resistente reducido

$S_{x\,bulón} = R \cdot sen\,\varphi$

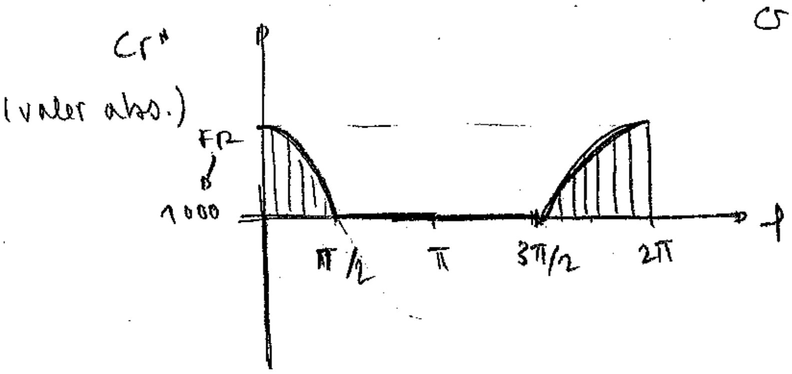
$V_{x\,bulón} = R \cdot \cos\varphi \cdot \dot\varphi$

Haciendo la equivalencia de trabajos realizados:

$$Cr^* \cdot \cancel{\dot\varphi} = F \cdot R \cdot \cos\varphi \cdot \cancel{\dot\varphi} \cdot \cos(\pi) \rightarrow Cr^* = -F \cdot R \cdot \cos\varphi$$

$$Cr = \begin{cases} 0 \le \varphi \le \pi/2 & -5000 \cdot 0'2 \cos\varphi = -1000 \cos\varphi \\ \pi/2 \le \varphi \le 3\pi/2 & 0 \\ 3\pi/2 \le \varphi \le 2\pi & -1000 \cdot \cos\varphi \end{cases}$$

→ he puesto Cr con un valor positivo cuando no es así pero hay que tener en mente que es contrario a Cm



3) Como la cinta trabaja en régimen:

$$C_m = \frac{1}{2\pi}\left(\int_0^{\pi/2} FR \cdot \cos\varphi\, d\varphi + \int_{3\pi/2}^{2\pi} FR \cos\varphi\, d\varphi\right) = \frac{FR}{2\pi}(1+1) = \frac{FR}{\pi} \; N \cdot m$$

$$= \frac{5000 \cdot 0'2}{\pi} = 318'31 \; N \cdot m$$

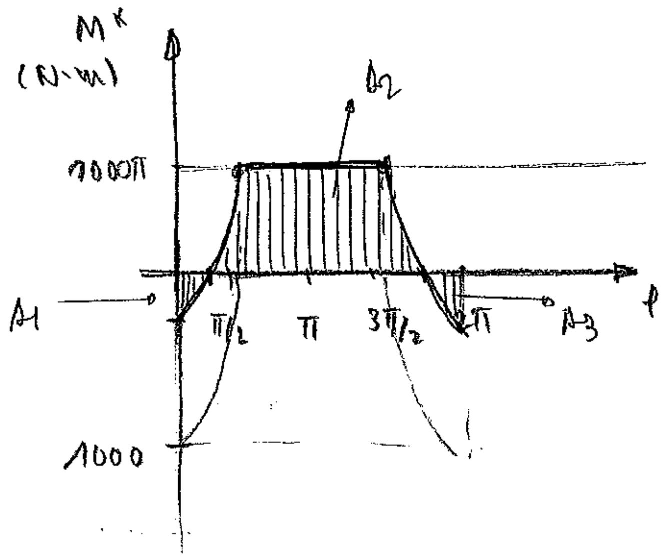
$$Pot = C_m \cdot W = \frac{FR}{\pi} \cdot N \cdot \frac{2\pi}{60} = \frac{1000}{\pi} \cdot 50 \cdot \frac{2\pi}{60} = 1666'67\, W \cong 1'67\, kW$$

$\longrightarrow$

$$F = cte$$

4) $$M^* = C_m - G^* = \frac{FR}{\pi} - F(\phi) R \cos\phi = \frac{1000}{\pi} - \overbrace{F(\phi) \cdot R}^{1000} \cdot \cos\phi$$

$$= \begin{cases} 1000\,(1/\pi - \cos\phi) & \text{si } \phi \in [0, \pi/2] \cup [3\pi/2, 2\pi] \\ 1000\,\pi & \text{si } \phi \in [\pi/2, 3\pi/2] \end{cases}$$



5) Calculamos los puntos de corte para conocer las áreas:

$$1000\,(1/\pi - \cos\phi) = 0 \rightarrow \cos\phi = 1/\pi \rightarrow \begin{array}{l} \phi_1 = 1'25 \\ \phi_2 = 2\pi - 1'25 = 5'03 \end{array}$$

$$A_1 = A_3 = \int_0^{1'25} 1000\,(1/\pi - \cos\phi) \cdot d\phi = 1000 \left[1/\pi \cdot 1'25 - \operatorname{sen}(1'25) \right]$$

$$= -551'10 \text{ N·m·rad}$$

$$A_1 + A_3 + A_2 = 0 \rightarrow A_2 = -2A_1 = 1102'19 \text{ Nm rad}$$

$$\delta_1 = A_1 = -551'10 \text{ Nm rad} = \delta_{min}$$

$$\delta_2 = A_1 + A_2 = 551'10 \text{ Nm rad} = \delta_{max}$$

$$(J_{vol} + J) = \frac{\delta_{max} - \delta_{min}}{\varepsilon\, \omega_m^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow J_{vol} = \frac{2 \cdot 551'10 \text{ Nmrad}}{0'01 \cdot \left(300 \cdot \frac{2\pi}{60}\right)^2 \frac{rad^2}{s^2}} - J = 40'2 - 1 = 39'2 \text{ kg m}^2$$

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS

eman ta zabal zazu
Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

MEKANIKA INGENIARITZA SAILA
INGENIARITZA GOI ESKOLA TEKNIKOA

TEORÍA DE MÁQUINAS.
3º Ingeniería Industrial. Abril 2005.
Unidad Temática B.
Peso: 25 %.
Ejercicio 1. Tiempo: 75min.

MAKINEN TEORIA.
Ingeniaritza industrialeko 3. kurtsoa. 2005.-eko Apirila.
B Atal-Tematikoa.
Pisua: 25 %.
1go Ariketa. Iraupena: 75min.

NOMBRE / IZENA:
APELLIDOS / ABIZENAK:
GRUPO / TALDEA:

DK 67

En la figura 1 se presenta el esquema del mecanismo de una máquina de compactación. Dicha máquina es accionada por un motor eléctrico rotativo continuo de par constante acoplado en la manivela. El proceso de compactación genera una fuerza resistente sobre el pisón (F) que se puede modelizar aproximadamente tal y como se representa en la figura 2. Se necesita que el mecanismo realice, en régimen estacionario, 100 ciclos de prensado por minuto girando a velocidad constante con un grado de irregularidad máximo admitido de 0,08. Se pide:

Diseñar completamente el volante de inercia (determinar su masa y radio) que debe acoplarse a la manivela teniendo en cuenta que, debido al material utilizado, la velocidad en la periferia del disco nunca debe superar los 12m/s. Considerar que el volante tiene forma de disco macizo.

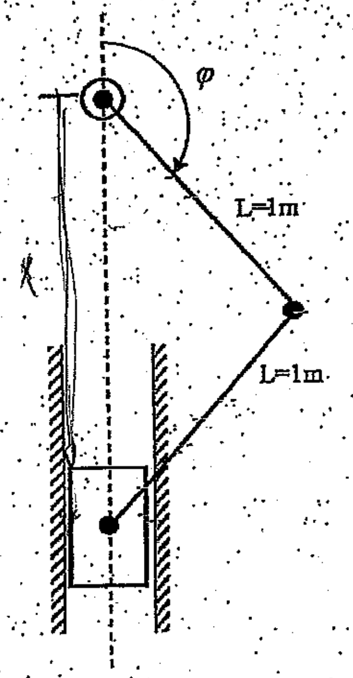


Figura 1.

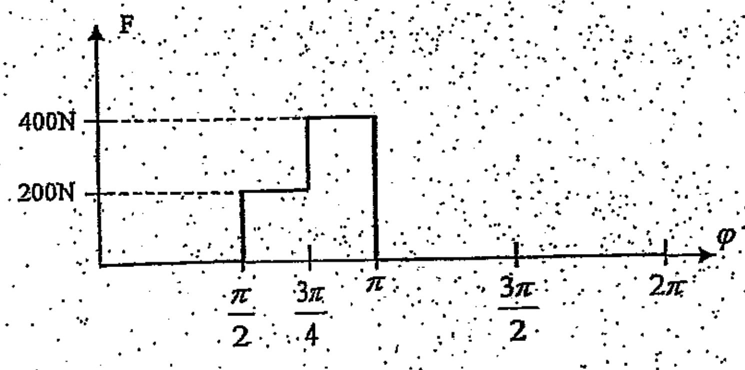
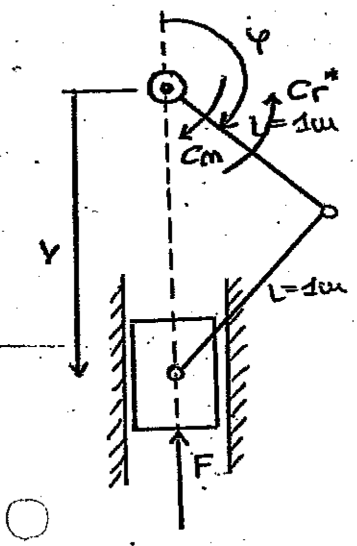
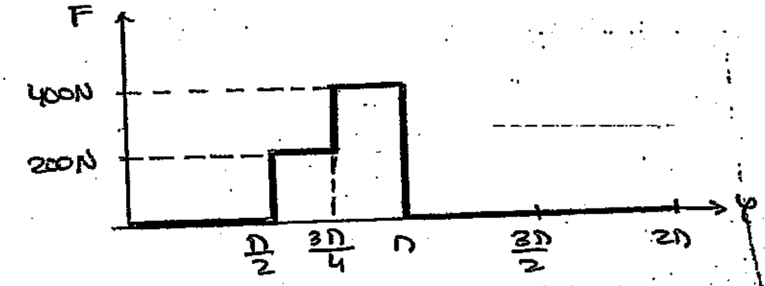


Figura 2.

ABRIL 2005





$\omega_a = 100$ rpm (100 ciclos por minuto)

$\varepsilon_{max} = 0{,}08$

Para diseñar el volante de inercia deberemos obtener su M y R, para que $V_{máx} = 12\ m/s$ en la periferia y cumpla las condiciones establecidas.

Calcularemos, en primer lugar el momento resistente o par resistente reducido, que es C_r^*, tal que la potencia será igual a la potencia de todas las acciones resistentes (aplicamos el concepto de momento reducido solamente a las acciones resistentes).

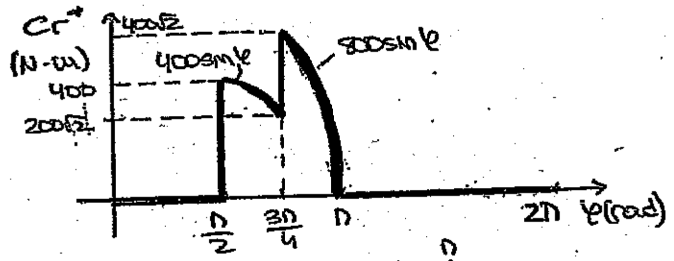
$$C_r^* \cdot \dot{\varphi} = F \cdot \dot{y} \Rightarrow \underline{\underline{C_r^*}} = \frac{F \cdot \dot{y}}{\dot{\varphi}} = \frac{F \cdot 2\cancel{\dot{\varphi}}\sin\varphi}{\cancel{\dot{\varphi}}} = \underline{\underline{2F\sin\varphi}}$$

expresamos la posición de este punto definiendo un parámetro respecto de una referencia fija. Deberemos buscar una relación entre φ e $\dot{y}$:

$$y = 2L\cos(180 - \varphi) = -2L\cos\varphi = -2\cos\varphi$$

$$\underline{\dot{y} = 2\dot{\varphi}\sin\varphi}$$

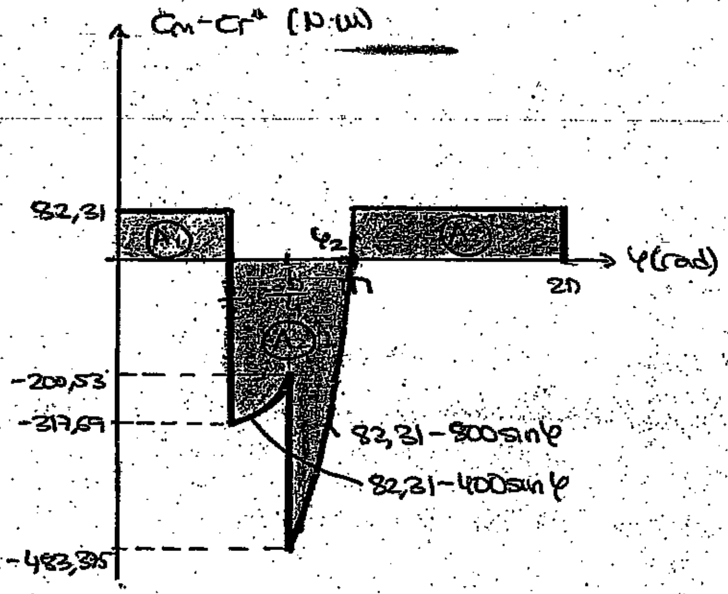
Expresaremos gráficamente el momento resistente reducido:



Para calcular el par motor:

$$C_M = \frac{\int_0^{2\pi} C_r^*\, d\varphi}{2\pi}$$

$$\boxed{C_m} = \frac{\int_{\pi/2}^{3\pi/4} 400\sin\varphi\, d\varphi + \int_{3\pi/4}^{\pi} 800\sin\varphi\, d\varphi}{2\pi} = \frac{400[-\cos\varphi]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} + 800[-\cos\varphi]_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi}}{2\pi} = \boxed{82{,}31\ N\cdot m}$$



Ahora calcularemos A_1, A_2 y A_3:

$$A_1 = 82{,}31 \cdot \frac{\pi}{2} = 129{,}29\ N\cdot m$$

$$A_2 = \int_{\pi/2}^{3\pi/4} (82{,}31 - 400\sin\varphi)\,d\varphi + \int_{3\pi/4}^{\varphi_2} (82{,}31 - 800\sin\varphi)\,d\varphi$$

$$A_3 = \int_{\varphi_2}^{\pi} (82{,}31 - 800\sin\varphi)\,d\varphi + \pi\cdot 82{,}31$$

Para determinar φ_2:

$$82{,}31 - 800\sin\varphi_2 = 0 \Rightarrow \varphi_2 = \arcsin\left(\frac{82{,}31}{800}\right)$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 0{,}103\ \text{rad}$$

¡OJO! φ_2 debe estar entre $\frac{3\pi}{4}$ y π y la calculadora sólo da ángulos del 1er y 4º cuadrante $\Rightarrow \underline{\underline{\varphi_2}} = \pi - 0{,}103 = \underline{\underline{3{,}038\ \text{rad}}}$

Una vez calculado φ_2:

$A_2 = -392{,}1\ N\cdot m$

$A_3 = 262{,}82\ N\cdot m$

Comprobamos que $\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 = 0$, que sería otra forma de obtener una de las áreas una vez que tenemos las otras dos.

$S_1 = A_1 = 129{,}29\ N\cdot m = S_{máx}$

$S_2 = A_1 + A_2 = -262{,}82\ N\cdot m = S_{mín}$

$S_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 0$

Una vez obtenidas las S:

$$I = \frac{S_{máx} - S_{mín}}{\varepsilon \cdot \omega_a^2} = \frac{(129{,}29 - (-262{,}82))\ N\cdot m}{\varepsilon \cdot \left(\frac{100\cdot 2\pi}{60}\ \frac{rad}{s}\right)^2} \Rightarrow \underline{\underline{I_{mín} = 44{,}7\ \underset{\overset{\|}{kg\cdot m^2}}{N\cdot m\cdot s^2}}}$$

es la inercia mínima que debe tener el sistema para cumplir las especificaciones.

[cuando $\varepsilon = \varepsilon_{máx} \rightarrow I = I_{mín}$.]

A partir de aquí habría varias opciones:

1) Que el sistema tenga ya una inercia mayor que la necesaria, por lo que ya cumple
2) Que la inercia que tenga el sistema sea menor que la mínima necesaria calculada con lo que la diferencia se aplicará mediante un volante de inercia
3) Que la inercia mínima ~~calculada~~ se aplique directamente a un volante de inercia

Sabiendo que el volante de inercia es un disco macizo:

$$I = \frac{MR^2}{2} = 44,7\ kg \cdot m^2$$

Volantes de inercia que cumplan esto habría muchos, y por eso nos dan otra especificación, que es la velocidad máxima en la periferia del volante:

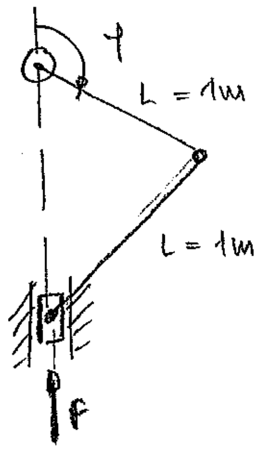
$$V_{máx} = \omega \cdot R_{máx} = \frac{100 \cdot 2\pi}{60} \cdot R_{máx} = 12\,m/s \Rightarrow \boxed{R_{máx} = 1,15\,m}$$ será el radio máximo posible del volante de inercia (vale cualquiera menor).

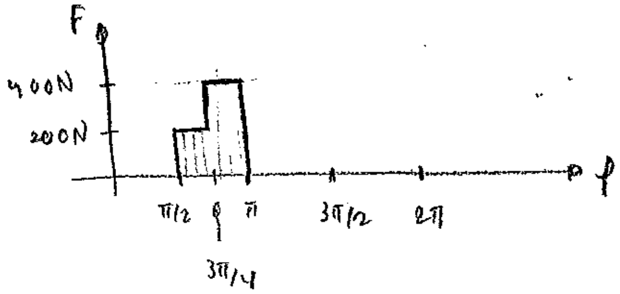
Por último determinaremos la masa del volante:

$$M = \frac{2 \cdot 44,7\ kg \cdot m^2}{(1,15\,m)^2} \Rightarrow \boxed{m = 68,08\,kg}$$ deberá ser la masa.

¿y este 2 a que viene? $I = MR^2 \rightarrow$
$\rightarrow M = I / R^2$

EXAMEN ABRIL 2005

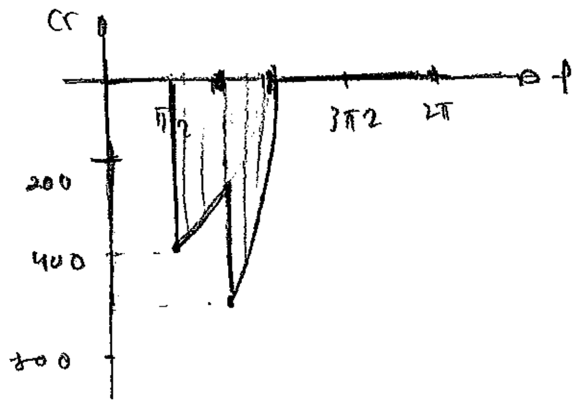




$S_{piston} = -2L\cdot\cos\varphi$

$v_{piston} = +2L\cdot \operatorname{sen}\varphi\cdot\dot\varphi$

$$C_r\cdot\cancel{\dot\varphi} = +F\cdot 2L\cdot\operatorname{sen}\varphi\cdot\dot\varphi\,\overbrace{\cos(\pi)}^{-1} \Longrightarrow C_r = -F\cdot 2L\cdot\operatorname{sen}\varphi \quad (\mathrm{N\,m})$$



$$C_r = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < \varphi < \pi/2 \\ -400\operatorname{sen}\varphi & \pi/2 < \varphi < 3\pi/4 \\ -800\operatorname{sen}\varphi & 3\pi/4 < \varphi < \pi \\ 0 & \text{si } \pi \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}$$

Como el mag trabaja en reg:

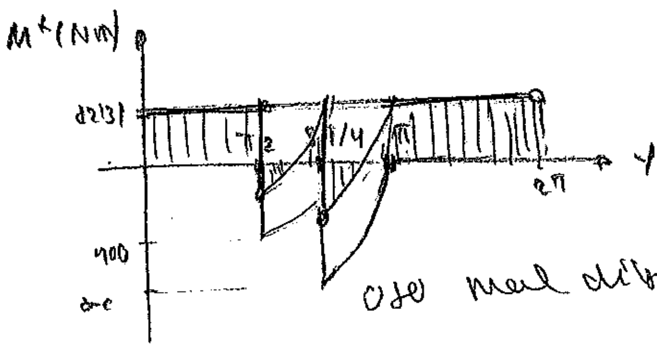
$$C_m = \frac{1}{2\pi}\left(\int_{\pi/2}^{3\pi/4} 400\operatorname{sen}\varphi\,d\varphi + \int_{3\pi/4}^{\pi} 800\operatorname{sen}\varphi\cdot d\varphi\right) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left(400\cos\varphi\Big|_{3\pi/4}^{\pi/2} + 800\cos\varphi\Big|_{\pi}^{3\pi/4}\right) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[400\,\frac{\sqrt2}{2} + 800\left(-\frac{\sqrt2}{2}+1\right)\right] = 82'31\ \mathrm{N\cdot m}$$

$$M^* = C_m + C_r^*$$

$$M^* = \begin{cases} 82'31 & 0 < \varphi < \pi/2 \\ 82'31 - 400\operatorname{sen}\varphi & \pi/2 < \varphi < 3\pi/4 \\ 82'31 - 800\operatorname{sen}\varphi & 3\pi/4 < \varphi < \pi \\ 82'31 & \pi < \varphi < 2\pi \end{cases}$$



Ojo mal dibujado

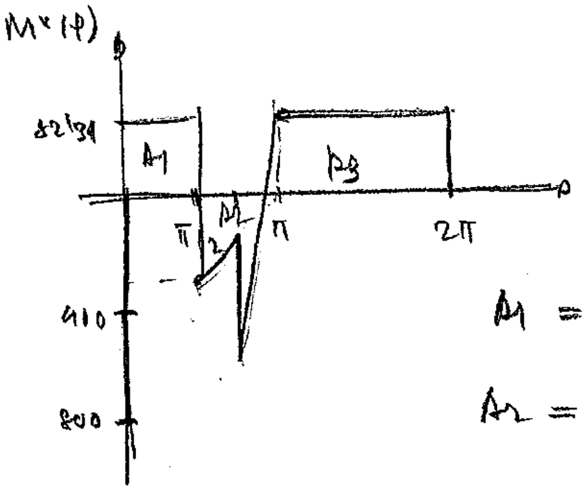
→ Buscamos los puntos de corte ~~pt~~ con el ~~φ~~ eje φ de $M^*(\varphi)$ para calcular las áreas:

$\cancel{82'31 - 400 \operatorname{sen}\varphi = 0 \rightarrow \varphi_1 = 0'1}$

$\cancel{\varphi_2 = 0'2 + \pi =}$

$82'31 - 800 \operatorname{sen}\varphi = 0 \rightarrow \varphi_1 = \cancel{=} 0'103$

$\varphi_2 = \pi - 0'103 = 3'04$



$A_1 = 82'31 \cdot \pi/2 = 129'30$ N·m rad

$A_2 = \int_{\pi/2}^{3\pi/4} (82'31 - 400 \operatorname{sen}\varphi)\, d\varphi + \int_{3\pi/4}^{3'04} (82'31 - 800 \operatorname{sen}\varphi)\, d\varphi =$

$= -392'1$ N·m rad

$A_3 = \int_{3'04}^{\pi} (82'31 - \cancel{800} \operatorname{sen}\varphi)\, d\varphi + \pi \cdot 82'31 = 262'02$ Nm

$S_1 = A_1 = 129'30 \quad = S_{max}$

$S_2 = A_1 + A_2 = -262'8 = S_{min}$

$$I = \frac{S_{max} - S_{min}}{\varepsilon\, \omega_m^2} = \frac{129'30 + 262'8}{0'08 \cdot \left(100 \cdot \frac{2\pi}{60}\right)^2} = 44'70 \text{ kg m}^2$$

$$v = \omega R \leq 12 \rightarrow R \leq \frac{12 \text{ m/s}}{100 \cdot \frac{2\pi}{60}} = 1'15 \text{ m}$$

Suponiendo una distrib en la perif:

$$I = M R^2 \rightarrow M \geq \frac{I}{R^2} \geq \frac{44'7}{(1'15)^2} = \cancel{281'67}\ 33'80 \text{ kg}$$

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

MEKANIKA INGENIARITZA SAILA

INGENIARITZA GOI ESKOLA TEKNIKOA

TEORÍA DE MÁQUINAS.

3º Ingeniería Industrial. Marzo 2007.
Unidad Temática B.
Peso sobre la Unidad Temática: 25 %.
Ejercicio. 2 Tiempo: 75 min.

MAKINEN TEORIA.

Ingeniaritza industrialeko 3. kurtsoa. 2007.-eko Martxoa.
B Atal Tematikoa.
Atal Tematikoaren Pisua: 25 %.
Ariketa. 2 Iraupena: 75 min.

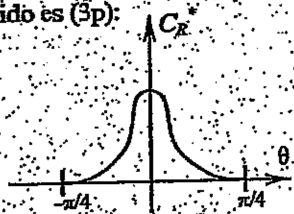
GRUPO:
NOMBRE Y APELLIDOS:

TALDEA:
IZEN ABIZENAK:

Sea el "mecanismo de ginebra" de la figura 1, que se utiliza para suministrar movimiento intermitente a un alimentador de piezas. Tanto el par motor (aplicado en la rueda 2) como el par resistente (soportado por la rueda 3) son constantes. El valor de dicho par resistente (que ha de vencerse para que la rueda 3 pueda moverse) vale C_R=10 Nm. Tomando como elemento de reducción la rueda 2, la variable θ como parámetro (ver figura 2), y suponiendo despreciable la inercia de los elementos 2 y 3, se pide lo siguiente:

1. Comprobar que, en ausencia de rozamiento, la expresión del par resistente reducido es (3p):

$$C_R^* = \begin{cases} 10\left(\dfrac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta}\right) & -\dfrac{\pi}{4}<\theta<\dfrac{\pi}{4} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$



2. Calcular el par motor constante que ha de suministrar un motor eléctrico acoplado a la rueda 2. (2p)
3. Calcular la inercia del volante que ha de acoplarse para que el grado de irregularidad sea menor que ε=0,05, con una velocidad de régimen para el elemento 2 de n_c=240 rpm. (5p)

Nota:

$$\int\left(\frac{\sqrt{2}\cos\theta-1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta}\right)d\theta = \arctan\left(\frac{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3-2\sqrt{2}}\right)-\frac{\theta}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{R}{R\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta = \pi/4$$

$$R\sqrt{2} - R\frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}/2$$

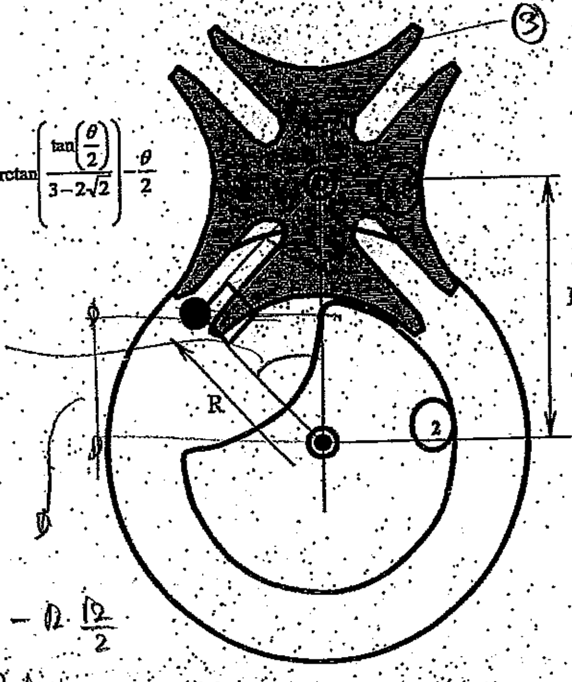


Figura 1. Mecanismo de Ginebra. Posición de referencia

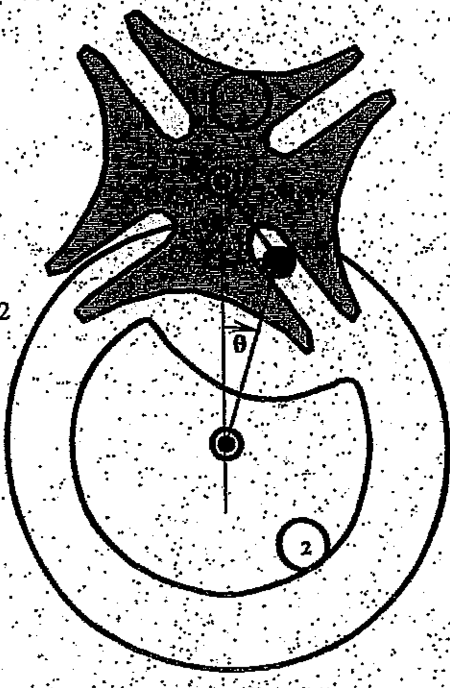
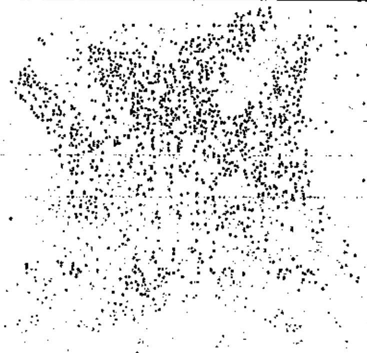
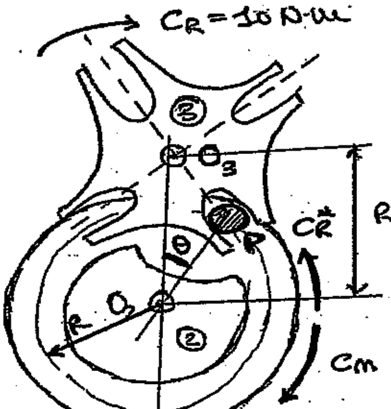


Figura 2. Mecanismo de Ginebra. Posición genérica

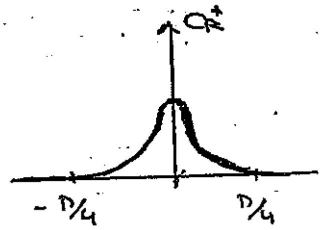
 

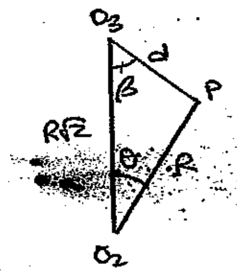
MARZO 2007



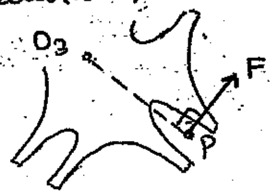
El par resistente constante es el que actúa sobre la rueda 3, pero el que lo hace sobre el elemento de entrada 2 no tiene por qué serlo.

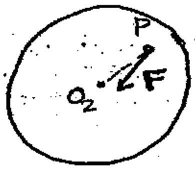
1) Comprobar que $C_R^* \begin{cases} 10\left(\dfrac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta}\right) & -\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{4} \\ 0 & \text{En otro caso.} \end{cases}$





En ausencia de rozamiento, la fuerza de contacto entre el bulón y el elemento 3, es perpendicular a O_3P.





Como nos dicen que las inercias son despreciables, la aceleración angular de 3 deberá ser nula, por lo que:

$$F \cdot d = 10 = C_R^3$$

El momento ~~reducido a la rueda~~ resistente reducido a la rueda 2 será:

(si se expresa así no es necesario lo anterior).

$C_R^* \cdot \dot\theta = 10\dot\beta$ (si se expresa así no es necesario lo anterior)

Buscamos la relación entre θ y β para luego derivarla (se pueden relacionar las tangentes. A mí me parece + sencillo).

$$\left.\begin{array}{l} d=\sqrt{2R^2+R^2-2\sqrt{2}R^2\cos\theta} \quad \text{(teorema de los cosenos)} \\ \dfrac{d}{\sin\theta}=\dfrac{R}{\sin\beta} \quad \text{(teorema de los senos)} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R(3-2\sqrt{2}\cos\theta)^{1/2}}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin\beta} \Rightarrow (3-2\sqrt{2}\cos\theta)^{1/2}\sin\beta = \sin\theta$$

Derivamos ahora respecto del tiempo:

$$\frac{1}{2}(3-2\sqrt{2}\cos\theta)^{-1/2}\cdot(2\sqrt{2}\,\dot\theta\sin\theta)\sin\beta + (3-2\sqrt{2}\cos\theta)^{1/2}\dot\beta\cos\beta = \dot\theta\cos\theta$$

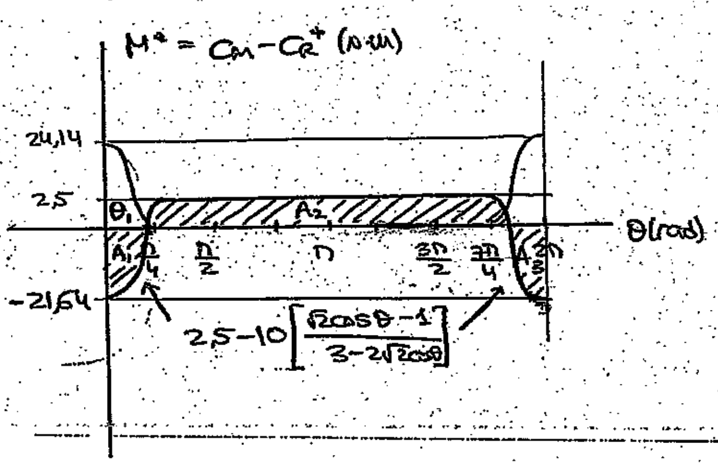
$$\Rightarrow \frac{1}{2}(2\sqrt{2}\,\dot\theta\sin\theta)\sin\beta + (3-2\sqrt{2}\cos\theta)\dot\beta\cos\beta = \dot\theta\cos\theta\,(3-2\sqrt{2}\cos\theta)^{1/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\,\dot\theta\sin\theta\sin\beta + (3-2\sqrt{2}\cos\theta)\dot\beta\cos\beta \;---$$

2) Como ya sabemos: $C_M = \int_0^{2\pi} C_R^* \cdot d\theta \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} 2 \int_0^{\pi/4} 10 \left[\frac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta}\right] d\theta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{C_M} = \frac{10\left[\arctan\left(\frac{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3-2\sqrt{2}}\right) - \frac{\theta}{2}\right]_0^{\pi/4}}{\pi} = \boxed{2,5 \text{ N·m}}$$

3) I? $\begin{cases} \varepsilon = 0,05 \\ n_A = 240 \text{ rpm} \end{cases}$



Para poder calcular las áreas y con ellas los S, deberemos determinar en primer lugar el θ_1.

$$2,5 - 10\left[\frac{\sqrt{2}\cos\theta_1 - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta_1}\right] = 0 \Rightarrow$$

$$2,5 = 10\left[\frac{\sqrt{2}\cos\theta_1 - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta_1}\right] \Rightarrow 0,25 = \left[\frac{\sqrt{2}\cos\theta_1 - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta_1}\right]$$

$$\Rightarrow 0,75 - 0,5\sqrt{2}\cos\theta_1 = \sqrt{2}\cos\theta_1 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \arccos\left(\frac{1,75}{1,5\sqrt{2}}\right) = 0,6 \text{ rad.}$$

Una vez tenemos θ_1, calcularemos las distintas áreas:

$$A_1 = \int_0^{0,6} \left[2,5 - 10\left[\frac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta}\right]\right] d\theta = \left[2,5\theta - 10\left(\arctan\left[\frac{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3-2\sqrt{2}}\right] - \frac{\theta}{2}\right)\right]_0^{0,6} = -6,14 = A_3$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \Rightarrow A_2 = -2A_1 = 12,28$$

Entonces,

$s_1 = A_1 = -6,14 = S_{mín}$

$s_2 = A_1 + A_2 = 6,14 = S_{máx}$

$s_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 0$

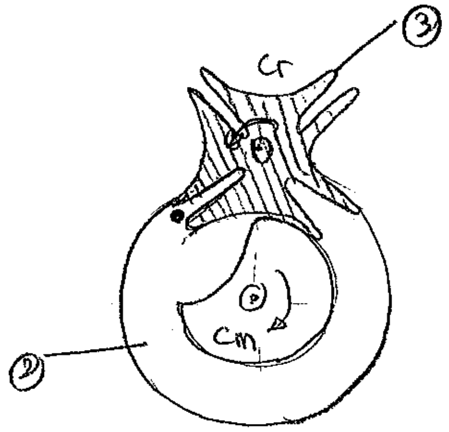
La I necesaria para que $\varepsilon = 0,05$: $\underline{\underline{I}} = \frac{S_{máx} - S_{mín}}{\varepsilon \omega_a^2} = \frac{6,14 - (-6,14) \text{ N·m}}{0,05 \cdot 240 \cdot \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}} = \underline{\underline{0,39}}$

Como no nos dicen que el elemento de entrada tenga inercia propia, supondremos que esta inercia deberá ser la del volante de inercia.

$\boxed{I = 0,39 \text{ kg m}^2}$

Podríamos obtener la masa y radio de dicho volante si nos lo pidieran diciéndonos cuál es la forma de dicho volante.

EXAMEN MARZO 2007



$C_m = cte$

$C_R = cte = 10\ N\cdot m$

1) Visto el funcionamiento del mecanismo la velocidad angular de la rueda 3 es:

$$S_x \text{ bulón} = R\cdot \operatorname{sen}\theta \ ; \ V_x \text{ bulón} = R\cdot\cos\theta\cdot\dot{\theta}$$

$$W_3 = V_x \text{ bulón} \cdot \frac{1}{\dfrac{R\sqrt{2} - S_y \text{ bulón}}{\cos\gamma}} =$$

Aplicando relaciones trigonométricas

$$R\cdot\operatorname{sen}\theta = R'\cdot\operatorname{sen}\gamma$$
$$R\cdot\cos\theta = R\sqrt{2} - R'\cdot\cos\gamma$$
$$R^2\cdot\operatorname{sen}^2\theta = R'^2\cdot\operatorname{sen}^2\gamma$$
$$R^2\cos^2\theta + R'^2\cdot\cos^2\gamma + 2R\sqrt{2}R'\cos$$

ESTE APARTADO ES MÁS QUE JODIDO

2) $$\int_0^{2\pi}(C_m - C_R^*)\cdot d\theta = 0 \rightarrow C_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} C_R^*\cdot d\theta$$

$$C_m = \frac{1}{2\pi}\int_{\pi/4}^{-\pi/4} 10\,\frac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{3 - 2\sqrt{2}\cdot\cos\theta} = \frac{5}{\pi}\left[\arctan\left(\frac{\tan\theta/2}{3-2\sqrt{2}}\right) - \frac{\theta}{2}\right]_{\theta=\pi/4}$$

$C_m = 2'5\ N\cdot m$

3) $n_a = 240 \text{ rpm}$

$$w_a = 240 \cdot \frac{2\pi}{60} = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$M^* = C_m - C_r^* = \begin{cases} 215 - 10\left(\dfrac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{3 - 2\sqrt{2}\cos\theta}\right) & -\frac{\pi}{4} < \theta < \pi/4 \\ 215 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(N·m)

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA

eman ta zabal zazu
Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

MEKANIKA INGENIARITZA SAILA
INGENIARITZA GOI ESKOLA TEKNIKOA

TEORÍA DE MÁQUINAS.

3º Ingeniería Industrial. Abril 2008.
Unidad Temática B.

Peso sobre la Unidad Temática: 25 %.
Ejercicio. 2 Tiempo: 50 min.

GRUPO:
NOMBRE Y APELLIDOS:

MAKINEN TEORIA.

Ingeniaritza industrialeko 3. kurtsoa. 2008.-eko Apirila.
B Atal Tematikoa.

Atal Tematikoaren Pisua: 25 %.
Ariketa: 2 Iraupena: 50 min.

TALDEA:
IZEN ABIZENAK:

La máquina tuneladora de la figura 1 necesita acoplar un volante de inercia para su funcionamiento óptimo. En la figura 2 se representa la modelización del mecanismo de dicha máquina, que es accionada por un motor rotativo de par constante acoplado a la manivela (OB). El proceso de excavación genera una fuerza resistente (F) sobre el acoplador (A) que se puede aproximar al diagrama de la figura 3. Se necesita que el proceso de excavar discurra en régimen estacionario: $300/\pi$ ciclos de carga por minuto girando a velocidad constante con un grado de irregularidad máximo de 0,05.

Se pide:
Diseñar completamente el volante de inercia (calcular su inercia, masa y radio) en forma de disco macizo que debe acoplarse al mecanismo de la figura 2, teniendo en cuenta que por razones resistentes del material, la velocidad en la periferia del disco no debe superar los 10 m/s.

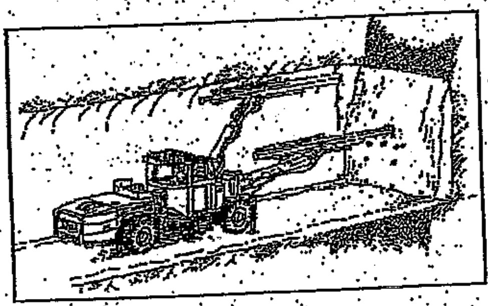


Figura 1. Máquina tuneladora.

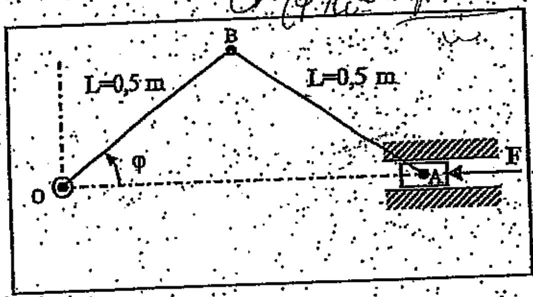


Figura 2. Modelización del mecanismo.

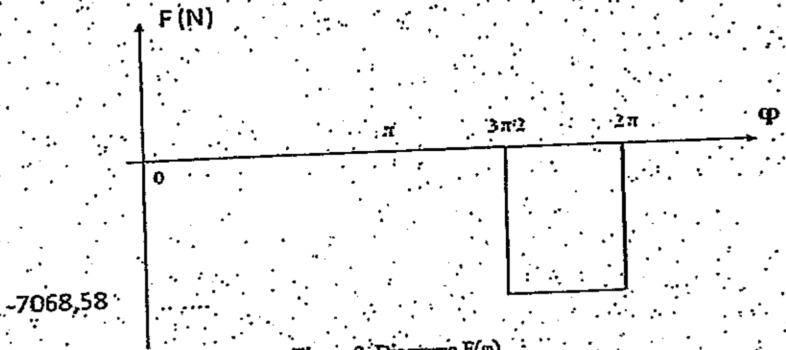
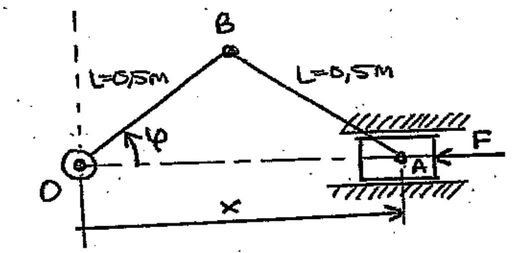
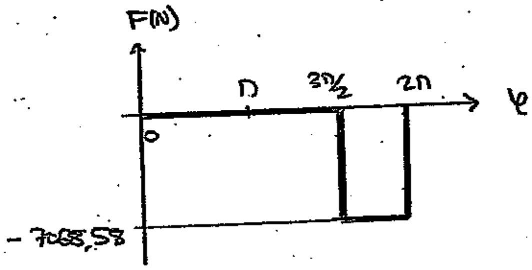


Figura 3. Diagrama F(φ).

ABRIL 2008





$\omega = \frac{300}{\pi} \frac{\text{ciclos}}{\text{min}}$

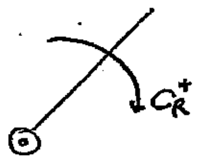
$\varepsilon_{max} = 0{,}05$

Diseñar Volante de Inercia (I, M, R) para $V_{pequeño} \leq 10\ m/s$ (en forma de disco macizo)

Como nos definen φ antihorario, la velocidad $\dot\varphi$ será también antihoraria y en el instante inicial el acoplador se moverá hacia la izquierda. Como el par resistente es contrario a su movimiento, será hacia la izquierda negativo y con el negativo del gráfico nos quedará positivo, o sino podríamos cambiado de dirección y dar la vuelta al diagrama de F (haciéndolo positivo).

Comenzaremos calculando el par motor: $C_m = \dfrac{\int_0^{2\pi} C_R^* \, d\varphi}{2\pi}$ (si C_R fuese constante y C_m variable sería $C_R = \int_0^{2\pi} \dfrac{C_m^* \, d\varphi}{2\pi}$)

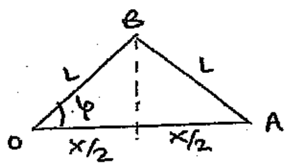
Para ello, deberemos obtener el par resistente reducido al elemento de entrada:



$C_R^* \cdot \dot\varphi = F \cdot \dot x$

la potencia generada por ese par reducido es igual a la suma de todas las potencias realizadas por todas las acciones resistentes del sistema.

Debemos buscar una relación entre $\dot\varphi$ y $\dot x$. Para ello, obtendremos la relación geométrica entre φ y x para luego derivarla:



$\cos\varphi = \frac{x}{2L} \Rightarrow x = 2L\cos\varphi \overset{L=0,5}{=} \cos\varphi \longrightarrow \dot x = -\dot\varphi \sin\varphi$

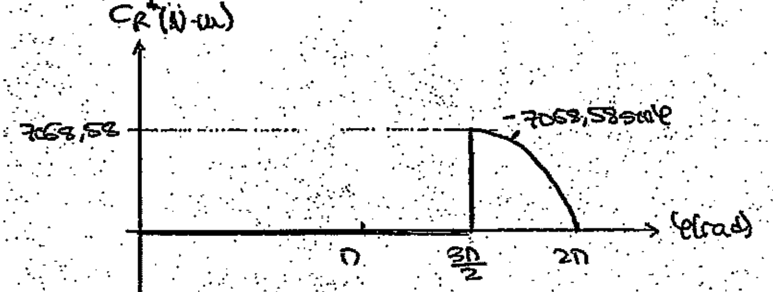
Como estamos trabajando con los módulos, lo sustituiremos positivo (sabiendo que el signo negativo se debe a que al aumentar φ disminuye x).

$C_R^* \cancel{\dot\varphi} = F \cdot \cancel{\dot\varphi} \sin\varphi \Rightarrow \underline{\underline{C_R^* = F \sin\varphi}}$

Por tanto,

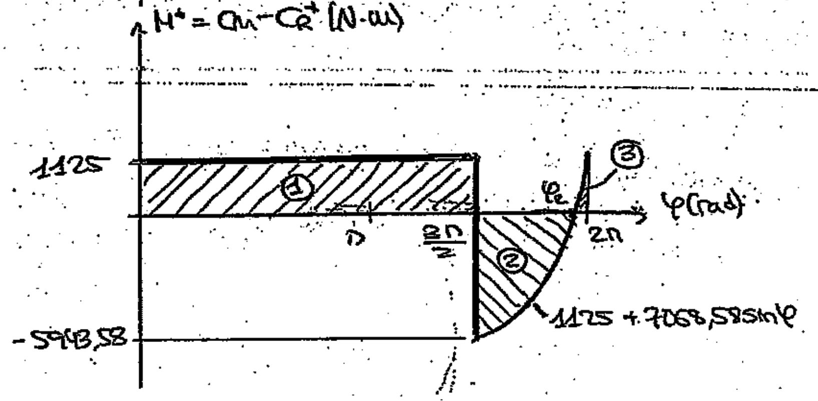
Para que el Cm nos de positivo

$$\underline{\underline{C_m}} = \frac{\int_0^{2\pi} C_R^+ \, d\varphi}{2\pi} = \frac{\int_{3\pi/2}^{2\pi} 7068,58 \sin\varphi \, d\varphi}{2\pi} = \ominus \frac{7068,58}{2\pi}\left[-\cos\varphi\right]_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} = \frac{7068,58}{2\pi} = \underline{\underline{1125}}$$



$0 \le \varphi \le \frac{3\pi}{2} \rightarrow C_R^+ = 0$

$\frac{3\pi}{2} \le \varphi \le 2\pi \rightarrow C_R^+ = 7068,58 \sin\varphi$



En primer lugar calculamos φ_2:

$1125 + 7068,58 \sin\varphi_2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\varphi_2 = -\frac{1125}{7068,58} \Rightarrow$

$\Rightarrow \varphi_2 = -0,16 \longrightarrow \varphi_2 = 2\pi - 0,16 = 6,12$

[hay que tomar el valor que anule la función comprendido entre $\frac{3\pi}{2}$ y 2π

Ahora calculamos las distintas áreas:

$\underline{\underline{A_1}} = 1125 \cdot \frac{3\pi}{2} = \underline{\underline{5301,43 \text{ N·m}}}$

$$\underline{\underline{A_2}} = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\varphi_2} (1125 + 7068,58 \sin\varphi)\, d\varphi = \left[1125\varphi - 7068 \cos\varphi\right]_{\frac{3\pi}{2}}^{6,12} = \underline{\underline{-5390,53 \text{ N·m}}}$$

Sabiendo que $A_1 + A_2 + A_3 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{A_3 = 89,1 \text{ N·m}}}$

Por tanto,

$s_1 = 5301,43 = s_{max}$

$s_2 = -89,1 = s_{min}$

$s_3 = 0$

al ser el grado de irregularidad el máximo, la inercia será la mínima necesaria

La inercia que necesita el sistema será: $I = \frac{s_{max} - s_{min}}{\varepsilon \omega_m^2} \Rightarrow I_{min} = \frac{5301,43 - (-89,1)}{0,05 \left(\frac{300}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{60}\right)^2}$

$\Rightarrow \underline{\underline{I_{min} = 1078,1 \text{ kg·m}^2}}$ → Como el sistema no tiene ninguna inercia propia, esta será la inercia que tendrá que tener el volante de inercia.

$\boxed{I = 1098,1 \ kg \cdot m^2}$

Ahora calculamos la masa y radio que tendrá que tener el volante de inercia, que nos dicen que es un disco macizo:

$I = 1098,1 = \frac{MR^2}{2}$

Además, nos dan la especificación de la velocidad de la periferia: $10 \, m/s = R \cdot 10 \, rad/s \Rightarrow \boxed{R = 1m}$

$\boxed{M = 2156,2 \ kg}$

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

MEKANIKA INGENIARITZA SAILA

INGENIARITZA GOI ESKOLA TEKNIKOA

TEORÍA DE MÁQUINAS.

3º Ingeniería Industrial. Junio 2006.
Examen Final

Peso sobre la Unidad Temática: 25 %.
Ejercicio. 1   Tiempo: 75 min.

GRUPO:
NOMBRE Y APELLIDOS:

MAKINEN TEORIA.

Ingeniaritza industrialeko 3. kurtsoa. 2006.-eko Ekaina.
Azterketa Finala.

Atal Tematikoaren Pisua: 25 %.
Ariketa. 1   Iraupena: 75 min.

TALDEA:
IZEN ABIZENAK:

En la figura 1 se representa una máquina de corte industrial. En la figura 1a, la máquina se encuentra en su posición de referencia (posición de corte) y aparecen todas las dimensiones representativas de la misma. En la figura 1b aparece una posición genérica en la que se detallan la variable del elemento de entrada φ (coordenada generalizada) y las variables de los elementos de salida x y θ. Se pide:

1. Obtener la expresión de las ecuaciones de posición (1p).
2. Obtener la expresión de las ecuaciones de velocidad. Comprobar asimismo que el coeficiente de influencia $g_\theta(\varphi)$ puede expresarse como (2p):

$$g_\theta(\varphi)=\frac{d\theta}{d\varphi}=\frac{1}{4}\frac{sen\varphi(cos\varphi-2)}{sen\theta}$$

3. ¿Qué puede decirse sobre la ventaja mecanica del mecanismo en la posición representada en la figura 1a? (1p)

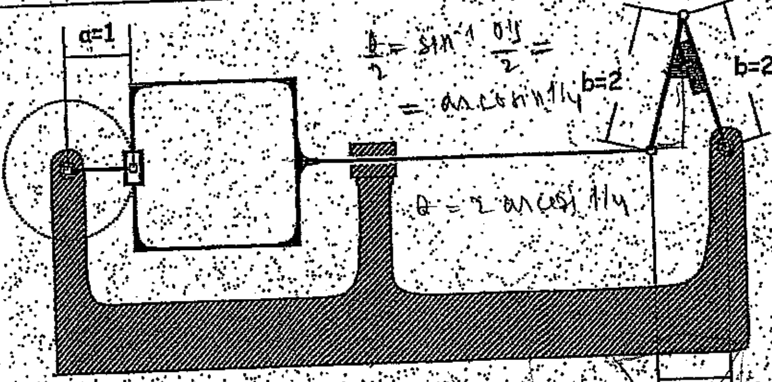


Figura 1a

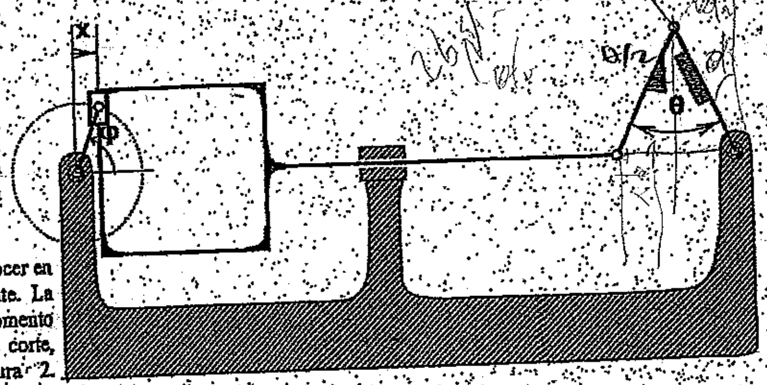


Figura 1b

El par motor en la entrada cuyo valor se deseaconocer en función de la solicitación de salida, es constante. La reacción de corte se materializa en un momento aplicadoentre las barras que forman la tijera de corte, que se representa gráficamente en la figura 2. Suponiendo que la masa y la inercia de los elementos que componen la máquina es despreciable, se pide:

4. Obtener la expresión del momento resistente reducido al elemento de entrada. Para ello suponer que el coeficiente de influencia $g_\theta(\varphi)$ en el intervalo $(31\pi/16,0)$ es constante e igual a la semisuma de los valores de dicho coeficiente en los extremos del intervalo (1p).
5. Obtener el valor del par motor en la entrada (1p).
6. Obtener el valor de la inercia del volante que ha de disponerse en el elemento de entrada, sabiendo que se ha de respetar un grado de irregularidad de ε=0.1 a una velocidad angular media de ω_m=1rpm (3p).

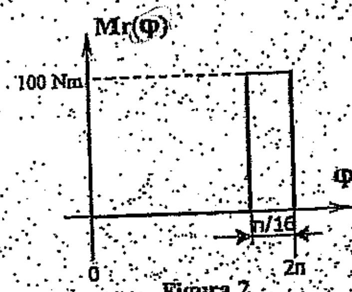
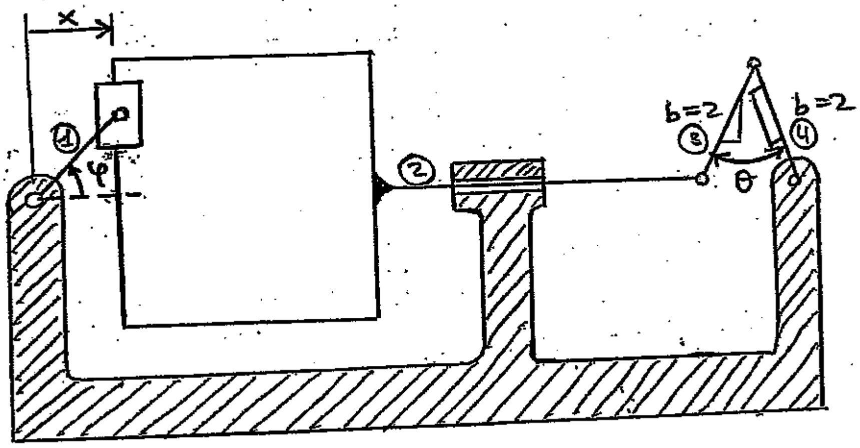


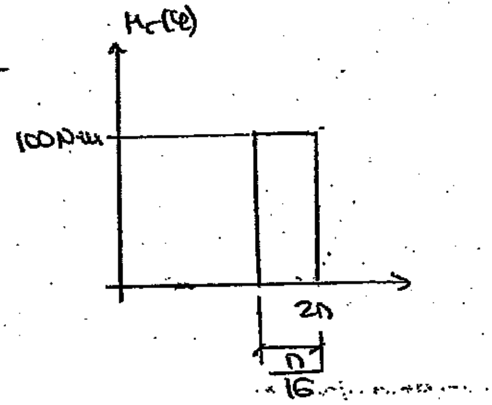
Figura 2

Siguiendo con las mismas suposiciones de los apartados anteriores,

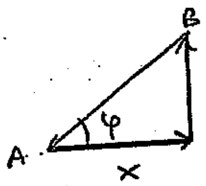
7. Plantear la obtención de las reacciones en los pares en una posición genérica (1p).

JUNIO 2006





1) Ecuaciones de posición.



$x - \cos\varphi = 0$ (1)

$x + 2\cdot 2\sin\frac{\theta}{2} = (a+L_0)$ [las dos distancias variables, su suma debe mantenerse constante.] (2)

$1+1$

(1) $\boxed{x = \cos\varphi}$

(2) $\frac{-\cos\varphi+2}{4} = \sin\frac{\theta}{2} \Rightarrow \boxed{\theta = 2\arcsin\left[\frac{2-\cos\varphi}{4}\right]}$

2) Para obtener las ecuaciones de velocidad, derivamos respecto del tiempo las ecuaciones de posición obtenidos en el apartado (1):

$$\boxed{\begin{array}{l}(1)\ \dot{x} + \dot{\varphi}\sin\varphi = 0 \\ (2)\ \dot{x} + 2\dot{\theta}\cos\frac{\theta}{2} = 0\end{array}}$$

Para la demostración hacemos: $\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{d\theta/dt}{d\varphi/dt} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}}$ (relación obtenible con las ecuaciones de velocidades)

4) Momento resistente reducido al elemento de entrada (manivela)

En primer lugar calculamos el valor del coeficiente de influencia $g_\theta(\varphi)$ cuando $\varphi = \frac{31\pi}{16}$

$$g_\theta\left(\frac{31\pi}{16}\right) = \frac{1}{4}\cdot\frac{\sin\frac{31\pi}{16}\left(\cos\frac{31\pi}{16}-2\right)}{\sin\left[2\arcsin\left(\frac{2-\cos\frac{31\pi}{16}}{4}\right)\right]} = 0{,}1$$

$\Rightarrow \theta = 2\arcsin\left(\frac{2-\cos\varphi}{4}\right)$ $\begin{cases}\varphi = \frac{31\pi}{16} \to \theta = 0{,}515\text{ rad} \\ \varphi = 2\pi \to \theta = 505\text{ rad}\end{cases}$ $\longrightarrow g_\theta(2\pi) = 0$

Por tanto, $\overline{q_\theta} = 0{,}05 = cte$ (secundaria)

A continuación calculamos el par resistente reducido al elemento de entrada, sabe que será el momento que habría que aplicar en él para que la potencia generada fuese igual a la potencia generada por las acciones resistentes del sistema. En este caso, la única acción resistente que existe en el sistema es la que aparece en las cuchillas de corte entre $\frac{31\pi}{16} < \varphi < 2\pi$. La potencia generada por dicha acción será $M_r \cdot \dot{\theta}$ ($\dot{\theta}$ es la velocidad relativa entre las dos cuchillas). ~~Debemos~~ Debemos tener en cuenta el coeficiente de influencia calculado ~~anteriormente~~ anteriormente.

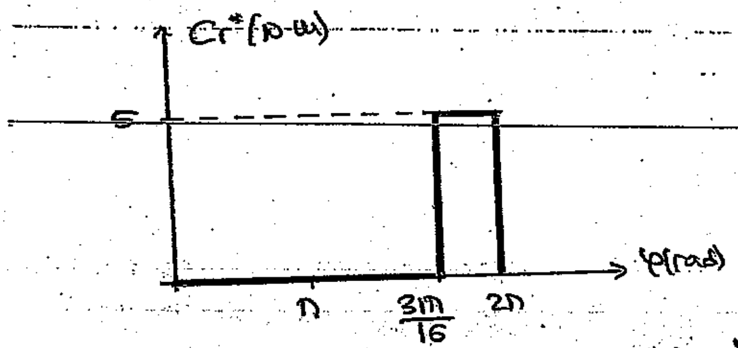
$$C_r^* \cdot \dot{\varphi} = M_r(\varphi) \cdot \dot{\theta}$$

Para obtener la relación entre φ y $\dot{\theta}$ obtenemos el coeficiente de influencia:

$$\overline{q_\theta}(\varphi) = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}} = 0{,}05 = cte$$

Por tanto, $C_r^* = M_r(\varphi) \cdot \frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}} \Rightarrow \boxed{C_r^* = 0{,}05 \cdot M_r(\varphi)}$

El diagrama del par resistente reducido al elemento de entrada será:



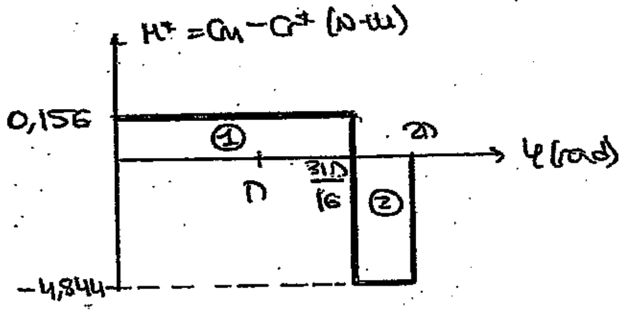
5) Valor del par motor en la entrada

Como el par motor es constante y el resistente reducido variable, su relación sabemos que será:

$$\boxed{C_m} = \frac{\int_0^{2\pi} C_r^* \, d\varphi}{2\pi} = \frac{5\pi}{2\pi\, 16} = \frac{5}{32} = \boxed{0{,}156 \text{ N·m}}$$

6) Valor de la masa del volante a colocar, para $\varepsilon = 0{,}1$ a una velocidad angular media $\omega_a = 1$ rpm.

Empecemos luego debemos obtener el diagrama del momento total reducido al elemento de entrada.



$A_1 = \frac{31\pi}{16} \cdot 0{,}156 = 0{,}95\ N\cdot m = S_1 = S_{max}$

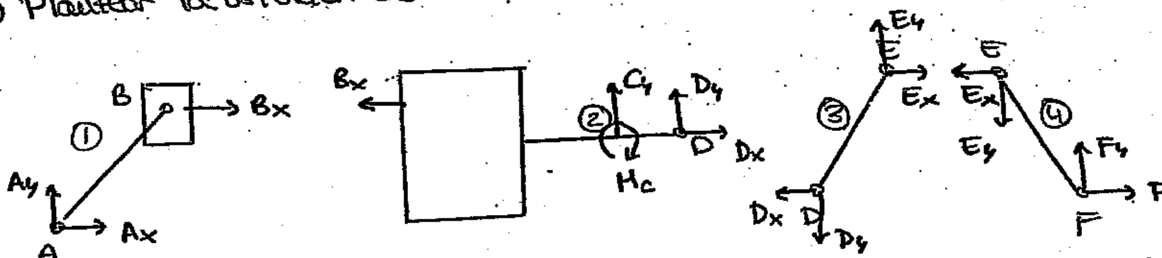
$S_2 = A_1 + A_2 = 0 = S_{min}$

La inercia necesaria deberá ser:

$$\boxed{I} = \frac{S_{max} - S_{min}}{\varepsilon\, \omega_m^2} = \frac{0{,}95}{0{,}1 \cdot \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2} = \boxed{866{,}29\ kg\cdot m^2}$$

→ Como el sistema no tiene inercia propia, toda ella deberá ser la del volante

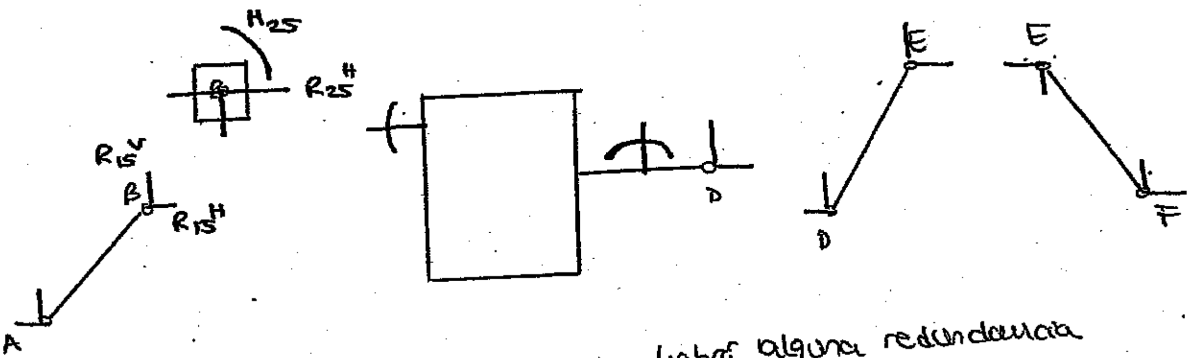
7) Plantear la obtención de las reacciones en los pares en una posición genérica



11 incógnitas
12 ecuaciones

Suponemos resuelto el problema de velocidades, aceleraciones y posiciones, de forma que las acciones inerciales son conocidas (no las representamos).

Otra opción sería considerar la deslizadera de B como un elemento en sí mismo.

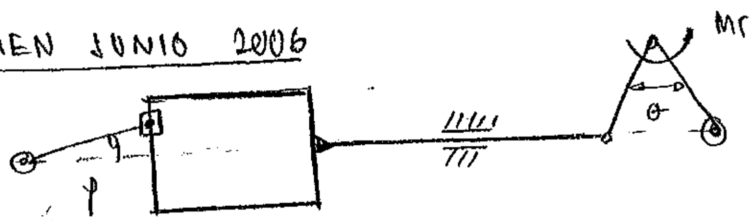


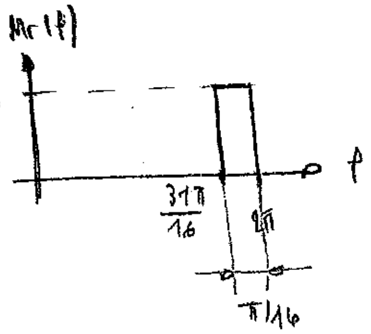
14 incógnitas
15 ecuaciones

Nos sobra una ecuación y seguramente habrá alguna redundancia

[illegible]

EXAMEN JUNIO 2006





$$g_\theta(\varphi) = \frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{1}{4}\frac{\sin\varphi(\cos\varphi - 2)}{\sin\theta}$$

si $\frac{31\pi}{16} < \varphi < 2\pi$

4)
$$\theta = f_\theta(\varphi)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot\theta = \underbrace{\frac{d f_\theta(\varphi)}{d\varphi}}_{g_\theta(\varphi)} \cdot \dot\varphi \to \dot\theta = g_\theta(\varphi)\cdot\dot\varphi$$

$$1 - \cos\varphi = 2\cdot 2\cdot \sin(\theta/2) - 1 \to \theta = 2\arcsin\frac{2-\cos\varphi}{4}$$

Ahora suponemos:
$$g_\theta(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{8}\left[\dfrac{\sin(31\pi/16)\cdot(\cos(31\pi/16) - 2)}{\arcsin\frac{2-\cos 31\pi/16}{4}} + 0\right] & \text{si } \frac{31\pi}{16} < \varphi < 0 \\ g_\theta(\varphi) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

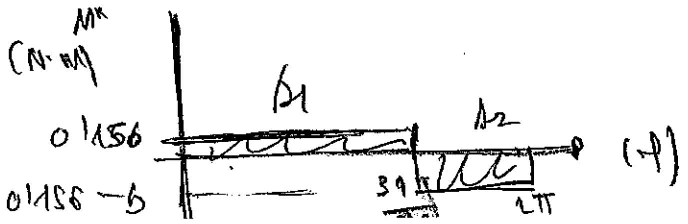
Luego
$$g_\theta(\varphi) = \begin{cases} 0'05 & \text{si } 31\pi/16 < \varphi < 0 \\ \sim & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$C_R^*(\varphi)\cdot\cancel{\dot\varphi} = Mr(\varphi)\cdot\dot\theta = Mr(\varphi)\cdot g_\theta(\varphi)\cdot\cancel{\dot\varphi}$$

$$C_R^*(\varphi) = \begin{cases} 100\cdot 0'05 = 5 \ \text{N}\cdot\text{m} & \text{si } \frac{31\pi}{16} < \varphi < 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

5)
$$Cm = \frac{1}{2\pi}\int_{31\pi/16}^{2\pi} 5\cdot d\varphi = \frac{1}{2\pi}5(2\pi - 31\pi/16) = \frac{1\cdot 5\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}\,16} = \frac{5}{32} = 0'156 \ \text{N}\cdot\text{m}$$

6) $M^* = Cm - C_R^*$



$A_1 = 0'156\ \text{Nm}\cdot\frac{31\pi}{16}\frac{\text{rad}}{s} =$
$= 0'95\ \frac{\text{Nm}}{s}\cdot\text{rad}$

$A_2 = (0'156 - 5)\cdot\left(2\pi - \frac{31\pi}{16}\right) =$
$= -0'95 = -A_1$

$\rightarrow \delta_{max} = \Delta_1 = 0'949$

$\delta_{min} = \Delta_1 + \Delta_2 = 0$

$$I = \frac{\delta_{max} - \delta_{min}}{\varepsilon \omega^2} = \frac{\overbrace{0'95 - 0}^{kg \frac{m^2}{\cancel{s^2}} \, rad}}{\underbrace{\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \cdot 0'1}_{\frac{rad^2}{\cancel{s^2}}}} = 8'66'130 \ kg \, m^2$$

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA

eman ta zabal zazu
Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea

MEKANIKA INGENIARITZA SAILA
INGENIARITZA GOI ESKOLA TEKNIKOA

TEORÍA DE MÁQUINAS.

3º Ingeniería Industrial. Marzo 2006.
Unidad Temática B.

Peso sobre la Unidad Temática: 30 %.
Ejercicio. 1 Tiempo: 60 min.

GRUPO:
NOMBRE Y APELLIDOS:

MAKINEN TEORIA.

Ingeniaritza industrialeko 3. kurtsoa. 2006.-eko Martxoa.
B Atal Tematikoa.

Atal Tematikoaren Pisua: 30 %.
Ariketa. 1 Iraupena: 60 min.

TALDEA:
IZEN ABIZENAK:

El mecanismo de excéntrica presentado en la Figura 1 constituye el accionamiento de una máquina punzonadora. Para el estudio dinámico del mismo se considerará el mecanismo equivalente cuyo diagrama cinemático se muestra en la Figura 2. Se pide:

a) Calcular la inercia reducida del mecanismo al elemento de entrada 2, $I_2^*(\theta)$, conocidas las masas de todos los elementos (m_2, m_3, m_4) así como las inercias de éstos respecto de sus centros de gravedad (I_2, I_3, I_4). Todos los elementos tienen su masa uniformemente distribuida. (2p)

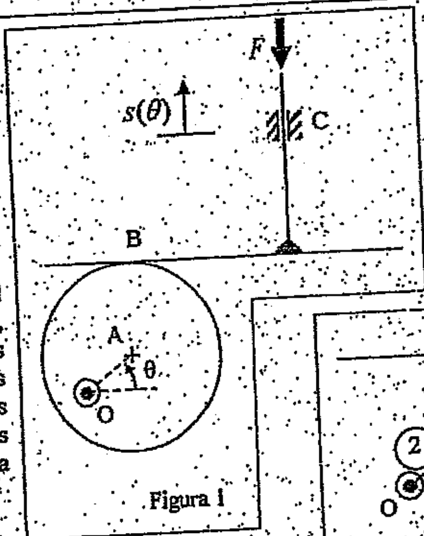


Figura 1

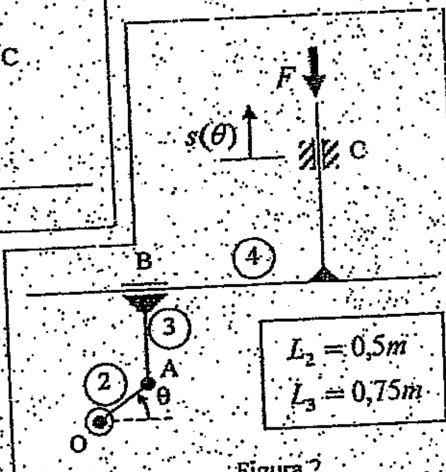


Figura 2

b) Determinar la potencia que debe poseer el motor rotativo continuo acoplado al elemento 2 de forma que, girando a una velocidad media de 50 rpm, suministre un par motor constante capaz de realizar el ciclo de punzonado venciendo la fuerza resistente modelizada tal y como se muestra en la Figura 3. (3p)

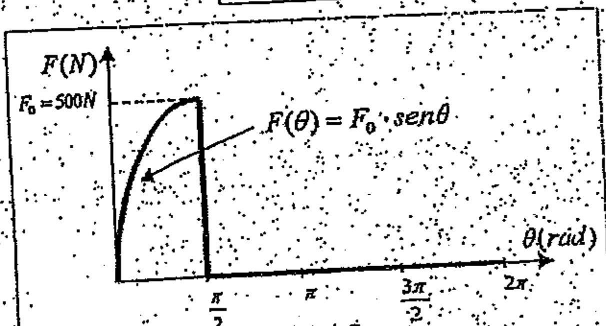


Figura 3

c) Determinar la masa del volante de inercia (Figura 4) para que, acoplado al elemento 2, se consiga un grado de irregularidad de ε=0,04 en el funcionamiento de la máquina. El volante se fabricará en fundición de densidad ρ=7400 kg/m^3 y tensión de fluencia σ_{adm}=130 MPa. En su diseño se utilizará un coeficiente de seguridad de 2,5. Por razones constructivas el diámetro D máximo del volante no puede superar los 3 metros. (5p)

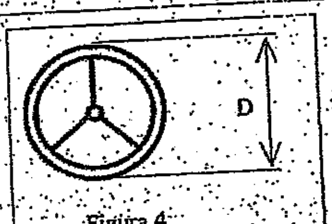
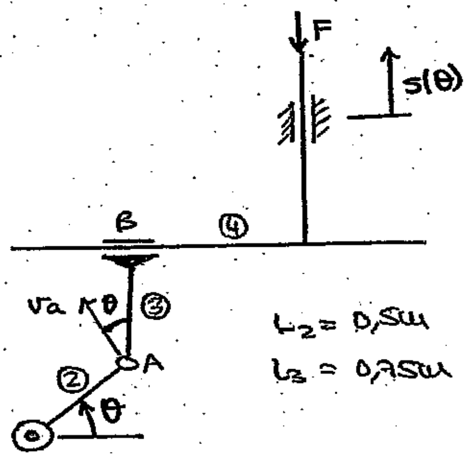


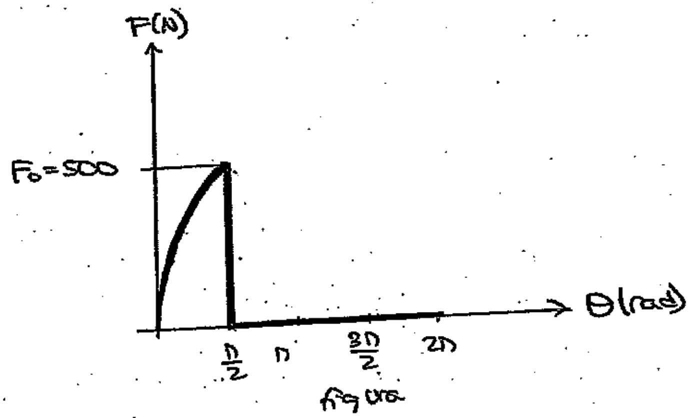
Figura 4

MARZO 2006



$L_2 = 0,5m$

$l_3 = 0,75m$



a) Inercia reducida al elemento de entrada 2 (I^*).

El momento de inercia reducido al elemento de entrada 2 es el momento de inercia que debería tener dicho elemento para que su energía cinética fuese igual a la energía cinética total del sistema. Sabiendo que el momento de inercia ... para obtener I_0 aplicamos Steiner: $I_0 = I_2 + M_2\left(\frac{L_2}{2}\right)^2$

3 y 4 solo tienen traslación, luego todos sus ptos. tienen la misma v

$$\frac{1}{2} I_2^* \dot\theta^2 = \frac{1}{2} I_0 \dot\theta + \frac{1}{2} M_3 v_3^2 + \frac{1}{2} M_4 v_4^2$$

I_2^*

② θ

Obtendremos a continuación las velocidades v_3 y v_4 en función de $\dot\theta$:

$v_3 = v_A = 0,5\dot\theta$

$v_4 = v_{A_4} = 0,5\dot\theta\cos\theta$

¡OJO! I_2 es el momento de inercia del ② respecto a su centro de gravedad.

Entonces:

$$I_2^* \cancel{\dot\theta^2} = I_2 \cancel{\dot\theta^2} + M_3 0{,}25 \cancel{\dot\theta^2} + M_4 0{,}25\cos^2\theta \cancel{\dot\theta^2} \Rightarrow \boxed{I_2^* = I_0 + \frac{M_3}{4} + \frac{M_4}{4}\cos^2\theta}$$

b) Potencia del motor acoplado al elemento 2 para $w_a = 50$ rpm, suministrando un par motor constante que venza a la acción resistente (figura)

② θ C_r^*

$C_r^*\dot\theta = F\cdot\dot s$

$\dot s = \frac{1}{2}\dot\theta\cos\theta = v_4 = v_{A_4}$

Por tanto,

$$C_r^*\dot\theta = \frac{F}{2}\dot\theta\cos\theta \Rightarrow \underline{\underline{C_r^* = \frac{F}{2}\cos\theta}}$$

Sabiendo que el par motor es cte. su relación con el par resistente reducido será:

$$C_m = \frac{\int_0^{2\pi} C_r^* d\theta}{2\pi} = \frac{\int_0^{\pi/2} (250\sin\theta)\cos\theta\, d\theta}{2\pi} \; N\cdot m = \frac{125}{\pi}\left[\frac{\sin^2\theta}{2}\right]_0^{\pi/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{C_m = \frac{62{,}5}{\pi} N\cdot m}$$

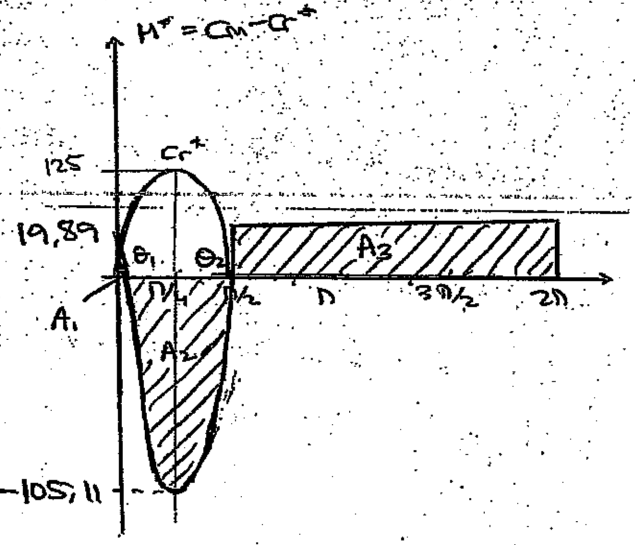
La potencia suministrada será, por tanto:

$$\boxed{Pot_{ai}} = C_m \cdot w_a = \frac{62{,}5}{\pi} \cdot \frac{50 \cdot 2\pi}{60} = \boxed{104{,}1\hat{6}\ W}$$

c) Masa del volante de inercia para $\varepsilon = 0{,}04$, teniendo éste $\rho = 7400\ kg/m^3$ y $\sigma_{adm} = 130 MPa$. En su diseño se utilizará un coef. de seguridad de $n = 2{,}5$.

Por razones constructivas su diámetro no puede superar los 3m.

Para determinar la inercia que deberá tener dicho volante dibujamos el momento total reducido al elemento de entrada.



Para obtener las áreas debemos determinar θ_1:

$$\left.\begin{array}{l} 19{,}89 - 250 \underbrace{\sin\theta_1 \cos\theta_1}_{\frac{1}{2}\sin 2\theta_1} = 0 \end{array}\right\} \ \underline{\theta_1 = 0{,}08\ rad}$$

$$\underline{\underline{A_1}} = \int_0^{\theta_1} (19{,}89 - 250 \sin\theta \cos\theta)\, d\theta =$$

$$= \left[19{,}89\theta - \frac{250}{2}\sin^2\theta\right]_0^{0{,}08} = \underline{\underline{0{,}79 N m}}$$

$$\underline{\underline{A_3}} = A_1 + 19{,}89 \cdot \frac{3\pi}{2} = \underline{\underline{94{,}52 N \cdot m}}$$

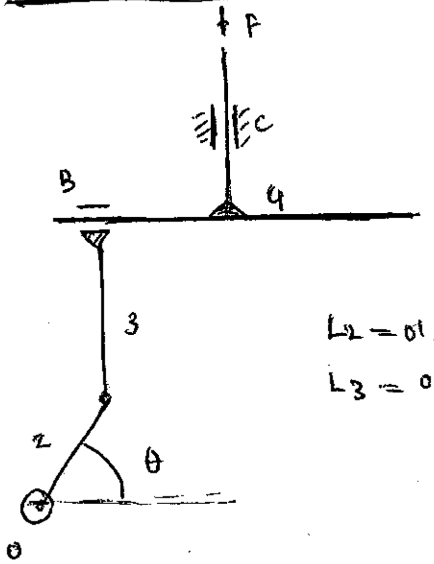
Sabiendo que $A_1 + A_2 + A_3 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{A_2 = -95{,}3 N m}}$

A continuación calculamos las "S":

$$\left.\begin{array}{l} S_1 = A_1 = 0{,}79 N\cdot m = S_{max} \\ S_2 = A_1 + A_2 = -94{,}52 N m = S_{min} \\ S_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 0 \end{array}\right| \ \underline{\underline{I}} = \frac{S_{max} - S_{min}}{\varepsilon w_a^2} = \frac{0{,}79 + 94{,}52}{0{,}04 \cdot \left(\frac{50 \cdot 2\pi}{60}\right)^2} Kg \cdot m^2 = \underline{\underline{86{,}91\ kg}}$$

Como no nos dan una inercia del sistema propia, supondremos que ésta es despreciable y toda la inercia necesaria será aportada por el volante de inercia.

MARZO 2006



$L_2 = 0{,}5\,m$

$L_3 = 0{,}75\,m$

1 Calcular la inercia reducida del mecanismo al elemento de entrada

2 Det la par del motor rotativo que unimos al elemento 2 de forma que girando a 50rps suministre un par motor constante para realizar el ciclo de punzonado - - -

vel del G_2

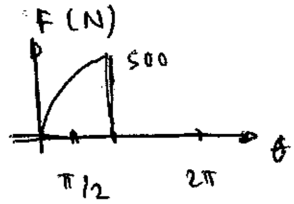
1 $$\frac{1}{2} I_2^* \cdot \dot\theta^2 = \frac{1}{2} I_2 \cdot \dot\theta^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(\dot\theta \frac{L_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot\theta \cdot L_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} m_4 \cdot \dot s^2$$

$$S = L_2 \cdot \operatorname{sen}\theta \longrightarrow \dot s = L_2 \cdot \cos\theta \cdot \dot\theta$$

$$\longrightarrow I_2^* = I_2 + m_2 \cdot \frac{L_2^2}{4} + m_3 \cdot L_2^2 + m_4 \cdot L_2^2 \cdot \cos^2\theta$$

2 Nos dan esta gráfica



$$F(\theta) = F_0 \cdot \operatorname{sen}\theta$$

$$Pot = C_m \cdot w$$

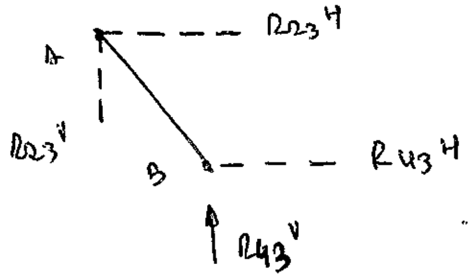
$$\int_0^{2\pi} (C_m - C_r^*)\, d\theta = 0$$

$$C_r^* \cdot \dot\theta = F \cdot \dot s \longrightarrow C_r^* = F \cdot \frac{\dot s}{\dot\theta} = (F_0 \cdot \operatorname{sen}\theta) \cdot (L_2 \cdot \cos\theta) =$$

$$= \frac{F_0 \cdot L_2}{2} \cdot \operatorname{sen} 2\theta$$

Seguimos con la $\int$:

$$C_m \cdot 2\pi = \int_0^{\pi/2} \frac{F_0 \cdot L_2}{2} \cdot \operatorname{sen} 2\theta\, d\theta \Rightarrow C_m = \frac{F_0 \cdot L_2}{4\pi} \left[-\frac{\cos 2\theta}{2} \right]_0^{\pi/2} = 20\,Nm \longrightarrow$$

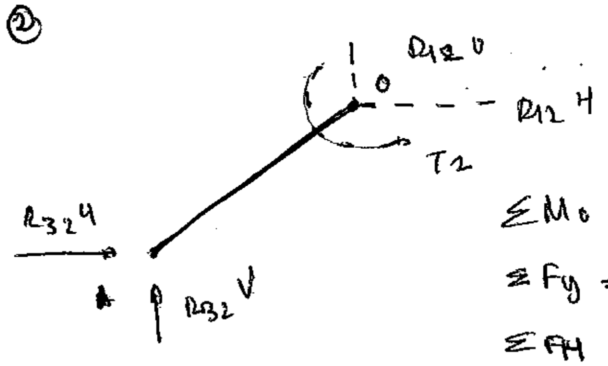


$\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_{43}^H$

$\left.\begin{array}{l} \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_x = 0 \end{array}\right| \begin{array}{l} R_{23}^H \\ R_{23}^V \end{array}$

Ahora volvemos atrás (④) y haciendo : $\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_{14}$

②



$\Sigma M_O = 0 \rightarrow T_2$

$\left.\begin{array}{l} \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_H = 0 \end{array}\right| \begin{array}{l} R_{12}^V \\ R_{12}^H \end{array}$

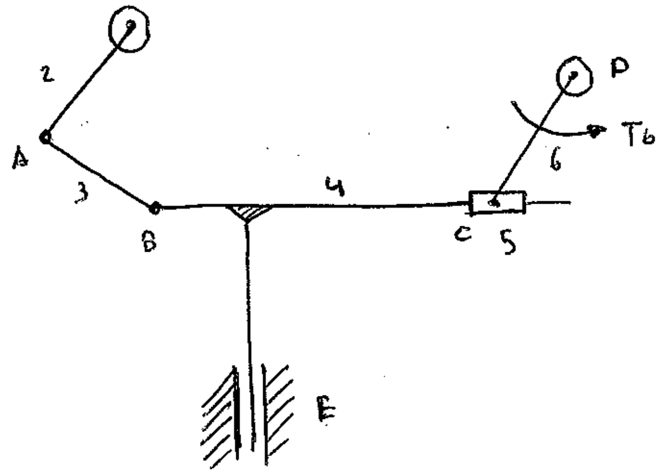
Como se hacía por potencias virtuales:

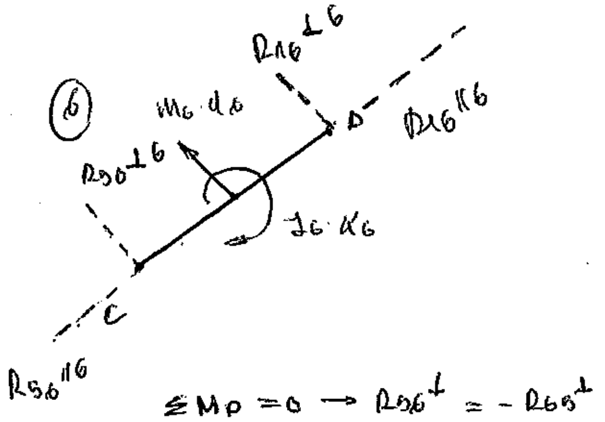
$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{incógnita}}}{T_2 \cdot \bar{\omega}_2} + T_6 \cdot \bar{\omega}_6 + F_4 \cdot v_{G,4} + \sum_{i=2}^{6} F_i \cdot v_{Gi} + \sum_{i=2}^{6} T_i \cdot \alpha_i = 0$$

→

$$I = \frac{5312 + 6}{0'05 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 240}{60}\right)} = 1'87\ kg \cdot m^2$$

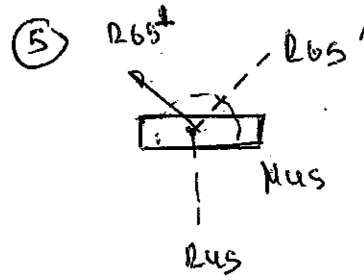
Problema sacado de no sé dónde → SEPTIEMBRE 2006 OK





$\Sigma M_D = 0 \rightarrow R_{56}^{\perp} = -R_{65}^{\perp}$

$\Sigma F^{\perp} = 0 \rightarrow R_{16}^{\perp}$

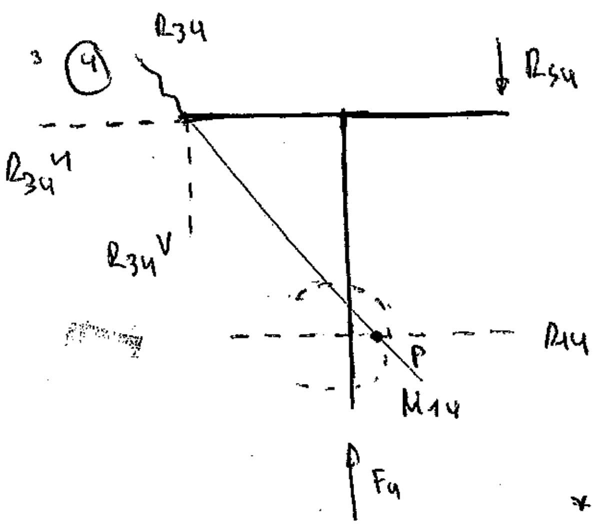


el elemento 5 se desplaza, luego no tiene inercia de giro

$\Sigma M_C = 0 \rightarrow M_{45} = 0$

$\Sigma F^V = 0$ | $R_{65}^{\parallel}$

$\Sigma F^H = 0$ | R_{45}



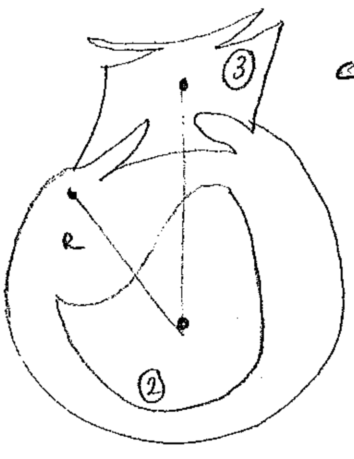
Suponemos el sentido de $R_{3,4}$. Donde corte dicha línea con la línea de acción de R_{14} obtenemos P. Haciendo:

$\Sigma M_P = 0 \rightarrow M_{14}$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{34}^V$

* Vemos que en la horizontal aún nos quedan por resolver R_{34}^H y R_1^4 → vamos al ③ →

PROBLEMA MARZO 2007



$C_R = 10\ N\cdot m$

$$\int \left(\frac{\sqrt{2}\cdot\cos\theta - 1}{3 - 2\sqrt{2}\cos\theta}\right) d\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\theta/2}{3-2\sqrt{2}}\right) - \frac{\theta}{2}$$

• $C_R^* = \begin{cases} 10\left(\dfrac{\sqrt{2}\cdot\cos\theta - 1}{3 - 2\sqrt{2}\cdot\cos\theta}\right) & -\pi/4 < \theta < \pi/4 \\ 0 & \text{el resto} \end{cases}$

$$C_R^* \cdot \dot\theta = C_R\cdot\dot\varphi \Longrightarrow C_R^* = 10\cdot\frac{\dot\varphi}{\dot\theta}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{R\cdot\operatorname{sen}\theta}{R\,(\sqrt{2}\cdot\cancel{\operatorname{sen}}\,\underset{\cos\theta}{}\theta)} \Longrightarrow \cancel{\operatorname{sen}}\ \varphi = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$\dot\varphi = \frac{\dfrac{\cos\theta(\sqrt{2}-\cos\theta) - \operatorname{sen}^2\theta}{(\sqrt{2}\cdot\cos\theta)^2}}{1 + \left(\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\sqrt{2}-\cos\theta}\right)^2}\cdot\dot\theta$$

• $\displaystyle\int_0^{2\pi} (C_m - C_r^*)\cdot d\theta = 0$

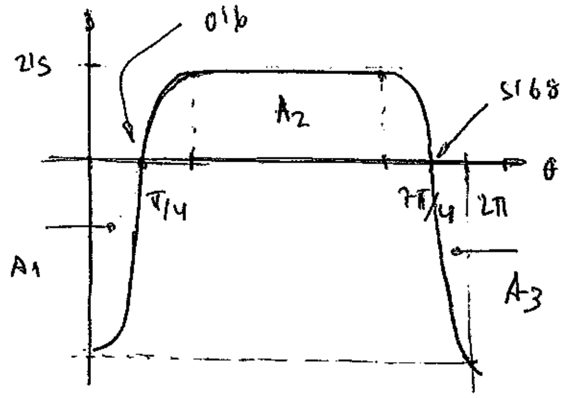
$$C_m\cdot 2\pi = \int_0^{2\pi} C_r^*\cdot d\theta = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} 10\left(\frac{\sqrt{2}\cdot\cos\theta - 1}{3-2\sqrt{2}\cdot\cos\theta}\right)\cdot d\theta \longrightarrow$$

$$\longrightarrow C_m = \frac{5}{\pi}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\theta/2}{3-2\sqrt{2}}\right) - \frac{\theta}{2}\right]_{-\pi/4}^{\pi/4} = 2'5\ N\cdot m$$

• $\varepsilon = 0'05$

$n = 240$ r.p.m

$$M^* = 2'5 - 10\left(\frac{\sqrt{2}\cdot\operatorname{sen}\theta - 1}{3\sqrt{2}\cos\theta}\right)$$



$$S_1 = \int_0^{0'6}\left[2'5 - 10\left(\frac{\sqrt{2}\cdot\cos\theta - 1}{3-2\sqrt{2}\cos\theta}\right)\right] d\theta = -6$$

$$S_2 = A_1 + A_2 = \int_0^{\pi/4}[2'5 - 10(\ \ )]\,d\theta +$$

$$+ 2'5\cdot\frac{3\pi}{2} + \int_{7\pi/4}^{5'68}[2'5 - 10(\ \ )]\cdot d\theta \longrightarrow$$

$\longrightarrow S_2 = 53'2$

$S_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 0$ $\longrightarrow$

$$\int_0^{2\pi} M^* \, d\varphi = 0 \longrightarrow \int_0^{2\pi} M_m^* \, d\varphi = \int_0^{2\pi} M_r^* \cdot d\varphi$$

$$M_r \cdot \overset{\omega_2}{\varphi_2} = M_r^* \cdot \overset{\omega_1}{\varphi_1}$$

$$M_r^* = M_r \frac{\omega_2}{\omega_1} = M_r \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} M_{r_2}$$

$$M_r^* \cdot 2\pi = 2 \int_0^{\pi} 225 \operatorname{sen} \varphi_1 \cdot d\varphi_1 \Rightarrow M_r^* = \frac{6PR}{\pi} = 143'24 \text{ Nm} \; ; \; M_r = 71'62 \text{ Nm}$$

$$E_{1/2\,h} = Pot \cdot t = \overbrace{M_m^* \cdot \underbrace{\omega_1}_{\frac{2\pi \cdot 210}{60}}}^{M_m \cdot \omega_2} \cdot \underbrace{\Delta t}_{1800\ s} = 3150 \text{ W} = 135615 \text{ Kcal}$$

PROBLEMA EXAMEN 1999 – TEMA 9

$M = 100$ Kg → Peso Lavadora

Desequilibrio → 0'04 Kg·m (Kg·m ≡ 1 Kg girando a 1 m de distancia)

$S = 4$ mm (S_{est}) → Desplaz. del elem. elástico sobre el que se apoya la lavadora.

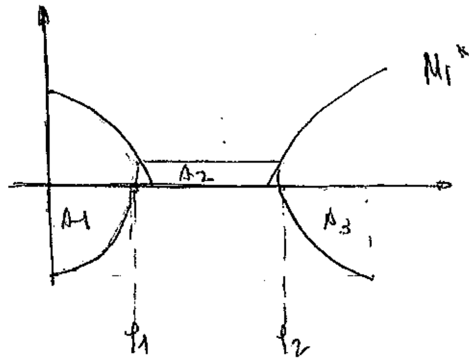
Se pide: a) Máx. Amplitud → 1500 rpm

b) Fuerza transmitida al suelo

$g = 10$ m/s²

S est. → Esto significa que debido a su peso (que es una fuerza estática) el elemento sobre el que se apoya la lavadora sufrirá un desplaz. y, a partir de esta posición desplazada, ya tendremos en cuenta la oscilación del sistema.

d)



$\varphi_1 = 1'124$ rad (de las gráficas de atrás)

$$A_1 = 318'3 \cdot \varphi \Big|_{1'124} - \int_0^{1'124} 1000 \cos\varphi \cdot d\varphi = -551 \text{ Nm}$$

$$A_3 = -551 \text{ Nm}$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \rightarrow A_2 = -A_1 - A_3 = 1102 \text{ Nm}$$

$S_1 = A_1 = -551 \rightarrow S_{mín}$

$S_2 = A_1 + A_2 = 551 \rightarrow S_{máx}$

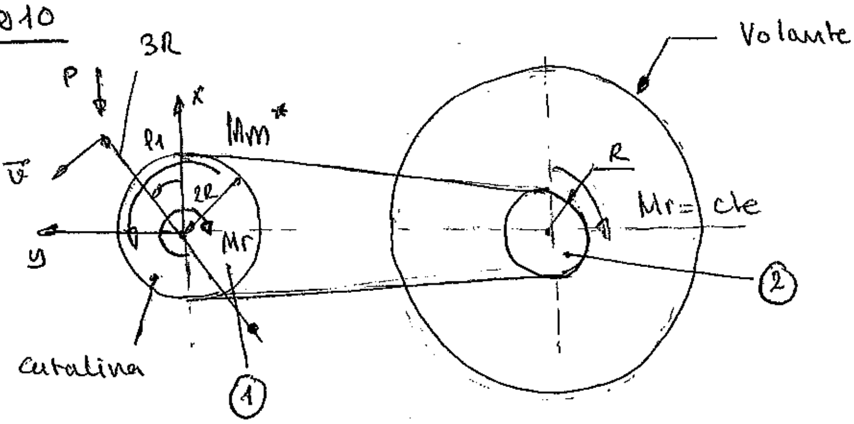
$S_3 = A_1 + A_2 + A_3 = 0$

$$I = \frac{S_{máx} - S_{mín}}{\varepsilon \cdot \omega_a^2} = \frac{551 - (-551)}{0'01 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 500}{60}\right)^2} = 40'2 \text{ kg m}^2$$

$I_p^* = 1$ kg m²

$I_{volante} = 40'2 - 1 = 39'2$ kg m²

Ejemplo Marzo 2010



$\varepsilon = 0'05$

$P = 700$ N

$n_1 = 210$ rpm

$M_r =$ cte

Se asume que Mr del gen es cte

$R = 0'1$ (m)

Se debe transformar la fuerza P en un par motor reducido al centro. M'_m

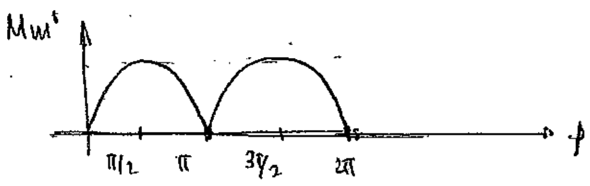
$x = 3R \cdot \cos\varphi_1 \rightarrow \dot{x} = -3R \operatorname{sen}\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1$

$M_m^* \cdot \dot{\varphi} = -P \cdot \dot{x}$

1^{er} Pedal : $M_m^* = 3PR \operatorname{sen}\varphi_1$

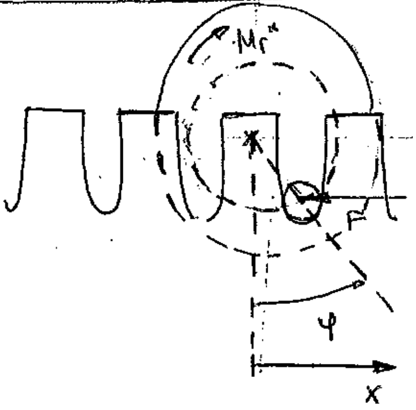
2^{do} Pedal : $M_m^* = \underbrace{3PR \operatorname{sen}(\varphi_1 + \pi)}_{-3PR\operatorname{sen}(\varphi_1)}$

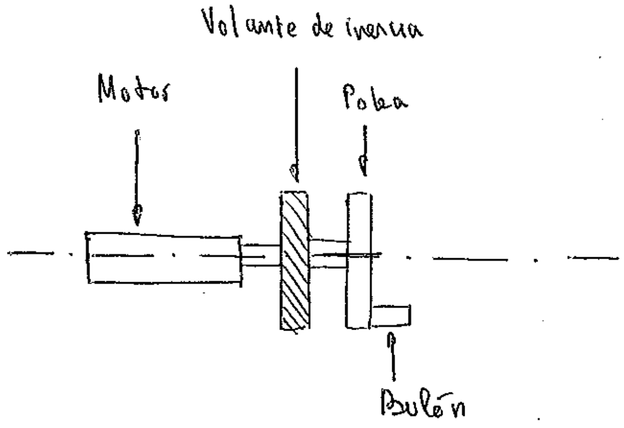
$0 < \varphi_1 < \pi$



$3PR \operatorname{sen}\varphi_1 = 3 \cdot 700 \cdot 0'1 \cdot \operatorname{sen}\varphi_1 =$
$= 210 \cdot \operatorname{sen}\varphi_1$ Nm

Ejemplo Marzo 2004 $0h$





Requisitos:

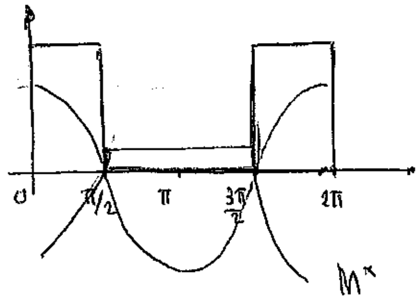
- $n = 500$ rpm
- $\varepsilon = 0'01$ grado de irregolar

$M_m = cte$

Momento de inercia de la polea $\equiv J_p = 1 \text{ kg m}^2$

Fuerza necesaria para mover la polea $\equiv F = 5000N$

$R = 0'2$ m



Hallar

a) $M^*_{resistente} \equiv M^*_r$ de la polea

b) Calcular potencia necesaria

c) M^* ~~de~~ en la polea

d) Calcular el volante de inercia

a) Balance de potencias

$$-F \cdot \dot{x} = -M^*_r \cdot \dot{\varphi}$$

$$\begin{cases} x = R \cdot \operatorname{sen}\varphi \\ \dot{x} = R \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi \end{cases}$$

$$M^*_r = FR \cdot \cos\varphi \begin{cases} F = 5000 & \varphi \in [0, \pi/2] \cup [3\pi/2, 2\pi] \\ F = 0 & \varphi \in [\pi/2, 3\pi/2] \end{cases}$$

b) Potencia $= \underbrace{M_m}_{\text{momento motor}} \cdot \omega_m$

$$n = 500 \text{ rpm} = \frac{2\pi \cdot 500}{60}$$

Condición de régimen permanente: $\int_0^{2\pi} M^*(\varphi) \cdot d\varphi = 0 \Rightarrow \int_0^{2\pi} M_m \cdot d\varphi = \int_0^{2\pi} M^*_r \cdot d\varphi$

$$M^*(\varphi) = M_m^* - M_r^* = M_m - M_r^*$$

ya está reducido, se aplica en el eje directamente

$$2\pi M_m = \int_0^{2\pi} M_r^* \, d\varphi = 2\int_0^{\pi/2} FR\cos\varphi \cdot d\varphi \rightarrow 1000 = \pi M_m \rightarrow M_m = \frac{1000}{\pi}$$

$$\text{Potencia} = M_m \cdot \omega_a = \frac{1000}{\pi} \cdot \frac{2\pi \cdot 500}{60} = 16.666 \text{ W}$$

c) $M^* = \frac{1000}{\pi} - FR\cos\varphi$

Volviendo con lo hasta ahora calculado al elem. 7 y aplicando ΣF obtenemos $R_{24,7}^{\parallel}$ ~~y R~~

4 Haciendo $\Sigma M_E = 0 \rightarrow R_{45}^{\perp}$ y con $\Sigma M_H = 0 \rightarrow R_{45}^{\perp HG}$

5) De los elementos 3 y 8 por separado no podemos obtener nada por lo que los tomamos como un conjunto.

Con $\Sigma M_D = 0 \rightarrow R_{18}^{\parallel DB}$ y con $\Sigma M_B = 0 \rightarrow R_{43}^{\perp DB}$

6) Haciendo $\Sigma M_M = 0 \rightarrow R_{27,4}^{\perp AM}$ (ojo al truqui para obtener M)

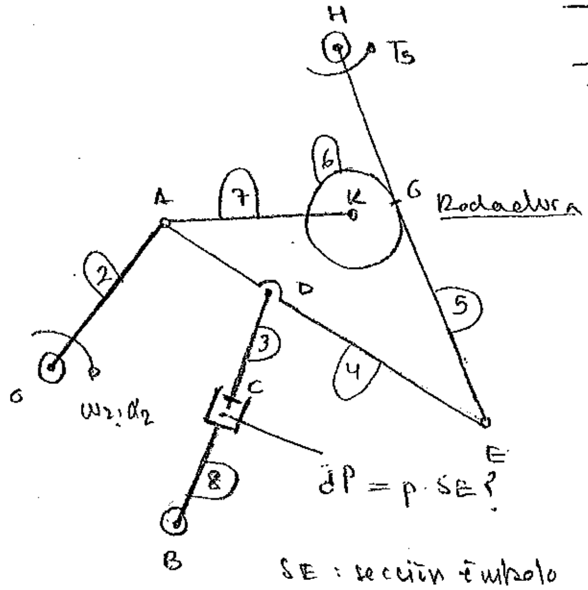
Llegados aquí conocemos:

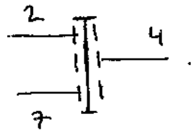
$R_{47,2}^{\perp}$ $\quad$ $\overset{?}{R_{47,2}^{\parallel}}$ $\quad$ $R_{27,4}^{\perp AM}$ $\quad$ $\overset{?}{R_{27,4}^{\parallel AM}}$

$$\vec{R}_{47,2} + \underbrace{\vec{R}_{24,7}}_{\text{conocida totalmente}} + \vec{R}_{27,4} = \vec{0}$$

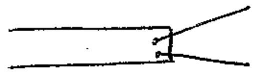
Solo tenemos 2 incógnitas (?) que resolvemos con la ec vectorial

Hallar P para ω_2 y α_2



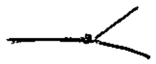


NOTA PAR TERNARIO



4 incógnitas

Aquí :



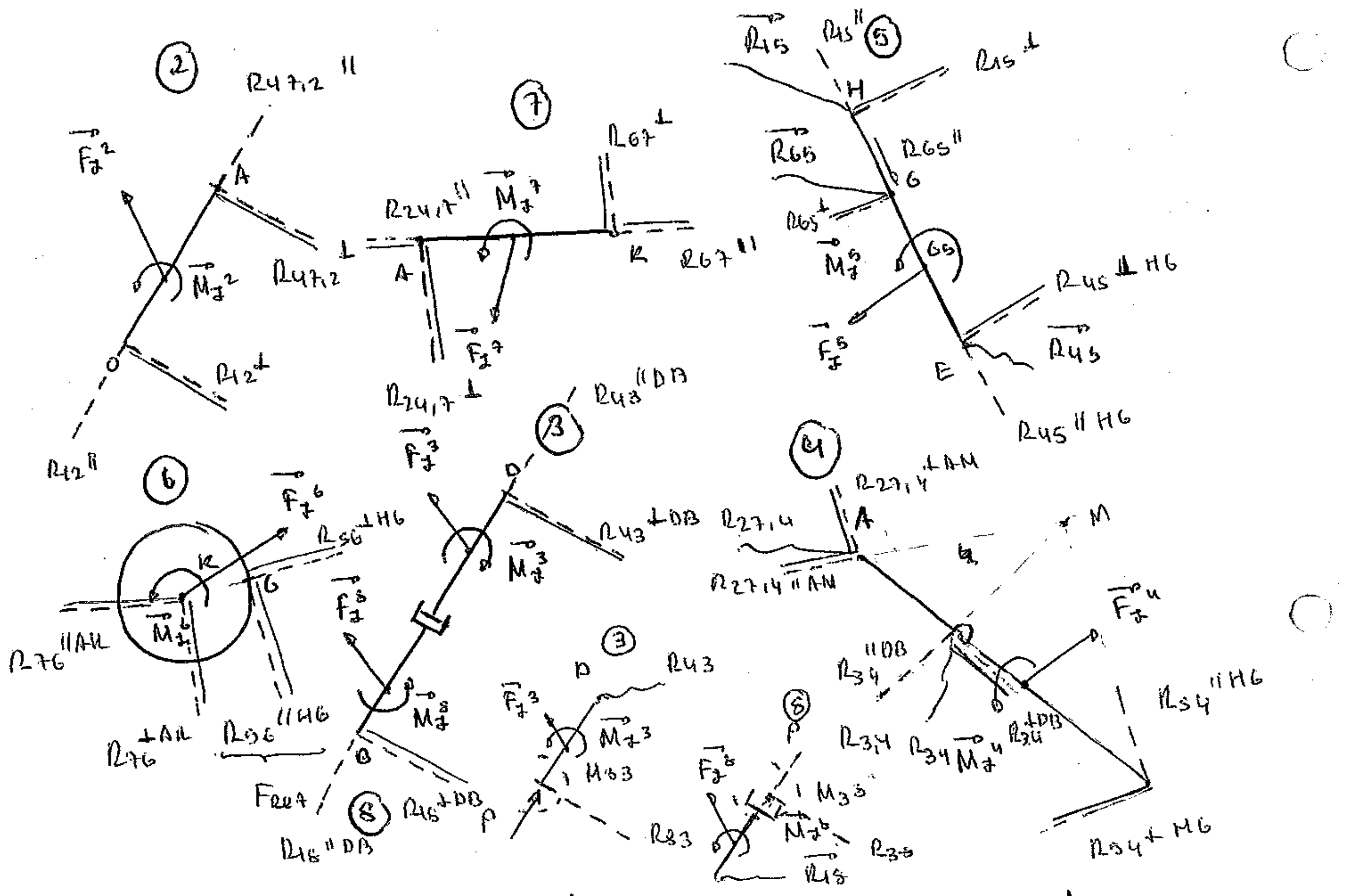
6 incógnitas

$\vec{R}_{47,2}$, $\vec{R}_{24,7}$,

$\vec{R}_{27,4}$

Necesitamos 2 ec más

$\vec{R}_{47,2} + \vec{R}_{24,7} + \vec{R}_{24,7} =$



1 Haciendo $\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_{12}^{\perp}$ y con $\Sigma M_O = 0 \rightarrow R_{47,2}^{\perp}$

2 " $\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_{67}^{\perp}$ y con $\Sigma M_K = 0 \rightarrow R_{24,7}^{\perp}$

3 Haciendo $\Sigma M_K = 0 \rightarrow R_{56}^{\parallel HG}$ y como en el paso anterior ya habíamos calculado $R_{76}^{\perp AK}$ aplicando ΣF en las direcciones de las fuerzas $R_{76}^{\parallel AK}$ y $R_{56}^{\parallel HG}$ las obtenemos

entonces damos por supuesto que conocemos la geom del mec en esa pos

12/02/13

P. Virtuales → F. Motoras sin Reacc

a) Mec N elem y 1 gdl

1) Análisis cinemático : ω_j, α_j, v_k, v_{Gj} (Real)

2) C.F. Inercia : $\vec{F_I}^j = -m_j \cdot \vec{a_{Gj}}$ $\quad \vec{M_I}^j = -I_{Gj} \cdot \vec{\alpha_j}$

3) Campo de velocidades virtuales $\vec{\tilde{\omega}_j}$, $\vec{\tilde{v}_k}$, $\vec{\tilde{v}_{Gj}}$

ω_j

NP → nº de F resist aplicadas

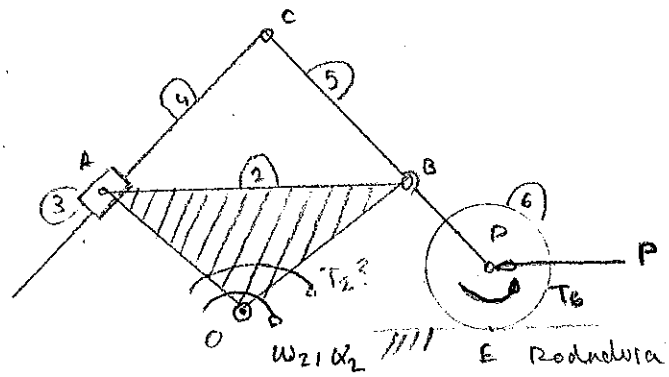
4) Acción Motora : Te ; $\vec{F_k}$; $\vec{M_j}$

$$\underbrace{\vec{T_e} \cdot \vec{\tilde{\omega}_e}}_{\text{Pot. Par motor}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{NP} \vec{F_k} \cdot \vec{\tilde{v}_k} + \sum_{j=2}^{N} \vec{M_j} \cdot \vec{\tilde{\omega}_j}}_{\text{Pot. F. Resist. Aplic.}} + \underbrace{\sum_{j=2}^{N} \left(\vec{F_I}^j \cdot \vec{\tilde{v}_{Gj}} + \vec{M_I}^j \cdot \vec{\tilde{\omega}_j} \right)}_{\text{P.F. Inercia}} = 0$$

* Mec con G gdl → Tei $i = 1, \dots, g$ → g ecuaciones

y si $g = 1$ → el campo de velocidades virtuales puede hacerse coincidir con el campo de velocidades reales

Resolución de un problema cinetostático



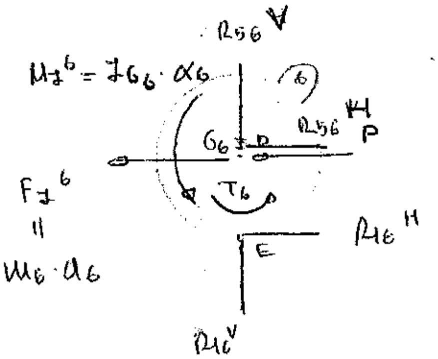
masas m_i
inercias I_{Gi} + geom
G_i

Pasos:

1) Análisis cinemático : ∄ $\omega_i, \alpha_i, \vec{v_i}$
$\vec{a_i}$

2) Cálculo de las F. inercia F_I^i, M_I^i

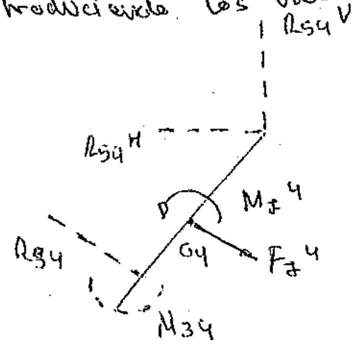
3) Análisis elemento a elemento + D'Alembert

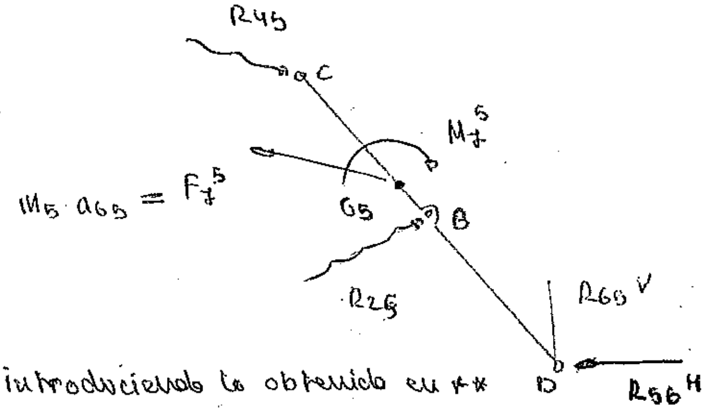


Si hacemos $\Sigma M_D = 0 \rightarrow R_{16}^H$

Si hacemos $\Sigma M_E = 0 \rightarrow R_{56}^H$

* introduciendo los valores obtenidos $\rightarrow \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{16}^V$





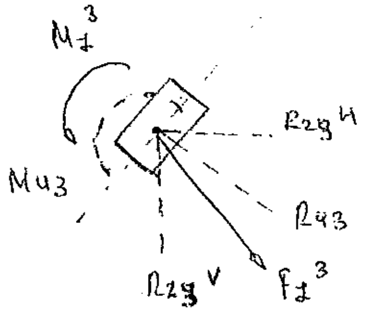
$$** \left| \begin{array}{l} \Sigma M_C = 0 \rightarrow R_{34} \\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{54}^V \\ \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{54}^H \end{array} \right.$$

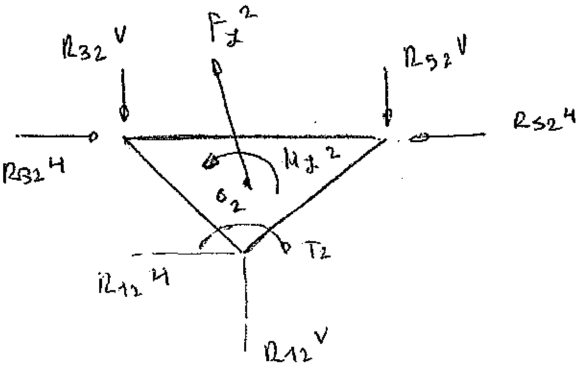
Aquí ya hemos introducido M_{43}, obtenido de ***

introduciendo lo obtenido en **

$$* \left| \begin{array}{l} \Sigma M_C = 0 \rightarrow R_{65}^V \\ \Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{25}^V \\ \Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{25}^H \end{array} \right.$$

$\alpha_3 = \alpha_4$





$* * *$ $\quad \Sigma M_A = 0 \rightarrow N_{43}$

$\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{23}^V$

$\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{23}^H$

$\Sigma M_O = 0 \rightarrow T_2$

$\Sigma F^V = 0 \rightarrow R_{12}^V$

$\Sigma F^H = 0 \rightarrow R_{12}^H$