1. NOCIONES BÁSICAS SOBRE MECANISMOS Y SU DISEÑO

1.2. Conceptos básicos sobre mecanismos y máquinas.

*Mecanismo: conjunto de elementos mecánicos, uno de los cuales es fijo, en contacto unos con otros mediante uniones imperfectas de forma que puede haber movimiento relativo entre ellos, y con el objetivo de transmitir movimiento desde un elemento de entrada hasta otro de salida.

1.3. Tipos de mecanismos y sus aplicaciones.

Entrada → Transmisión → Salida

(Fuente de potencia) (Tipo de mecanismo) (Aplicación)

Actuadores de potencia

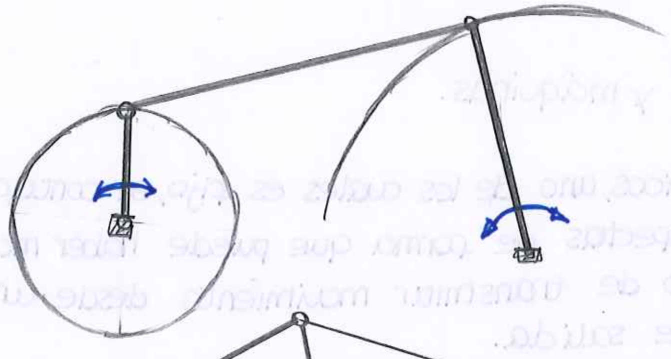
1. Rotativos: motores eléctricos.
2. Lineales: cilindros hidráulicos y neumáticos.
3. Manuales: manivelas y palancas.
4. Energía almacenada: muelles, elementos elásticos y volantes de inercia

Tipos de mecanismos

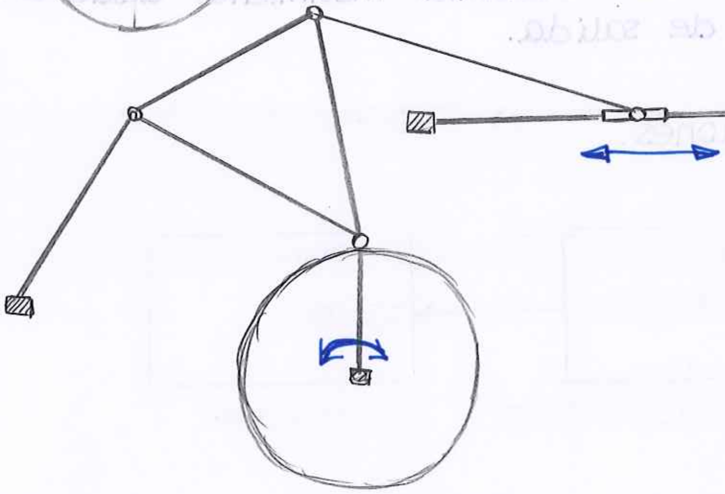
1. Mecanismos de levas
2. Mecanismos de engranajes:
   - Transmisión de potencia
   - Reductores o multiplicadores: para reducir o aumentar el número de revoluciones del eje.
3. Mecanismos de tornillo: máquina herramienta.
   - Rotación ⇒ traslación
   - Transmisión de potencia.
4. Mecanismos con elementos flexibles: correas, cadenas...
   - Transmisión de potencia entre ejes (distancia notable entre ambos).
   - Resortes: absorsores de energía o cargas de choque, fuentes de potencia, cierre de fuerza en mecanismos.
5. Mecanismos con elementos fluidos:
   - Actuadores hidráulicos y neumáticos.

6. MECANISMOS DE BARRAS

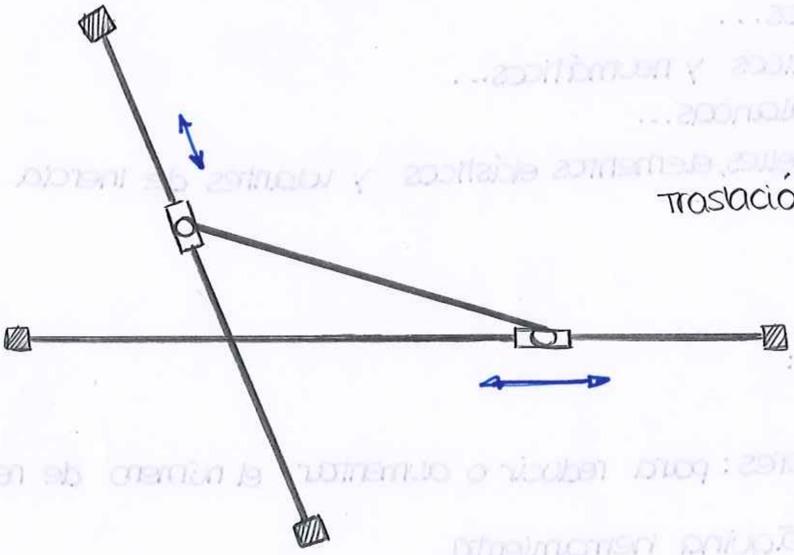
- Conversión de movimientos.



Rotación-Rotación

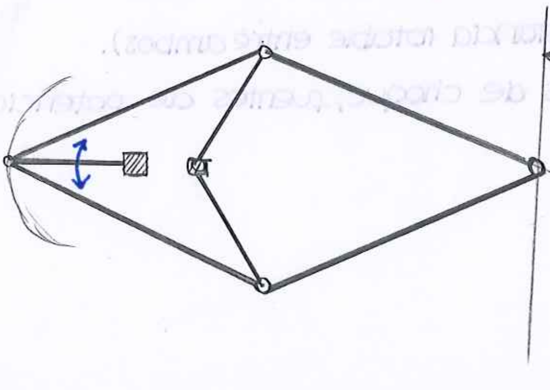


Rotación-Traslación.



Traslación-Traslación

- Mecanismos de guía: alguno de sus puntos genera rectas exactas o aproximadas, tramos circulares o curvas especiales.



← Trayectoria rectilínea

(Mecanismo de Peaucellier-Lipkin)

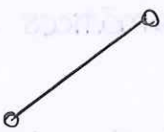
- Generación de elementos con movimiento de traslación.
- Pantógrafo: mecanismo para obtener curvas semejantes a una dada.
- Movimientos intermitentes del elemento de salida con paro total del mismo.
- Mecanismos de alimentación de máquinas automáticas.
- Mecanismos con carrera regulable.
- Mecanismos para multiplicación de fuerzas.
- Juntas cinemáticas: unión entre ejes.
- Robots: mecanismos de cadena abierta. Necistan un sistema de control y sensorización.
- Manipuladores paralelos: mecanismos de cadena cerrada.

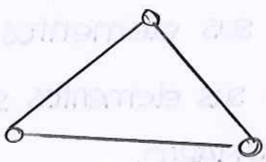
1.6. Clasificaciones de los elementos y de los pares cinemáticos.

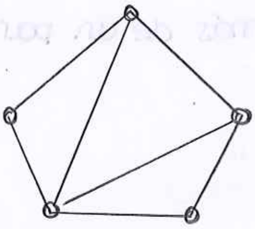
- Elemento: unidad básica de los mecanismos.
- Par cinemático: forma de mantener el contacto entre los elementos ⇒ unión entre los distintos elementos de un mecanismo, que restringe algunos grados de libertad del movimiento relativo entre los elementos que une.

Clasificación según el número de pares (Elementos)


Monario.


Binario


Ternario ≡ tres binarios


Pentario ≡ siete binarios

Clasificación según su naturaleza (Elementos)

- Elementos rígidos.
- Elementos unirígidos.
- Elementos flexibles.

Clasificación según el tipo de movimiento (Elementos)

- Manivelas: giran completamente alrededor de un eje fijo
- Balancines: oscilan alrededor de un eje fijo.
- Bielas, acopladores o barras flotantes: giran alrededor de un CIR.

Clasificación según el número de elementos que unen (Pares)


Par binario


Par ternario.

Clasificación según el tipo de cierre (Pares)

- Cierre de forma: la forma de las superficies en contacto garantiza la unión entre los elementos.
- Cierre de fuerza: la causa de que las superficies se mantengan en contacto es una fuerza.
- Cierre de cadena: la disposición de los elementos garantiza el contacto.

Clasificación según la clase (Pares)

- Clase I, II... V según permitan 1,2...5 grados de libertad.
- Dentro de cada clase:
  · R: un giro
  · P: una traslación
  · C: traslación y giro
  · LE: tres giros
  · P_L: dos traslaciones y un giro.

1.7. Cadena cinemática.

* Conjunto de elementos unidos entre sí mediante pares cinemáticos de modo que es posible el movimiento relativo entre sus elementos.

- CAD. CINEMÁTICA ABIERTA: alguno de sus elementos se une al conjunto mediante un único par cinemático. ⇒ Elemento MONARIO.
- CAD. CINEMÁTICA CERRADA: todos los elementos se unen por más de un par cinemático ⇒ No hay elementos MONARIOS.

* Movilidad: define la capacidad de movimiento de la cadena (M) ⇒

⇒ $\begin{cases} \text{Plano: } M = G + 3 \\ \text{Espacio: } M = G + 6 \end{cases}$ G: grados de libertad.

M: configuración estructural: $(n_2, p_2, n_3, p_3, n_4, p_4 \ldots)$

n_2, n_3, n_4: número de elementos binarios, ternarios, cuaternarios...

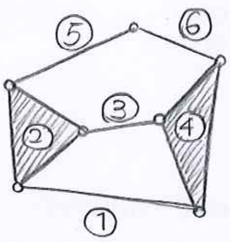
P_2, P_3, P_4: número de pares binarios, ternarios, cuaternarios...

1.8. Mecanismos e inversiones

* Mecanismo: cadena cinemática en la que se ha fijado uno de los elementos.

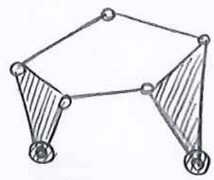
* Cadena cinemática ⇒ $\underbrace{\text{N elementos} \Rightarrow \text{N inversiones}}_{\text{En principio}}$. (Inversión: topológicamente diferentes)

Ejemplo:

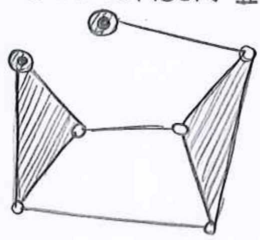


cadena Stephenson

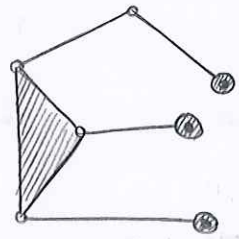
Fijando los elementos 1 o 3 ⇒
HEC. STEPHENSON I



Fijando los elementos 5 o 6 ⇒
HEC. STEPHENSON II



Fijando los elementos 2 o 4 ⇒
HEC. STEPHENSON III



1.9. Criterios de Grübler y Malishev.

* Para conocer el movimiento de cualquier elemento o punto de un mecanismo ⇒ Ley de variación de sus grados de libertad.

FÓRMULA DE GRÜBLER (plano)

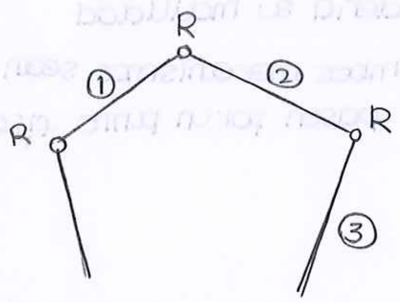
$$G = 3(N-1) - 2 \cdot P_{I} - P_{II}$$

N: número de elementos rígidos
P_I: número de pares clase I
P_{II}: número de pares clase II

FÓRMULA DE MALISHEV (espacio)

$$G = 6(N-1) - 5P_{I} - 4P_{II} - 3P_{III} - 2P_{IV} - P_{V}$$

Ejemplo (Apuntes clase)



{1 elemento ⇒ 1 par R.}

¿N elementos mínimos para 1 gdl? (Espacio)

$$G = 6(N-1) - 5P_I = 6(N-1) - 5N$$

$$G = 1 \Rightarrow 1 = N - 6$$

$$\boxed{N = 7}$$

1.10. Limitaciones de los criterios de Grübler y Malishev.

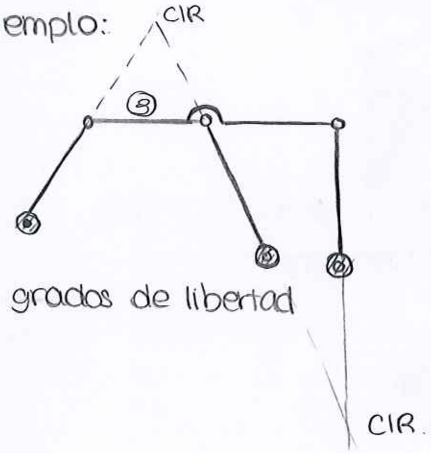
RESTRICCIONES REDUNDANTES EN EL PLANO

- La geometría de un mecanismo ⇒ restricciones geométricas equivalentes
- Soluciones: obtener el mecanismo equivalente libre de restricciones redundantes.
  : añadir un término de corrección (P_R) a las fórmulas.

$$G = 6(N-1) - 5P_I - 4P_{II} - 3P_{III} - 2P_{IV} - P_V + P_R$$

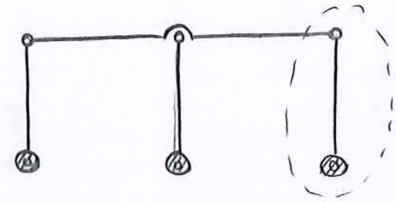
T. DE CORRECCIÓN RESTR. REDUNDANTES

Ejemplo:



0 grados de libertad

⇒



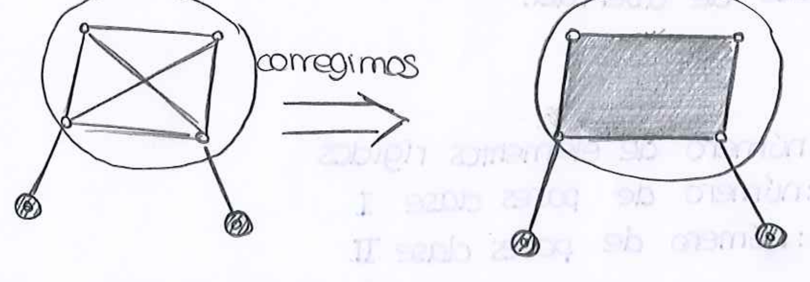
Añadir este elemeno no reduce el movimiento del mecanismo.

1 grado de libertad

$$G_{REAL} = G_G + P_R$$

SUBESTRUCTURAS EN EL MECANISMO

- Puede haber un grupo de elementos dentro del mecanismo que constituye una estructura hiperestática ⇒ resta gdl al conjunto.
- Solución: tratar dicha estructura como un único elemento.



RESTRICCIONES REDUNDANTES EN EL ESPACIO

Ejemplos: cuadriláteros articulados planos ⇒ los ejes de los 4 pares de rotación ⇒ paralelos; si alguno no lo fuera, el cuadrilátero perdería su movilidad
: mecanismos esféricos ⇒ para conseguir que ambos mecanismos sean esféricos hay que conseguir que todos los ejes pasen por un punto fijo.

GRADOS DE LIBERTAD INOPERANTES

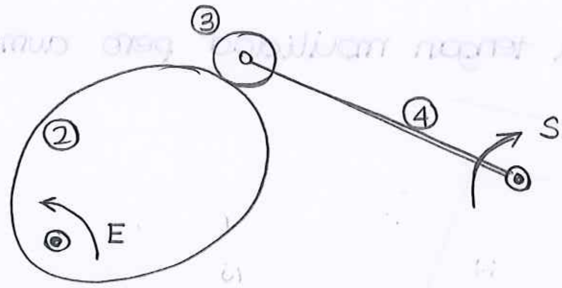
* cuando un elemento del mecanismo se puede mover sin alterar la posición del resto de sus elementos.

- solución: introducimos un término corrector G_P.

$$G = 6(N-1) - 5P_I - 4P_{II} - 3P_{III} - 2P_{IV} - P_V + P_R - G_P$$

T. DE CORRECCIÓN
GRADOS DE LIBERTAD INOPERANTES.

Ejemplo:



* La rotación del elemento 3 no afecta al mov. oscilatorio del elemento de salida 4.

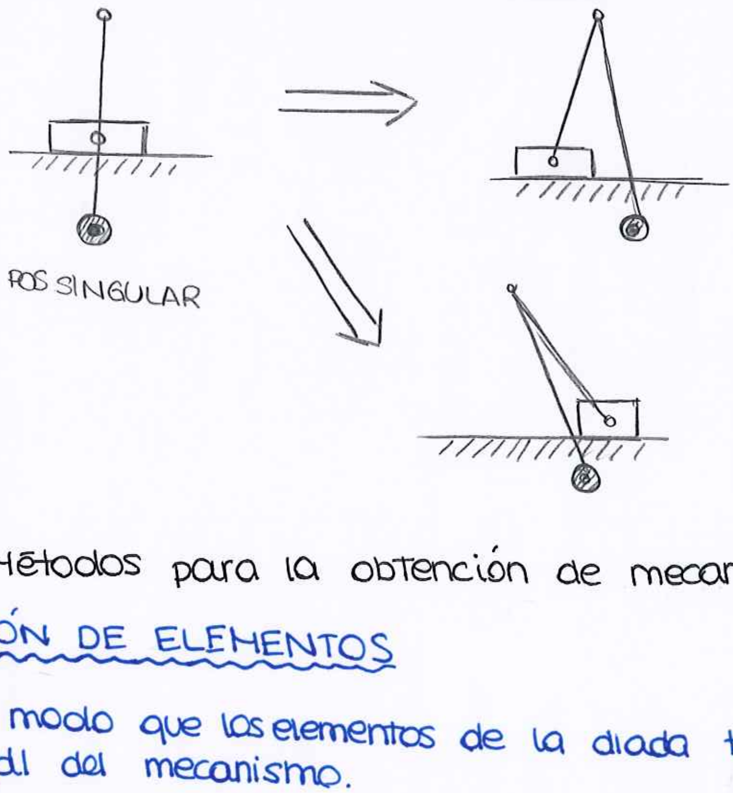
* El gdl inoperante se produce porque los pares prismáticos tienen la misma orientación.

- Gdl inoperante ⇒ elemento binario con par esférico exclusivamente.

SINGULARIDADES

Un mecanismo, a largo de su movimiento, puede alcanzar configuraciones geométricas en las que se produce una alteración local o global, instantánea o permanente.

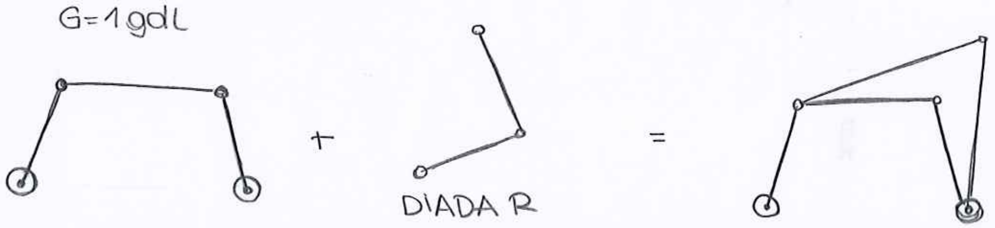
Las posiciones SINGULARES dependen de las dimensiones del mecanismo y de la configuración geométrica del instante.



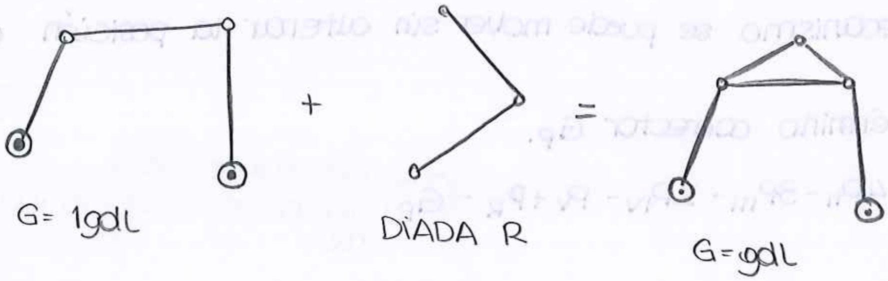
1.12. Métodos para la obtención de mecanismos.

ADICIÓN DE ELEMENTOS

- De modo que los elementos de la diada tengan movilidad y no se modifique el gdl del mecanismo.



- De modo que los elementos de la diada no tengan movilidad

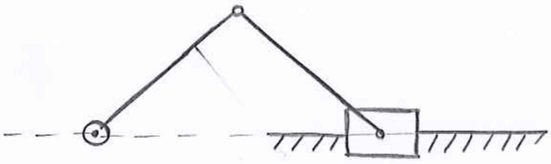


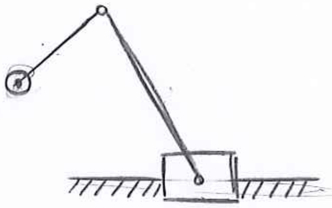
- De modo que los elementos de la díada tengan movilidad pero aumenten el número de gdL del mecanismo.

INVERSIÓN

- El movimiento absoluto de las distintas inversiones de un mecanismo es distinta.
- El movimiento relativo entre los diferentes de la cadena es el mismo para cualquiera de las inversiones.

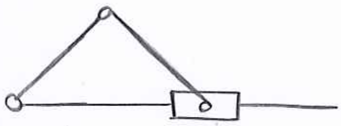
Ejercicio



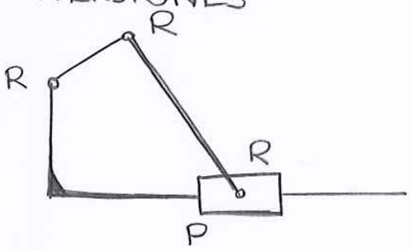


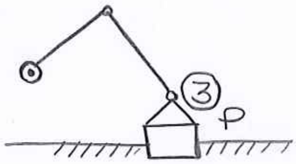
Los dos mecanismos provienen de la misma cadena cinemática.

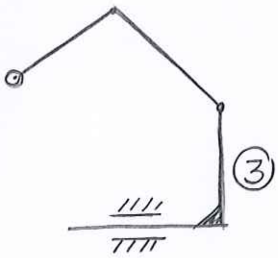
CADENA:

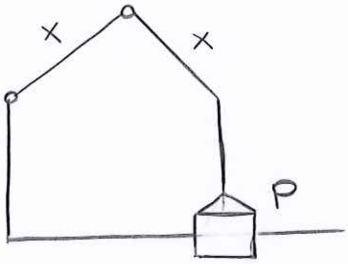


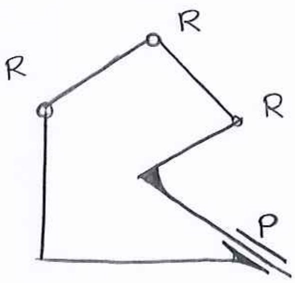
INVERSIONES











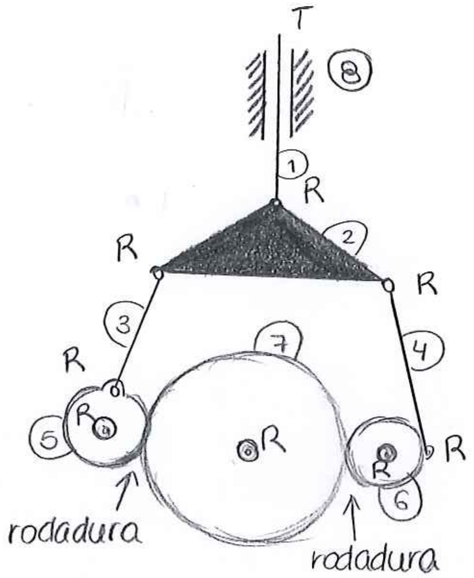
Ejercicio

El enunciado en apuntes de clase.

Nociones básicas sobre mecanismos y su diseño

EJERCICIOS PROPUESTOS:

1. a)



$G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II}$

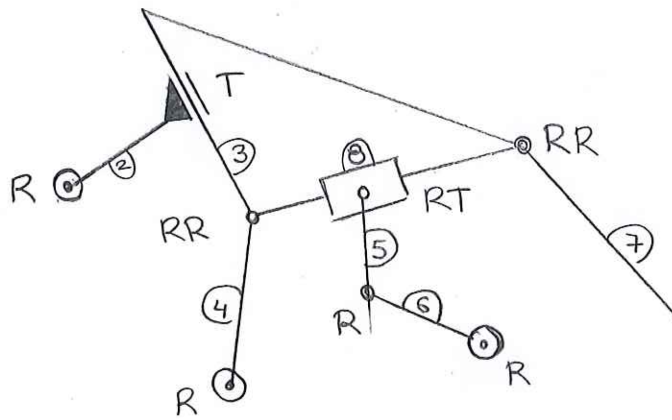
$N = 8$

$P_I = 9$

$P_{II} = 0$

$\boxed{G = 3(8-1) - 2 \cdot 9 = 21 - 18 = 3 \text{ gdl}}$

b)



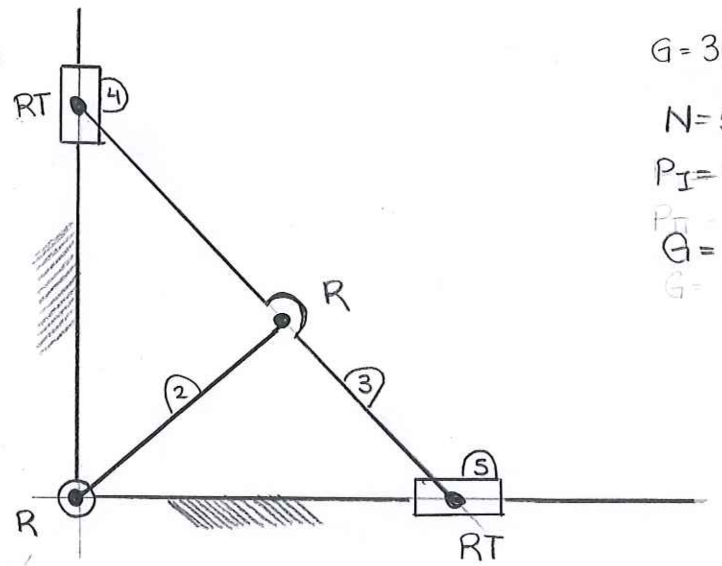
$G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II}$

$N = 8$

$P_I = 10$

$\boxed{G = 3(8-1) - 2 \cdot 10 = 21 - 20 = 1 \text{ gdl}}$

c)



$G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II}$

$N = 5$

$P_I = 6$

$G = 0$

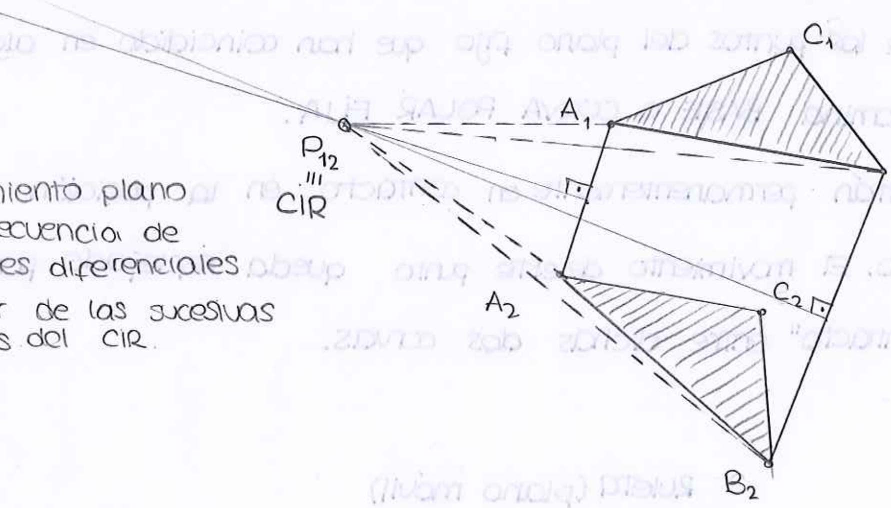
2. GEOMETRÍA DEL MOVIMIENTO PLANO.

2.1. Estudio del movimiento continuo de una figura plana en su plano.

Se dice que un mecanismo tiene MOVIMIENTO PLANO cuando las trayectorias de todos sus puntos son paralelas a un determinado plano fijo.

Para estudiar el movimiento de una figura plana en su plano, basta con estudiar el movimiento de un segmento AB cualquiera de la misma. Cualquier punto C vendría definido por la condición de que no varíe su posición respecto a A y B.

Hay un punto concreto tal que en los instantes t y $t+\Delta t$ tiene posiciones coincidentes, se obtiene como intersección de las mediatrices de los segmentos A_1A_2 y B_1B_2 y se denomina POLO o CENTRO DE ROTACIÓN.

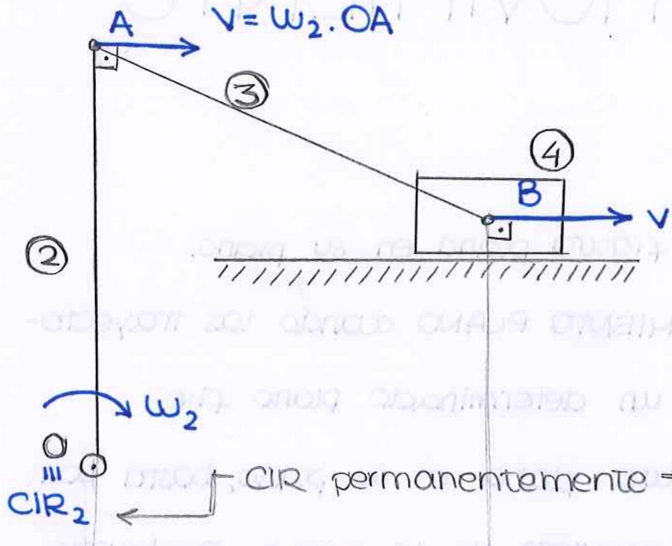


El movimiento plano es una secuencia de rotaciones diferenciales alrededor de las sucesivas posiciones del CIR.

Propiedades del CIR

1. La distribución de velocidades en un instante concreto es la misma que la que tendría el sólido rígido en rotación permanente alrededor de dicho punto.
2. La velocidad angular del sólido rígido: $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_A}{r_A}$.
3. El vector velocidad es perpendicular al vector que le une con el CIR.

Ejemplo:



(Todos los puntos de 4: misma velocidad V)

$0 \cdot \infty = IDT$

$\overbrace{\infty}$

$\perp$ CIR permanentemente $\Rightarrow \omega_2 \cdot OA = V = \omega_3 \cdot \overline{ACIR_3} \Rightarrow \omega_3 = 0$

sólo en la posición exacta, ya que luego $\overline{ACIR_3} \neq \infty$

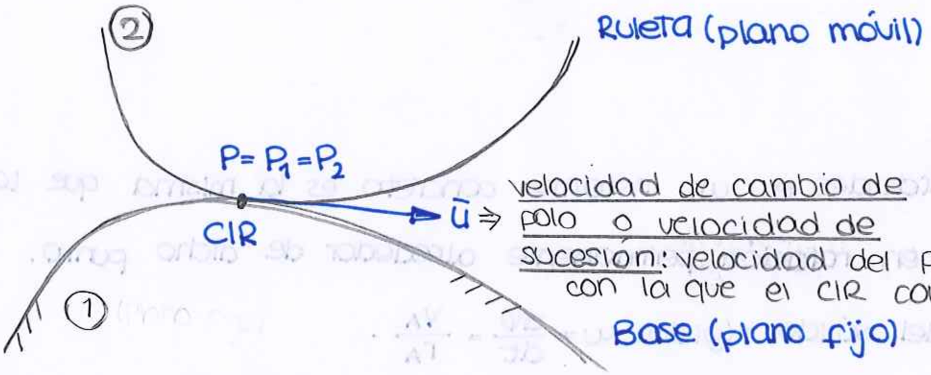
$\downarrow CIR_3 \Rightarrow \infty$ (sólo en este instante, luego cambiará según varíe la dirección de V_A, ya que la de V_B se mantendrá)

$\downarrow CIR_4 \Rightarrow \infty$: siempre, porque el bloque 4 tiene traslación pura.

El lugar geométrico de los puntos del plano móvil que han sido CIR ($v=0$), se denomina RULETA o CURVA POLAR MÓVIL.

El lugar geométrico de los puntos del plano fijo que han coincidido en algún instante con un CIR se denomina BASE o CURVA POLAR FIJA.

La base y la ruleta están permanentemente en contacto en la posición que ocupa el punto matemático. El movimiento de este punto queda reflejado por "la estela que deja el contacto" entre dichas dos curvas.



$\bar{u} \Rightarrow$ velocidad de cambio de polo o velocidad de sucesión: velocidad del punto matemático, aquella con la que el CIR cambia de posición, tanto en la base como en la ruleta.

$V_{P_1} = 0$.
$V_{P_2} = 0$.
$V_P = \bar{u} \neq 0$

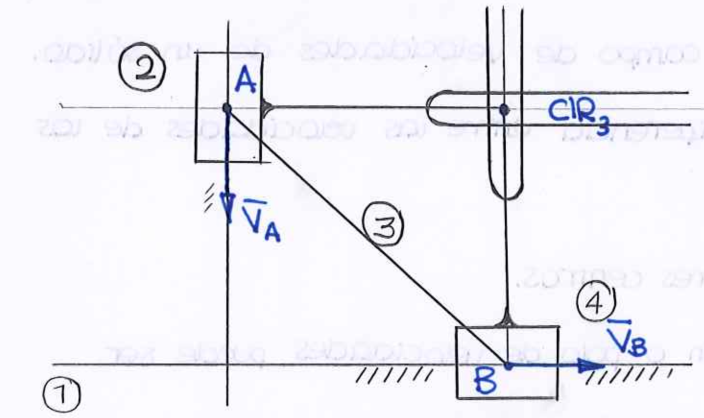
CONCLUSIONES

1. La base y la ruleta son curvas tangentes entre sí, en todo instante, y ambas deben ser tangentes a la velocidad de sucesión $\bar{u}$.

2. La velocidad de deslizamiento de la ruleta sobre la base en cada instante es nula, P_1 y P_2 tienen la misma velocidad. La ruleta posee un movimiento de rodadura pura sobre la base.

3. El movimiento de un elemento plano en su plano queda totalmente definido por el movimiento de rodadura de sus polares. (Hay que conocer $\bar{u}$)

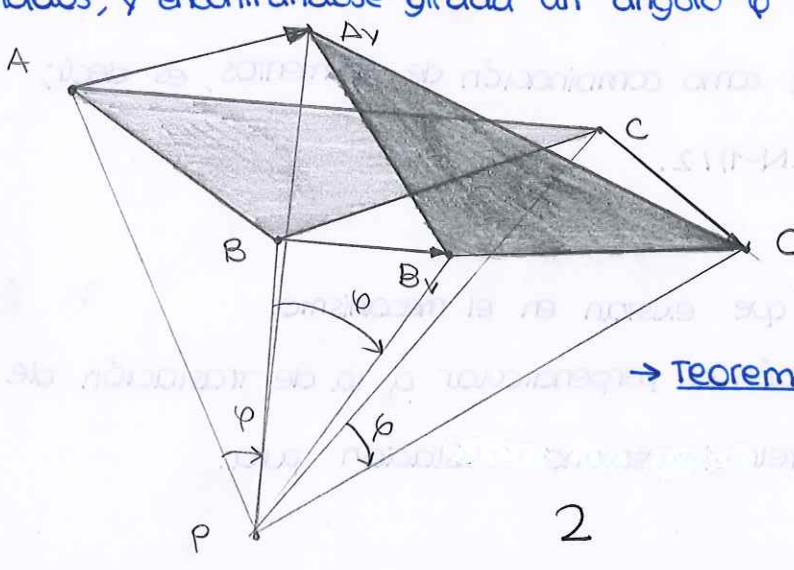
Ejemplo: ¿cómo obtener $\vec{u}$?



2.3. Teoremas, propiedades y formulación del campo de velocidades de un plano móvil.

TEOREMA DE BURMESTER

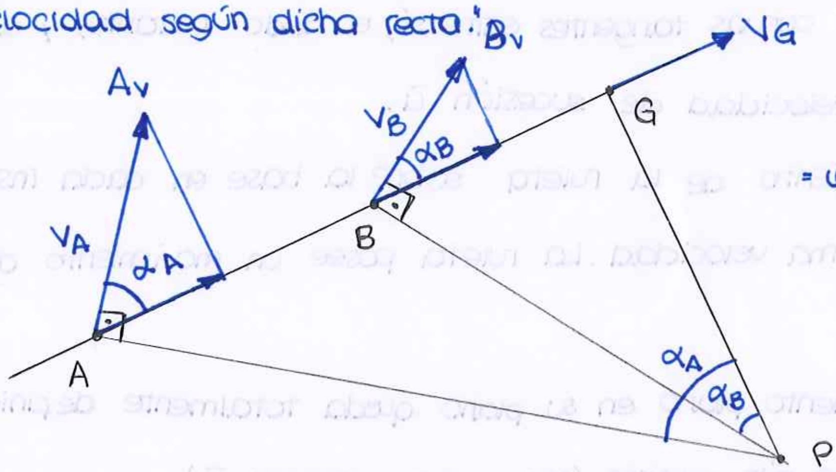
"La figura formada por los extremos de las velocidades de puntos de un plano móvil es semejante a la figura original, siendo $\sqrt{1+\omega^2}$ la razón de semejanza de sus lados, y encontrándose girada un ángulo φ respecto de la original".



* Consecuencia directa: si los puntos A, B y C están alineados, también lo estarán los extremos de sus velocidades →

→ Teorema de las velocidades proyectadas:

"Todos los puntos de una recta de un plano móvil tienen la misma componente de velocidad según dicha recta."



$V_A \cdot \cos\alpha_A = \omega \cdot \overline{PA} \cos\alpha_A =$

$= \omega \cdot \overline{PG} = \omega \cdot \overline{PB} \cdot \cos\alpha_B = V_B \cdot \cos\alpha_B$

CAMPO DE VELOCIDADES

$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{\omega} \times \bar{AB}$: fórmula que describe el campo de velocidades de un sólido.

$\bar{\omega} \times \bar{AB}$ suele expresarse como $\bar{V}_{AB}$ y es la diferencia entre las velocidades de los puntos A y B.

2.4. Teorema de Aronhold-Kennedy o de los tres centros.

El concepto de centro instantáneo de rotación o polo de velocidades puede ser generalizado al movimiento relativo entre dos planos móviles.

Se puede definir el CIR del movimiento relativo del plano móvil 3 respecto al plano móvil 2 (P_{23}), a un punto del plano móvil que tiene la misma velocidad absoluta que el punto del plano móvil 2 que coincide con él.

Los conceptos de base y ruleta son también extensibles al movimiento relativo, aunque en este caso ambas curvas (POLODIAS o CURVAS POLARES) son móviles.

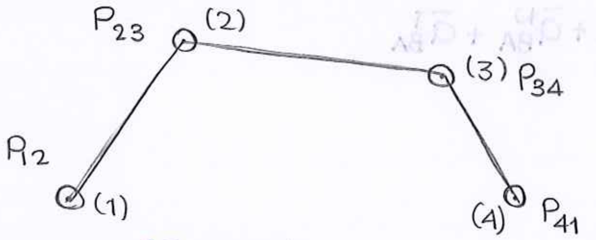
En un mecanismo hay tantos CIR como combinación de elementos, es decir, sea N el número de elementos, $N(N-1)/2$.

POLOS PRIMARIOS

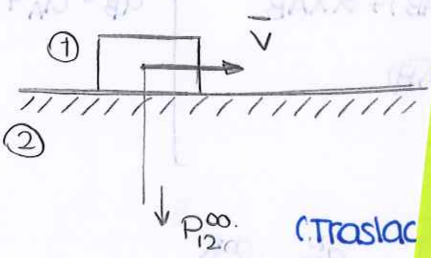
1. Todos los pares de rotación que existan en el mecanismo.
2. El punto del infinito cuya dirección es perpendicular a la de traslación de un par prismático. El movimiento relativo es una traslación pura.

3. El punto de contacto en un par de rodadura.

4. En un par de leva, el polo se encuentra en la normal a las superficies en el punto de contacto.

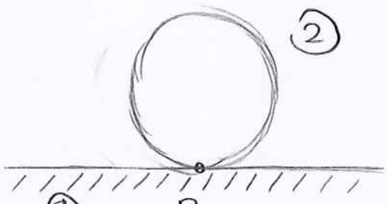


(Pares R)

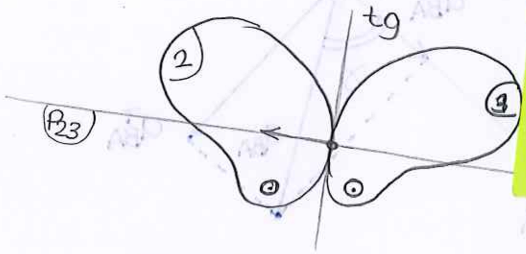


(Traslac

¿Por qué discontinua?
¿Y el polo P_{45}?



1 P_{12} (Rodadura)



(Levas)

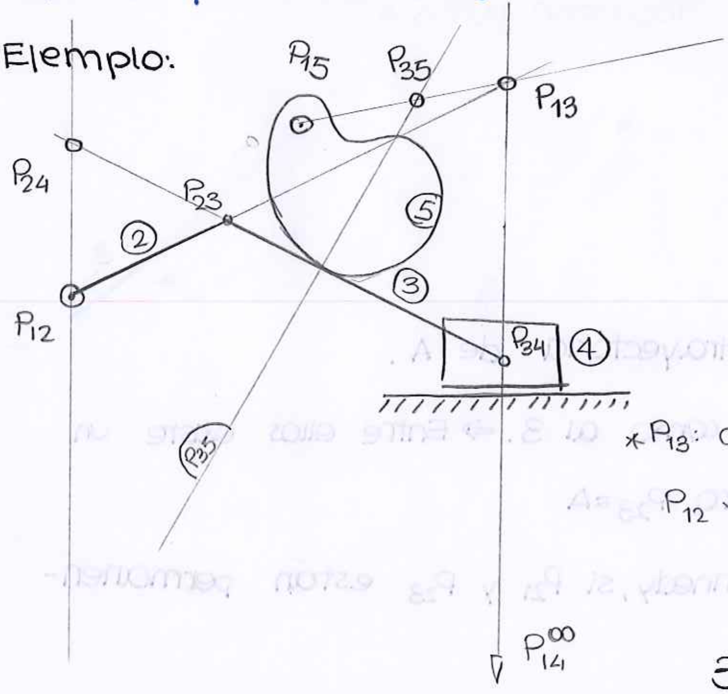
DIAGRAMA DEL CÍRCULO.

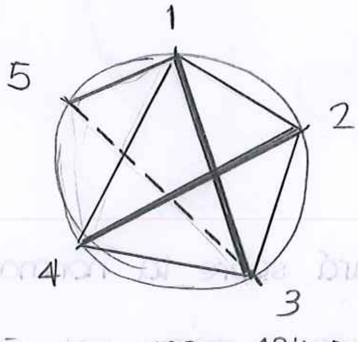
1. Se divide una circunferencia en tantas partes como elementos tiene el mecanismo. Todas las posibles cuerdas entre dichas marcas representan los polos del mecanismo.

2. Se trazan las cuerdas correspondientes a los polos primarios.

3. Para buscar un polo desconocido, se procede a buscar una cuerda que cierre a la vez dos triángulos. El polo se obtiene mediante la intersección de dos rectas decinidas por sendas parejas de cuerdas pertenecientes a sendos triángulos.

Ejemplo:



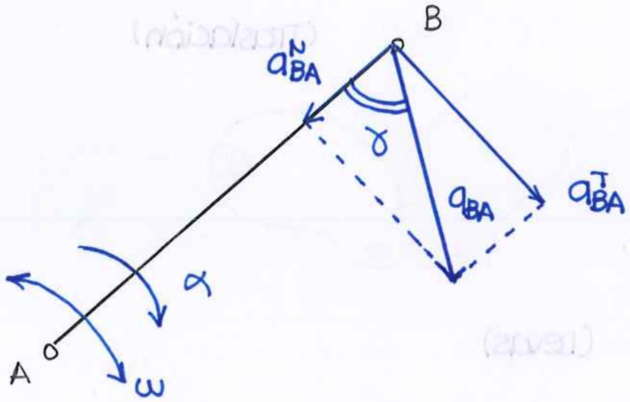


* P_{13}: cierra triángulos: 123 y 134 ⇒ unimos P_{14} y P_{34} y P_{12} y P_{23} ⇒ Donde corten: P_{13}.

2.5. Campo de aceleraciones.

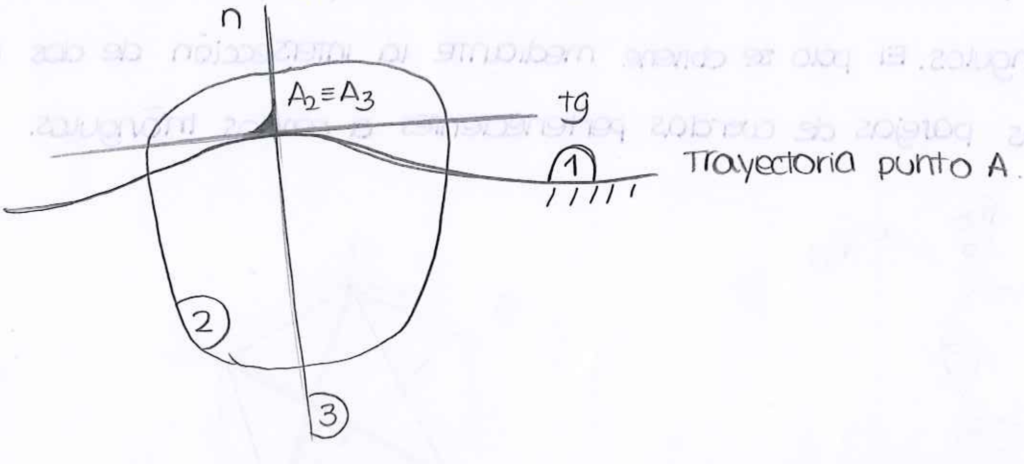
Considérense los puntos A y B del plano móvil:

$$\left.\begin{aligned}
\bar{a}_B &= \bar{a}_A + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \overline{AB}) + \bar{\alpha} \times \overline{AB} \\
\bar{a}_{BA} &= \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \overline{AB}) + \bar{\alpha} \times \overline{AB} \\
\bar{a}_{BA}^{N} &= \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \overline{AB}) \\
\bar{a}_{BA}^{T} &= \bar{\alpha} \times \overline{AB}
\end{aligned}\right\} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA} = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^{N} + \bar{a}_{BA}^{T}$$



2.6. Teorema de Hartmann

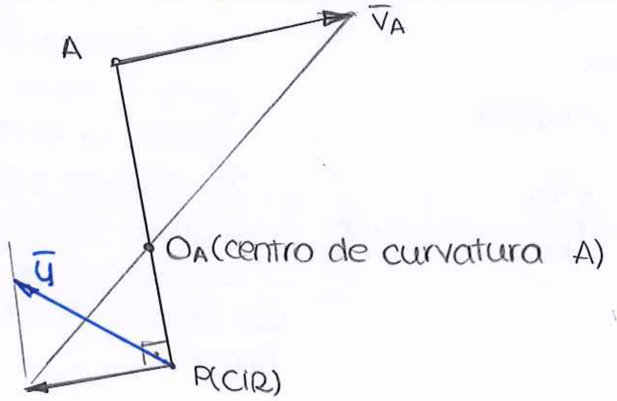
Sea A un punto de un plano móvil 2 que se mueve dejando su trayectoria impresa en el plano fijo 1. Considérese, además, otro plano al que se le asignará el 3, cuyo movimiento viene definido por el movimiento de la normal y la tangente a la trayectoria del punto A.



- El polo P_{21} estará sobre la normal a la trayectoria de A.
- El punto A pertenece tanto al plano 2 como al 3. ⇒ Entre ellos existe un par cinemático de rotación en A, por tanto, $P_{23} \equiv A$
- De acuerdo con el teorema de Aronhold-Kennedy, si P_{21} y P_{23} están permanen-

temente sobre la normal, P_{13} también lo estará. Siendo P_{13} el CIR de ③, se encuentra permanente en la normal que es una recta de 3, entonces, dicha normal es la ruleta de ③.

"El extremo del vector velocidad de un punto, el centro de curvatura y el extremo de la componente paralela a la velocidad del punto, del vector velocidad de cambio de polo, están alineados."



2.7. Fórmula de Euler-Savary

La fórmula de Euler-Savary es la expresión analítica del teorema de Hartmann.

$$\frac{\omega}{u} = \left(\frac{1}{\overline{O_A P}^*} + \frac{1}{\overline{PA}^*}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta$$

El asterisco significa que $\overline{O_A P}$ y $\overline{PA}$ deben tomarse como segmentos orientados. Para saber el signo de cada segmento seguiremos el siguiente convenio: se adopta como positivo el sentido de P a A, con lo que $\overline{PA}$ siempre es positivo

$$\left(\frac{1}{\overline{O_A P}^*} + \frac{1}{\overline{PA}^*}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{r_0^*} + \frac{1}{r_1^*}$$

* COROLARIO: el centro de curvatura de cualquier punto del plano móvil situado en la tangente polar se encuentra en el polo P.

2.8. Circunferencia de las inflexiones.

Haciendo $\overline{O_A P}^* = \infty$ y $\overline{PA}^* = r$ en la fórmula de Euler-Savary

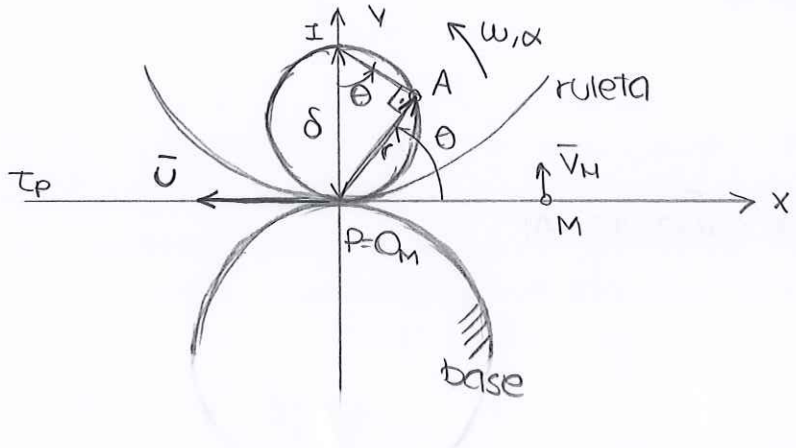
$$\frac{1}{r} \cdot \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{r_0^*} + \frac{1}{r_1^*}$$

(Quitamos * por comodidad)

$$\frac{1}{r_0}+\frac{1}{r_1}=\frac{1}{\delta} \Rightarrow r=\delta \operatorname{sen}\theta$$

En coordenadas cartesianas: $(x=r.\cos\theta\,;\ y=r.\operatorname{sen}\theta)$

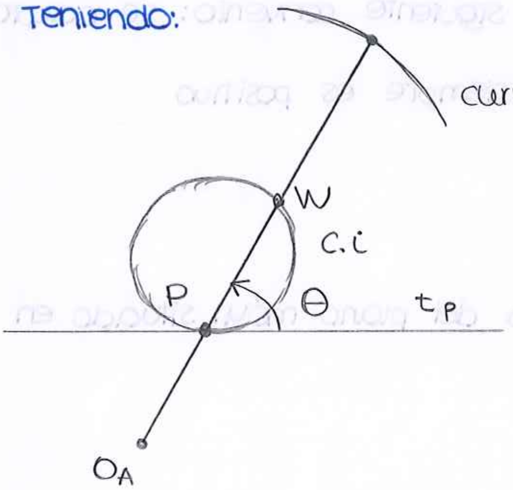
$x^2+\left(y-\frac{\delta}{2}\right)^2=\left(\frac{\delta}{2}\right)^2$: circunferencia de diámetro δ, tangente a la velocidad de cambio de polo: CIRCUNFERENCIA DE LAS INFLEXIONES O DE DE LA HIRE.



*La aceleración del punto P tiende a separar la ruleta de la base, de esta forma podemos determinar la posición de la c.i (DOS OPCIONES, ARRIBA Y ABAJO)..

Los puntos de esta circunferencia sólo tienen aceleración tangencial, por lo que tanto las velocidades como las aceleraciones de todos su puntos pasan por el punto I. Este punto recive el nombre de POLO O CENTRO DE INFLEXIONES. La velocidad del polo de inflexiones es $v_I=\omega.\delta$. Como $u=\omega.\delta$, $u=v_I$.

Teniendo:



Otra forma de expresar la fórmula de Euler-Savary: $(\overline{PA^*})^2=\overline{PA}^2=\overline{O_AA^*}\cdot\overline{WA^*}>0$.

$$\begin{matrix} - & y & - \\ + & y & + \end{matrix}$$

2.9. Construcciones gráficas.

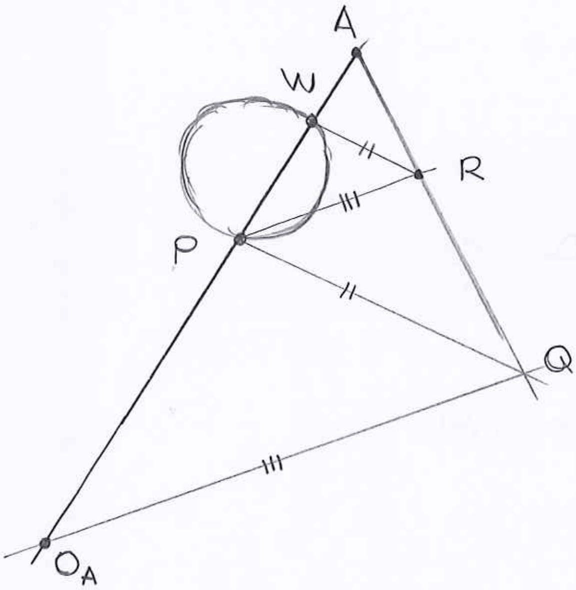
1ª CONSTRUCCIÓN: Datos: A, W, P

Incógnita: O_A

1. Se trazan por A y P dos rectas arbitrarias que cortan en R.

2. Se traza por P una paralela a WR.

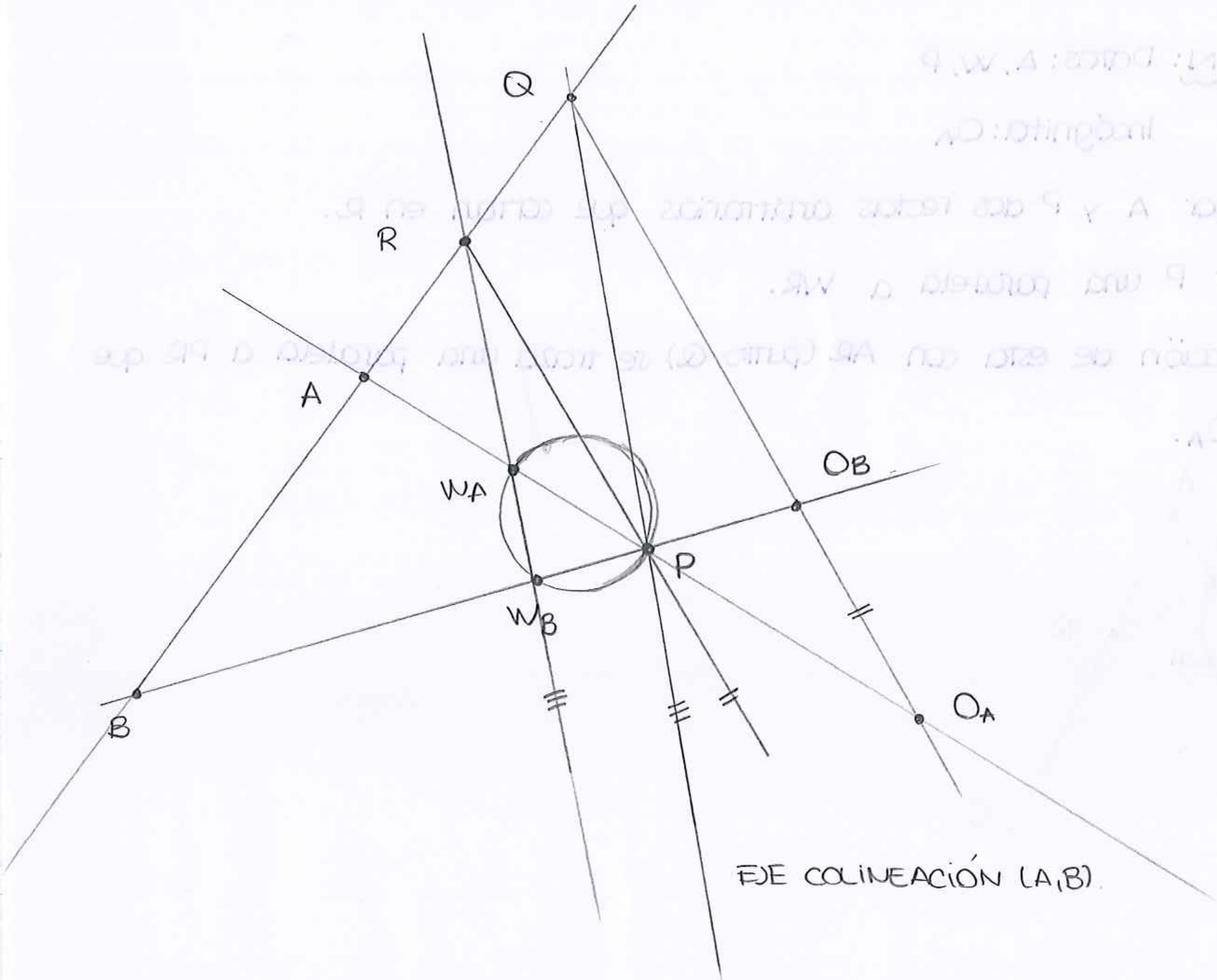
3. Por la intersección de esta con AR (punto Q) se traza una paralela a PR que corta a PA en O_A.



2ª CONSTRUCCIÓN: cálculo de la circunferencia de las inflexiones a partir de los centros de curvatura O_A y O_B de los puntos A y B del plano móvil.

1. El polo P se obtiene como intersección de las rectas AO_A y BO_B.

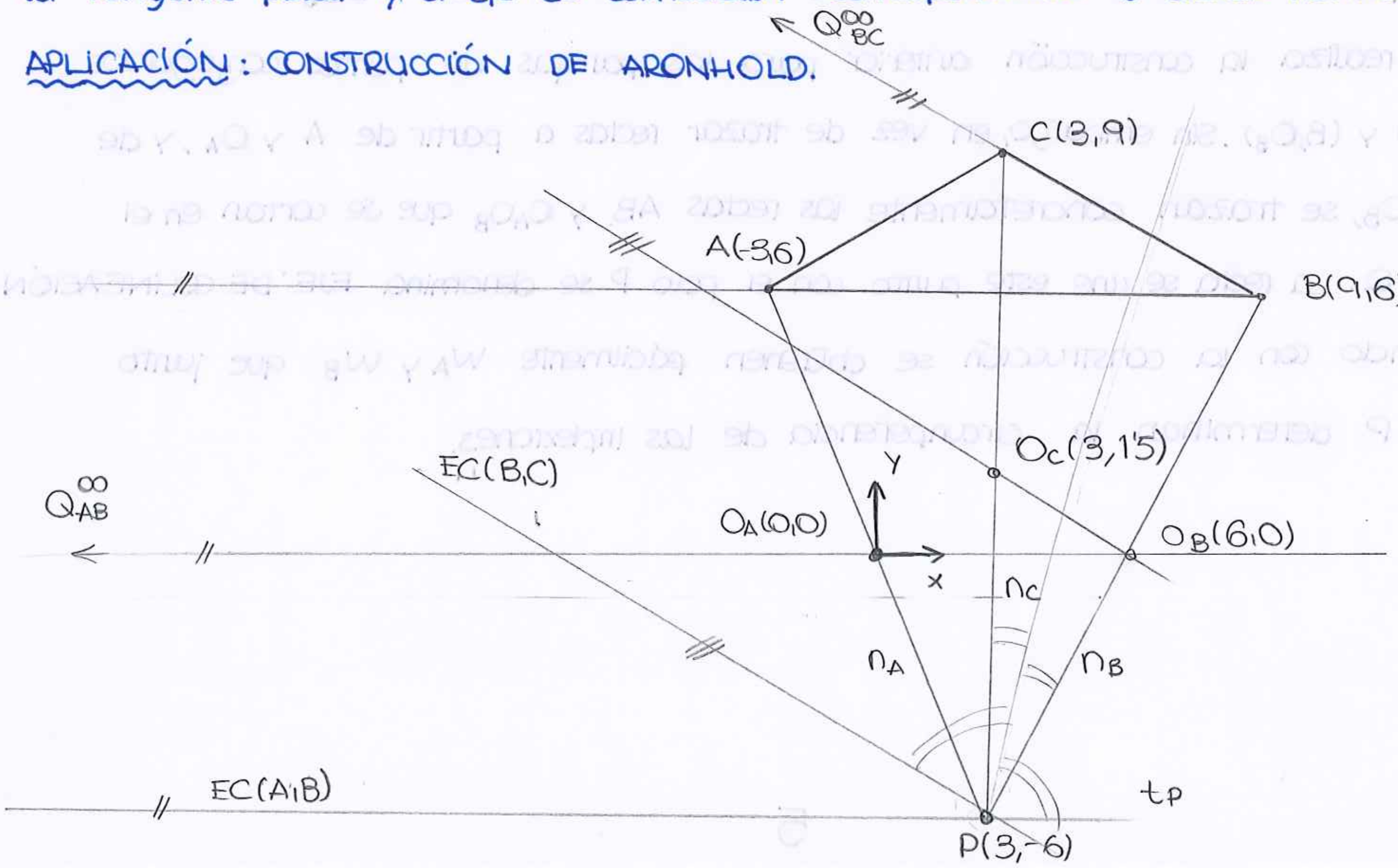
2. Se realiza la construcción anterior para las parejas de puntos conjugados (A, O_A) y (B, O_B). Sin embargo, en vez de trazar rectas a partir de A y O_A, y de B y O_B, se trazan concretamente las rectas AB y O_AO_B que se cortan en el punto Q. La recta se une este punto con el polo P se denomina EJE DE COLINEACIÓN. Siguiendo con la construcción se obtienen fácilmente W_A y W_B que junto con P determinan la circunferencia de las inflexiones.



2.10. Teorema de Bobillier

"La bisectriz del ángulo que forman las normales a la trayectoria de dos puntos de un plano móvil coincide con la bisectriz del ángulo que forman la tangente polar y el eje de colineación correspondiente a dichas normales."

APLICACIÓN: CONSTRUCCIÓN DE ARONHOLD.



1. Obtención del eje de colineación de los puntos A y B.

2. Aplicación del teorema de Bobillier: tangente polar.

3. Aplicación del teorema de Bobillier: eje de colineación de los puntos B y C.

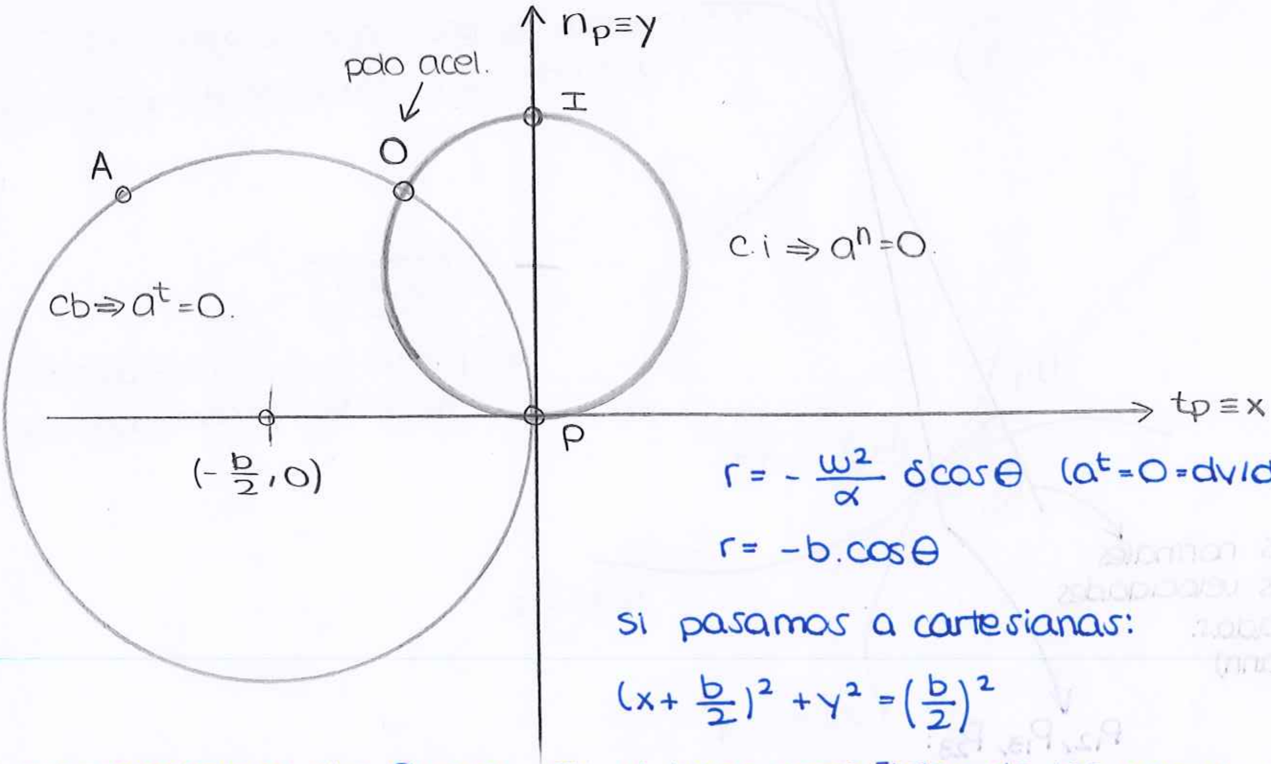
4. Intersección del eje de colineación de los puntos B y C con la línea BC: Q_{BC}^{∞}.

5. Centro de curvatura O_C: intersección de las líneas CP y $O_B Q_{BC}^{\infty}$.

Una aplicación práctica de esta construcción son los MECANISMOS INTERMITENTES que se utilizan para generar movimientos intermitentes.

2.11. Circunferencia de Bresse. Polo de aceleraciones.

Sea A un punto cualquiera del plano móvil: $\bar{a}_A = \bar{a}_P + \bar{a}_{AP}^N + \bar{a}_{AP}^T$



$r = -\frac{\omega^2}{\alpha}\,\delta\cos\theta \quad (a^t = 0 = dv/dt)$

$r = -b.\cos\theta$

Si pasamos a cartesianas:

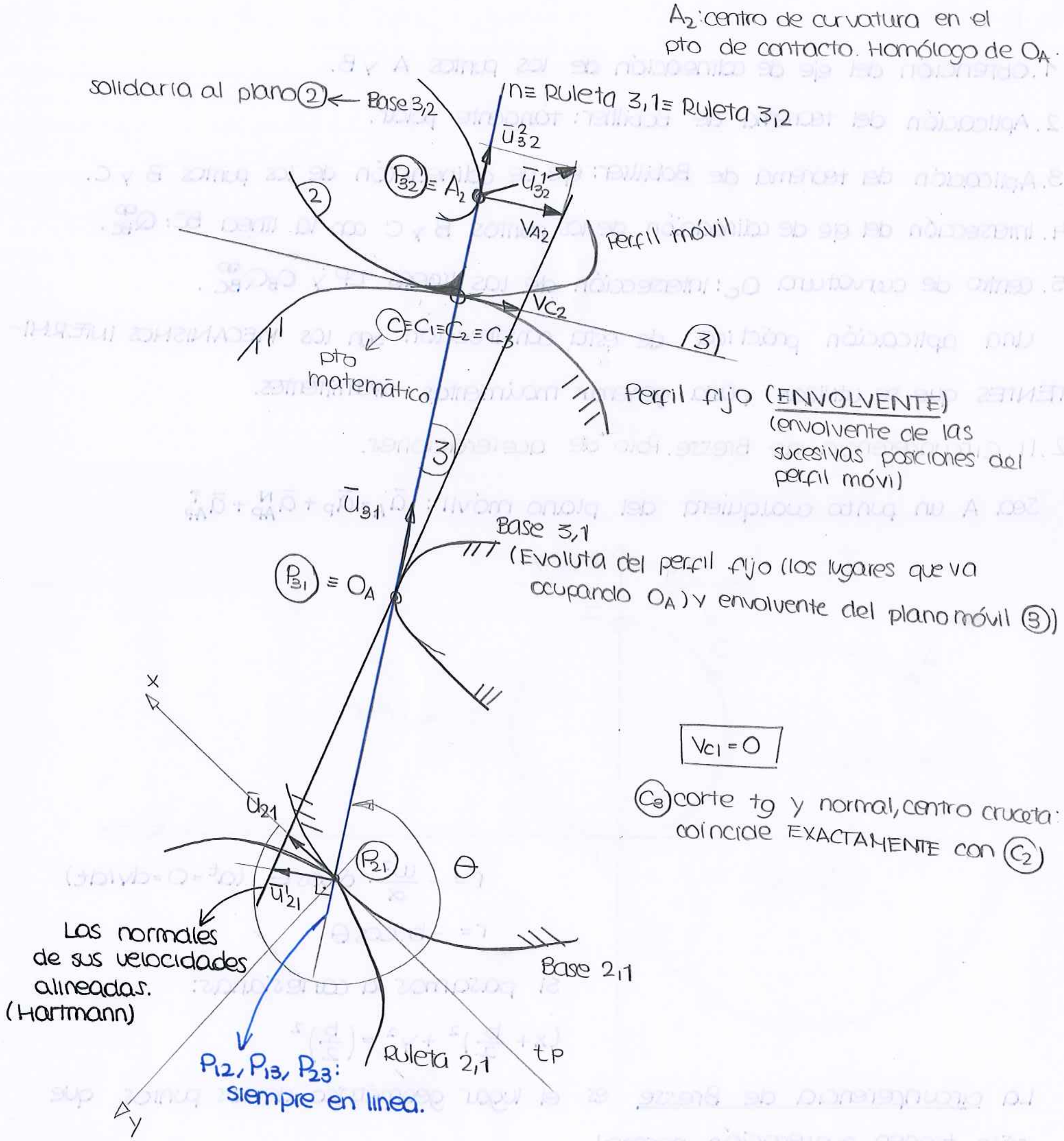
$(x + \frac{b}{2})^2 + y^2 = (\frac{b}{2})^2$

La circunferencia de Bresse es el lugar geométrico de los puntos que sólo tienen aceleración normal.

Si $\alpha = 0$, la circunferencia de Bresse degeneraría en una recta: $\cos\theta = 0$.

2.12. Perfiles conjugados, generalización de la fórmula de Euler-Savary.

La característica común entre el perfil móvil y su envolvente es la condición permanente de CONTACTO y TANGENCIA.



A_2 y O_A son los centros de curvatura de los perfiles conjugados

FÓRMULA DE EULER-SAVARY GENERALIZADA: "el centro de curvatura de la trayectoria del centro de curvatura de un perfil solidario a un plano móvil, es el centro de curvatura de su envolvente."

$$\left(\frac{1}{\overline{O_A P_{21}}} + \frac{1}{\overline{P_{21} A_2}}\right) \cdot \operatorname{sen}\theta = \frac{\omega_{21}}{u_{21}} = \frac{1}{\delta_{21}}$$

centros de curvatura de perfiles conjugados

2.13. Circunferencia de los retrocesos: Teoremas de Aronhold.

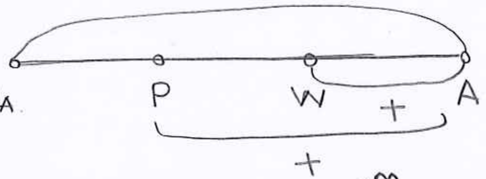
$$\left(\frac{1}{\overline{O_A P}} + \cancel{\frac{1}{\overline{PA}}}\right)\cdot \text{sen}\theta = \frac{1}{\delta} \Rightarrow \overline{O_A P} = \delta.\text{sen}\theta$$: circunferencia de los retrocesos.

0

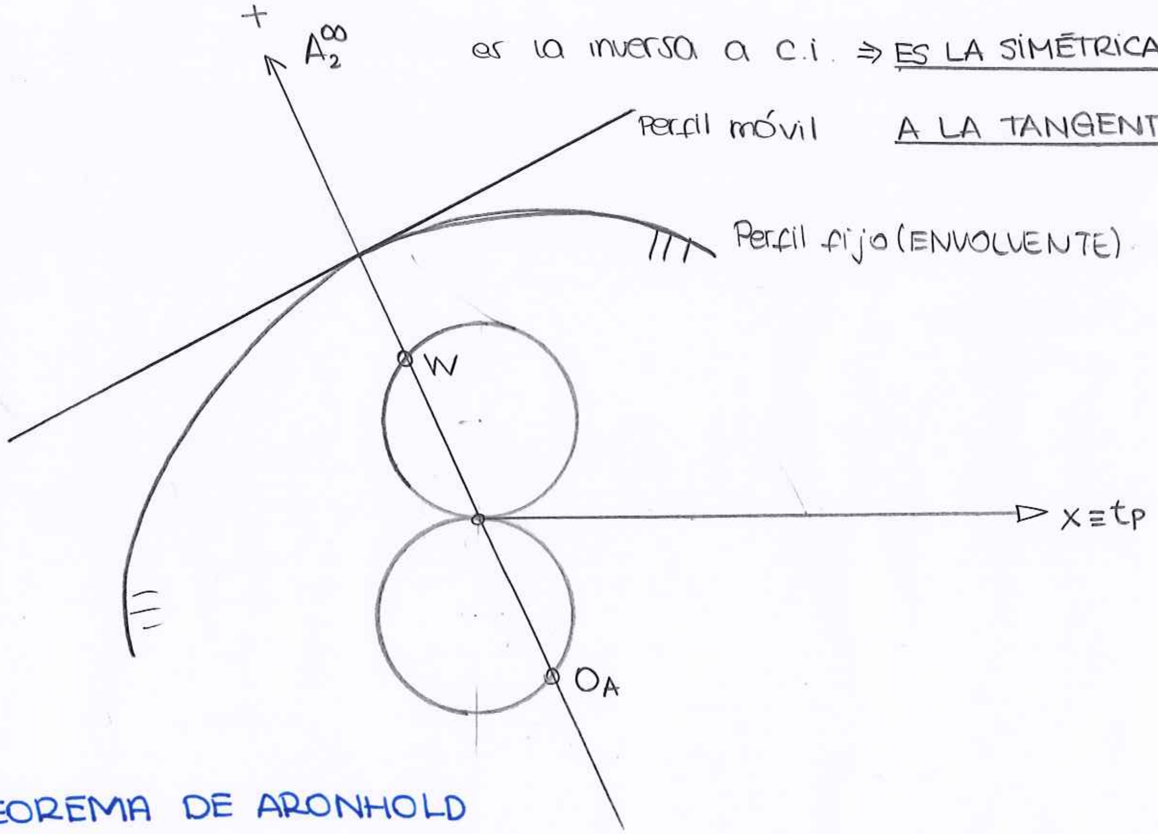
perf. móvil: recta

sabemos que $r = \delta\, \text{sen}\theta$: circ. inflexiones; por tanto, o bien c.r ≡ c.i, o bien c.r es la inversa de c.r.

$\overline{PA}^2 = \overline{O_A A}.\overline{WA}$ (1) +



W y O_A tienen que ser opuestas por el polo, si no, no se cumpliría (1). Así sabemos que c.r. es la inversa a c.i. ⇒ <u>ES LA SIMÉTRICA RESPECTO A LA TANGENTE POLAR</u>



1° TEOREMA DE ARONHOLD

La <u>circunferencia de los retrocesos</u> es el lugar geométrico de los centros de curvatura de las envolventes solidarias con el plano móvil.(*)

2° TEOREMA DE ARONHOLD.

La <u>circunferencia de las inflexiones</u> es el lugar geométrico de los centros de curvatura de las curvas solidarias al plano móvil cuyas envolventes son rectas.

(*) COROLARIO: Si una recta solidaria con el plano móvil pasa siempre por un punto fijo, dicho punto pertenece a la circunferencia de los retrocesos