

9. GAIA

KONBEKZIO NATURALA

9.0 - HELBURUAK

2/24

- Konbekzio naturalaren **mekanismo fisikoa** ulertu
- Konbekzio naturala deskribatzeko **ekuazioak** garatu, eta horiek **dimentsiogabetuz**, **Grashofen** zenbaki dimentsiogabea lortu.
- Plano bertikal, horizontal eta inklinatuetako, nahiz zilindro eta esferetako konbekzio naturalaren **Nusselten zenbakia** ebaluatu.
- **Gainazal hegaldunen** konbekzio naturala aztertu, eta **hegal-tarte optimoa** kalkulatu.
- **Itxituren barneko** konbekzio naturala aztertu, hala nola beira bikoitzeko leihoetakoa.
- **Konbekzio natural eta behartu konbinatua** kontuan izan, eta mota bakoitzaren garrantzi erlatiboa neurtu.

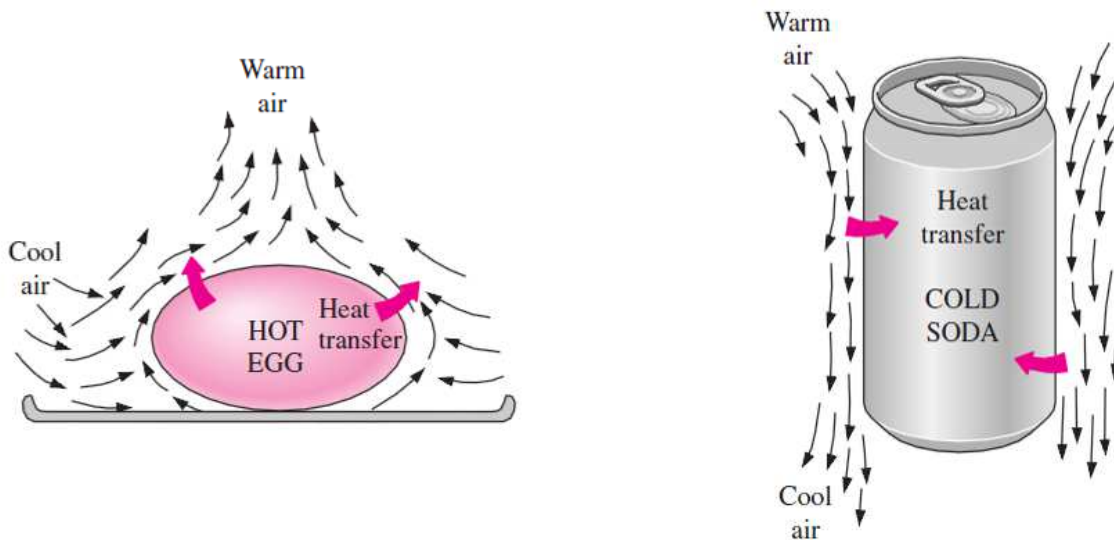
JARIAKINAREN TENPERATURA ALDAKETAREN ONDORIOZ, DENTSITATE ALDAKETA



KONBEKZIO NATURALAREN KORRONTEA



KONBEKZIO NATURALEKO BERO-TRANSFERENTZIA

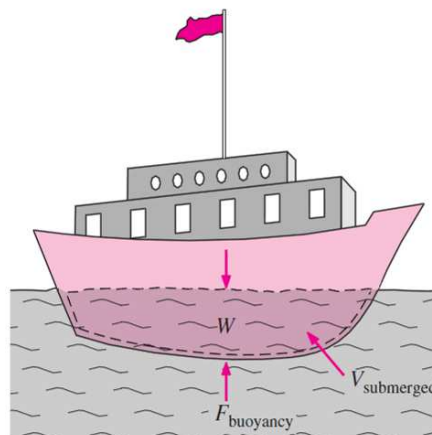


ARKIMEDESEN PRINTZIOA (FLOTAZIO EFEKTUA)

$$F_{buoyancy} = \rho_{fluid} g V_{submerged}$$

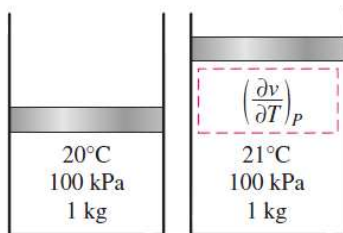
$$F_{net} = W - F_{buoyancy}$$

$$= \rho_{body} g V_{body} - \rho_{fluid} g V_{submerged}$$

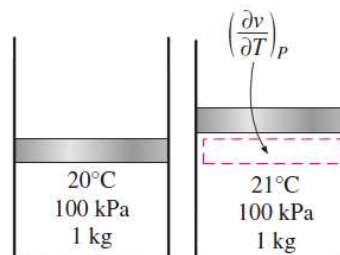


INTERESA → Jariakin baten dentsitate aldakuntza temperaturarekiko presio konstantepean

PROPIETATEA → **DILATAZIO KOEFIZIENTE BOLUMETRIKOA: β**



(a) A substance with a large β



(b) A substance with a small β

DILATAZIO KOEFIZIENTE BOLUMETRIKOA: β

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1/K)$$

$$\beta \approx - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = - \frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \quad \Rightarrow \quad \rho_\infty - \rho = \rho \beta (T - T_\infty) \quad (P \text{ konstantepean})$$

GAS IDEALA
($P = \rho RT$)

$$\beta_{ideal \text{ gas}} = \frac{1}{T} \quad (1/K)$$

Non T temperatura termodinamikoa den

¿ESPAZIOAN KONBEKZIO NATURALA DAGO?



Ez dago grabitate esanguratsurik, eta, beraz, espazio-ontzietan ezin da egon konbekzio natural bidezko bero-transferentziarik, ezta espazio-ontzia airez beteta badago ere.

¿NOLA EZARTZEN DA FLUXU MASIKOA KONBEKZIO NATURALEAN?

Emaria, goranzko bultzadaren eta marruskaduraren balantze dinamikoak finkatzen du.

9.2 – HIGIDURAREN EKUAZIOA ETA GRASHOFEN ZENBAKIA

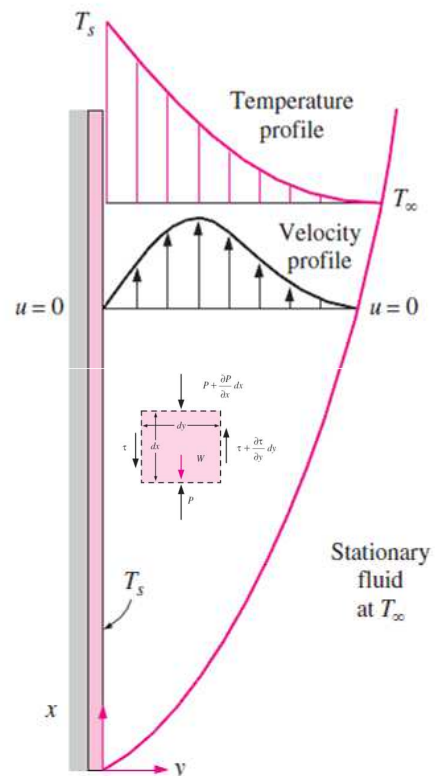
AIRETAN DAGOEN XAFLA BERO BATEN GAINEKO KONBEKZIO NATURALAREN ISOTERMAK ETA ABIADURA PROFILAK



(a) Laminar flow



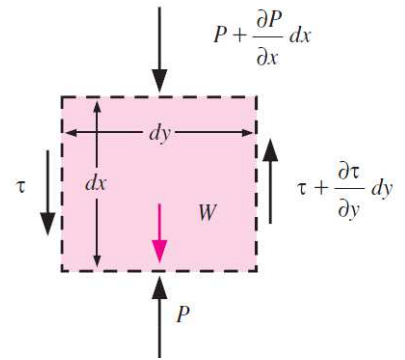
(b) Turbulent flow



6 GAIA (13/22 diapositiba), **KONBEKZIO BEHARTUARENTZAKO MOMENTUAREN KONTSERBAZIOA** (indarren balantzea)

Jariakinaren masaren azalera zioa Marruskadura indarrak Presio indarrak (haizegailua edo ponpa)

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}$$



KONBEKZIO NATURALARENTZAKO MOMENTUAREN KONTSERBAZIOA (indarren balantzea)

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g$$

Goranzko bultzadaren indarrak

PRESIOARI DAGOZKION INDARRAK BAKARRIK HIDROSTATIKOAK DIRA $\Rightarrow \frac{\partial P_\infty}{\partial x} = -\rho_\infty g$

TERMOTEKNIA

KONBEKZIO NATURALA GOBERNATZEN DUEN EKUAZIO DIFERENTZIALEN LABURPENA

MASAREN KONTSERBAZIOA (6 Gaia - 12/22 diapositiba)

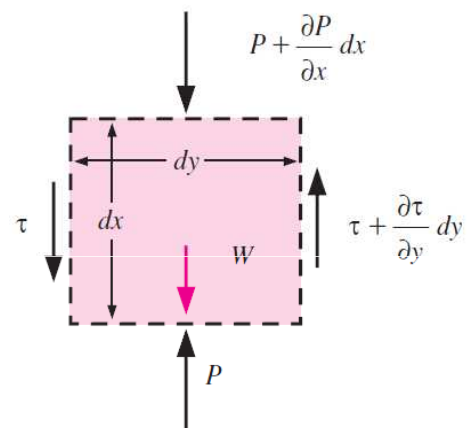
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

MOMENTUAREN KONTSERBAZIOA

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty)$$

ENERGIAREN KOPNTSERBAZIOA (6 Gaia - 15/22 diapositiba)

$$\rho \cdot c_p \cdot \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$



TERMOTEKNIA

GRASHOFEN ZENBAKIA

HIRU EKUAZIO DIFERENTZIALAK ETA MUGALDEKO BALDINTZAK DIMENSTIOGABETUZ

$$x^* = \frac{x}{L_c} \quad y^* = \frac{y}{L_c} \quad u^* = \frac{u}{V_\infty} \quad v^* = \frac{v}{V_\infty} \quad \text{eta} \quad T^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

MOMENTUAREN EKUAZIO DIFERENTZIAL DIMENSTIOGABETUA

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \left[\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \right] \frac{T^*}{Re_L^2} + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

GRASHOFEN ZENBAKIA

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$$

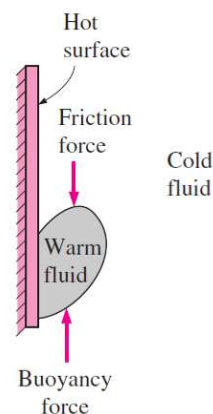
- Konbekzio naturalaren efektuak adierazten du.
- Goranzko bultzaden eta biskositate-indarren arteko erlazioa adierazten du.

OHARRA: Reynolds (Re) inertzia-indar eta biskositate-indarren arteko erlazioa adierazten du

TERMOTEKNIA

GRASHOFEN ZENBAKIA

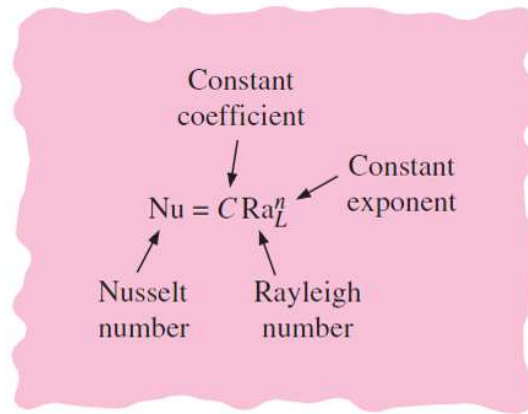
- Grashofen zenbakia da fluidoan eragiten duten goranzko bultzadaren eta kontrako biskositate-indarraren magnitude erlatiboan neurria.
- Konbekzio naturalean fluxua laminarra edo turbulenta den adierazteko balio du.



KONBEKZIO NATURALA vs. KONBEKZIO BEHARTUA

- Konbekzio naturalaren eragina baztergarria da $Gr_L/Re_L^2 < 0,1$ baldin bada.
- Konbekzio behartuaren eragina baztergarria da $Gr_L/Re_L^2 > 10$ baldin bada.
- Bien eragina esanguratsua da eta kontuan hartu behar dira $0,1 > Gr_L/Re_L^2 > 10$ baldin bada

TERMOTEKNIA



$$Nu = \frac{hL_c}{k} = C(Gr_L Pr)^n = C Ra_L^n$$

FLUIDOAREN PROPIETATEAK
GERUZA-TEMPERATURAN

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} Pr$$

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (W)$$

9.3 - GAINAZALEN GAINEKO KONBEKZIO NATURALA

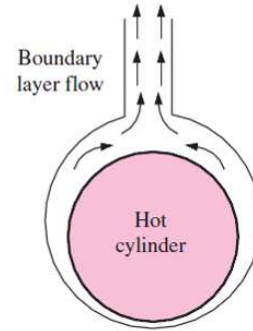
Empirical correlations for the average Nusselt number for natural convection over surfaces

| Geometry | Characteristic length L_c | Range of Ra | Nu |
|--|-----------------------------|---|--|
| Vertical plate | L | 10^4-10^9 10^9-10^{13} Entire range | $Nu = 0.59Ra_L^{1/4}$ (9-19) $Nu = 0.1Ra_L^{1/3}$ (9-20) $Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{1/4}} \right\}^2$ (9-21) (complex but more accurate) |
| Inclined plate | L | | Use vertical plate equations for the upper surface of a cold plate and the lower surface of a hot plate Replace g by $g \cos\theta$ for $Ra < 10^9$ |
| Horizontal plate (Surface area A and perimeter p) (a) Upper surface of a hot plate (or lower surface of a cold plate) | A_s/p | 10^4-10^7 10^7-10^{11} | $Nu = 0.54Ra_L^{1/4}$ (9-22) $Nu = 0.15Ra_L^{1/3}$ (9-23) |
| (b) Lower surface of a hot plate (or upper surface of a cold plate) | | 10^5-10^{11} | $Nu = 0.27Ra_L^{1/4}$ (9-24) |
| Vertical cylinder | L | | A vertical cylinder can be treated as a vertical plate when $D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}}$ |
| Horizontal cylinder | D | $Ra_D \approx 10^{12}$ | $Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{1/4}} \right\}^2$ (9-25) |
| Sphere | D | $Ra_D \approx 10^{11}$ $(Pr \approx 0.7)$ | $Nu = 2 + \frac{0.589Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.469/Pr)^{9/16}]^{1/4}}$ (9-26) |

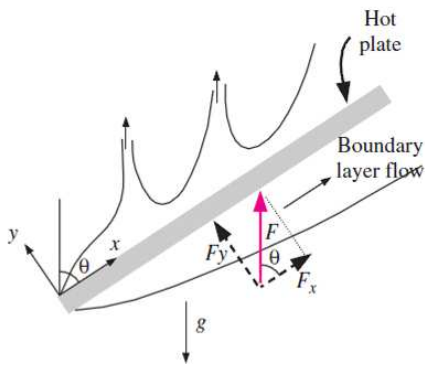
NOLA MUGITZEN DA JARIAKINA?



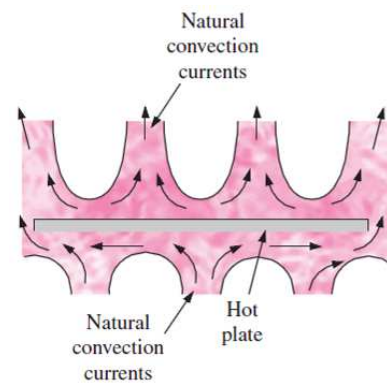
ZILINDRO HORIZONTALA



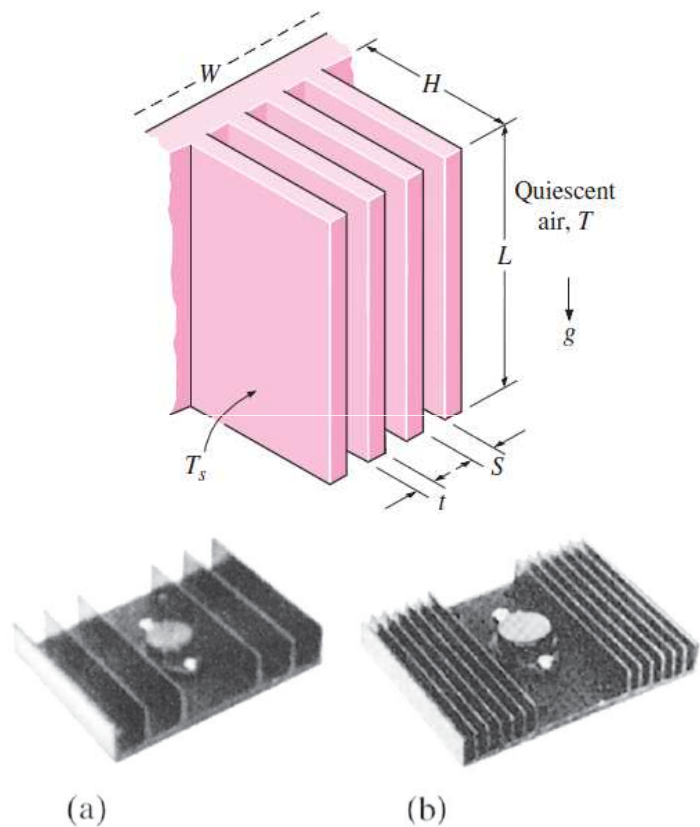
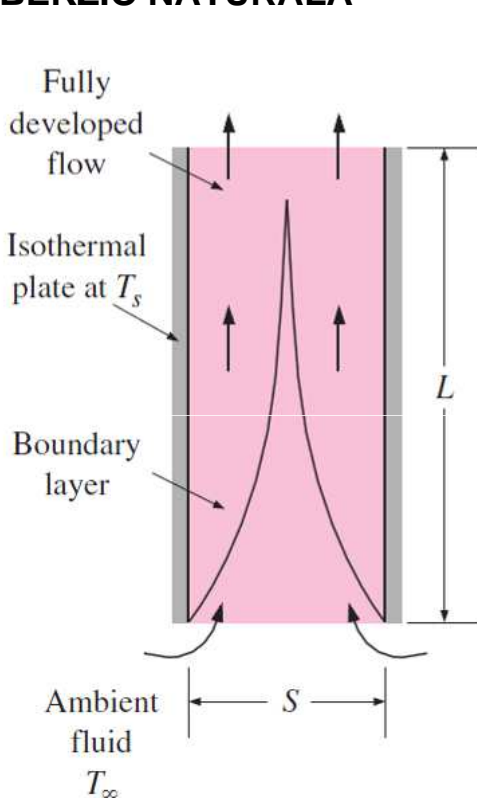
XAFLA INKLINATUA



XAFLA HORIZONTALA



9.4 – GAINAZAL HEGALDUNEN ETA ZIRKUITU INPRIMATUEN KONBEKZIO NATURALA



9.4 - GAINAZAL HEGALDUNEN ETA ZIRKUITU INPRIMATUEN KONBEKZIO NATURALA

15/24

KONBEKZIO NATURAL BIDEZKO HOZTEA GAINAZAL HEGALDUNETAN ($T_s = kte$)

$$Ra_s = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\nu^2} Pr \quad \text{eta} \quad Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} Pr = Ra_s \frac{L^3}{S^3}$$

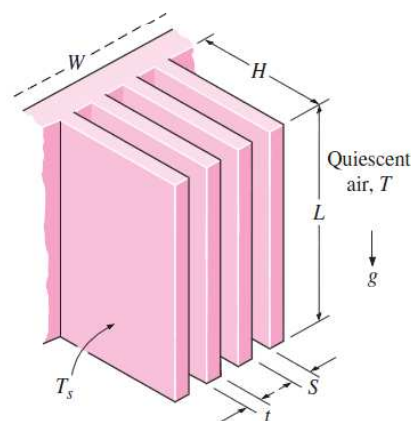
$$T_s = kte: \quad Nu = \frac{hS}{k} = \left[\frac{576}{(Ra_s S/L)^2} + \frac{2,873}{(Ra_s S/L)^{0,5}} \right]^{-0,5}$$

$$S_{opt} = 2,714 \left(\frac{S^3 L}{Ra_s} \right)^{0,25} = 2,714 \frac{L}{Ra_L^{0,25}}$$

$$Nu = \frac{hS_{opt}}{k} = 1,307$$

$$\dot{Q} = h(2nLH)(T_s - T_\infty)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = W / (S + t) \approx W / S \\ T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \end{array} \right.$$



9.4 - GAINAZAL HEGALDUNEN ETA ZIRKUITU INPRIMATUEN KONBEKZIO NATURALA

16/24

KONBEKZIO NATURAL BIDEZKO HOZTEA ZIRKUITU INPRIMATU BERTIKALETAN ($q_s = kte$)

$$Ra_s^* = \frac{g\beta \dot{q}_s S^4}{k\nu^2} Pr$$

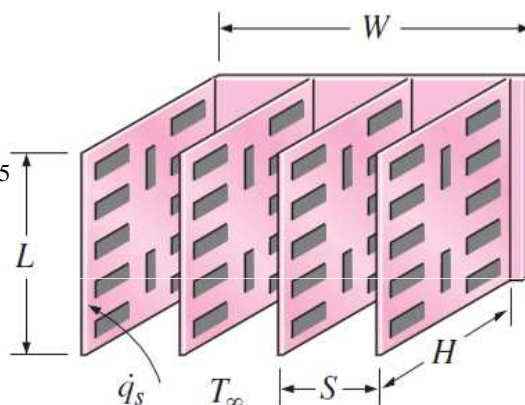
$$Nu_L = \frac{h_L S}{k} = \left[\frac{48}{Ra_s^* S/L} + \frac{2,51}{(Ra_s^* S/L)^{0,4}} \right]^{-0,5}$$

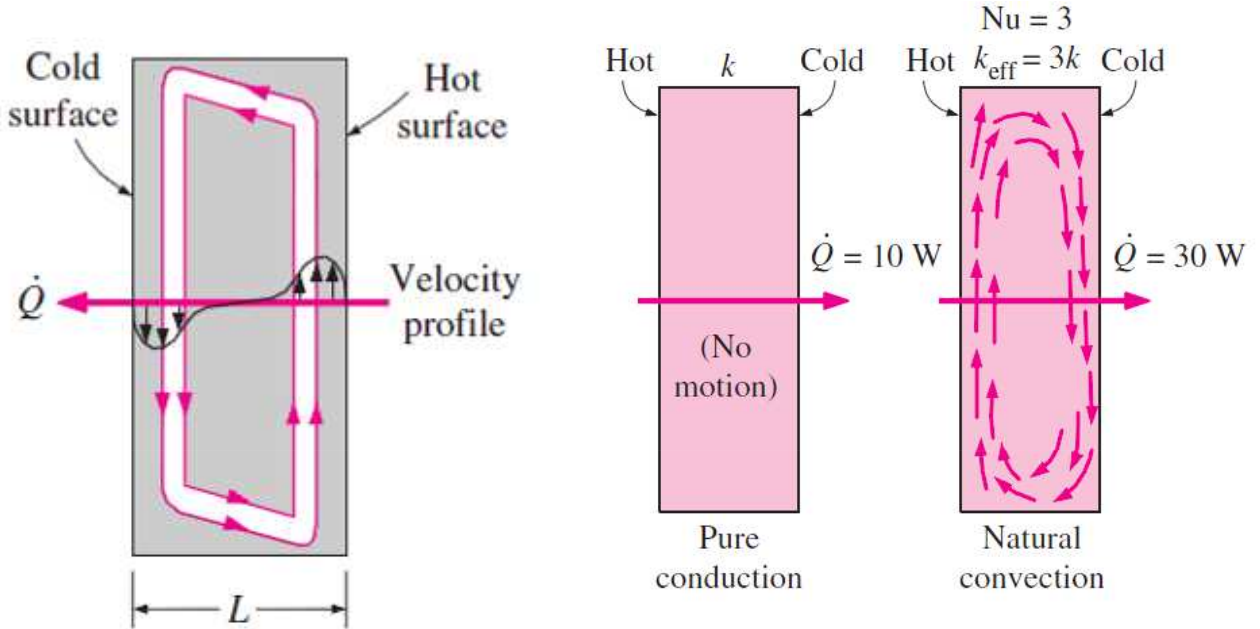
$$q_s = kte: \quad S_{opt} = 2,12 \left(\frac{S^4 L}{Ra_s^*} \right)^{0,2}$$

$$\dot{Q} = \dot{q}_s \dot{A}_s = \dot{q}_s (2nLH)$$

$$\dot{q}_s = h_L (T_L - T_\infty)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = W / (S + t) \approx W / S \\ T_f = \frac{T_L + T_\infty}{2} \end{array} \right.$$



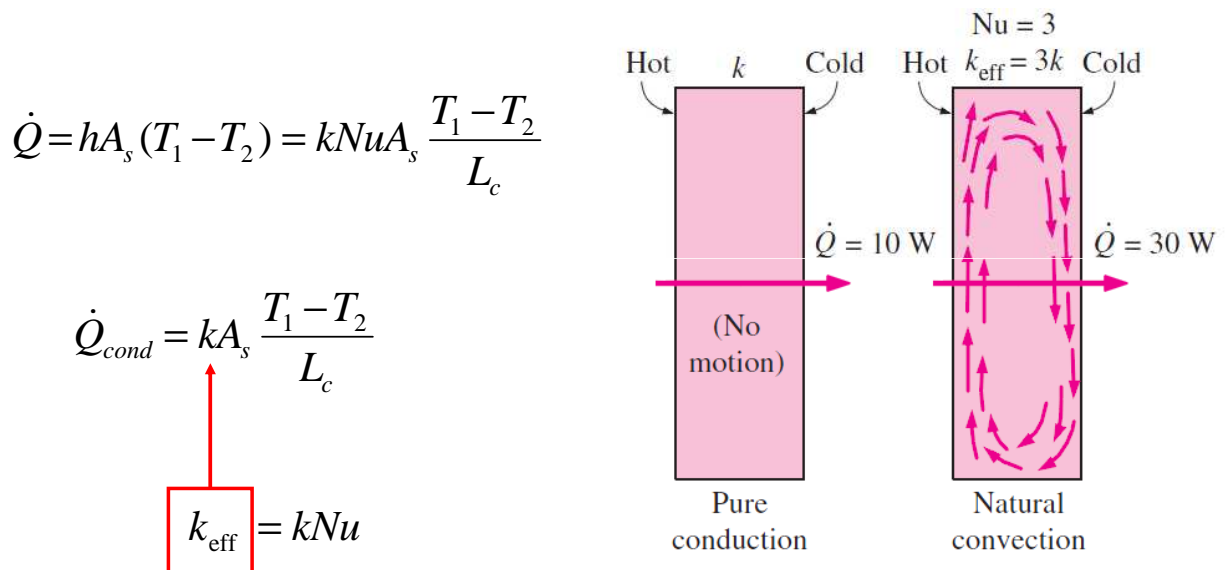


- L_c gainazal bero eta hotzaren arteko distantzia da.
- T_1 eta T_2 gainazal beroaren eta gainazal hotzaren temperaturak dira hurrenez-hurren.
- 9.5 PUNTUKO KASU GUZTIETAN: Jariakinaren propietateak batz besteko tenperaturan kalkulatu behar dira.

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2} Pr$$

$$T_{avg} = \frac{(T_1 + T_2)}{2}$$

EROANKORTASUN TERMIKO ERAGINKORRA

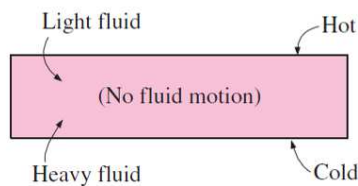


$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = kNuA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c}$$

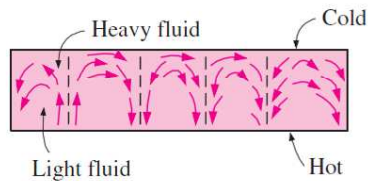
$$\dot{Q}_{cond} = kA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c}$$

$$k_{eff} = kNu$$

ITXITURA ANGELUZUZEN HORIZONTALAK



(a) Hot plate at the top

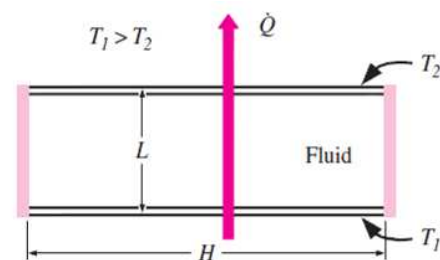


(b) Hot plate at the bottom

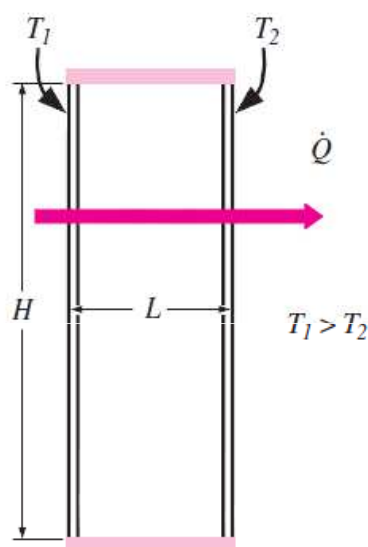
- Xafla beroena goian dagoen kasuetarako, bero transferentzia beherantz gertatzen da eroapenez ez baita konbekzio-korronterik izaten ($Nu=1$).

$$Nu = 1 + 1,44 \left[1 - \frac{1708}{Ra_L} \right]^+ + \left[\frac{Ra_L^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad Ra_L < 10^8$$

[]⁺ notazioak adierazten du kortxete arteko kantitatea negatiboa bada, zero jarri beharko litzatekeela.



ITXITURA ANGELUZUZEN BERTIKALAK



$$Nu = 0,18 \left(\frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra_L \right)^{0,29}$$

$1 < H / L < 2$
any Prandtl number
 $Ra_L Pr / (0,2 + Pr) > 10^3$

$$Nu = 0,22 \left(\frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra_L \right)^{0,28} \left(\frac{H}{L} \right)^{-1/4}$$

$2 < H / L < 10$
any Prandtl number
 $Ra_L < 10^{10}$

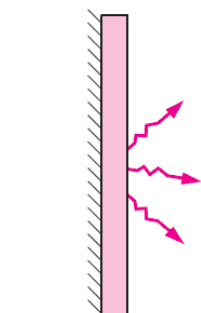
$$Nu = 0,42 Ra_L^{1/4} Pr^{0,012} \left(\frac{H}{L} \right)^{-0,3}$$

$10 < H / L < 40$
 $1 < Pr < 2 \times 10^4$
 $10^4 < Ra_L < 10^7$

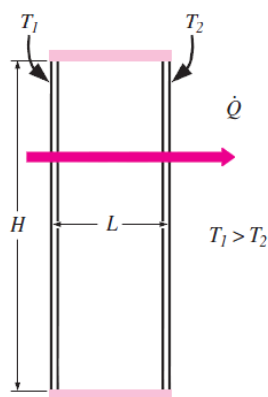
$$Nu = 0,46 Ra_L^{1/3}$$

$1 < H / L < 40$
 $1 < Pr < 20$
 $10^6 < Ra_L < 10^9$

KONBEKZIO NATURALAREN ETA ERRADIAZIOAREN KONBINAZIOA



$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{rad} \begin{cases} \dot{Q}_{rad} = \epsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{surr}^4) \\ \dot{Q}_{conv} = h A_s (T_s - T_\infty) \end{cases}$$



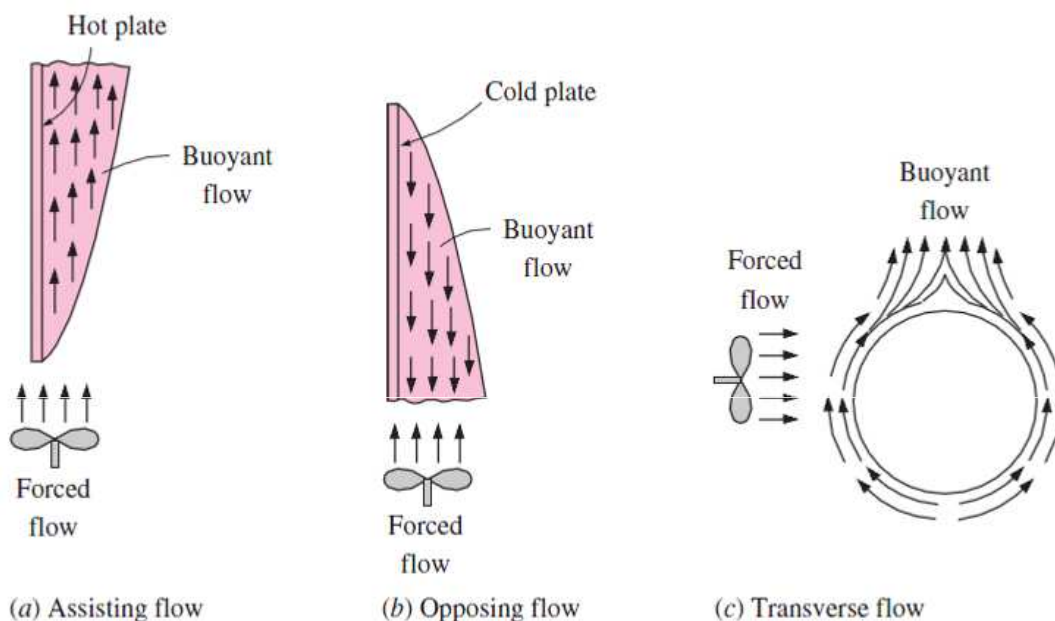
$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{rad}$$

$$\dot{Q}_{rad} = \frac{\sigma A_s (T_1^4 - T_2^4)}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} = \epsilon_{effective} \sigma A_s (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\epsilon_{effective} = \frac{1}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1}$$

$$\dot{Q}_{conv} = h A_s (T_1 - T_2)$$

9.6 – KONBEKZIO NATURAL ETA BEHARTUAREN KONBINAZIOA



Konbekzio naturalak areagotu edo inhibitu egin dezake konbekzio bidezko bero-transferentzia, goranzko bultzadak eragindako mugimenduaren eta konbekzio behartuak eragindako mugimenduaren noranzko erlatiboen arabera

- Konbekzio naturalaren eragina baztergarria da $Gr_L/Re_L^2 < 0,1$ baldin bada.
- Konbekzio behartuaren eragina baztergarria da $Gr_L/Re_L^2 > 10$ baldin bada.
- Bien eragina esanguratsua da eta kontuan hartu behar dira $0,1 > Gr_L/Re_L^2 > 10$ baldin bada.

$$Nu_{combined} = (Nu_{forced}^n \pm Nu_{natural}^n)^{1/n} \quad \text{where } 3 < n < 4$$

- Aldeko fluxuan, bultzadak eragindako mugimendua mugimendu behartuaren **noranzko berekoa** da. Horrenbestez, konbekzio naturalak konbekzio behartuaren **alde** egiten du, eta bero-transferentzia areagotzen du.
- Kontrako fluxuan, bultzadak eragindako mugimenduak mugimendu behartuaren **kontrako noranzkoa** du. Horrenbestez, konbekzio naturalak konbekzio behartua **oztopatzen** du, eta bero-transferentzia txikitzen du.
- Zeharkako fluxuan, bultzadaren mugimendua mugimendu behartuarekiko perpendikularra da. Zeharkako fluxuak gehiago nahasten du fluidoa, eta, beraz, areagotu egiten du bero-transferentzia.

9.7 – IRAKATSIKO EZ DIREN ATALAK

- 9.4eko azpiatala: XAFLEN ARTEKO ESPAZIOKO MASA-EMARIA
- 9.5eko azpiatala: ITXITURA ANGELUZUZEN INKLINATUAK
- 9.5eko azpiatala: ZILINDRO ZENTROKIDEAK
- 9.5eko azpiatala: ESFERA ZENTROKIDEAK